

基于强跟踪滤波器及小波变换的非线性系统参数辨识及应用

陈 杰, 邓 方, 陈文颀, 马 韬

(北京理工大学 自动化学院, 北京 100081; 复杂系统智能控制与决策教育部重点实验室, 北京 100081)

摘要: 本文采用强跟踪滤波器为主要框架, 通过线性化和状态扩展解决非线性系统时变参数和状态的估计问题. 在普通强跟踪滤波器的基础上, 以小波变换估计量测噪声, 采用滤波增益调整系数解决过跟踪问题, 给出了主要的计算公式和参数的取值方法, Monte Carlo 仿真和在弹道方程参数辨识中的应用结果表明, 本方法不但对突变参数具有强跟踪能力, 在噪声方差发生变化的情况下, 仍可以对非线性参数进行准确的辨识, 状态与参数估计精度高于普通的强跟踪滤波器.

关键词: 非线性系统; 小波变换; 强跟踪滤波器; 参数辨识

中图分类号: TP271 **文献标识码:** A

Parameter identification of nonlinear system and its application based on strong tracking filter and wavelet transform

CHEN Jie, DENG Fang, CHEN Wen-jie, MA Tao

(School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

Key Laboratory of Complex System Intelligent Control and Decision, Ministry of Education, Beijing 100081, China)

Abstract: The strong tracking extended Kalman filter(STEKF) is used as the main frame and the linearization and state expansion are employed to estimate the time-varying parameters and states of nonlinear systems. Based on the general STEKF, a wavelet-transform-based filter is proposed to estimate the variance of the measurement noise, and a new filtering gain factor is utilized in STEKF to eliminate the tracking overshoot. Main formulas for calculation and the methods for selecting parameters are presented. Monte Carlo simulation and practical application in identification of ballistic parameters demonstrate that the proposed method can exactly estimate the abruptly changing parameters even when the variance of the measurement noise is time-varying. The estimation accuracy of parameters and states is higher than that of the general STEKF.

Key words: nonlinear systems; wavelet transform; strong tracking filter; parameter identification

1 引言(Introduction)

参数的辨识是非线性系统模型建立的基础. 通过将非线性系统转换成线性系统^[1], 扩展Kalman滤波器(EKF)被广泛运用于带有噪声的非线性系统的滤波和估计中^[2], 但EKF在参数或状态突变时, 容易发散, 文献[3,4]提出采用强跟踪的卡尔曼滤波器(STEKF)解决突变状态及参数的滤波和估计问题, 取得了很好的效果, 虽然STEKF比一般EKF的鲁棒性强, 但在系统模型不准确, 状态噪声和量测噪声的统计特性描述不准确等情况下, 与所有的Kalman框架的滤波器一样, 滤波的性能也将严重恶化^[5]. 当参数设置不恰当时, 其滤波精度甚至会低于一般的EKF. 针对噪声估计的问题, Sage A. P和Husa G. W.提出了Sage-Husa自适应滤波算法^[6], 但该算法的

稳定性和收敛性不能完全保证^[7], 在突变参数出现时也会出现发散现象. 许多基于模型的噪声估计方法, 对突变模型的跟踪能力差, 对突变噪声的估计能力不足^[8,9]. 小波变换在数据处理、信号消噪、图象处理等领域中有着广泛应用, 其对噪声有着良好的估计和处理能力^[10~12]. 小波估计噪声不需要对系统进行建模, 鲁棒性较强, 所以可以将小波用于有突变参数系统的噪声估计.

另一方面, 如果把以Kalman为框架的滤波器看作是一个比例控制器, 笔者发现强跟踪滤波器在跟踪突变参数时, 会出现超调量, 即为过跟踪现象, 如图1虚线超出部分所示. 过跟踪现象的产生是由于相关参数取值及噪声估计不当, 造成滤波增益方程值过大产生的, 需要根据不同情况取适当的滤波增益

方程,便可有效解决这类问题。

本文将非线性参数的辨识问题转化成非线性系统的状态与参数的联合估计问题,采用改进的强跟踪滤波器解决突变参数的辨识问题,将小波变换用作对量测数据的前处理以解决噪声估计不准确的问题,从而使本辨识方法在具有对突变参数敏感的同时,减少噪声对结果的影响。

