文章编号: 1000−8152(2010)03−0358−05

中立型变时滞系统的鲁棒稳定性

钱　伟[1,2], 孙优贤[2]

(1. 河南理工大学 计算机科学与技术学院, 河南 焦作 454000; 2. 浙江大学 工业控制技术国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要: 考虑不确定中立型变时滞系统的鲁棒稳定性问题. 首先, 引入新的变量来代替系统的不确定性; 然后, 通过构造一般形式的Lyapunov-Krasovskii泛函、使用积分不等式并引入自由矩阵, 得到了基于线性矩阵不等式的系统稳定性判据. 该结论与中立型时滞, 离散时滞及其导数均相关, 具有较小的保守性. 最后, 通过仿真算例说明了所得到的结论在保守性上优于现存的结果以及中立型时滞, 离散时滞及其导数三者之间的关系.

关键词: 中立型系统; 变时滞; 鲁棒稳定性; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

New robust stability criterion for uncertain neutral systems with time-varying delay

QIAN Wei[1,2], SUN You-xian[2]

(1. Department of Computer Science and Technology, Henan Polytechnie University, Jiaozuo Henan 454000, China;
2. State Key Lab of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: The robust stability of neutral systems with time-varying discrete delay and norm-bounded uncertainties is studied. Firstly, a new variable is introduced to replace the uncertainties of the systems. Then, by constructing a new Lyapunov-Krasovskii functional, using integral inequality and introducing free weighting matrices, we derive a new asymptotic stability criterion in terms of the linear matrix inequality(LMI). The obtained criterion takes into account the neutral delay, discrete delay and the derivative of the discrete delay. This result is less conservative than some existing results. Finally, numerical examples demonstrate the improvements over existing results, and show the relationship among the neutral delay, discrete delay and the derivative of discrete delay.

Key words: neutral system; time-varying delay; robust stability; linear matrix inequality(LMI)

1　引言(Introduction)

时滞现象广泛存在于各种实际的控制系统中, 时滞的存在往往导致系统的控制效果不佳, 甚至于不稳定. 因此, 分析时滞现象对系统动力学行为的影响, 以及如何利用或消除这种影响具有理论和实际上的重要意义[1].

近年来, 中立型时滞系统的稳定性研究得到了广泛的关注, 研究的热点集中于采用不同的方法以得到保守性更小的稳定性判据. 对于中立型常时滞系统, 现有的系统的稳定性判据可以分为两类: 一类是与离散时滞相关, 而与中立型时滞无关的稳定性判据[2~5]; 另一类是与中立型时滞及离散时滞均相关的稳定性判据[6,7]. 由于离散时滞和中立型时滞不同的情况难以处理, 因此, 相关的研究主要集中于中立型时滞与离散时滞相同的情况[8~12]. 事实上, 在许多工业系统中, 滞后均为时变的, 因此研究中立型变时滞系统的稳定性更具有实际意义. 文献[13,14]采用模型转换方法, 文献[15,16]采用积分不等式方法, 文献[17,18]通过构造合适Lyapunov-Krasovskii泛函, 研究了这一问题, 得到了时滞相关的稳定性结论. 但是值得注意的是, 上述文献中的稳定性判据只与离散时滞以及离散时滞的导数相关, 而并不包含中立型时滞的相关信息, 因而具有一定的保守性. 在目前的研究成果中, 与中立型时滞, 离散时滞及其导数三者均相关的稳定性判据则比较少见[19,20].

本文进一步探讨中立型变时滞系统的鲁棒稳定性问题. 通过构造一般形式的Lyapunov-Krasovskii泛函, 使用积分不等式并引入自由矩阵, 得到了基于线性矩阵不等式的系统稳定性判据. 一方面由于在证明泛函的正定性时放松了对一些泛函参数的约束; 另一方面由于在构造泛函时充分考虑了中立型时滞的信息, 因此, 所得到的结论与中立型时滞, 离散时

收稿日期: 2009−01−02; 收修改稿日期: 2009−04−30.
基金项目: 国家“863”高技术研究发展计划资助项目(2007AA11Z216); 国家自然科学基金资助项目(50708094).

