第 27 卷第 5 期
2010 年 5 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 27 No. 5
May 2010

文章编号: 1000−8152(2010)05−0570−05

一种有效的解无约束全局优化的进化算法

王 巍[1], 赵文红[1,2], 王宇平[3]

(1. 通信系统信息控制技术国家级重点实验室, 浙江 嘉兴 314033; 2. 中国电子科技集团公司第36研究所, 浙江 嘉兴 314033;

3. 西安电子科技大学 计算机学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 为了解决进化算法在求解全局优化时易陷入局部最优和收敛速度慢的问题, 设计了一个杂交算子, 利用种群中最好点与其他点间的关系确定搜索方向, 从而快速地找到实值函数的下降方向, 一旦算法找到优于种群中最好点的点, 利用所构造的两条直线交点的投影对其进行进一步优化, 使函数值更迅速地下降. 提出了适合杂交算子的初始种群生成方法. 设计了一个既能提高收敛速度又能摆脱局部最优的变异算子以增强算法的效果. 在此基础上, 提出了一个求解全局优化问题的高效进化算法, 并从理论上证明了全局收敛性, 从数值上验证了有效性.

关键词: 全局优化; 进化算法; 全局收敛性

中图分类号: TP18 **文献标识码**: A

Efficient evolutionary algorithm for unconstraint global optimization

WANG Wei[1], ZHAO Wen-hong[1,2], WANG Yu-ping[3]

(1. National Laboratory of Information Control Technology for Communication System, Jiaxing Zhejiang 314033, China;
2. No.36 Research Institute of China Electronic Technology Group Corporation, Jiaxing Zhejiang 314033, China;
3. School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: In solving global optimization problems, evolutionary algorithms converge slowly and tend to be trapped in local optimal solutions. A crossover operator is designed which searches the descent-directions based on the relationship between the best individual and the others in the population. Once it finds an individual better than the best one in the population, the objective function is further optimized by using the projection of the intersection of two constructed lines, so that the function can decrease faster. A method is presented to generate the initial population for the crossover operator. To improve the performance of the algorithm, a mutation operator which increases the convergence rate and avoids to be trapped in the local optima is given. Based on all these, an evolutionary algorithm for global optimization is proposed and its global convergence is proved. Numerical results show the efficiency of the proposed algorithm for all test functions.

Key words: global optimization; evolutionary algorithm; global convergence

1 引言(Introduction)

全局最优化问题就是寻找一个实值函数的全局极小值问题, 这类问题可以表示为下式, 其中$\Omega < R$是一个紧集.

$$\min_{X\in\Omega} f(X). \tag{1}$$

无约束优化计算方法是数值计算领域中十分活跃的研究课题之一, 其广泛应用于机械、电子和经济管理等各种行业. 在目前众多的解优化问题的优化算法[1~7]中, 进化算法作为一种随机搜索方法, 因其独有的优势备受关注. 尽管进化算法有着很多不可多得的优点, 但当问题的维数比较高的时候, 其计算速度下降、易陷入局部最优的缺点就会越来越明显. 针对这些问题, 虽然已有很多算法[3,5~7]对它进行了改进, 但这些算法仍然不能满足应用需求. 为了使进化算法避免早熟收敛, 本文提出了一个新的求解无约束全局优化的进化算法. 基于种群中最好点和其他点之间的不同关系采取相应策略进行局部搜索, 一旦找到优于种群中最好点的个体, 利用直线交叉投影策略寻找更优的点, 从而大大提高算法的收敛速度. 同时提出了一个新的变异算子, 既提高了算法的速度, 也在很大程度上避免了算法陷入局部最优. 在此基础上提出了一种新的进化算法, 并给出了收敛性证明和性能测试.

收稿日期: 2009−01−08; 收修改稿日期: 2009−06−14.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60374063, 60672026); 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目.

2 新的无约束全局优化进化算法(Novel evolutionary algorithm for unconstraint global optimization)

2.1 初始种群(Initial population)

设搜索空间为$[L,U]=\{x_1,x_2,\cdots,x_N\}^{\rm T}$, $l_i\leqslant x_i\leqslant u_i$, 令集合$a_i=\{1,\cdots,\lceil(\text{pop})^{\frac{1}{N}}\rceil\}$, $X_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{iN})^{\rm T}$为优化问题的一可行解, 其中$N$为问题的维数.

