

文章编号: 1000-8152(2010)03-0335-09

## 复小波包变换域混合统计模型图像降噪算法

闫 河<sup>1</sup>, 何光敏<sup>2</sup>, 张小川<sup>1</sup>

(1. 重庆理工大学 计算机学院, 重庆 400054; 2. 重庆市天宝实验学校, 重庆 400050)

**摘要:** 该方法利用四树复小波包变换具有的移不变性、良好的方向选择性和对高频信号的细致分析能力等特点, 把含噪图像分解成低频逼近子图和若干高频方向子图; 在保留低频逼近子图复系数不变的同时, 利用复系数层间相关性的强弱把高频方向子图分为主要类和次要类。对主要类和次要类复系数分别进一步采用非高斯双变量模型和零均值高斯分布模型进行噪声抑制。实验结果表明, 无论是峰值信噪比(PSNR)指标, 还是在视觉效果上, 本文方法的去噪性能均好于传统的双树复小波变换去噪、四树复小波包变换去噪和小波域高斯尺度混合模型去噪, 在有效抑制噪声的同时, 具有很好的图像边缘和细节保护能力。

**关键词:** 图像去噪; 四树复小波包变换; 层间相关性; 非高斯双变量模型; 零均值高斯分布模型

中图分类号: TP391.4 文献标识码: A

## Image denoising algorithm using mixed statistical model in complex wavelet packet transform

YAN He<sup>1</sup>, HE Guang-min<sup>2</sup>, ZHANG Xiao-chuan<sup>1</sup>

(1. College of Computer Science, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China;  
2. Chongqing Tianbao Experimental School, Chongqing 400050, China)

**Abstract:** The noisy image is decomposed into low frequency approximate subimages and high frequency directional subimages by using the quad-tree complex wavelet packet transform(QCWPT) which has the advantages of shift-invariance, high directional resolution and fine discrimination of high frequency signals. The complex coefficients in low frequency approximate subimages are kept unchanged, while the high frequency directional subimages are categorized as major type and minor type according to their inter-scale correlation. Noises in both types are removed by using of the non-Gaussian bivariate model and the zero mean Gaussian distributing model, respectively. In comparing either the power signal-to-noise ratio(PSNR) index or the visual effects with other methods, the presented scheme outperforms the traditional dual-tree complex wavelet transform, QCWPT and wavelet domain Gaussian scale mixtures. Experiments also show that the presented scheme achieves an excellent balance between the suppression of noises and the preservation of image details and edge.

**Key words:** image denoising; quad-tree complex wavelet packet transform; inter-scale correlation; non-Gaussian bivariate mode; zero mean Gaussian distributing model

### 1 引言(Introduction)

Mallat离散小波变换(discrete wavelet transform, DWT)具有良好的时频局部化分析能力而广泛应用于信号分析, 但DWT缺乏移不变性, 造成去噪后重构图像存在严重模糊<sup>[1]</sup>, 且其基函数只有水平、垂直和对角3个方向选择, 这种各向同性的基函数不利于图像边缘方向信息的保护。针对DWT缺乏移不变性的缺陷, 文献[2]提出了冗余小波变换, 文献[3]提出了具有近似移不变性的双树复小波变换(dual-tree complex wavelet transform, DCWT)<sup>[3]</sup>。冗余小波变换

通过去掉DWT中的下抽样实现了平移不变性, 但在多尺度分解中并没有突破3个有限方向性的限制; DCWT通过合理设置两棵分解树中交替使用的奇偶滤波器的长度, 使一棵树滤波过程中产生的频谱混叠被对应的另一棵树滤波所抵消, 从而获得了对图像的近似移不变性多尺度分解<sup>[3]</sup>; 尽管DCWT的基函数具有6个方向的分析能力, 但它的方向子带数是固定有限的, 不能随尺度发生变化; 寻求图像多尺度多方向分解的动力促进了以Riggle<sup>[4]</sup>, Curvelet<sup>[5]</sup>, Contourlet<sup>[6]</sup>为代表的多尺度几何分析理论的蓬勃发

收稿日期: 2008-12-05; 收修改稿日期: 2009-11-05。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60443004); 重庆市科委自然科学基金资助项目(CSTC,2008BB2340); 重庆市教委科学技术研究项目(KJ080621); 重庆理工大学科研启动基金项目(2009ZD12)。

展, 它们具有对图像中线状奇异性多尺度、局域性和各向异性表达能力, 被认为是一种对图像边缘曲线的最佳逼近方式。特别是Contourlet变换利用方向滤波器获得 $2^j$ ( $j$ 为分解尺度)个方向分析能力<sup>[6]</sup>。但是Riglete变换、Curvelet变换和Contourlet变换均缺乏移不变性, 存在频谱混叠现象, 表现在去噪后图像存在明显的“嵌入污点”和“划痕”现象<sup>[7,8]</sup>。本文通过对比实验发现, 在同等噪声和简单阈值情况下, 基于缺乏移不变性的Curvelet和Contourlet变换的去噪实验均没有获得比基于DCWT去噪时更高的PSNR(见表1)。这表明, 忽略移不变性, 单方面追求滤波分解的多尺度、多方向性, 去噪性能并没有改善。2003年, Jalobeanu提出了四树复小波包变换(quad-tree complex wavelet packets transform, QCWPT)<sup>[9]</sup>, QCWPT在继承DCWT平移不变性、有限冗余、完全重构等特性的同时, 对信号的高频部分进行多尺度分解, 这有利于保留高频细节信息; 另一方面, 从第2层分解开始, 图像经QCWPT可获得26个方向子图<sup>[9]</sup>, 尽管方向数固定不变, 但大多数应用中, 图像的分解尺度均小于5, 在这种情况下, QCWPT比Contourlet变换等其他多尺度几何分析方法具有更好的方向分析能力。本文在文献[9]的基础上, 提出一种新的基于QCWPT混合统计模型图像噪声抑制方法。其基本思想如下: 含噪图像经多尺度QCWPT被分解成两个低频复数逼近子图和若干高频复数方向细节子图。在大尺度下, 可认为低频逼