滞及其导数均相关, 具有较小的保守性. 最后, 通过仿真算例说明了所得到的结论在保守性上优于现存的一些结果以及中立型时滞, 离散时滞及其导数三者之间的关系.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑不确定中立型变时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) - C\dot{x}(t-\tau) = \\ (A+\Delta A(t))x(t) + (A_1+\Delta A_1(t))x(t-h(t)), \\ x(t) = \phi(t),\ t \in [-\gamma, 0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$为状态变量; A, A_1, C为适当维数矩阵, 且矩阵C的谱半径$\rho(C)$满足$\rho(C) < 1$; $h(t)$为时变时滞, 且满足

$$0 \leqslant h(t) \leqslant h,\ \dot{h}(t) \leqslant d. \tag{2}$$

其中: h, d为常数; $\phi(t)$为初始向量值函数, 且$\gamma = \max\{\tau, h\}$; $\Delta A, \Delta A_1$是具有适当维数的不确定时变函数, 且具有以下形式:

$$[\Delta A(t)\ \ \Delta A_1(t)] = DF(t)[E_1\ \ E_2]. \tag{3}$$

其中: D, E_1, E_2为适当维数的常数矩阵, $F(t)$为未知的时变矩阵, 且满足

$$F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant I.$$

对于系统(1), 令

$$q(t) = E_1x(t) + E_2x(t-h(t)), \tag{4}$$

则系统(1)可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) - C\dot{x}(t-\tau) = \\ Ax(t) + A_1x(t-h(t)) + Dp(t), \\ p(t) = F(t)q(t). \end{cases} \tag{5}$$

为了得到主要结论, 需要引入以下引理:

引理 1[21]　对于任意的实对称矩阵$M \in \mathbb{R}^{n\times n}$及常数$\gamma > 0$, 向量值函数$\omega : [-\gamma, 0] \to \mathbb{R}^n$, 使得下面的积分有定义, 则有下述的矩阵不等式成立:

$$-\gamma\int_{-\gamma}^{0}\dot{\omega}(t+s)^{\mathrm{T}}M\dot{\omega}(t+s)\mathrm{d}s \leqslant \begin{bmatrix} \omega(t-\gamma) \\ \omega(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} -M & M \\ M & -M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega(t-\gamma) \\ \omega(t) \end{bmatrix}.$$

3 主要结果(Main results)

本节基于泛函Lyapunov-Krasovskii方法, 给出了中立型不确定变时滞系统的稳定性判据, 然后在此基础上给出了一个推论.

首先, 令

$$\zeta^{\mathrm{T}}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t)\ \ x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\ \ \int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s].$$

考虑如下的Lyapunov-Krasovskii泛函:

$$V(x_t) = \sum_{i=1}^{6}V_i(x(t), t). \tag{6}$$

其中:

$$V_1(x_t) = \zeta^{\mathrm{T}}(t)\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & Q_1 \\ * & P_3 & Q_2 \\ * & * & Q_3 \end{bmatrix}\zeta(t), \tag{7}$$

$$V_2(x_t) = \int_{t-h(t)}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Wx(s)\mathrm{d}s, \tag{8}$$

$$V_3(x_t) = h\int_{t-h}^{t}\int_{s}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(u)Z_2\dot{x}(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}s, \tag{9}$$

$$V_4(x_t) = \int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)R_1x(s)\mathrm{d}s, \tag{10}$$

$$V_5(x_t) = \int_{t-\tau}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)R_2\dot{x}(s)\mathrm{d}s, \tag{11}$$

$$V_6(x_t) = \int_{t-\tau}^{t}\int_{s}^{t}\begin{bmatrix} x(u) \\ \dot{x}(u) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} Z_1 & U \\ * & Z_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(u) \\ \dot{x}(u) \end{bmatrix}\mathrm{d}u\mathrm{d}s. \tag{12}$$

