

基于粒子滤波的一种全局路径规划方法

高 扬, 孙树栋, 赫东峰

(西北工业大学 系统集成与工程管理研究所, 现代设计与集成制造技术教育部重点实验室, 陕西 西安 710072)

摘要: 提出一种基于粒子滤波的全局路径规划方法, 以多段Ferguson样条曲线表示路径确保所得路径光滑且一阶连续. 将最优路径视为真实状态, 将其他路径视为受噪声污染的状态, 从而将最优路径的搜索过程视为状态空间中对真实状态的滤波过程. 以粒子滤波算法依据路径评价函数对状态空间实施滤波获得最优路径, 仿真结果表明该方法实现简单、收敛迅速、且所得路径光滑, 易于为机器人直接采用.

关键词: 路径规划; 粒子滤波; 样条曲线; 机器人

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

A global path planning approach based on particle filter

GAO Yang, SUN Shu-dong, HE Dong-feng

(Institution of System Integrated & Engineering Management, Key Laboratory of Contemporary Design and Integrated Manufacturing Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China)

Abstract: A global path planning approach is proposed for mobile robot based on particle filter. A string of Ferguson splines is used as a path description to ensure the smoothness of the path. With the best path treated as the true state, and the others as states polluted by noise, the best path searching task is then transferred to a filter task. After that, the SIR Particle filter algorithm is employed to carry out the filter task; the global best path can then be acquired. The simulation results shows that the proposed algorithm have a rapid convergence and is capable of finding a smooth path.

Key words: path planning; particle filter; splines; robot

1 引言(Introduction)

移动机器人路径规划问题是机器人技术的一个重要研究领域. 依环境信息所知程度不同, 路径规划可分为: 所有信息预知的全局路径规划; 全部或部分信息未知的局部路径规划. 局部路径规划由于缺乏全局信息, 无法保证可达性. 全局路径规划则能利用全局信息获得最优路径, 因此引起众多关注. 全局路径规划算法其核心可分为两大部分: 对构型空间的描述算法及构型空间中获得路径的搜寻算法^[1]. 前者主要有: 可视图(VGraph)、Voronoi图、栅格图、顶点图(vertex graph)、拓扑图等, 后者则主要有A*为代表的各种搜索算法、人工势场^[2]、roadmap算法、及智能算法如神经网络^[3]、遗传算法^[4]、蚁群^[5]、粒子群算法^[6]等. 然而前述方法通常不能保证路径平滑使得机器人难于直接使用, 且此类算法通常收敛缓慢严重制约其应用.

本文提出一种基于粒子滤波算法的全局路径规划方法: 以多段首尾相连的Ferguson样条曲线表示路径保证路径光滑. 以全局最优路径为真实状态, 从

而将对最优路径的寻优过程转化为状态空间中对真实状态的滤波过程. 并通过粒子滤波算法对此一多峰、非线性滤波问题较好的予以了解决. 由于粒子滤波算法固有的全局最优性、快速收敛性、使本文方法表现出极快的收敛性及良好的规划效果.

2 路径规划方法(Path planning approach)

2.1 Ferguson样条曲线表示路径(Path described by Ferguson splines)

传统点集形式给出的路径并不光滑, 机器人难以直接应用. 因此本文将路径表示为若干段Ferguson样条曲线的平滑连接使路径光滑, 并减少搜索路径时的解空间维数. 对Ferguson样条曲线 i 定义如下^[6]:

$$r_i(T) = P_{i-1}F_1(T) + P_iF_2(T) + P'_{i-1}F_3(T) + P'_iF_4(T). \quad (1)$$

式中: 参数 $T \in [0, 1]$, P_{i-1} , P_i 分别为样条曲线 i 的起点与终点, P'_{i-1} 与 P'_i 分别为 P_{i-1} , P_i 处的切矢. 4个混合函数 F 定义如下:

$$\begin{cases} F_1(T) = 2T^3 - 3T^2 + 1, \\ F_2(T) = 2T^3 + 3T^2, \\ F_3(T) = T^3 - 2T^2 + T, \\ F_4(T) = T^3 - T^2. \end{cases} \quad (2)$$

定义 1 若样条曲线 i, k 满足式(3)条件, 则称样条曲线 k 在起点处与样条曲线 i 首尾相连.

$$P_{k-1} = P_i, \quad P'_{k-1} = P'_i. \quad (3)$$

定义 2 对2维工作空间 C 中 n 段Ferguson样条曲线, 若相邻第 $i, i+1$ ($i = 1, \dots, n$)段样条曲线首尾相连, 且第1段样条曲线起点 P_0 为机器人起始位置, 第 n 段样条曲线终点 P_n 为路径目标 T_a , 则称这 n 段样条曲线组成一路径 P_a . 相应样条曲线间的连接点 P_i ($i = 1, \dots, n-1$)称控制点.