近子图为信号复系数予以保留; 高频方向子图复系数依据层间相关性的强弱可分为主要类和次要类复系数。对主要类和次要类复系数分别进一步采用非高斯双变量模型和零均值高斯分布模型建模, 从而实现噪声抑制功能。

## 2 移不变四树复小波包变换(Shift-invariant quad-tree complex wavelet packets transform)

针对实小波变换缺乏平移不变性和有限方向性的缺陷, 文献[3]提出了具有6个方向分析能力的DCWT, 它通过合理设置两棵分解树中交替使用的奇偶滤波器的长度, 使一棵树滤波过程中产生的频谱混叠被对应的另一棵树滤波所抵消, 从而获得了对图像的近似移不变性多尺度分解。表1为DCWT软阈值去噪<sup>[3]</sup>、Curvelet硬阈值去噪<sup>[5]</sup>、Contourlet硬阈值去噪<sup>[6]</sup>和Contourlet-HMT<sup>[10]</sup>4种去噪方法对标准测试图像lena在不同级别高斯白色噪声下的实验结果。在各级别噪声实验中, DCWT软阈值去噪的PSNR值明显比其他去噪算法高。实验数据说明, 由于基于Curvelet和Contourlet变换的各种去噪方法缺乏移不变性, 即使它们基函数的方向选择性比DCWT好、甚至采用复杂的HMT模型也是徒劳, 而具有移不变性的DCWT仅采用偏差较大的软阈值方法就获得了最高的PSNR值。因此, 具有移不变性能的滤波算法在图像去噪领域具有广阔的应用前景。

表1 移不变与移变滤波算法去噪效果比较(PSNR)

Table 1 The PSNR of denoised images

	$\sigma$	噪声	DCWT软阈值去噪	Curvelet硬阈值去噪	Contourlet硬阈值去噪	Contourlet-HMT
lena	20	22.15	32.33	31.10	28.63	30.75
	30	18.73	30.58	29.36	26.73	29.26
	40	16.39	29.28	28.10	25.53	27.83
	50	14.65	28.30	27.15	24.52	26.16

QCWPT在继承DCWT平移不变性、有限冗余、完全重构等特性的同时, 对逼近信号和细节信号进行多尺度多方向分解, 从而有利于保留高频细节信息<sup>[9]</sup>。从第2层分解开始, 2-D QCWPT在频域内具有26个方向的分析能力<sup>[9]</sup>, 而实数小波和DCWT的方向分析能力分别是3和6。QCWPT不但继承了小波包对高频细节信号良好的时频局部化分析能力, 同时具有比DCWT更好的方向分析特性。可以认为在分解尺度小于5的情况下,

QCWPT比Contourlet变换具有更多的方向子图<sup>[9]</sup>, 从而有利于捕捉图像中的纹理信息。QCWPT的每一棵树类似于1维离散小波包变换本身无冗余, 但QCWPT的冗余度与DCWT相同, 为 $2^D$ ( $D$ 为信号的维数)<sup>[3]</sup>。1维离散小波包变换的计算复杂度为 $O(2^L)$ , 则QCWPT的计算复杂度为 $O(2^{L+2})$ ( $L$ 为分解尺度数)。虽然计算复杂度随分解尺度的增大而显著增大, 但在小尺度分解下, QCWPT的平移不变性和多方向选择性在图像去噪领域内具有明

显的优势.

### 3 复小波包变换域混合统计模型降噪(Image denoising using mixed statistical model in complex wavelet packet transform domain)

#### 3.1 基于尺度间相关性的系数分类(coefficient classification based on inter-scale correlation)

含噪图像经多尺度QCWPT被分解成两个低频复数逼近子图和若干高频复数方向细节子图. 在大尺度下, 可以认为低频逼近子图为信号复系数予以保留, 而只需对高频方向子图进行噪声抑制处理. 文献[11]利用信号和噪声在小波变换域具有不同的相关性, 较好地实现了信号和噪声的分离. 本文借鉴文献[11,12]的分类算法, 将高频方向子图复系数分成两类, 一类为主要系数, 系数的尺度间相关性较强, 包含了图像的大部分信息, 以及主要的边缘和纹理; 另一类则为次要系数, 主要由少部分细节和噪声组成. 分类算法如下:

1) 含噪图像进行 $L$ 尺度2D QCWPT变换, 得到复数逼近子图 $C_L$ 和一系列复数高频细节方向子图 $S_l^d$  ( $1 \leq l \leq L$ ), 其中 $S_L = S_{L,R} + jS_{L,I}$ , 这里 $S_{L,R}, S_{L,I}$ 分别代表 $S_L$ 的实部和虚部;

令 $d$ 方向位置点 $(i, j)$ 复数系数 $s_l^d(i, j)$ 的实部系数为 $s_{l,R}^d(i, j)$ 虚部系数为 $s_{l,I}^d(i, j)$ , 则实部系数与虚部系数的夹角为

$$\theta_l^d(i, j) = \arctan(s_{l,R}^d(i, j)/s_{l,I}^d(i, j)),$$

其合成系数为

$$y_l^d(i, j) = t[s_l^d(i, j)] \sqrt{[s_{l,R}^d(i, j)]^2 + [s_{l,I}^d(i, j)]^2}. \quad (1)$$

其中 $t$ 为本文定义的如下形式的符号函数:

$$t[s_l^d(i, j)] = \begin{cases} \operatorname{sgn}[s_{l,R}^d(i, j)], & s_{l,R}^d \neq 0, \\ \operatorname{sgn}[s_{l,I}^d(i, j)], & s_{l,R}^d = 0. \end{cases} \quad (2)$$

记 $s_l^d(i, j)$ 的实部和虚部符号分别为

$$\begin{cases} R_l^d(i, j) = \operatorname{sgn}[s_{l,R}^d(i, j)], \\ I_l^d(i, j) = \operatorname{sgn}[s_{l,I}^d(i, j)]. \end{cases} \quad (3)$$

上式中 $\operatorname{sgn}$ 为数学符号函数.