由引理1可知

$$V_4(x_t) \geqslant (\int_{t-\tau}^{t}x(s)\mathrm{d}s)^{\mathrm{T}}R_1(\int_{t-\tau}^{t}x(s)\mathrm{d}s). \tag{13}$$

为了讨论问题方便, 这里设定一个参数集:

$$\begin{aligned} \varOmega = \{&P_1 = P_1^{\mathrm{T}}, P_3 = P_3^{\mathrm{T}}, W = W^{\mathrm{T}}, Z_1 = Z_1^{\mathrm{T}}, \\ &Z_2 = Z_2^{\mathrm{T}}, Z_3 = Z_3^{\mathrm{T}}, Q_3 = Q_3^{\mathrm{T}}, R_1 = R_1^{\mathrm{T}}, \\ &R_2 = R_2^{\mathrm{T}}, P_2, Q_1, Q_2, U \in \mathbb{R}^{\mathbf{n}\times\mathbf{n}}\}. \end{aligned}$$

结合式(7)~(12)可知, 若下列不等式成立:

$$W > 0,\ R_1 > 0,\ R_2 > 0,\ Z_2 > 0, \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 & U \\ * & Z_3 \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & Q_1 \\ * & P_3 & Q_2 \\ * & * & Q_3+\tau^{-1}R_1 \end{bmatrix} > 0, \tag{15}$$

则Lyapunov-Krasovskii泛函(6)为正定的.

定理 1　给定标量$\tau > 0$, $h > 0$, d, 对于任意满足式(2)的时变时滞$h(t)$, 中立型变时滞系统是鲁棒渐近稳定的, 如果$\| C \| < 1$, 并且存在参数集$\varOmega$满足式(14)(15), 正常数$\lambda > 0$和任意矩阵$M, S_i(i = 1, \cdots, 6)$, 使得下列矩阵不等式成立:

$$\varPi = \begin{bmatrix} \varPi_{11} & \varPi_{12} & \varPi_{13} & P_1C + P_2 + S_4^{\mathrm{T}} & \varPi_{15} \\ * & \varPi_{22} & \varPi_{23} & P_2^{\mathrm{T}}C + P_3 - S_4^{\mathrm{T}} & -S_5^{\mathrm{T}} \\ * & * & \varPi_{33} & 0 & A_1^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -R_2 & C^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & * & \varPi_{55} \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_1D+S_6^{\mathrm T} & \tau Q_3 & -\tau S_1 \\ P_2^TD-S_6^{\mathrm T} & -\tau Q_3 & -\tau S_2 \\ 0 & 0 & -\tau S_3 \\ 0 & \tau Q_2 & -\tau S_4 \\ MD & \tau Q_1 & -\tau S_5 \\ -\lambda I & 0 & -\tau S_6 \\ * & -\tau Z_1 & -\tau U \\ * & * & -\tau Z_3 \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

这里:

$$\begin{aligned} \Pi_{11} &= P_1A+A^{\mathrm T}P_1+W+R_1+\tau Z_1-Z_2+ \\ &\quad Q_1+Q_1^{\mathrm T}+S_1+S_1^{\mathrm T}+\lambda E_1^{\mathrm T}E_1, \\ \Pi_{12} &= A^{\mathrm T}P_2-Q_1+Q_2^{\mathrm T}+S_2^{\mathrm T}-S_1, \\ \Pi_{13} &= P_1A_1+Z_2+S_3^{\mathrm T}+\lambda E_1^{\mathrm T}E_2, \\ \Pi_{15} &= A^{\mathrm T}M^{\mathrm T}+\tau U+S_5^{\mathrm T}, \\ \Pi_{22} &= -R_1-Q_2-Q_2^{\mathrm T}-S_2-S_2^{\mathrm T}, \\ \Pi_{23} &= P_2^{\mathrm T}A_1-S_3^{\mathrm T}, \\ \Pi_{33} &= (d-1)W-Z_2+\lambda E_2^{\mathrm T}E_2, \\ \Pi_{55} &= R_2+h^2Z_2+\tau Z_3-M-M^{\mathrm T}. \end{aligned}$$