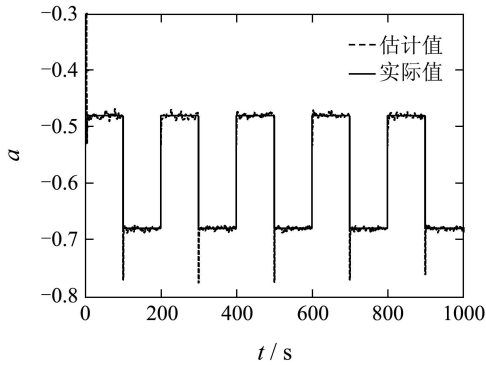


图1 强跟踪滤波器的过跟踪现象

Fig. 1 Overshoot of STEKF

2 基于小波变换的噪声估计方法(Noise estimation based on wavelet transform)

时变非线性系统的动态方程为

$$x_{k+1} = f(x_k, \theta_k) + v_k, \quad (1)$$

$$y_{k+1} = h(x_{k+1}, \theta_{k+1}) + d_{k+1}. \quad (2)$$

式中: x_k 为 n 维状态变量列阵; $f(x_k, \theta_k)$ 为非线性状态函数, v_k 为 n 维模型噪声列阵; y_{k+1} 为 m 维量测列阵; $h(x_{k+1}, \theta_{k+1})$ 为非线性量测函数, d_{k+1} 为量测噪声列阵; θ_k 为 p 维时变非线性列阵, 它包括 p 个待辨识的参数, v_k 和 d_{k+1} 为零均值互不相关的高斯白噪声, 其方差分别为 Q_k 和 R_{k+1} 。

2.1 量测噪声估计(Estimation of measurement sequences noise)

本节中给出采用小波变换对噪声的方差进行估计的原理和方法, 在这里我们只需要估计噪声方差, 而不需要估计均值^[13]。对满足式(2)的 m 维量测序列 $y_i(t)$ 有

$$y_i(t) = h_i(t) + d_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

要从式(3)中估计出噪声的方差, 需要抑制函数 $h_i(t)$ 的影响, 如果 $h_i(t)$ 是相对分段平滑的, 就可以通过小波变换构造一个具有一定鲁棒性的方差估计器。取长度为 L 的量测值进行小波变换。设 $\psi(t) \in L^2(R)$ 为小波母函数, 其Fourier变换为 $\hat{\psi}(\omega)$, $\hat{\psi}(\omega)$ 满足完全重构条件:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty, \quad (4)$$

将母函数 $\psi(t)$ 经伸缩和平移后得小波序列

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0, \quad (5)$$

其中: a 为伸缩因子, b 为平移因子。

对于函数 $y_i(t)$ 的小波变换为

$$\begin{aligned} W_{y_i}(a, b) &= \langle y_i, \psi_{a,b} \rangle = \\ &|a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} y_i(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

由于小波变换具有线性特性, 所以有

$$W_{y_i}(a, b) = W_{h_i(t)}(a, b) + W_{d_i(t)}(a, b). \quad (7)$$

采用正交小波母函数, 对函数进行多层次小波分解, 如果函数 $h_i(t)$ 比小波序列平滑, 随着层数的增加, 噪声信号与原始信号的区别更加明显, 即有^[14]

$$W_{y_i}(a, b) \approx W_{d_i(t)}(a, b). \quad (8)$$

其细节的系数对应着原始信号的噪声信息, 所以可以通过对细节部分的小波系数的噪声估计来估计量测噪声。通常, 由于量测次数是有限的, 只能求得标准差 σ 的估值 $\hat{\sigma}$, 其值可用下式计算:

$$\hat{\sigma} = M, \quad (9)$$

式中的 M 称为“中误差”, 它不等于每个测量值的真误差, 它只是反映这组真误差群体分布的离散程度大小的数字指标。

作为一个统计概念, 满足高斯分布随机变量的标准差 σ , 可以用或然误差 ρ 来估计, 当抽样无穷多时, 出现大于 ρ 或小于 ρ 的误差的概率各为 50%, 因量测次数 n 有限, 常将 ρ 的估值记作 ω 。或然误差 ω 可理解为: 将真误差按绝对值从大到小排序, 当为奇数时, 居中的真误差就是 ω ; 当为偶数时, 居中的两个真误差的平均值作为 ω 。或然误差与中误差有如下关系:

$$\omega \approx 0.6745M, \quad (10)$$

所以有

$$\hat{\sigma} \approx \frac{\omega}{0.6745} = \frac{\text{median}|W_{y_i}(a, b)|}{0.6745}, \quad (11)$$