2) 尺度间系数相关量计算: 定义相关系数为相邻尺度同一空间位置上父系数与子系数的乘积, 即对于位置 $[i, j]$ , 其相关系数为 $\rho_L[m, i, j] =$

$\prod_{n=0}^{L-1} y_{m+n}[i, j]$ . 其中 $y_m[i, j]$ 表示第 $m$ 层的方向子图合成复系数,  $L$ 表示所考虑的相关性的尺度个数.

3) 归一化处理: 归一化的相关系数表示为

$$\rho'_L[m, i, j] = \rho_L[m, i, j] \sqrt{P_w(m)/P_\rho(m)}. \quad (4)$$

式中 $P_w(m)$ 和 $P_\rho(m)$ 分别表示为第 $m$ 层方向子图合成系数和相关系数的能量, 分别为

$$P_w(m) = \sum_{i,j} y_m[i, j]^2, P_\rho(m) = \sum_{i,j} \rho'_L[m, i, j]^2.$$

4) 分类判别: 对于位置 $[i, j]$ , 若 $|\rho'_L[m, i, j]| < k_1|y_m[i, j]|$ 且 $|y_m[i, j]| < k_2\sigma_l$ , 则令系数类别标志 $F[i, j] = 0$ , 表明该位置的合成系数为次要系数; 若 $|\rho'_L[m, i, j]| > k_1|y_m[i, j]|$ 或 $|y_m[i, j]| > k_2\sigma_l$ , 则 $F[i, j] = 1$ , 表示该位置的合成系数是主要系数.

其中,  $k_1$ 和 $k_2$ 是随尺度而改变的权值因子,  $\sigma_l$ 为 $[i, j]$ 所在第 $l$ 个方向子带内噪声的方差.  $\sigma_l$ 利用下式估计<sup>[13]</sup>:

$$\sigma_l = \frac{\operatorname{Median}(|y[i, j]|)}{0.6745}, y[i, j] \in \text{subbandl}. \quad (5)$$

在实际分类计算时还需注意以下问题:

1) 参数 $L, k_1$ 和 $k_2$ 的选取: 由于图像边缘轮廓等特征在不同尺度上的空间位置可能发生一定偏移, 相关性计算公式中的计算乘积的尺度个数 $L$ 一般选2或3. 经实验测试,  $L$ 为2效果较好. 相应权值因子 $k_1$ 和 $k_2$ 的范围为:  $k_1 \in [0.8, 1.2]$ ,  $k_2 \in [2, 3]$ .

2) 合成父子系数关系: 相关量计算中, 父系数所在子带与子系数所在子带的尺寸需要相同, 即父系数与子系数的数目相同. 如不同, 必须对粗尺度上的父系数进行扩展, 使相应子带大小保持一致. 由于2D QCWPT第1层分解采用DCWT结构, 实部和虚部各产生6个方向子图, 第2层及第2层之后QCWPT分解获26个方向<sup>[9]</sup>. 因此, 对于合成子系数为第1层时, 复合成系数采用6倍复制方式扩展; 对于合成子系数为第2层及第2层之后时, 对应合成父系数采用26倍复制方式扩展.

#### 3.2 主要类系数采用非高斯双变量模型降噪(Main class coefficient denoising using non-Gaussian bivariate model)

$F[i, j] = 1$ 的主要系数反映了相邻尺度间系数具有较强的相关性, 代表图像的大部分有用信息, 特别是图像的边缘和纹理等有用信息, 可以进一步利用非高斯双变量分布模型<sup>[14]</sup>对主要系数进行

建模;

设 $w_1$ 表示图像QCWPT的合成复系数,  $w_2$ 表示 $w_1$ 的父系数,  $y_1$ 表示含噪图像QCWPT的合成复系数,  $y_2$ 表示 $y_1$ 的父系数,  $n$ 表示噪声, 则有

$$\mathbf{y} = \mathbf{w} + \mathbf{n}. \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ ,  $\mathbf{w} = (w_1, w_2)$ ,  $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$ . 利用MAP对含噪图像系数 $\mathbf{y}$ 有如下估计:

$$\mathbf{w}(\mathbf{y}) = \arg \max_{\mathbf{w}} [p_{\mathbf{w}|\mathbf{y}}(\mathbf{w}|\mathbf{y})]. \quad (7)$$

利用Bayesian规则, 上式可写为

$$\mathbf{w}(\mathbf{y}) = \arg \max_{\mathbf{w}} [p_n(\mathbf{y} - \mathbf{w}) p_{\mathbf{w}}(\mathbf{w})]. \quad (8)$$

上式中 $p_{\mathbf{w}}(\mathbf{w})$ 是 $\mathbf{w}$ 的非高斯双变量分布概率密度, 可表示如下:

$$p_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}) = \frac{3}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp[-\sqrt{3}\sqrt{(\frac{w_1}{\sigma_1})^2 + (\frac{w_2}{\sigma_2})^2}]. \quad (9)$$

上式中 $\sigma_1$ 和 $\sigma_2$ 分别是图像QCWPT变换域合成父系数和子系数的方差. 由于噪声的尺度间相关性弱, 可认为相邻尺度子带的噪声服从独立统计的零均值高斯分布, 因此, 噪声的双变量分布为

$$p_{\mathbf{n}}(\mathbf{n}) = \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} \exp(-\frac{n_1^2 + n_2^2}{2\sigma_n^2}). \quad (10)$$

上式中,  $\sigma_n^2$ 为噪声方差, 可按照式(5)计算. 利用式(8)~(10),  $w_1$ 和 $w_2$ 的MAP估计可表示为

$$\hat{w}_1 = y_1/[1 + \sqrt{3}\sigma_n^2/(\sigma_1^2 r)], \quad (11)$$

$$\hat{w}_2 = y_2/[1 + \sqrt{3}\sigma_n^2/(\sigma_2^2 r)]. \quad (12)$$

上式中

$$r = \sqrt{(\frac{w_1}{\sigma_1})^2 + (\frac{w_2}{\sigma_2})^2}.$$

用 $\sigma_{y_1}$ 和 $\sigma_{y_2}$ 分别表示含噪图像QCWPT变换域父合成系数和子合成系数的方差. 因QCWPT具有平移不变性, 可视为线性变换, 参照式(6), 故有下式存在:

$$\sigma_{y_1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_n^2, \quad \sigma_{y_2}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_n^2.$$

