文章编号: 1000−8152(2010)07−0836−07

多层前向小世界神经网络及其函数逼近

李小虎[1], 杜海峰[2], 张进华[1,3], 王孙安[1]

(1. 西安交通大学 机械工程学院, 陕西 西安 710049; 2. 西安交通大学 公共管理与复杂性科学研究中心, 陕西 西安 710049;

3. 西安交通大学 机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要: 借鉴复杂网络的研究成果, 探讨一种在结构上处于规则和随机连接型神经网络之间的网络模型—多层前向小世界神经网络. 首先对多层前向规则神经网络中的连接依重连概率p进行重连, 构建新的网络模型, 对其特征参数的分析表明, 当$0 < p < 1$时, 该网络在聚类系数上不同于Watts-Strogatz 模型; 其次用六元组模型对网络进行描述; 最后, 将不同p值下的小世界神经网络用于函数逼近, 仿真结果表明, 当$p = 0.1$时, 网络具有最优的逼近性能, 收敛性能对比试验也表明, 此时网络在收敛性能、逼近速度等指标上要优于同规模的规则网络和随机网络.

关键词: 小世界网络; 神经网络; 函数逼近; 复杂网络

中图分类号: TP183 **文献标识码**: A

Multilayer feedforward small-world neural networks and its function approximation

LI Xiao-hu[1], DU Hai-feng[2], ZHANG Jin-hua[1,3], WANG Sun-an[1]

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China;

2. Center for Administration and Complexity Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China;

3. State Key Laboratory for Manufacturing System Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China)

Abstract: Based on the research results from complex networks, a new neural networks model, multilayer feedforward small-world neural networks, is proposed, whose structure is between the regular and random connection model. At first, a new networks model is built up on rewiring the links of multilayer feedforward regular neural networks according to the rewiring probability p, and the characteristic parameters of new model show that it is different from the Watts-Strogatz model on clustering coefficients when $0 < p < 1$. Secondly, the networks model is described as a six-element composition. Finally, when using multilayer feedforward small-world neural networks for function approximation under different p, the simulation results show that the networks have the best approximate performance when $p = 0.1$, and the comparison of convergent performance also shows that the small-world neural networks is superior to the same scale regular networks and random networks to a certain extent in convergence and approximate speed at the same rewiring probability.

Key words: small-world networks; neural networks; function approximation; complex networks

1 引言(Introduction)

大脑神经网络是由大量神经元通过神经纤维按照一定的结构相互连接而组成的, 它是一个能够对各种信息进行提取和处理的复杂网络, 且资源配置最优和约束规则最小[1,2], 人工神经网络模型是对其结构和功能的简单模拟, 常见的连接模式有前向、反馈、全连接、单层和多层等结构形式, 相邻神经元之间互连是其共同的特点, 这些结构近似于规则连接的神经网络模型已经得到了广泛的研究[3,4]. 而生物神经学的研究表明, 大脑神经网络本质上具有随机性, 一方面表现在神经元之间的连接并非完全可靠, 可在Hopfield网络的连接权值中加入白噪声构造随机神经网络来模拟这种现象[5], 其中白噪声逐渐变为0, 显然它最终不会影响到网络的原有结构, 另一方面, 网络的随机性表现在神经元的自身属性上, 如神经元在处理相同信号的响应并非固定不变, 可将神经元产生兴奋或抑制信号视为概率行为, 利用随机的神经元激活函数可构造该特性的随机神经网络[6,7]. 总之, 规则和随机的连接形式是处于连接结构的两个极端, 显然还存在一种处于这两者之间的过渡型结构, 如何描述这种结构并将其用于人工神经网络模型的构造是一个值得研究的问题.

收稿日期: 2009−01−17; 收修改稿日期: 2009−09−07.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70671083,50505034).