初始种群生成算法:

Step 1 产生一个$[0,1]^N$上服从均匀分布的随机向量ra. 令$k=1$.

Step 2 计算$X=L+(U-L)\times k/\lceil\text{pop}/m\rceil+(U-L)\cdot ra/\lceil\text{pop}/m\rceil$, 令$k=k+1$.

Step 3 若$k\leqslant\lceil\text{pop}/m\rceil$, 转Step2. 否则, 停.

其中$m<1$为一给定实数, N为问题维数.

该算法将搜索空间$[L,U]$分割成约为若干个子空间, 在其中部分子空间上产生初始种群.

2.2 杂交算子(Crossover operator)

构造水平直线$Ls: y=f(Z)-\delta|f(Z)|$, 在数值实验中Z为刚找到的优于种群中最优点$\widetilde{X}$的最好点, $\delta=\pm1/10000$.

设搜索空间为$[L,U]=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}^{\rm T}$, $l_i\leqslant x_i\leqslant u_i$, $1\leqslant i\leqslant n$, $L=(l_1,\cdots,l_i,\cdots,l_n)^{\rm T}$, $U=(u_1,\cdots,u_i,\cdots,u_n)^{\rm T}$. 当前种群$P=\{X_1,X_2,\cdots,X_{\text{pop}}\}$, pop为种群规模. equal $=\{X_i: f(X_i)=f(\widetilde{X}), i=1,2,\cdots,\text{pop}\}$, 当前迭代次数为$t$, $E_{n,1}=(1,1,\cdots,1)^{\rm T}$, 产生临时杂交后代时用到的参数有: 正整数$g_0$. 假设被选定进行杂交的两个个体为$X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\rm T}$和$Y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)^{\rm T}$, 其中

$$\begin{aligned}\text{Super}_j=\max\{&\min\{\frac{l_j-y_j}{x_j-y_j},\frac{u_j-y_j}{x_j-y_j}\},\\&\min\{\frac{l_j-x_j}{y_j-x_j},\frac{u_j-x_j}{y_j-x_j}\}\}, j=1,2,\cdots,n.\end{aligned}$$

新的杂交算子如下:

Step 0 临时杂交后代集合Temp $=[\,]$, 循环参数$g=0$, 临时杂交后代集合的大小$j=0$;

Step 1 计算$f(X)$和$f(Y)$, 将X, Y加入Temp, $j=j+2$;

Step 2 临时杂交后代按如下情形产生. 杂交过程中λ_1记为$(\lambda_{1,1},\lambda_{1,2},\cdots,\lambda_{1,n})^{\rm T}$, $\lambda_2=E_{n,1}-\lambda_1$, 临时杂交后代$Z_{j+1}$记为$(\cdots,z_{j+1,i},\cdots)^{\rm T}$, 过点$(x_i,f(X))$和点$(z_{j+1,i},f(Z))$的直线记为$L_{1,i}$, 过点$(y_i,f(Y))$和点$(z_{j+1,i},f(Z_{j+1}))$的直线记为$L_{2,i}$, 直线$L: y=f(Z_{j+1})+\delta|f(Z_{j+1})|$记为$L_{3,i}$, 直线$L: y=f(Z_{j+1})-\delta|f(Z_{j+1})|$记为$L_{4,i}$.

情形 1 如果$f(X)>f(\widetilde{X})$且$f(Y)>f(\widetilde{X})$, 则按如下a), b)生成临时杂交后代.

a) 对Equal中任意元素$\text{Equal}_i=\{e_{i,1},e_{i,2},\cdots,e_{i,n}\}^{\rm T}$, 若满足

a1) $y_j<e_{i,j}<x_j$或$x_j<e_{i,j}<y_j$, $j=1,2,\cdots,n$, 即X和Y在两个峰上;

或

a2) $d(X,Y)>\dfrac{d(L,U)}{n}$($d(X,Y)$表示X和Y之间的欧几里得距离), 则在$[0,1]^N$上产生随机向量$\lambda_1=(\lambda_{1,1},\lambda_{1,2},\cdots,\lambda_{1,n})^{\rm T}$, 令$Z_{j+1}=\lambda_1\cdot X+\lambda_2\cdot Y$, 将$Z_{j+1}$记入Temp. $j=j+1$, $g=g+1$. 若Z_j优于$\widetilde{X}$, 转c) ; 否则, 若$g<g_0$, 重复a), $g\geqslant g_0$转Step 3.

b) 否则依据距离估计认为X和Y在一个峰上.