$\sigma_{y_1}$ 和 $\sigma_{y_2}$ 可采用 $3 \times 3$ 或 $5 \times 5$ 的邻域局部窗 $N(k)$ 进行估计

$$\sigma_{y_1}^2 = \frac{1}{N} \sum_{y_{1i} \in N(k)} s_{1i}^2, \quad (13)$$

$$\sigma_{y_2}^2 = \frac{1}{N} \sum_{y_{2i} \in N(k)} s_{2i}^2, \quad (14)$$

则 $\sigma_1$ 和 $\sigma_2$ 可分别按照如下方式估计:

$$\hat{\sigma}_1 = \sqrt{\max(\sigma_{y_1}^2 - \sigma_n^2, 0)}, \quad (15)$$

$$\hat{\sigma}_2 = \sqrt{\max(\sigma_{y_2}^2 - \sigma_n^2, 0)}. \quad (16)$$

把式(15)(16)带入式(11)和式(12)可得到主要类合成系数的估计.

### 3.3 次要类系数采用零均值高斯模型降噪(Secondary class coefficient denoising using zero-mean-Gaussian model)

对于 $F[i, j] = 0$ 的次要系数, 大部分是噪声和微小细节的贡献. 若信号的先验概率分布为零均值高斯分布, 对次要类系数, 尺度间相关性小, 可考虑尺度内应用零均值高斯模型进行降噪<sup>[15]</sup>. 根据式(8), 可以通过下式进行估计:

$$\hat{w} = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_n^2} \cdot y. \quad (17)$$

上式中 $\sigma^2$ 为信号方差, 可通过下面二次估计的方法得到: 首先通过近似最大似然估计器获得初步估计值:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^2[i, j] &= \arg \max_{\sigma} \left[ \prod_{[k, l] \in N[i, j]} p(y[k, l] | \sigma^2) \right] = \\ &\max(0, \frac{1}{M} \sum_{[k, l] \in N[i, j]} y^2[k, l] - \sigma_n^2). \end{aligned} \quad (18)$$

上式中 $N(i, j)$ 是以 $y(i, j)$ 为中心的 $3 \times 3$ 或 $5 \times 5$ 的邻域窗,  $M$ 为邻域中系数的个数.  $\sigma_n^2$ 为噪声方差, 可以利用式(5)进行估计, 各方向子带内的噪声方差不一致, 需要分别计算. 得到信号方差的初步估计后, 再利用近似最大后验概率估计器进行二次估计, 信号方差的二次估计为

$$\begin{aligned} \sigma^2[i, j] &= \\ &\arg \max_{\sigma} \left( \prod_{[k, l] \in N[i, j]} p(y[k, l] | \sigma^2) \right) \cdot p(\sigma^2). \end{aligned} \quad (19)$$

上式中:  $p(\sigma^2) = \lambda \exp(-\lambda\sigma^2)$ 为要估计方差的先验模型,  $\lambda = 1/\bar{\sigma}^2$ , 所以信号方差的最终估计为

$$\begin{aligned} \sigma^2[i, j] &= \max(0, \frac{M}{4\lambda} [-1 + \\ &\sqrt{1 + \frac{8\lambda}{M^2} \sum_{[k, l] \in N[i, j]} y^2[k, l]}] - \\ &\sigma_n^2) \cdot p(\sigma^2). \end{aligned} \quad (20)$$

把上式带入式(17)中, 可得到次要合成系数的估计值。

### 3.4 复小波包变换域的混合统计模型降噪算法(Denoising algorithm using mixed statistical model in complex wavelet packet transform domain )

- 1) 含噪图像  $f$  经  $L$  尺度 2D QCWPT 变换, 得到两个复数逼近子图  $C_L$  和一系列复数高频细节方向子图  $S_l^d$  ( $1 \leq l \leq L$ ), 对方向子图的每一位置复系数按照式(3)求其合成复系数  $y_l^d(i, j)$ ;
- 2) 对求得的合成复系数按照 3.1 节所介绍的尺度间相关性分类方法分为主要类系数和次要类系数;
- 3) 分别对主要类合成系数按照非高斯双变量模型计算式(11)和(12); 对次要类合成系数按照局部零均值高斯模型计算式(17), 得到噪声抑制后信号的合成复系数  $w_l(i, j)$ ;
- 4) 对噪声抑制后信号的合成系数  $w_l(i, j)$ , 利用式(3)和式(1)的逆运算, 求得对应位置噪声抑制后的复系数  $s_l^d(i, j)$ ;
- 5) 利用方向子图噪声抑制后的复系数  $s_l^d(i, j)$  和原低频复数逼近子图  $C_L$ , 进行 2D QCWPT 逆变换得到噪声抑制后的图像  $g$ .