有关复杂网络的研究成果为探索这种中间形式的神经网络模型提供了重要的理论基础. Watts和Strogatz指出许多现实网络是从规则网络到随机网络的中间模型, 并定义该模型为小世界网络(Watts-Strogatz模型)[8]. 随之而来的大量有关复杂网络的研究为生物神经网络的研究提供了新思路, 文献[9]发现脑神经网络具有较小的路径长度和较大的聚类系数, Bassett在对脑功能磁共振数据分析时发现大脑神经网络具有小世界现象[10]. 多层前向神经网络是应用最广泛的神经网络模型之一, Simard通过对该模型中的规则连接进行重连构建新的神经网络模型, 并依靠重连边的数量控制网络的结构, 利用其对二进制样本逼近时发现小世界神经网络比规则网络和随机网络具有更快的收敛速度[11], 由于重连边的数量近似确定, 故缺乏对网络结构从规则确定到完全随机的变化过程的反映, 因此, 有必要利用重连概率来构建网络模型并对其进行研究. 函数逼近是人工神经网络的重要应用, 有关多层前向神经网络逼近任意连续函数的描述可参见文献[12,13], 在函数逼近的过程中, 逼近函数的复杂程度不可控制, 且采用大量的样本数会造成学习时间过长, 可见多层前向神经网络的逼近性能主要取决于网络的结构[14], 因此, 可借鉴函数逼近问题来揭示在不同重连概率下结构不同的神经网络的性能, 从而为构建具有较好计算能力的人工神经网络模型提供依据.

本文首先参考Watts-Strogatz模型构建多层前向小世界神经网络模型, 对该网络的平均距离和聚类系数进行分析; 再次, 详细描述该网络模型的组合; 然后, 利用在不同重连概率下构建的神经网络进行函数逼近仿真试验, 探讨重连概率的变化对逼近误差的影响情况, 并将小世界神经网络与规则神经网络和随机神经网络在收敛性能、逼近速度等指标上进行比较; 最后是本文的结论与展望.

2 网络构建及其特征参数(Network construction and characteristic parameters)

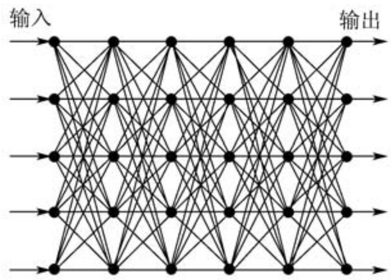
2.1 网络构建(Networks construction)

一般认为, 如果网络的聚类系数远远大于相应的随机网络, 而平均距离相当, 则称该复杂网络具有小世界现象, 且该网络模型是从规则网络向随机网络过渡的中间网络形态[8]. 自然界许多网络都具有小世界现象, 即网络具有高度聚集的局部连接, 同时包含一些有助于产生短路径的长程随机连接[15]. 在多层前向神经网络中, 第l层的第i个神经元v_i^l与其相邻层的神经元集V^{l-1}和V^{l+1}全连接, 且每个神经元的相邻神经元的数量一致, 因此, 该网络结构可视为规则网络. 根据Watts-Strogatz模型的构造方法, 同时参照文献[11]构造多层前向小世界神经网络的方法, 提出一种依重连概率p构造的多层前向小世界神经网络模型, 构建过程如图1所示, 具体描述如下:

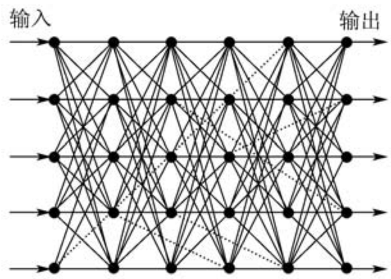
1) 假设每层神经元个数均为n_l, 前向神经网络的层数为L, 将每个神经元与相邻层的神经元产生全连接, 且所有连接均为前向连接, 该网络为规则网络, 如图1(a);

2) 以概率p断开网络中神经元i指向后一层神经元j的连接, 并重新选择后续层中神经元j'进行重连, 新连接非重连接和自环, 考虑到网络中倒数第2层的规则连接断开后无法产生新的连接, 因此, 不对网络中最后两层神经元间的连接进行随机重连;

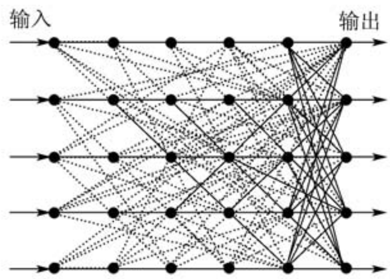
3) 重复2), 直至遍历规则网络中除最后两层间的所有连接.