式中 $\text{median}|W_{y_i}(a, b)|$ 指取 $|W_{y_i}(a, b)|$ 的中值, Donoho D L 等人也提出了如式(11)所示的噪声估计方法^[15~18]。由于量测样本量的问题, 以及函数 $h_i(t)$ 的平滑性问题, 式(8)和式(10)不是精确相等, 所以需要根据实际情况确定 $\hat{\sigma}$ 的值, 取常数 ζ 作为估计的调整系数, 式(11)变为

$$\hat{\sigma} \approx \frac{\text{median}|W_{y_i}(a, b)|}{0.6745\zeta}. \quad (12)$$

常数 ζ 作为一个调整参数, 它的取值主要决定于

函数 $h_i(t)$ 的情况、小波基的选择以及噪声的大小,一般取1即可.当 $h_i(t)$ 的平滑性不能得到保证时,应该选取比 $h_i(t)$ 更不平滑的小波序列,或是减小估计区间,相当于平滑 $h_i(t)$.如果 $h_i(t)$ 内存在与量测噪声相当的噪声,那么将影响到量测方差的估计,如果有 κ 个相当的噪声引入,那么可以取以下公式计算常数 ζ :

$$\zeta = \kappa + 1. \quad (13)$$

2.2 估计信号长度选取(Selection of estimation signal length)

由于量测信号的噪声统计特性可能发生变化,所以对噪声的估计应该根据信号局部特征进行,即需要对局部信号进行噪声估计,局部信号的长度 L 取值在文献[17]中有详细叙述,在文献[17]中, L 的长度取决于采样的频率和反应时间,如下式所示:

$$L = \tau f_s, \quad (14)$$

其中: τ 为反应时间, f_s 为采样频率.

在这里笔者认为,局部估计信号的长度需要根据计算量的大小,噪声的变化程度尽量取大, L 越大,式(10)的左右两端越接近,但 L 越大,对局部噪声的变化敏感性越差,噪声的整体估计的鲁棒性增加,灵敏度下降.所以, L 的选取是一个在计算精度和计算速度之间的寻优过程,也是灵敏性与鲁棒性的折中选择.即满足以下性能指标:

$$\begin{cases} \min_L \delta_a = \sum_{k=1}^n (|\hat{a}_i(k) - a_i(k)|), \\ \max L, L \in [1 \ n], \\ \min T. \end{cases} \quad (15)$$

其中: n 为采样点个数, T 为计算时间, $\hat{a}_i(k)$ 为参数的估计值, $a_i(k)$ 为估计参数的真值.

在实际计算时,可对实际量测数据进行整体和局部噪声的初步估计,即取 L 为10~ n ,计算每一个采样点的 $\hat{\sigma}$,根据噪声的变化情况,从而决定 L 的实际取值,当 $\hat{\sigma}$ 变化不大时, L 取尽量大,反之,取小.在要求计算速度或 $\hat{\sigma}$ 变化不大的场合,取 L 范围内所有的方差相等,只计算一次即可.

3 状态与时变参数的联合估计(Estimation of states and time varying parameters)

本节给出在强跟踪滤波器基础上的状态与时变非线性参数的联合估计改进算法.将状态变量 x_k 和非线性参数 θ_k 组成增广状态向量,则状态方程变为

$$\mathbf{X}_{k+1} = \begin{bmatrix} f(x_k, \theta_k) + v_k \\ \theta_k + w_k \end{bmatrix} = f(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k, \quad (16)$$

其中: $\mathbf{X}_k = [x_k^T \ \theta_k^T]^T$, $\mathbf{V}_k = [v_k^T \ w_k^T]^T$, w_k 是均值

为0,方差为 $\mathbf{W}_k$ 的白噪声,所以增广后的状态方程的噪声方差阵为

$$\mathbf{Q}_k^a = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_k & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_k \end{bmatrix}. \quad (17)$$

将 $f(\mathbf{X}_k)$ 在 $\mathbf{X}_k$ 的附近 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 处展开成Taylor级数,将 $h(\mathbf{X}_{k+1})$ 在 $\mathbf{X}_{k+1}$ 的附近 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}$ 展开成Taylor级数,并分别取一阶近似,即将式(1)(2)线性化为

$$\mathbf{X}_{k+1} = \Phi_{k+1/k} \mathbf{X}_k + \mathbf{U}_k + \mathbf{V}_k, \quad (18)$$

$$y_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{X}_{k+1} + \mathbf{S}_k + \mathbf{d}_{k+1}. \quad (19)$$

其中:

$$\Phi_{k+1/k} = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_k = \hat{\mathbf{X}}_k},$$

$$\mathbf{U}_k = f(\hat{\mathbf{X}}_k) - \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_k = \hat{\mathbf{X}}_k} \hat{\mathbf{X}}_k,$$

$$\mathbf{H}_{k+1} = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}},$$

$$\mathbf{S}_{k+1} = h(\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}) - \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}} \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}.$$