## 4 实验与结果分析(Experiment and result analysis)

为了验证本文去噪算法对不同类型噪声去噪

的有效性, 选择标准测试图像 lena( $512 \times 512$ ) 和 House( $256 \times 256$ ) 分别进行实验。测试图像分别叠加均方差为  $15, 25, 35, 45$  的高斯白噪声(localvar, L)、均方差为  $0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  的斑点噪声(speckle, S) 和噪声密度分别为  $2\%, 5\%, 10\%, 15\%$  的椒盐噪声(salt & pepper, SP), 并与小波域硬阈值(DWT)、小波域 BLS-GSM 去噪法(wavelet domain Bayesian least-squares–Gaussian scale mixtures, WGSM)<sup>[16]</sup>, DCWT 软阈值<sup>[3]</sup> 和 QCWPT 硬阈值法<sup>[9]</sup> 进行对比实验。各去噪算法均选取 4 层分解, 本文算法邻域窗选取  $3 \times 3$  大小。测试图像经 4 层 QCWPT 分解, 实部和虚部分别得到 2 个低频子图和 510 个高频子图, 按照 3.1 节的分类方法, 510 个高频合成系数被分为主要类系数和次要类系数, 其中主要类系数的个数为 68 个, 其余为次要类系数。图 1 为测试图 lena 在叠加均方差为 25 的高斯白噪声情况下进行 4 层 QCWPT 分解后的低频子图、部分主要系数和部分次要系数。无论是实部还是虚部, 主要类系数在噪声干扰下依然具有较明显的信号特征, 而次要类系数不具有这一特征。对主要类系数和次要类系数分别按照 3.2 节和 3.3 节点降噪算法进行噪声抑制, 图 2 为对应于图 1 降噪后的各方向子图。对比图 1 和图 2, 无论是主要类系数还是次要类系数, 噪声抑制后信号特征明显突出, 说明本文提出的主要类系数采用非高斯双变量模型降噪和次要类系数采用零均值高斯模型降噪是有效的。

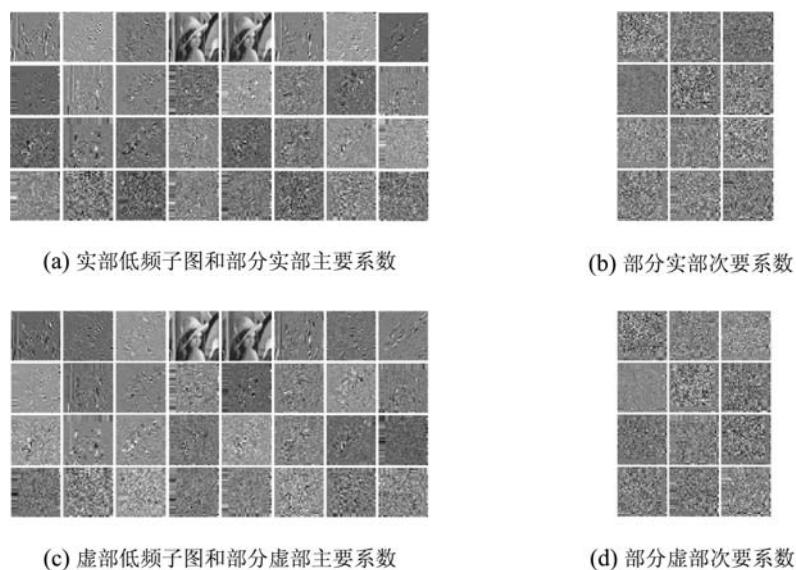


图 1 含噪图像经 4 层 QCWPT 分解后的低频子图和高频子图

Fig. 1 The low frequency subimages and some high frequency directional subimages of the noisy image via 4 layer QCWPT

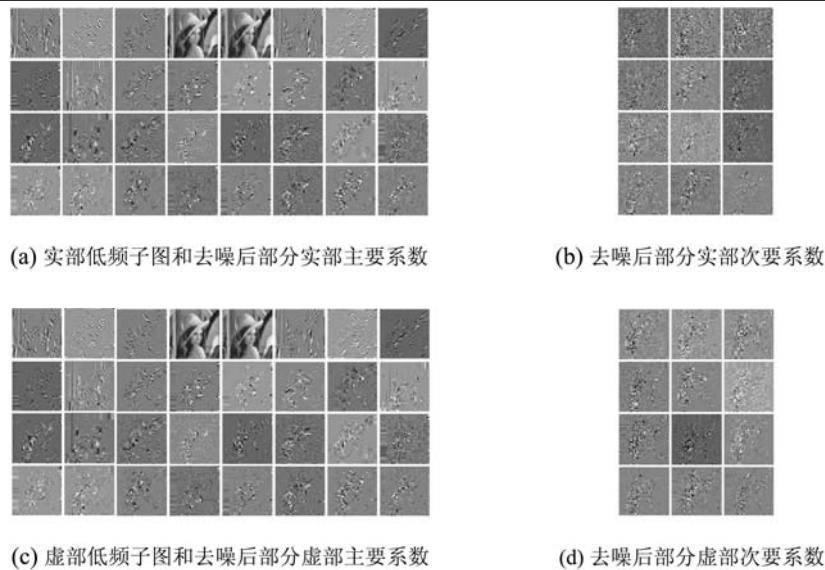


图2 对应于图1的低频子图和去噪后高频子图

Fig. 2 The low frequency subimages and the denoising high frequency directional subimages correspond to Fig.1

对于同一位置的主要类系数,无论是实部还是虚部,噪声抑制后细节信号特征较丰富且明显,表现出较强的层间相关性;而对于次要类系数而言,抑制后信号细节特征较少且强度较弱,表现出较弱的层间相关性。综合以上说明,对高频细节信号,本文依据层间系数相关性进行分类并对主要类和次要类系数采用不同的噪声抑制方法是行之有效的。

表2列出了本文算法与其他算法对3种类型噪声去噪后图像峰值信噪比(PSNR)的比较。由于斑点噪声属于乘性噪声,因此去噪前对测试图像需要进行对数变换,通过对数变换把乘性噪声转换为加性噪声,然后应用各种去噪算法进行去噪,最后在对去噪后图像做指数变换。图3为叠加均方差为25的高斯白噪声时各种方法对lena去噪后的局部效果图。

表2 不同算法去噪效果比较(PSNR)  
Table 2 The PSNR of denoised images with different algorithms