(a) $p=0$



(b) $p=0.05$



(c) $p=1$

图 1 不同网络模型的构建过程

Fig. 1 Construction process of different networks model

由图1(a)可见, 当$p=0$时, 网络中无重连, 网络的连接完全规则, 而图1(c)中, 当$p=1$时, 网络除最后两层之间的所有规则连接均发生随机重连, 此时网络的连接是完全随机, 当$0<p<1$，如图1(b)所示, 规则连接依概率p进行重连, 显然, 此时网络模型的结构介于完全规则和完全随机之间.

2.2 网络特征参数(Network characteristic parameters)

为了验证所构造的小世界神经网络具有与规则网络和随机网络不同的特性, 计算该网络模型的两个重要特征参数—神经元之间的平均距离D和聚类系数C. 可定义任意两个神经元间的路径长度d_{ij}为连接两个神经元间最短路径所需的边数, 而神经元间平均距离是指网络中所有神经元之间最短路径的平均值, 即[16]

$$D=\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}d_{ij}. \tag{1}$$

其中n为网络中神经元的规模. 聚类系数是用来衡量网络集团化程度的重要参数, 神经元i的聚类系数C_i可记为[16]

$$C_i=\frac{2e_i}{k_i(k_i-1)}. \tag{2}$$

其中: e_i表示神经元i的相邻神经元之间存在的连边数, k_i表示神经元i 的邻边数, 对于网络中所有神经元的聚类系数可表示为[16]

$$C=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}C_i. \tag{3}$$

为了计算这两个特征参数, 需将所构造网络的邻接矩阵转换为0–1矩阵, 由于大脑神经元数量巨大, 在此选择较大的网络层数, 图2给出了每层5个神经元的10,12和15层网络在不同重连概率下的聚类系数和平均距离的变化情况, 图中每个数据点均为10次独立运行的平均值.

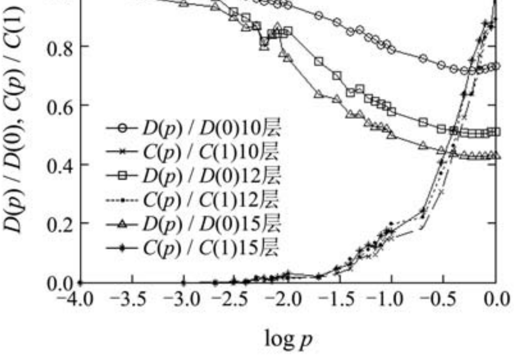


图 2 D,C随p的变化情况

Fig. 2 D,C with the change of p

从图中可以看出, 当$p=0$时, 规则网络中与任一神经元相邻的神经元都处于同一层, 且无连接, 所以$C=0$, 而D最大, 当p逐渐增大时, 网络中产生了重连, 与任一神经元相邻的神经元之间可能不完全在同一层, 且这些神经元之间可能存在连接, 因此C会随p增大而增大, 当$p=1$时, C最大, 而D会随p增大而减小, 主要原因是重连缩短了神经元之间的平均距离. 当$0<p<1$时, C和D的大小是处于规则网络和随机网络之间, 虽然这种中间形态的网络模型在聚类系数上与Watts-Strogatz模型有所不同, 但从构造的过程来看, 该网络在结构上是处于规则和随机连接之间的模型, C较小是因为同层神经元间无连接造成的, 其较小的D也反映了网络结构的连接特征.