本文所用路径由 n 段Ferguson样条曲线组成. 因此对 C 中任意路径 P_a 可表示为控制点、路径起点、终点及切矢的集合: $P_a\{P_0, P'_0, \dots, P_n, P'_n\}$, 而起点 P_0 、终点 P_n 已知, 故决定路径的变量数为 $4n$, 控制点数为 $n-1$. 因此路径规划问题转化为寻找一组最优的控制点及切矢组合 P_{amin} .

2.2 粒子滤波算法(Particle filter algorithm)

粒子滤波算法能较好的解决多峰、非线性滤波问题, 因此可有效地应用到本文所讨论的路径规划问题中. 此类算法通过随机采样, 避免了局部最小, 通过重采样机制保证其快速收敛性. 设 t 时刻状态变量为 s_t , 则有状态方程:

$$s_t = f(s_{t-1}, u_t, w_t), \quad (4)$$

$$o_t = h(s_t, e_t). \quad (5)$$

其中: o_t, u_t, w_t, e_t 分别为 t 时刻的观测量、控制量、模型噪声、观测噪声; $f(\cdot), h(\cdot)$ 分别为状态转移函数和观测函数. 针对上述状态方程, SIR型粒子滤波算法描述如下^[7]:

SIR Pariticle filter(s_{t-1}, u_t, w_t)

{

For $m = 1$ to M do

Sample $s_t^m \sim P(s_t|u_t, s_{t-1})$

Calculate $\omega_t^m = P(o_t|s_t^m)$

Endfor

Calculate total weight $su = \text{sum}(\{\omega_t^m\}_{m=1}^M)$

For $m = 1$ to M do

Normalize $\omega_t^m = \omega_t/su$

Endfor

$\{s_t^m, \omega_t^m\}_{m=1}^M = \text{Resample}\{s_t^m, \omega_t^m\}_{m=1}^M$.

}

其中: M 为粒子数, ω_t^m 为 t 时刻粒子集 $\text{Set}_t\{s_t^1, \dots, s_t^M\}$ 中第 m 个粒子 s_t^m 的权重. 每轮迭代中, 依概率 $P(s_t|u_t, s_{t-1})$ 采样获得状态 s_t 的样本 s_t^m ($m = 1, 2, \dots, M$) (称为粒子). 并依概率 $P(o_t|s_t^m)$ 得到权值 ω_t^m . 将 ω_t^m 归一化后再利用重采样算法^[7]复制高权值粒子、淘汰低权值者, 使下一轮迭代专注于高权值粒子并最终收敛于真实状态. 理论上当 $M \rightarrow \infty$ 时该算法以概率1收敛于真实状态.

2.3 基于粒子滤波的路径规划(Path planning base on particle filter)

通常要求路径最短的同时远离障碍物. 因此定义路径评价函数 E 如式(6), 其中路径长度 l 如式(7), $X_i(T), Y_i(T)$ 为第 i 条曲线上点的 X, Y 坐标; $l_{\min}$ 为起点至终点的直线距离; $d_{\min}$ 为距 P_a 最近的障碍物距离如式(8), 式中 $\text{obj}_x, \text{obj}_y$ 分别为距路径 P_a 最近的障碍物点坐标; 参数 α 决定路径远离障碍物的要求与路径最短要求之间的权重. 此外, 当路径穿过障碍物内部时 E 取最大值 $E_{\max}$ 则显然 E 越小路径越优且有 $E \geq 1$.

$$E(P_a) = \frac{l}{l_{\min}} + \left| \frac{\alpha}{d_{\min}} \right|, \quad (6)$$

$$l = \sum_{i=1}^n \int_0^1 \sqrt{X_i(T)^2 + Y_i(T)^2} dT, \quad (7)$$

$$d_{\min} = \min_{\substack{T \in [0,1] \\ i=1, \dots, n}} (\sqrt{(X_i(T) - \text{obj}_x)^2 + (Y_i(T) - \text{obj}_y)^2}). \quad (8)$$

定义 3 若 C 中存在路径 P_{amin} 使 $E(P_{amin})$ 最小则称 P_{amin} 为最优路径, 其评价值为 $E_{\min}$.