噪声类型	$\sigma/\%$	lena						house					
		含噪图像	DWT	WGSM	DCWT	QCWPT	本文算法	含噪图像	DWT	WGSM	DCWT	QCWPT	本文算法
L	15	24.66	29.62	32.78	33.59	34.20	34.82	24.67	29.73	32.63	33.03	33.86	34.37
	25	20.20	27.51	30.37	31.34	31.75	32.41	20.21	26.86	30.22	30.62	31.07	31.69
	35	17.29	26.32	28.91	29.89	30.33	30.72	17.32	25.01	28.42	29.09	29.62	30.19
	45	15.09	24.14	27.74	28.40	28.91	29.36	15.10	23.65	27.31	27.69	28.05	28.51
S	0.1	25.71	31.46	33.99	34.65	35.12	35.42	24.95	30.26	31.17	33.48	34.07	34.52
	0.2	19.80	27.75	30.47	31.42	31.93	32.04	18.99	26.49	29.36	30.17	30.74	31.11
	0.3	16.45	24.96	27.66	29.01	29.47	29.96	15.77	23.89	26.80	27.89	28.45	28.83
	0.4	14.16	22.01	24.63	26.70	28.11	28.62	13.68	21.02	24.06	25.50	26.03	26.37
SP	2	22.51	23.28	25.71	22.84	23.13	23.64	22.37	23.04	25.49	22.73	23.02	23.55
	5	18.52	19.42	20.65	20.03	20.54	20.37	18.46	19.25	20.25	19.85	20.43	20.75
	10	15.47	16.16	16.76	21.97	22.35	22.73	15.51	16.12	16.69	21.45	22.01	22.47
	15	13.75	14.26	14.61	23.46	23.78	23.97	13.73	14.18	14.48	23.12	23.33	23.78

从表2中可以看出,对于白色高斯噪声和斑点噪声,在各级噪声实验中,由于实小波缺乏移不变性和有限方向性,即使采用能很好刻画小波系数

边缘分布形状和局部邻域强相关性的高斯尺度混合模型,实小波域的各种去噪方法均不及复小波域采用偏差较大的软阈值去噪所获得PSNR值高。

从图3可观察到, 实小波硬阈值去噪视觉效果最差, WGSM去噪尽管获得了较高的PSNR值, 并且图像边缘保护较好, 但图像纹理信息模糊。实验数据和视觉效果再次说明, 即使采用复杂高效的统计模型去噪算法, 但受有限方向选择性和缺乏移不变性的限制, 实小波域的各种去噪方法均无法超过复小波域简单阈值法; 由于QCWP比DCWT获得更多的方向性, 并对高频细节信号进一步分解, 因而在各级去噪实验中, QCWP硬阈值法均获得了比DCWT软阈值法更高的PSNR值, 尤其对纹理信息丰富的lena图, QCWP硬阈值法去噪后PSNR值明显较大。表现在图3中图(f)的纹理信息比图(e)丰富、清晰。但由于图(e)采用软阈值去噪法, 故图像边缘存在“伪Gibbs”现象, 同样图(f)采用硬阈值法去噪, 其图像边缘存在轻微的“振荡”。相比DCWT软阈值法和QCWP硬阈值法, 本文去噪法在继承QCWP多方向性、移不变性和对高频细节信号彻底分解等优良性能的同时, 在变换域, 采用复系数层间相关性进行分类, 对主要系数进一步采用能很好刻画层间相关性的非高斯双变量进行建模, 对次要系数采用强局部零均值高斯模型建模, 从而实现更好的噪声抑制功能, 表现在本文方法去噪的图(g), 既克服了软阈值法去噪存在的“伪Gibbs”现象(图(e))和硬阈值法去噪存在的轻微的“振荡”, 同时使图像细节纹理更加丰富、清楚。

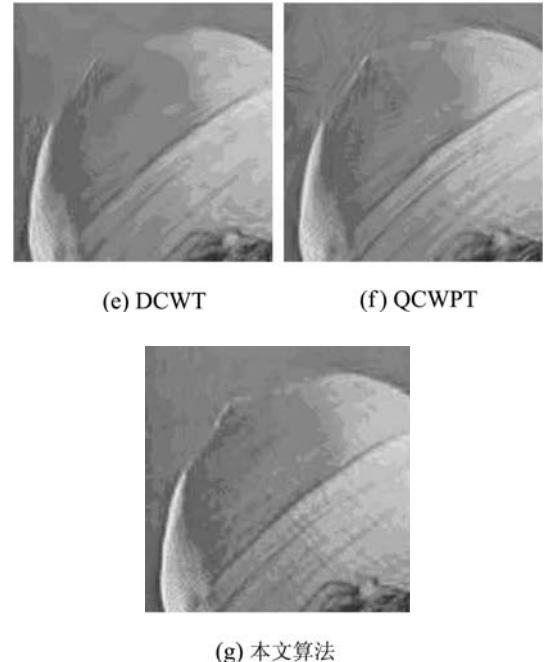
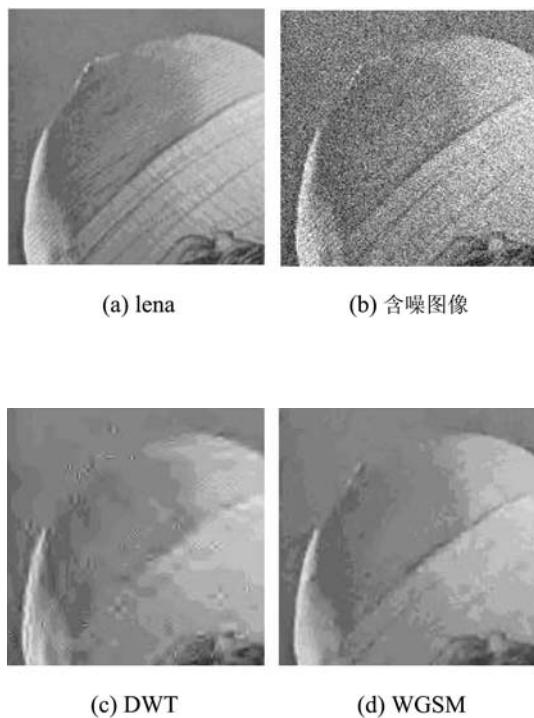


图3 不同算法对Lena的去噪结果(均方差为25的高斯白噪声)

Fig. 3 Denoised Lena image with different algorithms( $\text{localvar}+\sigma=25$ )