3 网络模型描述(Network model description)

神经网络可以用图来描述, 多层前向小世界神经网络中各个神经元为图的节点, 神经元之间的连接为图的边[17], 因此, 多层前向小世界神经网络可用一个六元组模型来描述, 该模型记作

$$MFSNN_{AN}=\langle V,\boldsymbol{W},\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y},Z,A\rangle. \tag{4}$$

下面分别对该模型中的元素作出描述:

1) 节点集合V: $V=\{V^1,\cdots,V^l,\cdots,V^L\}$, $l\in\{1,2,\cdots,L\}$, $V^l=\{v_i^l|i=1,2,\cdots,n_l\}$为网络第$l$层的节点子集. 其中: L为多层前向小世界神经网络的层数, v_i^l表示第l层中第i个神经元, n_l为每层神经元的数量.

2) 网络连接矩阵$\boldsymbol{W}$: $\boldsymbol{W}^l(l=1,2,\cdots,L)$为第$l$层与第$l+1$层的连接子矩阵, $\boldsymbol{w}_i^l$为$V^l\to v_i^{l+1}$的连接向量, 即

$$\begin{cases}\boldsymbol{w}_i^l=(w_{1i}^l,w_{2i}^l,\cdots,w_{n_li}^l),\\ \boldsymbol{W}^l=(\boldsymbol{w}_1^l,\boldsymbol{w}_2^l,\cdots,\boldsymbol{w}_{n_l}^l).\end{cases} \tag{5}$$

其中: $i=1,2,\cdots,n_l,w_{ij}^l\in\mathbb{R}$为节点$v_i^l\to v_j^{l+1}$的连接权值, 如果第$l$层的神经元$i$与第$l+1$层的神经元$j$之间有连接, $w_{ij}^l\neq0$, 反之, $w_{ij}^l=0$. 因此, 对于规则网络的连接矩阵可表示为[17]

$$\boldsymbol{W}=\begin{pmatrix}0&\boldsymbol{W}^1&0&\ldots&0&0\\0&0&\boldsymbol{W}^2&\ldots&0&0\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots&\vdots\\0&0&0&\ldots&0&\boldsymbol{W}^{L-1}\\0&0&0&\ldots&0&0\end{pmatrix}. \tag{6}$$

其中0元表示所对应的层之间无连接. 由该连接矩阵可见, 规则网络中每层神经元只与其前1层的神经元有连接, 且方向朝前, 而对于多层前向小世界神经网

络, 由于重连将使网络的连接矩阵变为

$$\boldsymbol{W}=\begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{W}^{1'} & \boldsymbol{B}_1^1 & \ldots & \boldsymbol{B}_1^{L-3} & \boldsymbol{B}_1^{L-2} \\ 0 & 0 & \boldsymbol{W}^{2'} & \ldots & \boldsymbol{B}_2^{L-4} & \boldsymbol{B}_2^{L-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \boldsymbol{W}^{(L-1)'} \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

由该矩阵可知, 由于依重连概率断开了原规则网络中的连接, 并向前产生了重连, 使每层神经元与其所有前层均有可能产生连接, 且网络中最后两层间无重连, 所以$\boldsymbol{W}^{(L-1)'}=\boldsymbol{W}^{L-1}$, $\boldsymbol{W}^{l'}=(w_{ij}^{l'})_{n_l\times n_l}$为$\boldsymbol{W}^l$重连后的矩阵, 该矩阵中的元素可表示为

$$w_{ij}^{l'}=\begin{cases} w_{ij}^{l}, & \mathrm{rand}_{ij}\geqslant p, \\ 0, & \mathrm{rand}_{ij}<p. \end{cases} \tag{8}$$