取下标 t 表示对应变量 t 时刻取值. 令 t 时刻路径 P_{at} 为状态变量 s_t , 即 $s_t = P_{at}\{P_{0t}, P'_{0t}, \dots, P_{nt}, P'_{nt}\}$, 令评价函数 $E(\cdot)$ 为观测函数 $h(\cdot)$. 由于路径自身不随时间发生变化因此有状态方程:

$$s_t = s_{t-1} + w_t, \quad (9)$$

$$o_t = E(s_t) + e_t. \quad (10)$$

式中高斯模型噪声 $w_t \sim N(0, \delta_w)$ 描述了依 s_{t-1} 估计 s_t 的不确定性. 设定实际观测值 $o_t = 1$, 则高斯观测噪声 $e_t \sim N(0, \delta_e)$ 描述了实际最优路径评价函数 $E_{\min}$ 与1的偏差. 依式(10)由 $e_t \sim N(0, \delta_e)$ 得 $(1 - E(s_t)) \sim N(0, \delta_e)$. 则有 $|E(s_t) - 1|$ 越小 $P(o_t|s_t)$ 越大. 而粒子滤波算法所得真实状态估计值使 $P(s_t|o_t, s_{t-1})$ 最大, 因此粒子滤波算法所得真实状态即全局最优路径 P_{amin} . 离散时间 t 在算法中等价于算法迭代次数. 此外由于实际粒子数 M 有限, 为免陷入局

部最优, 算法每轮迭代结束后, 将权值最低的10%的粒子以随机生成粒子取代。

3 仿真结果(Simulation result)

3.1 不同参数的影响(Influence of different parameters)

算法中可调参数包括: 样条曲线数 n 、粒子数 M 、模型噪声方差 δ_w 、观测噪声方差 δ_e 、参数 α 。其中: n 依地图的复杂程度选定, n 越大对复杂地图适应能力越高, 但同时收敛时间更长; 粒子数 M 越大效果越好同时带来更大的运算量(一般取 $M > 1000$); δ_w 如前述决定了粒子分布的离散程度, 因此更大取值使算法更快进入收敛且避免局部最小, 但过大取值导致难于准确收敛, 其对算法的影响与 δ_e 相似。后续仿真中所用地图大小为 561×420 像素, 所有长度均以像素为单位。如无特殊说明仿真中取 $M = 7500$, $n = 3$, $\alpha = 45$ 。 δ_w 中主对角线项统一取40, δ_e 取3。

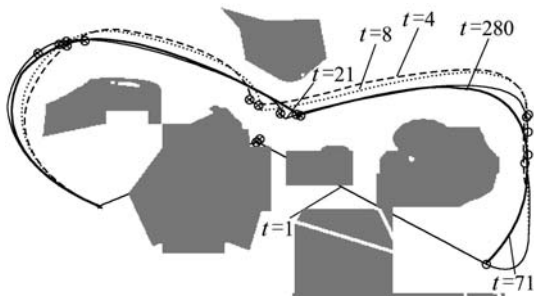


图1 不同迭代次数的对比

Fig. 1 Comparison of different iteration times

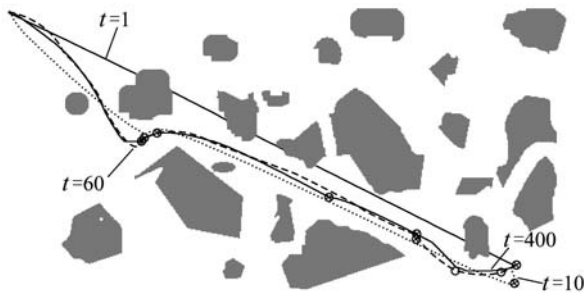


图2 不同迭代次数的对比2

Fig. 2 The second comparison of different iteration times

图1给出了本文算法迭代1次、4次、8次、21次、71次、280次的结果。不难看出: 第1次迭代后所得路径明显不合理, 粒子集中所有粒子权值接近0, 引发下一轮迭代在整个状态空间随机采样。经3轮随机采样后粒子集中开始出现可行路径。因此第4轮迭代开始, 粒子以高斯分布逐渐收敛于最优解附近。第71轮迭代后, 粒子集基本收敛于最优解。图2则给出了另