以下是在文献[19,20]给出的SMFEKF的基础上给出改进的基于小波的WSMFEKF计算步骤:

1) 首先根据计算时间、计算复杂程度进行初步估算量测噪声标准差估值 $\hat{\sigma}$,根据 $\hat{\sigma}$ 的变化情况,选定合适的 L 长度,选择合适的小波母函数,由式(12)计算 $\hat{\sigma}$,再由下式估计 $\mathbf{R}_{k+1}$.其中, $\hat{\sigma}_1^2, \dots, \hat{\sigma}_m^2$ 是 m 个量测噪声方差的估计值:

$$\mathbf{R}_{k+1} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\sigma}_m^2 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

2) 按下列式子进行状态及参数的联合估计:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} = f(\hat{\mathbf{X}}_k), \quad (21)$$

$$\hat{y}_{k+1/k} = h(\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}), \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \mathbf{L} \mathbf{M} \mathbf{D}_{k+1} \Phi_{k+1/k} \mathbf{P}_k \Phi_{k+1/k}^T + \mathbf{Q}_k^a; \quad (23)$$

状态估值方程:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} + \mathbf{K}_{k+1}(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1/k}); \quad (24)$$

滤波增益方程:

$$\mathbf{K}_{k+1} = \xi \cdot \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{R}_{k+1} + \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T)^{-1}; \quad (25)$$

估计均方误差方程:

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{P}_{k+1/k} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k}). \quad (26)$$

其中: $\mathbf{LMD}_{k+1} = \text{diag}\{\lambda_{1,k+1}, \lambda_{2,k+1}, \dots, \lambda_{n,k+1}\}$ 为渐消矩阵, $\lambda_{i,k+1} \geq 1, i = 1, 2, \dots, n$ 为 n 个渐消因子. $\lambda_{i,k+1}$ 的计算如式(27)~(34)所示:

$$\lambda_{1,k+1} : \lambda_{2,k+1} : \dots : \lambda_{n,k+1} = \alpha_1 : \alpha_2 : \dots : \alpha_n, \quad (27)$$

可令

$$\lambda_{i,k+1} = \alpha_i c_{k+1}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (28)$$

其中: $\alpha_i \geq 1$ 为预先确定的常数; c_{k+1} 为待定的因子. 它的确定算法如下^[20]:

$$\lambda_{i,k+1} = \begin{cases} \alpha_i c_{k+1}, & \alpha_i c_{k+1} > 1, \\ 1, & \alpha_i c_{k+1} \leq 1. \end{cases} \quad (29)$$

$$c_{k+1} = \frac{\text{tr}(\mathbf{N}_{k+1})}{\sum_{i=1}^n \alpha_i \mathbf{M}_{ii,k+1}}, \quad (30)$$

$$\mathbf{N}_{k+1} = \mathbf{V}_{0,k+1} - \beta \mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{Q}_{k+1}^a \mathbf{H}_{k+1}^T, \quad (31)$$

$$\mathbf{M}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k/k} \mathbf{F}_k^T \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{H}_{k+1}, \quad (32)$$

$$\mathbf{V}_{0,k+1} = \begin{cases} \gamma_1 \gamma_1^T, & k = 0, \\ \frac{\rho \mathbf{V}_{0,k} + \gamma_{k+1} \gamma_{k+1}^T}{1 + \rho}, & k \geq 1. \end{cases} \quad (33)$$

$$\gamma_{k+1} = y_{k+1} - \hat{y}_{k+1/k}. \quad (34)$$

其中: $\mathbf{M}_{ii,k+1}$ 表示矩阵 $\mathbf{M}_{k+1}$ 的对角线上的元素, $0 < \rho \leq 1$ 为遗忘因子; $\beta \geq 1$ 为弱化因子, 它使得状态估计更加平滑. 当 $\mathbf{X}_{k+1}$ 的某分量 $\mathbf{X}_{i,k+1}$ 易于突变时, 可相应地增大渐消因子 $\lambda_{i,k+1}$ 的比例系数 α_i , 以增强对 $\mathbf{X}_{i,k+1}$ 的快速跟踪能力. 当没有先验知识时, 取 $\alpha_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$, 此时, 带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器就退化为带单重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器. 为解决过跟踪现象, 改进算法在增益方程(25)中增加了增益调整系数 ξ , 如果估计参数存在突变, 出现过跟踪现象, 可将该系数减小, 该系数可以有效的减少过跟踪现象, 如果没有参数突变, 可取 $\xi = 1$.