此时求得X和Y的中点, 记为middle $=(m_1,m_2,\cdots,m_n)^{\rm T}$. 如下产生杂交后代$Z_{j+1}$的分量$z_{j+1,i}$, $i=1,2,\cdots,n$.

对$i=1\sim n$, 计算过点$(m_i,f(\text{middle}))$和点$(x_i,f(X))$的直线及过点$(m_i,f(\text{middle}))$和点$(y_i,f(Y))$的直线的斜率, 分别记为slope1和slope2. 若slope1 $=\infty$或slope2 $=\infty$, 令$\lambda_i=1$, 否则生成一个$[1,\min\{s,\text{Super}_i\}]$上的随机数$\lambda_{1,i}$($s$是一个给定的大于1数, 且可以通过调节$s$的大小来调节局部搜索的范围).

b1) 若slope2 $=0$, 令$z_{j+1,i}=\lambda_{1,i}x_i+\lambda_{2,i}y_i$; 若slope1 $=0$, 令$z_{j+1,i}=\lambda_{2,i}x_i+\lambda_{1,i}y_i$;

b2) slope1 >0 且 slope2 >0: 若 $x_i<y_i$, 令 $z_{j+1,i}=\lambda_{1,i}x_i+\lambda_{2,i}y_i$; 若 $x_i\geqslant y_i$, 令 $z_{j+1,i}=\lambda_{2,i}x_i+\lambda_{1,i}y_i$;

b3) slope1 <0 且 slope2 <0: 若 $x_i\geqslant y_i$, 令 $z_{j+1,i}=\lambda_{1,i}x_i+\lambda_{2,i}y_i$; 若 $x_i<y_i$, 令 $z_{j+1,i}=\lambda_{2,i}x_i+\lambda_{1,i}y_i$;

b4) slope1 $\cdot$ slope2 <0: 若$|\text{slope1}|\geqslant|\text{slope2}|$, 令$z_{j+1,i}=\lambda_{1,i}x_i+\lambda_{2,i}y_i$; 若$|\text{slope1}|<|\text{slope2}|$, 令$z_{j+1,i}=\lambda_{2,i}x_i+\lambda_{1,i}y_i$.

将按如上过程产生的临时杂交后代$Z_{j+1}=(\cdots,z_{j+1,i},\cdots)^{\rm T}$记入Temp, 令$g=g+1$, $j=j+1$. 若Z_j优于$\widetilde{X}$, 转c); 否则, 若 $g<g_0$, 重复 b), 而若$g\geqslant g_0$转Step 3.

c) 若Z_j优于$\widetilde{X}$, 则求出$L_{1,i}$和$L_{3,i}$, $L_{1,i}$和$L_{4,i}$, $L_{2,i}$和$L_{3,i}$, $L_{2,i}$和$L_{4,i}$的4个交点的横坐标分别令其为4个新临时杂交后代的第i个元素, $i=1,2,\cdots,n$. 如此产生4个新临时后代, 将它们加入Temp. 转Step 3.