证 选择Lyapunov-Krasovskii泛函(6), $V_i(\xi_t)$沿系统解轨线的导数分别为

$$\dot V_1(x_t)=2\zeta(t)^{\mathrm T}\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & Q_1 \\ * & P_3 & Q_2 \\ * & * & Q_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot x(t) \\ \dot x(t-\tau) \\ x(t)-x(t-\tau)\end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\dot V_2(x_t)\leqslant x^{\mathrm T}(t)Wx(t)-(1-d)x^{\mathrm T}(t-h(t))Wx(t-h(t)), \quad (18)$$

$$\begin{aligned}&\dot V_3(x_t)= \\ &h^2\dot x^{\mathrm T}(t)Z_2\dot x(t)-h\int_{t-h}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_2\dot x(s)\mathrm ds\leqslant \\ &h^2\dot x^{\mathrm T}(t)Z_2\dot x(t)+ \\ &\begin{bmatrix}x(t)\\ x(t-h(t))\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}-Z_2 & Z_2\\ * & -Z_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ x(t-h(t))\end{bmatrix}, \quad (19)\end{aligned}$$

$$\dot V_4(x_t)=x^{\mathrm T}(t)R_1x(t)-x^{\mathrm T}(t-\tau)R_1x(t-\tau), \quad (20)$$

$$\dot V_5(x_t)=\dot x^{\mathrm T}(t)R_2\dot x(t)-\dot x^{\mathrm T}(t-\tau)R_2\dot x(t-\tau), \quad (21)$$

$$\dot V_6(x_t)=\tau\begin{bmatrix}x(t)\\ \dot x(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}Z_1 & U\\ * & Z_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ \dot x(t)\end{bmatrix}- \int_{t-\tau}^{t}\begin{bmatrix}x(s)\\ \dot x(s)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}Z_1 & U\\ * & Z_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(s)\\ \dot x(s)\end{bmatrix}\mathrm ds. \quad (22)$$

由式(3)(4)可知, 存在一个正常数λ, 使得下式成立:

$$\lambda(E_1x(t)+E_2x(t-h(t)))^{\mathrm T}\times(E_1x(t)+E_2x(t-h(t)))-\lambda p^{\mathrm T}(t)p(t)\geqslant 0. \quad (23)$$

由Leibniz-Newton公式可知, 对于适当维数的矩阵M,S有

$$2\dot x^{\mathrm T}(t)M[Ax(t)+A_1x(t-h(t))+Dp(t)-\dot x(t)+C\dot x(t-\tau)]=0, \quad (24)$$

$$2\xi^{\mathrm T}(t)S[x(t)-x(t-\tau)-\int_{t-\tau}^{t}\dot x(s)\mathrm ds]=0. \quad (25)$$

其中:

$$S^{\mathrm T}=[S_1^{\mathrm T}\ S_2^{\mathrm T}\ S_3^{\mathrm T}\ S_4^{\mathrm T}\ S_5^{\mathrm T}\ S_6^{\mathrm T}],$$

$$\xi^{\mathrm T}(t)=[x^{\mathrm T}(t)\ x^{\mathrm T}(t-\tau)\ x^{\mathrm T}(t-h(t))\ \dot x^{\mathrm T}(t-\tau)\ \dot x^{\mathrm T}(t)\ p^{\mathrm T}(t)].$$

综合以上分析, 可得到

$$\dot V(x_t)=\sum_{i=1}^{6}\dot V_i(x(t),t)\leqslant \frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t}\eta^{\mathrm T}(t,s)\Pi\eta(t,s)\mathrm ds.$$

其中

$$\eta^{\mathrm T}(t,s)=[\xi^{\mathrm T}(t)\ x^{\mathrm T}(s)\ \dot x^{\mathrm T}(s)].$$

可以看出, 如果$\Pi<0$, 则有$\dot V(x_t)<0$. 即不确定中立型变时滞系统(1)为渐近稳定的. 证毕.