4 仿真与应用(Simulation and application)

4.1 数值算例(Simulation example)

为了与传统的强跟踪滤波器进行比较, 采用与文献[21]中所给出的系统类似仿真实例:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = m_1 a(k) x_1^2(k) + x_1(k) + m_1 x_2(k) u(k) + \nu_1(k), \\ x_2(k+1) = x_2(k) + \nu_2(k), \\ y_1(k+1) = a^3(k+1) x_1(k+1) + e_1(k+1), \\ y_2(k+1) = m_2 x_1^2(k+1) + e_2(k+1). \end{cases} \quad (35)$$

输入变量 u 、状态及输出值的真值如图2所示. 为

检验算法对突变非线性参数的估计能力, 取周期为200 s, 持续时间1000 s, 采样时间为1 s的方波作为参数 $a(k)$ 的真值, 同时加入一定的高斯白噪声, 取 $x_1(0) = 0, x_2(0) = 0.2, a(0) = 0, P(0|0) = I, m_1 = 0.1, m_2 = 4.5$. 对强跟踪滤波器, 取 $\beta = 5, \rho = 0.95, \zeta = 1$. 仿真中的计算时间是在 Intel Pentium 4 3.0 G, 1 G 内存的 PC 机上得到的结果.

分别采用状态估计误差和参数估计误差的绝对值的累积值作为评价指标, 即

$$\delta_X = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n (|\hat{x}_i(k) - x_i(k)|), \quad (36)$$

$$\delta_a = \sum_{k=1}^N (|\hat{a}_i(k) - a_i(k)|), \quad (37)$$

其中: N 为总时间长或迭代步数, n 为状态变量的个数.

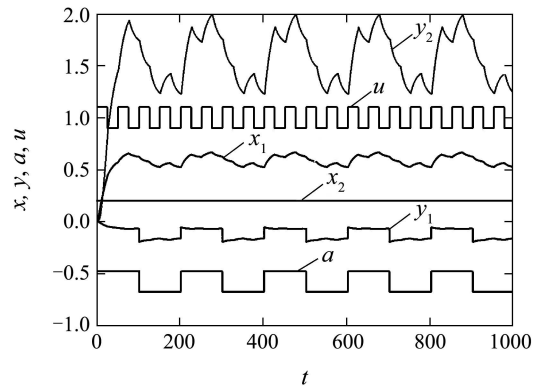


图2 仿真对象状态和参数的真值

Fig. 2 The true value of simulation state and parameter

图3中给出了不同的 ξ 取值对估计结果的影响, 下方两幅图是对上方两幅图的放大, 从图中可以看出, 当 $\xi = 0.7$ 附近时, 有最小累积误差.

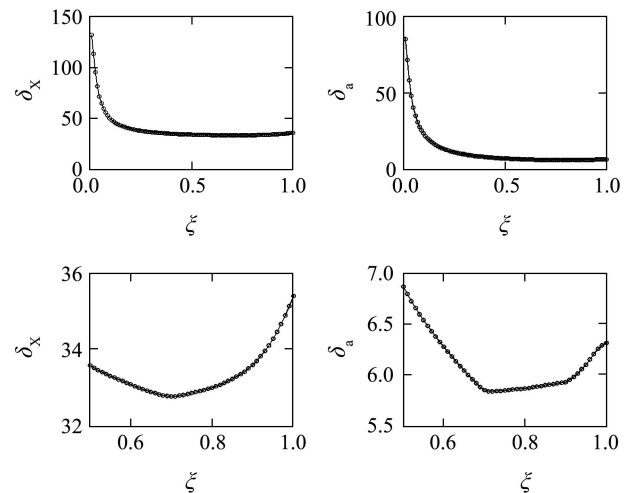


图3 ξ 对估计结果的影响

Fig. 3 The influence of the parameter ξ on estimated results

取 $R_0 = Q_0 = \text{diag}\{0.002^2 \ 0.002^2\}$, 将400~599 s内量测值的噪声方差增加100倍, 采用EKF, STEKF, 噪声匹配的STEKF和本文方法对参数的估计结果如图4所示. 表1给出了100次Monte-Carlo仿真实验中 δ_X , δ_a 以及计算时间的平均值.