一环境中不同迭代次数时的仿真结果。 $E_{\min}$ 随 t 的变化规律参见图6。不难看出本文算法具有极快的收敛速度。

图3给出了 α 取150, 500, 1000, 2000, 3000时迭代300次所得路径。不难看出 α 增大时, 评价函数中 $d_{\min}$ 的影响增加, 使所得路径更加谨慎, 也导致路径更长。

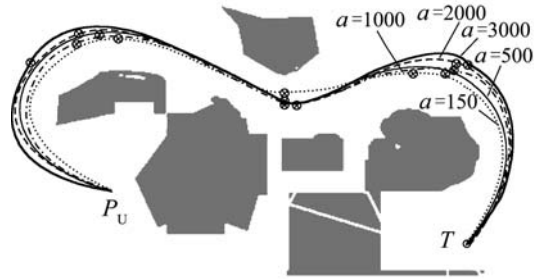


图3 不同 α 所得路径

Fig. 3 Planning results with different α

图4给出了 α 取5、观测方差 δ_e 取: 1.6, 2.6, 3.6, 4.6, 6.6时, 所得最优路径评价值的变化规律: 更大的 δ_e 使 $P(o_t|s_t)$ 的概率分布更为平坦, 因此粒子滤波算法能够更快速收敛到最优路径周围。然而 δ_e 过大时, $P(o_t|s_t)$ 过于平坦的概率分布使得粒子之间权重的差异性变少, 导致收敛反开始变慢。

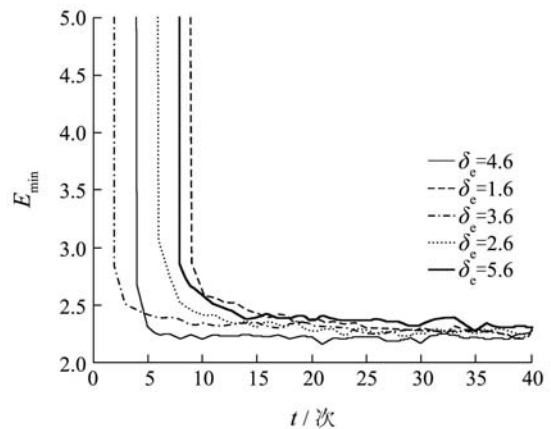


图4 不同 δ_e 所得路径评价

Fig. 4 Planning result with different δ_e

3.2 与其他方法的对比(Compare with the other methods)

已有路径规划方法中基于A*搜索算法的路径规划方法由于其简单高效因而在实践中广为使用^[1]。因此, 将其与本文算法进行了仿真结果对比。仿真中A*算法以基于像素的栅格地图搜索, 所得路径如图5中虚线所示。该方法所得路径的确短于本文方法, 但以栅格集表示路径导致路径不光滑, 再考虑到实际机器人的运动约束不难看出机器人执行该路径

时无法保持较高的运行速度,因此实际效率更为低下.此外,如前所述本文方法通过调节 α 可以很方便的调整路径最优性与安全性间的比重,而 A^* 算法却难于做到.如图5中 A^* 算法引导机器人进入看似最优,实际上难于通行的狭窄路径.