注 1 令定理1中的$P_2=P_1C$, $P_3=-C^{\mathrm T}P_1C$, $Q_1=0$, $Q_2=0$, $Q_3=0$, $Z_1=0$, $Z_3=0$, $U=0$, 即可得到文献[18]的稳定性判据. 从而在理论上说明了本文的判据在保守性上优于文献[18]中的结论.

注 2 由于引入了变量$p(t), q(t)$将系统(5)的不确定性作为一个整体进行考虑, 因此, 当系统的不确定性为文献[11,13,15,16]中的非线性形式时, 只需要代换定理1中的$Dp(t)$, 经过简单的整理, 即可得到相应的稳定性结论.

注 3 当$h(t)=h\neq\tau$时, 令定理1中的$d=0$, 即可得到中立型常时滞系统与中立型时滞及离散时滞均相关的稳定性判据. 当$h(t)=h=\tau$时, 令Lyapunov-Krasovskii泛函中的$W=0$, $Q_1=0$, $Q_2=0$, $Q_3=0$, $Z_1=0$, $Z_3=0$, $U=0$, 按照定理1中的证明方法, 可得到如下的推论.

推论 1 当$h(t)=h=\tau$时, 对于给定的标量$h>0$, 中立型时滞系统是鲁棒渐近稳定的, 如果$||C||<1$, 并且存在矩阵$\begin{bmatrix}P_1 & P_2\\ * & P_3\end{bmatrix}>0$, $R_1>0$, $R_2>0$, $Z>0$, 正常数λ 和任意矩阵M, 使得下列矩阵不等式方程成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} & P_1C+P_2 & A^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} & P_1D \\ * & \Xi_{22} & P_2^{\mathrm{T}}C+P_3 & A_1^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} & P_2^{\mathrm{T}}D \\ * & * & -R_2 & C^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & \Xi_{44} & MD \\ * & * & * & * & -\lambda I \end{bmatrix} < 0,$$

这里:

$$\Xi_{11} = P_1A + A^{\mathrm{T}}P_1 + R_1 - Z_1 + \lambda E_1^{\mathrm{T}}E_1,$$
$$\Xi_{12} = A^{\mathrm{T}}P_2 + P_1A_1 + Z + \lambda E_1^{\mathrm{T}}E_2,$$
$$\Xi_{22} = A_1^{\mathrm{T}}P_2 + P_2^{\mathrm{T}}A_1 - R_1 - Z + \lambda E_2^{\mathrm{T}}E_2,$$
$$\Xi_{44} = R_2 + h^2Z - M - M^{\mathrm{T}}.$$

4 仿真算例(Simulations)

例 1 考虑如下的中立型时滞系统:

$$\dot{x}(t) - \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0.2 & -0.1 \end{bmatrix} \dot{x}(t-h) = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.2 \\ 0.1 & -0.9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1.1 & -0.2 \\ -0.1 & -1.1 \end{bmatrix} x(t-h).$$

表 1 不同方法求得的最大时滞值

Table 1 Allowable time delay for different methods

方法	文献[5]	文献[6]	文献[19]	文献[20]
h	1.3718	1.6527	1.7191	1.7191
方法	文献[14]	文献[18]	文献[12]	推论1
h	1.7191	1.7856	1.7858	1.7891

令$\Delta A = \Delta A_1 = 0$, 利用推论1, 可求得该系统最大的时滞值为$h = 1.7891$. 表1给出了利用其他方法所求得的最大时滞值, 容易看出与文献[5,6,12,14,18,20]相比, 推论1的保守性较小.