情形 2 如果$f(X)=f(\widetilde{X})$, 此时在X附近搜索必能找到优于$\widetilde{X}$的个体. 按如下d)与e)生成临时杂交

后代, 其中d)为向外搜索, e)为向内搜索.

d) 产生一个$[1,\min\{s,\mathrm{Super}_i\}]^N$(这里$s$取的稍小, 以便杂交后代比较靠近杂交父代)上的随机向量$\lambda_1=(\lambda_{1,1},\lambda_{1,2},\cdots,\lambda_{1,n})^{\mathrm{T}}$, 令$Z_{j+1}=\lambda_1\cdot X+\lambda_2\cdot Y$, 将$Z_{j+1}$记入Temp, $g=g+1$, $j=j+1$. 计算$f(Z_j)$. 若Z_j优于$\widetilde{X}$, 转h) ; 否则若$g<g_0$, 转e), 而若$g\geqslant g_0$转Step 3.

e) 生成$[0,\beta]^N$上的随机向量$\lambda_3=(\lambda_{3,1},\lambda_{3,2},\cdots,\lambda_{3,n})^{\mathrm{T}}$, 令$Z_{j+1}=\lambda_3\cdot X+\lambda_4\cdot Y$, 将$Z_{j+1}$记入Temp, $g=g+1$, $j=j+1$. 计算$f(Z_j)$. 若Z_j优于$\widetilde{X}$, 转f); 否则若$g<g_0$, 转d), 而若$g\geqslant g_0$转Step 3.

f) 若Z_j不优于$\widetilde{X}$, 求出$L_{1,i}$和$L_{4,i}$, $L_{2,i}$和$L_{3,i}$, $L_{2,i}$和$L_{4,i}$的3个交点的横坐标分别令其为3个新临时杂交后代的第i个元素, $i=1,2,\cdots,n$. 如此产生3个新临时杂交后代, 将其加入Temp, 转Step 3.

情形 3 如果$f(Y)=f(\widetilde{X})$, 且$f(X)\neq f(\widetilde{X})$, 此时$Y$是端点, 则在$Y$附近搜索必能找到优于的个体. 按如下g)与h)生成临时杂交后代, 其中g)为向外搜索, h)为向内搜索.

g) 产生一个$[1,\min\{s,\mathrm{Super}_i\}]^N$的随机向量$\lambda_1=(\lambda_{1,1},\lambda_{1,2},\cdots,\lambda_{1,n})^{\mathrm{T}}$, 令$Z_{j+1}=\lambda_1{\cdot}Y+\lambda_2{\cdot}X$, 将$Z_{j+1}$记入Temp, $g=g+1$, $j=j+1$. 计算$f(Z_j)$. 若Z_j优于$\widetilde{X}$, 转 i) . 否则若$g<g_0$, 转 h), 否则转Step 3.

h) 生成$[0,\beta]^N$上的随机向量$\lambda_3=(\lambda_{3,1},\lambda_{3,2},\cdots,\lambda_{3,n})^{\mathrm{T}}$, 令$Z_{j+1}=\lambda_3\cdot Y+\lambda_4\cdot X$, 将$Z_{j+1}$记入Temp, $g=g+1$, $j=j+1$. 计算$f(Z_j)$. 若Z_j优于$\widetilde{X}$, 转i). 否则若$g<g_0$, 转g), 否则转Step 3.

i) 则求出$L_{1,i}$和$L_{3,i}$, $L_{1,i}$和$L_{4,i}$, $L_{2,i}$和$L_{4,i}$的3个交点的横坐标分别令其为生成的3个新临时杂交后代的第i个元素, $i=1,2,\cdots,n$. 如此产生3个新临时杂交后代, 将其加入Temp, 转Step 3.

Step 3 选择杂交后代. 在Temp中选最好的两个个体C_1和C_2作为杂交后代, 停.

2.3 变异算子(Mutation operator)

设搜索空间为$[L,U]=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}^{\mathrm{T}}$, $l_i\leqslant x_i\leqslant u_i$, $1\leqslant i\leqslant n$. 假设被选定进行变异的个体为$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}^{\mathrm{T}}$, 变异算子如下:

$$x'_k=\begin{cases}x_k+(u_k-l_k)m(1-\sin(\dfrac{\pi t}{2T})), & \mathrm{rand}\leqslant \mathrm{para},\\ x_k+(u_k-l_k)m\sin(\dfrac{\pi t}{2T}), & \mathrm{rand}>\mathrm{para}.\end{cases}\tag{2}$$

其中$k=1\sim n$, $X'=(x'_1,\cdots,x'_n)$是X的变异后代; t为当前遗传代数; T为最大遗传代数; rand表示$(0,1)$上服从均匀分布的随机数; 参数para $\in(0,1)$; m是区间$[\dfrac{l_k-x_k}{u_k-l_k},\dfrac{u_k-x_k}{u_k-l_k}]$内的服从均匀分布的随机数.