文献[17]对比分析了零均值高斯噪声和椒盐噪声的特点, 认为被高斯噪声污染的像素灰度值相对原始图像波动较小, 而被含椒盐噪声污染的像素灰度值相对原始图像波动较为剧烈, 在去噪过程中椒盐噪声的干扰要比零均值高斯噪声更为严重<sup>[17]</sup>。因此, 对于各级别椒盐噪声, 各种算法对两幅测试图像去噪后的PSNR值明显较低。同时, 椒盐噪声对复数小波去噪的干扰较大, 表现在表2中, 噪声密度小于5%时, DCWT, QCWP和本文算法的PSNR值相当或低于实数小波去噪, 但当噪声密度在5%和15%之间变化时, 3种复小波去噪的PSNR值随噪声密度的增大而增大, 当噪声密度超过18%后, PSNR值呈下降趋势。说明DCWT, QCWP和本文去噪算法适合噪声密度在5%和18%之间的椒盐噪声。图4为叠加15%椒盐噪声时各种去噪算法对House去噪后的局部效果图。从图4中可以看出, DWT和WGSM对椒盐噪声的去噪效果较差, 表现在图(c)和图(d)与原噪声图(b)视觉效果几乎没有改善, 同时表2中的PSNR值变化不明显。相反, DCWT, QCWP和本文算法去噪, 无论从去噪后的视觉效果, 还是PSNR值都有明显的改进。特别是本文去噪算法, 利用QCWP的移不变性和对高频信号的多方向分解特性, 再结合混合统计模型, 在变换域, 利

用复系数层间相关性进行分类,对主要系数进一步采用能很好刻画层间相关性的非高斯双变量进行建模,对次要系数采用强局部零均值高斯模型建模,从而实现更好的噪声抑制功能,因此,图4中本文去噪算法(图(g))去噪效果最佳,表2中本文去噪算法也获得了最高的PSNR值.

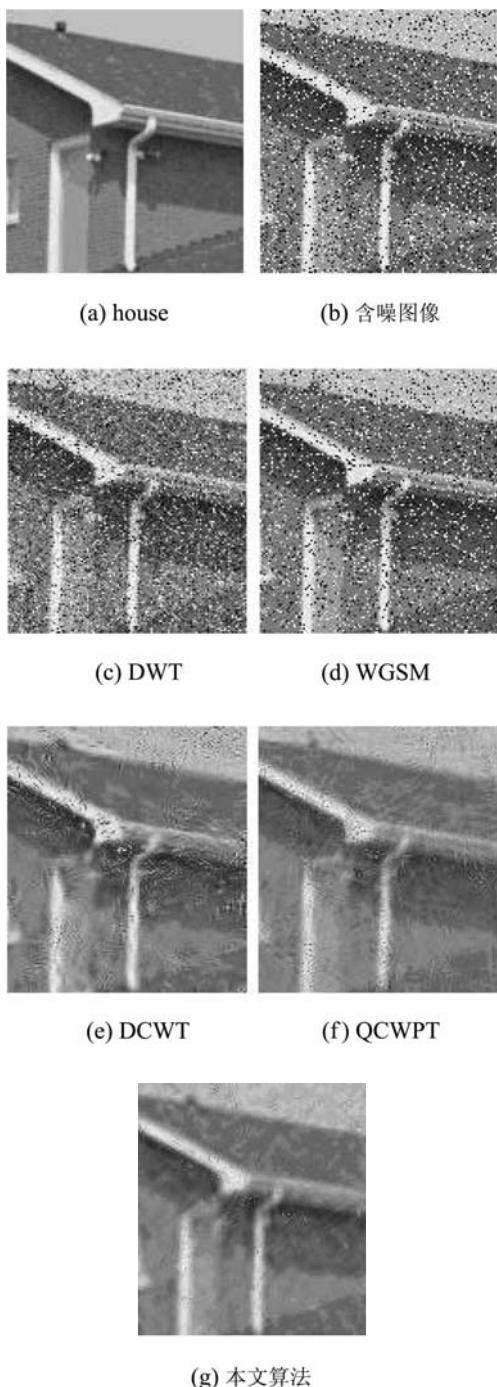


图4 不同算法对house的去噪结果(噪声密度为15%的椒盐噪声)

Fig. 4 Denoised House image with different algorithms(salt & pepper, 15%)

## 5 总结(Conclusion)

提出了一种基于四树复小波包变换的混合统计模型图像噪声抑制新方法.该方法利用四树复小波包变换具有的移不变性、良好的方向选择性和对高频信号的细致分析能力等特点,把含噪图像分解成低频逼近子图和若干高频方向子图;在大尺度下,可认为低频逼近子图为信号复系数予以保留,而只需对高频方向子图进行噪声抑制.首先利用复系数层间相关性的强弱把高频方向子图分为主要类和次要类.然后,进一步采用非高斯双变量模型和零均值高斯分布模型分别对主要类和次要类复系数进行建模,从而实现噪声抑制功能.实验结果表明,对于高斯白噪声、斑点噪声和噪声密度在5%和18%间的椒盐噪声,无论是PSNR指标,还是在视觉效果上,本文方法的去噪性能均好于双树复小波变换软阈值去噪、四树复小波包变换硬阈值去噪和小波域高斯尺度混合贝叶斯最小平方去噪,在有效抑制噪声的同时,具有很好的图像边缘和细节保护能力.