表 2 不同 τ 值时所求得的最大时滞值

Table 2 The maximal time delay for different τ

τ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
文献[20]	1.7728	1.7641	1.7552	1.7464	1.7378
定理1	1.7536	1.7514	1.7486	1.7451	1.7409
τ	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
文献[20]	1.7296	1.7221	1.7156	1.7110	1.7086
定理1	1.7360	1.7301	1.7233	1.7154	1.7097
τ	1.1	1.2	1.3	1.4	10000
文献[20]	1.7078	1.7076	1.7076	1.7076	1.7076
定理1	1.7089	1.7088	1.7087	1.7086	1.7083

当$d = 0.01$时, 对应于不同的τ, 令$\Delta A = \Delta A_1 = 0$, 表2列出了利用文献[20]中的稳定性判据及本文的定理1所求得的时滞的上界值. 可以看出, 中立型时滞τ与离散时滞h成反比关系; 在$\tau \geqslant 0.5$时, 本文的结论保守性较小; 还可以看出, 定理1中的稳定性判据对时滞τ更敏感. 另一方面, 与文献[20]相比, 定理1包含更少的变量. 当$x(t) \in \mathbb{R}^n$时, 定理1中需要确定的变量数为$(31n^2 + 9n)/2$, 而文献[20]中需要确定的变量数为$(59n^2 + 11n)/2$. 因此, 从数学计算和实际角度来看, 本文的稳定性判据好于文献[20]中的结论.

例 2 考虑下面的不确定中立型变时滞系统:

$$\dot{x}(t) - C\dot{x}(t-h) =$$
$$(A + \Delta A)x(t) + (A_1 + \Delta A_1)x(t-h).$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix},$$
$$0 \leqslant c < 1,\ D = I,\ E_1 = E_2 = 0.2I.$$

表3列出了当c从0到0.4变化时, 利用推论1和文献[6,12,20]中的方法所得到的最大时滞值, 可以看出本文的鲁棒稳定性判据具有更小的保守性.

表 3 不同 c 值时所求得的最大时滞值

Table 3 The maximal time delay for different c

c	0	0.1	0.2	0.3	0.4
文献[6]	2.39	1.75	1.27	0.91	0.63
文献[20]	2.39	1.89	1.48	1.15	0.87
文献[12]	2.39	2.06	1.76	1.48	1.22
本文方法	2.43	2.25	2.04	1.91	1.50

例 3 考虑不确定中立型变时滞系统(1), 其中:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},$$
$$C = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},\ \Delta A = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix},$$
$$|\delta_1| \leqslant 1.6,\ |\delta_2| \leqslant 0.05,$$
$$\Delta A_1 = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{bmatrix},\ |\gamma_1| \leqslant 0.1,\ |\gamma_2| \leqslant 0.3.$$

当$h(t) \leqslant h$, $h = \tau$时, 表4列出了在$c = 0.1$时, 利用不同的方法所得到的最大时滞值. 可以看出, 最大时滞值与时滞导数d成反比关系; 当$d > 1$时, 文献[13]的方法不适用于该情况. 另外, 利用文献[22]中的结论, 可得到略小于本文结果的时滞上界, 然而, 文献[22]中的结论与中立型时滞无关, 且包含了更多的变量数. 因此, 与上述文献相比, 定理1具有更小的保守性.

表 4 不同d值时所求得的最大时滞值

Table 4 The maximal time delay for different d

d	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
文献[13]	0.80	0.73	0.65	0.57	0.49	0.41
文献[18]	0.87	0.85	0.82	0.79	0.76	0.73
本文方法	0.95	0.92	0.89	0.86	0.83	0.79
d	0.6	0.7	0.8	0.9	$d > 1$	
文献[13]	0.33	0.24	0.16	0.07	—	
文献[18]	0.69	0.66	0.62	0.58	0.55	
本文方法	0.75	0.71	0.66	0.61	0.56	

5 结论(Conclusion)

本文考虑了中立型变时滞系统的鲁棒稳定性问题. 通过引入新的变量来代替系统的不确定性, 构造一般形式的Lyapunov-Krasovskii泛函, 并引入自由矩阵, 得到了基于线性矩阵不等式的系统的鲁棒稳定性判据. 该结论与中立型时滞, 离散时滞及其导数均相关, 具有较小的保守性. 最后, 通过仿真算例说明了所得到的结论具有较小的保守性以及中立型时滞, 离散时滞及其导数三者之间的关系. 由于本文的Lyapunov-Krasovskii泛函中仅包含了离散变时滞及其上界的部分信息并且在推导过程中使用了积分不等式, 这些都将不可避免地导致一定的保守性. 今后的研究应考虑进一步克服这些缺点.