表1 估计结果比较

Table 1 Comparison of estimated results

	噪声匹配 EKF	STEKF	噪声匹配 STEKF	本文方法
δ_X	69.392	70.106	63.905	62.925
δ_a	13.443	10.287	6.999	6.876
t/s	0.084	0.176	0.187	0.201

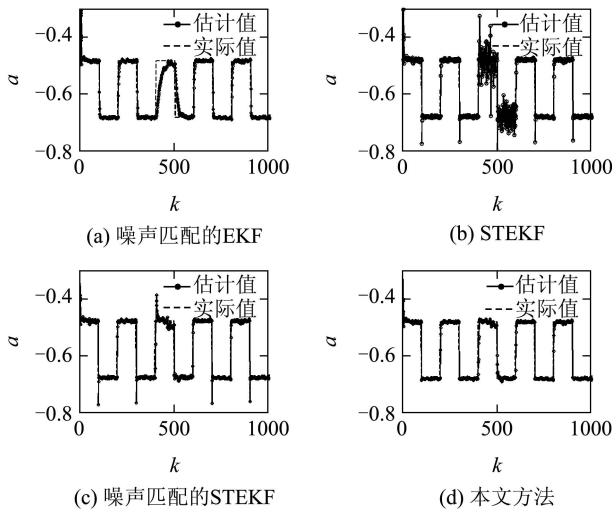


图4 参数a的估计结果

Fig. 4 Estimated results of a

由图4和表1的结果可以看出强跟踪滤波器在噪声估计不准确时, 其效果不如EKF, 但噪声估计准确后其优势明显, 而本文方法的状态和参数估计的效果均好于其他3种情况, 从计算时间上, 本方法的计算时间与普通STEKF相当, 平均增加计算时间只有7%左右.

另外, 当噪声方差再增大10倍时, 在100次仿真实验中, 噪声不匹配的EKF及STEKF均出现了发散现象, 而本文方法与噪声匹配的EKF及STEKF相比, 其精度仍好于这两种方法, 估计结果如表2所示. 下面再在一个实际例子中检验本方法的有效性.

表2 估计结果比较

Table 2 Comparison of estimated results

	噪声匹配EKF	噪声匹配STEKF	本文方法
δ_X	182.148	180.455	176.601
δ_a	20.667	16.336	14.822

4.2 一类典型的非线性系统参数辨识(Parameter identification for a class of nonlinear system)

弹道方程是一类典型的非线性微分方程组, 一般没有精确的解析解, 多采用数值逼近的方法进行弹道解算. 为方便讨论, 以质点弹道方程为例, 并假定为标准气象条件. 要辨识的弹道模型如式(38)所示^[22, 23]:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = -\rho C_1 V V_x, \\ \frac{dV_y}{dt} = -\rho C_1 V V_y - g_0, \\ \frac{dV_z}{dt} = -\rho C_1 V V_z, \\ \frac{dx}{dt} = V_x, \\ \frac{dy}{dt} = V_y, \\ \frac{dz}{dt} = V_z, \end{cases} \quad (38)$$

其中:

$$\begin{cases} C_1 = \frac{S}{2m} F_D C_{D_0}, \\ V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \end{cases} \quad (39)$$

式中: V_x, V_y, V_z 为3个方向的速度值, x, y, z 为位置坐标; C_1 为弹道综合系数, C_{D_0} 为零阻力系数, F_D 为阻力符合系数; m 为弹重, S 为弹丸参考面积, ρ 为空气密度, 它是高度的非线性函数. 对方程中的弹道综合系数进行辨识, 它是一个与速度有关的非线性参数, 取增广的状态变量: $X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7]^T = [V_x \ V_y \ V_z \ x \ y \ z \ C_1]^T$ 将式(38)写成如下形式:

$$\dot{X} = f(X) = \begin{bmatrix} -\rho x_1 x_7 \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \\ -\rho x_2 x_7 \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} - g_0 \\ -\rho x_3 x_7 \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 0 \end{bmatrix} + V, \quad (40)$$

非线性方程组(38)只是对弹丸运动的近似描述, 有一定的误差, 用零均值的高斯白噪声 V 来补偿. 选取速度为量测量, 则量测方程为

$$y = h(x) + d = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + d, \quad (41)$$

式中 d 是量测噪声, 为零均值的高斯白噪声.

分别采用EKF和STEKF, 噪声匹配的STEKF及本

文方法对参数 C_1 进行估计. 在计算中, 取0~25 s的弹丸速度为量测值, 量测噪声的方差变化如表3所示, 取

$$\beta = 6, \rho = 0.95, \zeta = 1, P(0|0) = I,$$

$$Q = \text{diag}\{0.1^2 \ 0.1^2 \ 0.1^2 \ 0.1^2 \ 0.1^2 \ 0.1^2 \ 5^{-11}\},$$

$$X(0) = [694.27 \ 139.25 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.00076]^T.$$

表3 弹道量测噪声方差变化表

Table 3 Measurement noise variance change of ballistic trajectory

t/s	0~5	5~10	10~15	15~20	20~25
σ^2	0.00001	0.002	0.01	0.002	0.00001

4种估计方法的辨识结果如表4所示. 计算数据来自某火炮的实际射表数据. 表4给出了当量测噪声方差按表3所给变化时, 100次仿真实验中 δ_X , δ_a 以及计算时间的平均值.