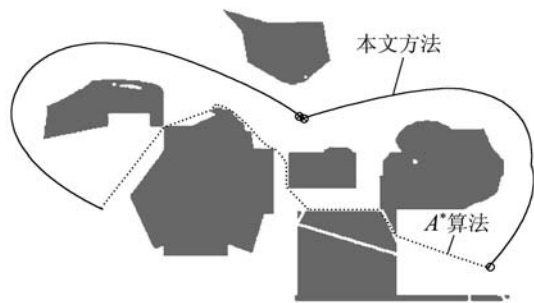


图5 与 A^* 算法所得路径的对比

Fig. 5 Comparison with A^* algorithm

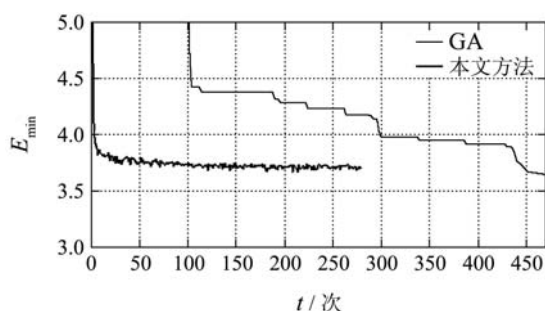


图6 与遗传算法的对比

Fig. 6 Comparison with Genetic Algorithm

已有路径规划方法中,遗传算法具有强大的全局寻优能力,因此将其与本文方法进行对比.仿真中为便于对比,遗传算法采用了与本文算法相同的路径表示方式,并以路径评价函数作为适应函数.此外遗传算法采用了15000的种群规模以提高全局寻优能力.如图6给出了本文方法与遗传算法所得最优路径评价函数随迭代次数的变化曲线.其中较短一条为本文方法所得曲线.由图6不难看出本文算法经71次迭代已基本收敛,而遗传算法则需450次后才进入收敛,且遗传算法在前100次迭代中均未获得合适的路径.原因在于经初次随机生成种群后,遗传算法所用后代种群均由父代经交叉变异等操作得来.而本文算法,一旦本轮迭代所得粒子集中无可行路径,则下一轮直接在状态空间中随机采样,比遗传算法更为

直接.此外,本文算法一旦获得可行路径后的收敛速度也比遗传算法更为迅速,其原因在于每轮迭代中本文方法依权值大小在高权值粒子附近,以高斯分布随机采样,而遗传算法则通过交叉变异予以实现,因此本文方法更为直接而有效.

4 结论(Conclusion)

本文提出一种基于粒子滤波的机器人路径规划方法.采用Ferguson样条曲线表示路径保证了路径的光滑性,采用粒子滤波算法搜索最优路径,使得本方法获得更快收敛速度.

参考文献(References):

- [1] SARIF N, BUNIYAMIN N. An overview of autonomous mobile robot path planning algorithms[C] // 4th Student Conference on Research and Development. Shah Alam: IEEE, 2006: 183 – 188.
- [2] 樊晓平, 李双艳, 陈特放. 基于新人工势场函数的机器人动态避障规划[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(5): 703 – 707.
(FAN Xiaoping, LI Shuangyan, CHEN Tefang. Dynamic obstacle avoiding path plan for robots based on a new artificial potential field function[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(5): 703 – 707.)
- [3] 成伟明, 唐振民, 赵春霞, 等. 基于神经网络和PSO的机器人路径规划研究[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(3): 608 – 611.
(CHENG Weiming, TANG Zhenmin, ZHAO Chunxia, et al. Path planning of robot based on neural network and PSO[J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(3): 608 – 611.)
- [4] TAROKH M. A genetic robot path planner with fuzzy logic adaptation[C] // 6th IEEE/ACIS International Conference on Computer and Information Scienc. Melbourne: IEEE, 2007: 388 – 393.
- [5] LIU S R, MAO L B, YU J S. Path planning based on ant colony algorithm and distributed local navigation for multi-robot systems[C] // Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechanisms and Automation. Luoyang: IEEE, 2006: 1733 – 1738.
- [6] SASKA M, MACAS M, PREUCIL L, et al. Robot path planning using particle swarm optimization of Ferguson splines[C] // IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation. Prague: IEEE, 2006: 833 – 839.
- [7] THRUN S, BURGARD W, FOX D. *Probabilistic Robotics*[M]. Cambridge: MIT Press, 2005: 96 – 116.

作者简介:

高扬 (1982—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为机器人导航、人工智能, E-mail: nchygy@126.com;

孙树栋 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为制造执行系统、机器人控制, E-mail: sdsun@nwpu.edu.cn;

赫东峰 (1975—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为机器人控制, E-mail: dongfenghe@163.com.