2.4 一种新的全局优化进化算法(A novel evolutionary algorithm for global optimization)

1) 给定变异概率p_m及种群大小pop. 用2.1节的算法产生初始种群$P(0)=X_1,X_2,\cdots,X_{\mathrm{pop}}$, 计算$\widetilde{X}$初始值, 令$t=0$;

2) 以函数值作为适应度函数;

3) 对每一代t, 从种群中随机选择pop个体参加杂交, 每一对用2.2节的杂交算子进行杂交产生杂交后代;

4) 对上步中产生的杂交后代用2.3节的变异算子进行变异产生$P(t)$的变异后代;

5) 从3), 4)产生的所有后代及$\widetilde{X}$中选择最好的pop个作为下一代种群$P(t+1)$, 令$t=t+1$;

6) 若满足终止条件, 停止. 否则, 转2).

3 全局收敛性(Global convergence)

定义 1 设$\{\xi_m\}$是概率空间的一个随机向量序列, 若存在一个随机向量$\{\xi\}$使得$p(\lim\limits_{m\to\infty}\xi_m=\xi)=1$或$\forall\varepsilon>0$, 有$p\{\bigcap\limits_{m=1}^{\infty}\bigcup\limits_{t\geqslant m}\{||\xi_t-\xi||\geqslant\varepsilon\}\}=0$, 则称$\{\xi_m\}$以概率1收敛于$\{\xi\}$或$\{\xi_m\}$几乎处处收敛于$\{\xi\}$.

引理 1 (Borel-Cantelli) 设$A_1\cdots A_m\cdots$为概率空间的一个随机事件序列, 记$p_t=p\{A_t\}$, 若$\sum\limits_{t=1}^{\infty}p_t<\infty$, 则$p\{\bigcap\limits_{m=1}^{\infty}\bigcup\limits_{t\geqslant m}A_t\}=0$, 若$\sum\limits_{t=1}^{\infty}p_t=\infty$, 且$A_1\cdots A_m\cdots$互相独立, 则$p\{\bigcap\limits_{m=1}^{\infty}\bigcup\limits_{t\geqslant m}A_t\}=1$.

假设 A 1) 可行域Ω是$\mathbb{R}^n$上的一个有界闭集; 2) $f(X)$在$[L,U]\supseteq\Omega$上连续; 3) 至少存在一个全局极小点X^*使对$\forall\delta>0$, 集合$\Omega\cap\{X:||X-X^*||<\delta\}$的Lebesgue测度大于0.

由假设A中1)和2)知

$$S=\{X:\arg\min_{X\in\Omega}f\{X\}\}=\varPhi.$$

对$\forall\varepsilon>0$, 记$Q_1=\{X\in\Omega:||f(X)-f^*||<\varepsilon\}$, $Q_2=\Omega\backslash Q_1$, 其中$f^*=\min\{f(X):X\in\Omega\}=\{f(X^*):X^*\in S\}$.

于是种群$P(t)$可分为两种状态. 若$P(t)$中至少有一点属于Q_1, 则称$P(t)$处于状态S_1. 若$P(t)$中所有的点都不属于Q_1, 则称$P(t)$处于状态S_2.

定理 1 设$p_{ij}(i,j=1,2,\cdots)$表示种群$P(t)$处于状态S_i, 而$P(t+1)$处于状态S_j的概率, 则在假

设A下有:

a) 对任意一处于S_1的$P(t)$, 必有$p_{11}=1$;

b) 对任意一个处于状态S_2的$P(t)$, 存在一个常数$c\in(0,1)$, 使得$p_{22}<c$.

证　从算法的选择方法知, 若$P(t)\in S_1$, 则$P(t+1)\in S_1$, 所以a)成立.