表4 弹道参数估计结果比较

Table 4 Comparison of estimated results for ballistic trajectory parameter

	EKF	STEKF	噪声匹配 STEKF	本文方法
δ_X	11258	11215	11148	10863
$\delta_a(\times 10^{-4})$	2.655	3.920	2.097	2.026
计算时间/s	0.008	0.016	0.016	0.021

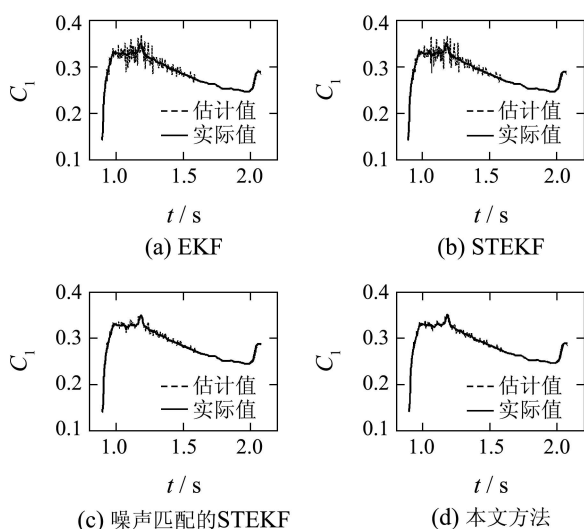


图5 参数 C_1 的估计结果

Fig. 5 Estimated results of C_1

由表4和图5的结果可以看出, 本文所述方法在弹道参数辨识时, 估计效果均好于其他3种情况, 从计算时间上, 本方法的计算时间由于小波变换时间有

所增加, 但其计算时间可以接受. 从以上仿真和应用结果不难看出, 改进的强跟踪滤波器较好的解决了噪声估计与过跟踪问题, 在保持了原有强跟踪能力的基础上, 提高了状态与参数估计的精度.

5 结论(Conclusion)

本文采用强跟踪滤波器为主要框架, 通过线性化和状态扩展解决非线性系统状态与时变参数估计问题, 针对普通强跟踪滤波器的一些弱点, 提出以小波变换解决噪声估计不准确, 采用滤波增益调整系数解决过跟踪问题的方法. 仿真实例及在弹道方程参数辨识中计算结果表明改进的强跟踪滤波器在原有强跟踪能力的基础上, 提高了状态与参数估计的精度, 在不增加过多计算时间的基础上, 为非线性系统中时变参数的估计, 特别是具有突变的参数及状态的估计提供了一种较为理想的解决方案. 需要指出的是对噪声的估计方法不仅可以运用到强跟踪滤波器的改进中, 还可以运用到涉及噪声估计的其他方面, 可用于改进多种基于Kalman滤波框架的滤波器.

- [1] NORGAARD M, POULSEN N K, RAVN O. New developments in state estimation for nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2000, 36 (11): 1627 - 1638.
- [2] DIVERSI R, GUIDORZI R, SOVERINI U. Kalman filtering in extended noise environments[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(9): 1396 - 1402.
- [3] 周东华, 席裕庚, 张钟俊. 非线性系统带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波[J]. *控制与决策*, 1990, 5(5): 1 - 6.
(ZHOU Donghua, XI Yugeng, ZHANG Zhongjun. Suboptimal fading extended Kalman filtering for nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 1990, 5(5): 1 - 6.)
- [4] ZHOU D H, WANG Q L. Strong tracking filtering of nonlinear systems with colored noise[J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 1997, 17(3): 321 - 326.
- [5] RJ F. Divergence of the Kalman filter[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, 16(6): 736 - 747.
- [6] SAGE A P, HUSA G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics[C] // *Proceedings of Joint Automatic Control Conference*. Washington DC: American Automatic Control Council, 1969: 760 - 769.
- [7] 张常云. 自适应滤波方法研究[J]. *航空学报*, 1998, 19(7): 96 - 99.
(ZHANG Changyun. Approach to adaptive filtering algorithm[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1998, 19(7): 96 - 99.)
- [8] REYNOLDS R G. Robust estimation of covariance matrices[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(9): 1047 - 1051.
- [9] DUROVIC Z M, KOVACEVIC B D. Robust estimation with unknown noise statistics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(6): 1292 - 1296.
- [10] CINQUEMANI E, PILLONETTO G. Wavelet estimation by Bayesian thresholding and model selection[J]. *Automatica*, 2008, 36(11): 1 - 10.
- [11] XIA R, MENG K, QIAN F, et al. Online wavelet denoising via a moving window[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(9): 897 - 901.
- [12] 李翔, 丁振良, 袁峰. 基于小波变换的多分辨率分布式滤波[J]. *控制理论与应用*, 2006, 23(2): 275 - 278.