## 参考文献(References):

- [1] COIFMAN R, DONOHO D. Translation invariant denoising[M]//*Lecture Notes in Statistics: Wavelets and Statistics*. New York: Springer-Verlag, 1995: 125 – 150.
- [2] ANDREW P BRADLEY. Shift-invariance in the discrete wavelet transform[C] //SUN C, TALBOT H, OURSELIN S, et al. *VIIth Digital Image Computing: Techniques and Applications (DICTA'03)*. Brisbane, Australia: The University of Queensland, 2003: 29 – 38.
- [3] KINGSBURY N G. The dual-tree complex wavelet transform: a new technique for shift invariance and directional filters[C] //*Proceedings of the 8th IEEE Digital Signal Processing Workshop*. Bryce Canyon UT, USA: IEEE Signal Processing Society EDS, 1998: 86 – 89.
- [4] DO M N, VETTERLI M. The finite ridgelet transform for image representation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, 12(1): 16 – 28.
- [5] STACK J L, CANDES E J, DONOHO D L. The Curvelet transform for image denoising[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2002, 11(6): 670 – 684.
- [6] DO M N, VETTERLI M. The Contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(12): 2091 – 2106.
- [7] CANDES E J, DEMANET L, DONOHO D L, et al. Fast discrete Curvelet transforms[R]. *California: Applied and Computational Mathematics*, California Institute of Technology, 2005: 1 – 43.
- [8] NGUYEN T T, SOONTORN ORAINTARA. On the aliasing effect of the Contourlet filter banks[C] //GINI F, KURUOGLU E. *Proceedings of the 14th European Signal Processing Conference (EUSIPCO '06)*. Florence, Italy: The European Association for Signal Processing, 2006.
- [9] JALOBECANU A, BLANC-FERAUD L, ZERUBIA J. Satellite Image deblurring using complex wavelet packets[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2003, 51(3): 205 – 217.

- [10] POD D-Y, DO M N. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(6): 1610 – 1620.
- [11] 肖志云, 崔峰, 彭思龙. 基于阈值分类的小波域混合模型图像降噪[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(4): 19 – 22.  
(XIAO Zhiyun, CUI Feng, PENG Silong. Image Denoising based on threshold classified mixture modeling of wavelet-domain[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2005, 41(4): 19 – 22.)
- [12] 易翔, 王蔚然. 基于小波域统计混合模型的图像降噪方法[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(11): 1722 – 1725.  
(YI Xiang, WANG Weiran. Method of image denoising based on statistical mixture model in wavelet domain[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2005, 27(11): 1722 – 1725.)
- [13] CHANG S G, YU B, VETTERLI M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, 9(9): 1532 – 1546.
- [14] DENG C Z, CAO H Q, WANG S Q. Contourlet based image denoising using non-Gaussian bivariate model[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, 35(2): 234 – 237.
- [15] 汪雪林, 韩华, 彭思龙. 基于小波域局部高斯模型的图像复原[J]. 软件学报, 2004, 15(3): 443 – 449.
- (WANG Xuelin, HAN Hua, PENG Silong. Image restoration based on wavelet-domain local Gaussian model[J]. *Journal of Software*, 2004, 15(3): 443 – 449.)
- [16] PORTILLA J, STRELA V, EAINWRGHT M J, et al. Image denoising using Gaussian scale mixtures in the wavelet domain[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, 12(11): 1338 – 1351.
- [17] 王明佳, 张旭光, 韩广良, 等. 自适应权值滤波消除图像椒盐噪声的方法[J]. 光学精密工程, 2007, 15(5): 779 – 783.  
(WANG Mingjia, ZHANG Xuguang, HAN Guangliang, et al. Elimination of impulse noise by auto-adapted weight filter[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, 15(5): 779 – 783.)

### 作者简介:

闫河 (1972—), 男, 工学博士, 副教授, 目前研究方向有图像处理、人工智能等, E-mail: cqyanhe@163.com;

何光敏 (1973—), 女, 主要研究方向为数字多媒体技术, E-mail: 827049163@qq.com;

张小川 (1966—), 男, 硕士, 教授, 主要研究领域为人工智能、软件工程等, E-mail: zxc@cqu.edu.cn.

(上接第334页)

下一步的工作, 主要包括以下几个方面: 1) 理论分析. 利用有效的数学工具对算法的运行行为, 收敛性及计算复杂度进行分析; 2) 算法改进. 算法参数的自适应和利用其他进化算法的优势, 改进SMOA存在的不足; 3) 应用研究. 如何将SMOA应用于更多领域, 同时研究应用中存在的问题也是值得关注.

### 参考文献(References):

- [1] MACARTHUR R, WILSON E. *The Theory of Biogeography*[M]. New Jersey: Princeton University Press, 1967.
- [2] HANSK I, GILPIN M. *Metapopulation Biology*[M]. Burlington, MA: Academic Press, 1997.
- [3] DORIGO M, GAMBADELLA L, MIDDELDORF M. Guest editorial: special section on ant colony optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(4): 317 – 319.
- [4] 李盼池, 李士勇. 求解连续空间优化问题的量子蚁群算法[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(2): 237 – 241.  
(LI Panchi, LI Shiyong. Quantum ant colony algorithm for continuous space optimization[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(2): 237 – 241.)
- [5] MEZURA-MONTES E, COELLO C. A simple multimembered evolution strategy to solve constrained optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2005, 9(1): 1 – 17.
- [6] 李敏强, 寇纪淞, 林丹, 等. 遗传算法的基本理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- (LI Minqiang, KOU Jisong, LIN Dan, et al. *Genetic Algorithm Theory and Application*[M]. Beijing: Science Press, 2002.)
- [7] EBERHART R, SHI Y. Guest editorial: special issue on particle swarm optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2004, 8(3): 201 – 203.
- [8] 巩敦卫, 张勇, 张建化, 等. 新型粒子群优化算法[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(1): 111 – 114.  
(GONG Dunwei, ZHANG Yong, ZHANG Jianhua, et al. Novel particle swarm optimization algorithm[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(1): 111 – 114.)
- [9] 黄芳, 樊晓平. 基于岛屿群体模型的并行粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2006, 21(2): 175 – 179.  
(HUANG Fang, FAN Xiaoping. Parallel particle swarm optimization algorithm with island population model[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(2): 175 – 179.)
- [10] 毛用才, 胡奇英. 随机过程[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004.  
(MAO Yongcai, HU qiyi. *Stochastic Process*[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2004.)

### 作者简介:

马海平 (1981—), 男, 讲师, 目前研究方向为进化计算、智能信息处理和信息融合, E-mail: mhping1981@tom.com;

李寰 (1974—), 男, 副教授, 目前研究方向为计算机应用系统、智能优化算法和模式识别;

阮谢永 (1963—), 男, 教授, 目前研究方向为模式识别、计算智能及其应用、信息融合和智能控制理论.