因为$S\neq\Phi$, 对满足假设A中3)中的$\forall X^*=(x_1^*,\cdots,x_n^*)\in S$, 又$f(X)$在$\Omega$上连续, 因此$\exists\gamma>0$, 使得当$X\in\Omega\cap\{X:||X-X^*||\leqslant\gamma\}$时, 有$|f(X)-f(X^*)|<\dfrac{\varepsilon}{2}$, 记$N_\gamma(X^*)=\{X\in\mathbb{R}^n:||X-X^*||\leqslant\gamma\}$, 则$N_\gamma(X^*)\cap\Omega\subset Q_1$.

当$P(t)$处于状态S_2时, 对参加杂交的任意一个$X\in P(t)$, 假设X经过2.4节的算法的Step 3后, 产生的后代记为$\bar{Z}=(\bar{z}_1,\bar{z}_2,\cdots,\bar{z}_n)$, 而$\bar{Z}$经过第4步变异以后产生的后代记为$O=(o_1,o_2,\cdots,o_n)$, 则对于$k=1\sim n$, o_k以概率para变异为$o_k=\bar{z}_k+(u_k-l_k)m_k(1-\sin(\dfrac{\pi t}{2T}))$; o_k以概率$(1-\mathrm{para})$变异为$o_k=\bar{z}_k+(u_k-l_k)m_k\sin(\dfrac{\pi t}{2T})$.

$0<\varepsilon_1<\varepsilon/3$, 对$x_k^*$, $x_k'\in[l_k,u_k]$, 有$|x_k'-x_k^*|<\varepsilon_1$, 且存在$m_k'\in[\dfrac{l_k-\bar{z}_k}{u_k-l_k},\dfrac{u_k-\bar{z}_k}{u_k-l_k}]$使得$x_k'=\bar{z}_k+(u_k-l_k)m_k'(1-\sin(\dfrac{\pi t}{2T}))$或$x_k'=\bar{z}_k+(u_k-l_k)m_k'\sin(\dfrac{\pi t}{2T})$成立.

有$p(o_k=x_k')\geqslant\dfrac{1}{p_{\mathrm{rand}}}$, 其中$p_{\mathrm{rand}}$表示随机数生成函数取得区间$[\dfrac{l_k-\bar{z}_k}{u_k-l_k},\dfrac{u_k-\bar{z}_k}{u_k-l_k}]$内任一随机数的概率.

设$\bar{Z}$和X^*的hamming距离为h, 不失一般性, 设$\bar{Z}$和X^*的后$(n-h)$个分量相同. 则$P_1(\bar{Z})=p\{O\in N_\gamma(X^*)\cap\Omega\}\geqslant(1-p_{\mathrm{m}})^{n-h}(p_m/p_{\mathrm{rand}})^h>0$. 因为$0<(1-p_{\mathrm{m}})^{n-h}(p_m/p_{\mathrm{rand}})^h<1$, 记$P_1(\bar{X})=\min\limits_{h\in[0,1,\cdots,n]}\{(1-p_{\mathrm{m}})^{n-h}(p_m/p_{\mathrm{rand}})^h\}$. 所以有$0<P_1(\bar{X})<1$. 注意到$p_{21}$表示的是$P(t)$处于$S_2$而$P(t+1)$处于$S_1$的概率, 因此结合上面可得$p_{21}\geqslant P_1(\bar{Z})\geqslant P_1(\bar{X})$. 记$c=1-P_1(\bar{X})$, 于是$0<c<1$, 由$p_{21}+p_{22}=1$, c的定义知$p_{22}=1-p_{21}\leqslant1-P_1(\bar{X})=c$. 于是结论b)成立.

证毕.

定理 2　设$\{P(t)\}$是由算法产生的种群序列, 且$P(0)$中至少有一点属于Ω, 用$X^*(t)$记$P(t)$中的最好点, 即$X^*(t)=\arg\min\{f(X):X\in P(t)\cap\Omega\}$, 则在假设A下有$P\{\lim\limits_{t\to\infty}f(X^*(t))=f(X^*)\}=1$.