- (LI Xiang, DING Zhenliang, YUAN Feng. Distributed filtering techniques of multiresolution multisensor based on wavelet transform[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 275 – 278.)
- [13] GODBOLE S. Kalman filtering with no a priori information about noise—White noise case: Identification of covariances[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(5): 561 – 563.
- [14] MALLAT S. A *Wavelet Tour of Signal Processing*[M]. Second Edition. Beijing: China Machine Press, 2003.
- [15] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425 – 455.
- [16] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage via wavelet shrinkage[J]. *Journal of the American Statistical Association(JASA)*, 1995, 90(432): 1200 – 1224.
- [17] XU L, ZHANG J, YAN Y. A Wavelet-based multisensor data fusion algorithm[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2004, 53(6): 1539 – 1545.
- [18] 高羽, 张建秋. 小波变换域估计观测噪声方差的Kalman滤波算法及其在数据融合中的应用[J]. 电子学报, 2007, 35(1): 108 – 111. (GAO Yu, ZHANG Jianqiu. Kalman filter with wavelet based unknown measurement noise estimation and its application for information fusion[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(1): 108 – 111.)
- [19] ZHOU D H, XI Y G, ZHANG Z J. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter[J]. *Chinese Journal of Automation*, 1992, 4(2): 145 – 152.
- [20] 周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器[J]. 自动化学报, 1991, 17(6): 689 – 695. (ZHOU Donghua, XI Yugeng, ZHANG Zhongjun. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1991, 17(6): 689 – 695.)
- [21] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 96 – 97. (ZHOU Donghua, YE Yinzong. *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000: 96 – 97)
- [22] 闫章更, 祁载康. 射表技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000. (YAN Zhanggeng, QI Zaikang. *Firing Table Technologies*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000.)
- [23] 陈杰, 邓方, 陈文颀. 基于间接数据的参数辨识及其在弹道模型中的应用[J]. 北京理工大学学报, 2007, 27(1): 118 – 122. (CHEN Jie, DENG Fang, CHEN Wenjie. Parameters identification from indirect data and its application in the identification of ballistic parameters[J]. *Transaction of Beijing Institute of Technology*, 2007, 27(1): 118 – 122.)

作者简介:

陈杰 (1965—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂系统优化与决策、智能控制、约束系统非线性控制, E-mail: chenjie@bit.edu.cn;

邓方 (1981—), 男, 博士, 教师, 主要研究方向为非线性系统的参数辨识与状态估计、故障诊断与容错控制, E-mail: dengfang@bit.edu.cn, 本文通讯作者;

陈文颀 (1974—), 男, 讲师, 主要研究方向为模式识别与图像处理技术;

马韬 (1984—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为自适应滤波.

(上接第737页)

- [20] ALIZADEH F, GOLDFARB. Second-order cone programming[J]. *Mathematical Programming*, 2003, 95(1): 3 – 51.
- [21] BEN-TAL A, NEMIROVSKI A. Robust solutions of uncertain quadratic and conic-quadratic programs[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2002, 13(2): 535 – 560.
- [22] DAVID G, LUENBERGER, YINYU YE. *Linear and Nonlinear Programming*[M]. Third edition. Berlin: Springer Verlag, 2008: 111 – 140.
- [23] SCHURR S P, OLEARY D P, TITS A L. A polynomial-time interior-point method for conic optimization, with inexact barrier evaluations[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2009, 20(1): 458 – 471.
- [24] ADDINGTON G A, MYATT J H. *Control-surface deflection effects on the innovative control effectors(ICE 101)design*: AFRL-VA-WP-TR-2000-3027[R]. Ohio, USA: Air Force Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, 2000.

作者简介:

马建军 (1980—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为容错飞行控制、控制分配, E-mail: mjjcll@yahoo.com.cn;

李文强 (1979—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为鲁棒飞行控制;

郑志强 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为精确制导与控制、多机器人控制;

胡德文 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 长期从事系统辨识、神经网络、图像信号处理和认知科学等方面的研究.