参考文献(References):

[1] GU K, KHARITONOV V L, CHEN J. *Stability of Time-Delay Systems*[M]. Boston: Birkhauser, 2003.

[2] NICULESCU S I. On delay-dependent stability under model transformations of some neutral linear systems[J]. *International Journal of Control*, 2001, 74(6): 609 – 617.

[3] IVANESCU D, NICULESCU S I, DUGARD L, et al. On delay-dependent stability stability for linear neutral systems[J]. *Automatica*, 2003, 39(2): 255 – 261.

[4] WU M, HE Y, SHE J H. New delay-dependent criteria and stabilizing method for neutral systems[J]. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2004, 46(12): 2266 – 2271.

[5] PARK J H, KWON O. On new stability criterion for delay-differential systems of neutral type[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 162(2): 627 – 637.

[6] HE Y, WU M, SHE J H, et al. Delay-dependent robust stability criteria for uncertain neutral systems with mixed delays[J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 51(1): 57 – 65.

[7] HAN Q L. On stability of linear systems with mixed time delays: A discretized Lyapunov approach[J]. *Automatica*, 2005, 41(7): 1209 – 1218.

[8] CHEN J D, LIEN C H, FAN K K, et al. Criteria for asymptotic stability of a class of neutral systems via a LMI approach[J]. *IEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 2001, 148(6): 442 – 447.

[9] FRIDMAN E. New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems[J]. *Systems & Control Letters*, 2001, 43(4): 309 – 319.

[10] HAN Q L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type[J]. *Automatica*, 2002, 38(4): 719 – 723.

[11] LIEN C H. New stability criterion for a class of uncertain nonlinear neutral time-delay systems[J]. *International Journal of Systems Science*, 2001, 32(1): 20 – 27.

[12] CHEN D Y, JIN C Y. Delay-dpendent stability criteria for a class of uncertain neutral systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(8): 989 – 992.

[13] HAN Q L. On robust stability of neutral systems with time-varying discrete delay and norm-bounded uncertainty[J]. *Automatica*, 2004, 40(6): 1087 – 1092.

[14] KWON O, PARK J H, LEE S M. On stability criteria for uncertain delay-differential systems of neutral type with time-varying delays[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 197(1): 864 – 873.

[15] ZHANG W A, YU L. Delay-dpendent robust stability of neutral systems with mixed delay and nonlinear perturbations[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(8): 863 – 866.

[16] ZHANG W A, YU L. Delay-dpendent guaranteed cost control for uncertain neutral systems with nonlinear perturbations [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2007, 1(3): 675 – 681.

[17] HAN Q L, YU L. Robust stability of linear neutral systems with nonlinear parameter pertubations[J]. *IEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 2004, 151(5): 539 – 546.

[18] ZHAO Z, WANG W, YANG B. Delay and its time-derivative dependent robust stability of neutral control system[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 187(2): 1326 – 1332.

[19] LIEN C H. Delay-dependent stability criteria for uncertain neutral systems with multiple time-varying delays via LMI approach[J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2005, 152(6): 707 – 714.

[20] LIU X G, WU M, MARTIN R, et al. Stability analysis for neutral systems with mixed delays[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2007, 202(2): 478 – 497.

[21] GU K. A further refinement of discretized Lyapunov functional method for the stability of time-delay systems[J]. *International Journal of Control*, 2001, 74(10): 967 – 976.

[22] PARKAKCI M N A. Delay-dependent robust stability criteria for uncertain neutral systems with mixed time-varying discrete and neutral delays[J]. *Asian Journal of Control*, 2007, 9(4): 411 – 421.

作者简介:

钱 伟 (1978—), 男, 博士研究生, 主要从事时滞系统和随机系统稳定性方面的研究, E-mail: way.qian@yahoo.com.cn;

孙优贤 (1940—), 男, 中国工程院院士, 主要从事过程控制理论及应用、鲁棒控制理论及应用、造纸过程的模型化等方面的研究.