证　对$\forall\varepsilon>0$, 记$p_t=p\{f(X^*(t))-f(X^*)\}\geqslant\varepsilon$, 则有

$$p_t=\begin{cases}0,\ \exists m\in\{1,2,\cdots,t\},X^*(m)\in Q_1,\\ \bar{p}_t,X^*(k)\notin Q_1,k=1,2,\cdots,t.\end{cases}$$

由定理1知$\bar{p}_t=P\{X^*(k)\notin Q_1,k=1,2,\cdots,t\}=p_{22}\leqslant c^t$. 于是$\sum\limits_{t=1}^{\infty}p_t\leqslant\sum\limits_{t=1}^{\infty}c^t=\dfrac{c}{1-c}<\infty$. 由Borel-Cantelli引理知, $p\{\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}\bigcup\limits_{t\geqslant i}\{|f(X^*(t)-f(X^*))|\geqslant\varepsilon\}\}=0$.　证毕.

4 数值模拟和结果分析(Experiments and performance)

用本文的算法(简记为SEA)对25个困难的标准试验函数$f_1\sim f_{25}$($f_1\sim f_{23}$见文献[10]的$f_1\sim f_{23}$, f_{24}和f_{25}见文献 [5] 的f_9和f_{12}) 进行了计算, 并和FEP[10], LEP[11], AMMO[12], OGA/Q[5]对这些函数的计算的结果进行了比较.

表 1　SEA与FEP, LEP的计算结果比较表

Table 1　Comparison between SEA , FEP and LEP

测试函数	LEP($\alpha=1$)	FEP	SEA
	最优值	最优值	最优值
f_1	0.010173	5.7e−004	2.13e−190
f_2	NA	8.1e−003	4.00e−017
f_3	172.245618	1.6e−002	1.19e−154
f_4	NA	0.3	4.07e−040
f_5	80.265797	5.06	2.10e−002
f_6	NA	577.76	0
f_7	NA	7.6e−003	2.45e−004
f_8	−11433.1817	−12554.5	−12569.5
f_9	24.398049	4.6e+002	0
f_{10}	0.88504	1.8e−002	8.88e−016
f_{11}	0.012899	1.6e−002	0
f_{12}	0.000097	9.2e−006	2.79e−007
f_{13}	0.004141	1.6e−004	2.51e−005
f_{14}	NA	1.66	9.98e−001
f_{15}	NA	5.0e−004	3.07e−004
f_{16}	−1.028753	−1.03	−1.0316
f_{17}	NA	0.398	3.98e−001
f_{18}	3.183000	3.02	3.00
f_{19}	NA	−3.86	−3.86
f_{20}	NA	−3.27	−3.32
f_{21}	−7.841831	−5.52	−1.02e+001
f_{22}	−9.672865	−8.27	−1.04e+001
f_{23}	−9.932785	−9.10	−1.05e+001

在运行SEA时各参数取值: $p_m=0.3$, $g_0=2$, $\lambda=1/10000$, $\mathrm{pop}=100$, $b_m=2$, $\alpha=\min\{3,\mathrm{Super}_i\}$, $\beta=0.5$, 问题维数小于10时令$c_1=0.5$, $c_2=c_3=1$, 否则$c_1=0.35$, $c_2=0.7$,

$c_3 = 0.85$, 问题维数不大于30时$m = 1/50$, 否则, $m = 1/5$. 当达到给定的函数值计算次数或代数时SEA终止.

表1给出了SEA和FEP, LEP的计算结果比较情况. 表2中给出了SEA与AMMO, OGA/Q的比较结果. 在各表中, NA表示在参考文献中该算法没有计算此函数, 最优值为程序运行50次后所得的平均结果. 由表1可以看出对所测试的任意函数SEA均能够得到比LEP和FEP更好的全局最优解或近似最优解. 由表2可以看出相对于AMMO而言, 在函数值计算次数少的情况下, SEA可以得到显著地优于AMMO的解; 对于$f_5, f_9, f_{12}, f_{13}, f_{25}, f_{26}$SEA得到比OGA/Q的更好的解. 对于$f_1 \sim f_3$, f_{11}和f_8SEA与OGA/Q都能够收敛到全局最优解. 只有对f_4和f_{10}OGA/Q得到比SEA稍好的解.

表 2 SEA与AMMO, OGA/Q的计算结果比较表

Table 2 Comparison between SEA , AMMO and OGA/Q

测试函数	SEA	AMMO(b=1e−004)	OGA/Q
	最优值	最优值	最优值
f_1	0	1.61e−006	0
f_2	0	3.99e−003	0
f_3	0	6.12e−001	0
f_4	4.94e−324	3.23e−001	0
f_5	2.10e−002	1.44e+002	7.250e−001
f_8	−12569.5	NA	−12569.4357
f_9	0	11.90	0
f_{10}	8.88e−016	9.43e−004	4.440e−016
f_{11}	0	1.02e−006	0
f_{12}	2.79e−007	NA	6.019e−006
f_{13}	2.51e−005	NA	1.869e−004
f_{24}	−78.33	NA	−78.3000296
f_{25}	3.90e−004	9.64	6.301e−003

综上所述, SEA能够找到全局最优解或近似全局最优解, 稳定且计算量小.

5 结论(Conclusion)

本文提出了一种新的求解无约束全局优化的进化算法SEA. 它根据种群中最好个体与其他个体间的关系来确定搜索方向, 一旦算法在搜索中找到优于当前种群中最好解的个体, 算法便可以利用直线交叉投影来寻找更优的个体. 同时为了配合杂交算子, 在生成种群时, 只在某个子搜索空间上生成初始种群, 但在整个搜索空间上确定初始最好点. 提出了一个新的变异算子, 有效地避免了早熟收敛. 并给出了SEA的收敛性证明. 最后用SEA求解25个标准测试函数, 并与4个算法进行了比较. 结果表明SEA比其他算法更迅速地找到全局最优解或近似全局最优解, 具有更小的计算量和更好的鲁棒性.

参考文献(References):

[1] YANG Y, SHANG Y. A new filled function method for unconstrained global optimization[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 173(11): 501 – 512.

[2] OBLOW E M. SPT: a stochastic tunneling algorithm for global optimization[J]. *Journal of Global Optimization II*, 2001, 20(2): 191 – 208.

[3] WANG Y. Improving evolutionary algorithms by a new smoothing technique[C] //*Proceedings of the 5th International Conference on Intelligent Data Engineering and Automated Learning*. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 746 – 751.

[4] LOCATELLI M. Simulated annealing algorithms for continuous global optimization: convergence conditions[J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2000, 104(1): 121 – 133.

[5] LEUNG Y W, WANG Y. An orthogonal genetic algorithm with quantization for global numerical optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2000, 4(4): 41 – 53.

[6] YSAI J, LIU T. Hybrid taguchi-genetic algorithm for global numerical optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2004, 8(4): 365 – 377.

[7] YANG Y J, SHANG Y L. A new filled function method for unconstrained global optimization[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 173(1): 501 – 512.

[8] BACK T. *Evolutionary Agorithms in Theory and Practice*[M]. New York, American: Oxford University Press, 1996.

[9] ALLEN A O. *Probability, Statistics and Queuing Theory with Computer Science Applications*[M]. 2nd Edition. Boston, MA: Academic Press, 1990.

[10] YAO X, LIU Y, LIN G. Evolutionary programming made faster[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(2): 82 – 102.

[11] LEE C, YAO X. Evolutionary programming using mutations based on the levy probability distribution[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2004, 8(1): 1 – 13.

[12] CHELLAPILLA K. Combining mutation operators in evolutionary programming[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1998, 2(3): 91 – 96.

作者简介:

王 巍 (1980—), 男, 博士, 目前研究方向为网络通信与高性能计算, E-mail: wwlofty@gmail.com;

赵文红 (1981—), 女, 助理工程师, 硕士研究生, 目前研究方向为优化方法, 进化算法、盲源分离及应用, E-mail: wwzwh@sohu.com;

王宇平 (1961—), 男, 教授, 博士生导师, 曾应邀赴香港中文大学和香港浸会大学做访问学者, 已在国内外发表论文30多篇, 主持和参加多项科研项目, 曾获省部级科技进步奖3项, 目前研究方向为优化理论、方法及应用、进化算法及应用.