其中: $\mathrm{rand}_{ij}\in[0,1]$为对于矩阵中第$i$行$j$列的元素产生一个随机数, 与$p$比较. $\boldsymbol{B}_l^{l'}=(b_{n_1n_2}^{ll'})_{n_l\times n_l}$表示$V^l\to V^{l'}$的重连子矩阵, $l\in\{1,2,\cdots,L-2\}$, $l'\in\{3,4,\cdots,L\}$, $n_1,n_2\in\{1,2,\cdots,n_l\}$, 该重连子矩阵产生的概率为$\dfrac{1}{L-l-1}$, 即为第$l+1$层后续层被选中的概率, 后续层中被选中层的第$n_2$个神经元在同层神经元中被选中的概率为$\dfrac{1}{n_l}$, 则重连子矩阵中的元素$b_{n_1n_2}^{ll'}$可表示为

$$b_{n_1n_2}^{ll'}=\begin{cases} \mathrm{rand}, & \mathrm{rand}_{n_1n_2}<\dfrac{p}{(L-l-1)n_l}, \\ 0, & \mathrm{rand}_{n_1n_2}\geqslant\dfrac{p}{(L-l-1)n_l}. \end{cases} \tag{9}$$

其中: $\mathrm{rand}\in[0,1]$, $\mathrm{rand}_{n_1n_2}$与rand_{ij}意义相同.

由小世界神经网络的连接矩阵$\boldsymbol{W}$可以看出, 网络中第l层的节点依概率$1-p$连接至第$l+1$层的节点, 依p产生重连至后续层神经元, 若网络中层数和神经元数较多, p较小时, $\boldsymbol{W}$为稀疏矩阵. 下面给出当$p=0.1$时, 所构建的某个10层网络中第1层神经元与其他层神经元的连接矩阵实例:

$$\boldsymbol{W}^{1'}=\begin{bmatrix} 0.25 & 0.24 & 0.3 & 0.23 & 0.35 \\ 0.0 & 0.39 & -0.35 & 0.17 & 0.3 \\ 0.0 & 0.1 & 0.0 & 0.05 & 0.0 \\ 0.17 & 0.05 & 0.22 & -0.43 & 0.34 \\ 0.48 & 0.11 & 0.09 & 0.24 & 0.21 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_1^2=\begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.48 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_1^7=\begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.89 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_1^8=\begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -2.62 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_1^1=\boldsymbol{B}_1^3=\boldsymbol{B}_1^4=\boldsymbol{B}_1^5=\boldsymbol{B}_1^6=\begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}.$$

矩阵$\boldsymbol{W}^{1'}$中的0元表示第1层神经元与第2层神经元之间有3个规则连接被断开, $\boldsymbol{B}_1^2$, $\boldsymbol{B}_1^7$, $\boldsymbol{B}_1^9$中有非0元, 表明随机选中了第3,9,10层中的神经元进行重连.

3) 输入向量$\boldsymbol{X}$: 在函数逼近的问题中, 输入向量由逼近函数的自变量所组成, 将其作为第1层节点的输入, 即$\boldsymbol{X}=(x_1^1,\cdots,x_i^1,\cdots,x_{n_l}^1)^{\mathrm{T}}$, $i\in\{1,2,\cdots,n_l\}$.

4) 输出向量$\boldsymbol{Y}$: 该输出向量由多层前向小世界神经网络输出层神经元的输出组成, $\boldsymbol{Y}=(y_1^L,\cdots,y_i^L,\cdots,y_{n_l}^L)^{\mathrm{T}}$, $i\in\{1,2,\cdots,n_l\}$, 其中$(y_1^1,\cdots,y_i^1,\cdots,y_{n_l}^1)^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{X}$表示第1层输出.

5) 节点接受信息函数Z: 随机重连后网络中第l层节点接受到的信息不仅仅是$l-1$层节点传递过来的, 还将依概率接受前$l-2$层节点传递过来的信号, 所以Z的表达式中应该包括$p=0$和$p\neq0$两种情况.

6) 实现算法A: 输入向量前向传输, 每个神经元的激活函数采用非线性Sigmoid函数, 其中隐层为单极性, 输出层为双极性, 得到输出向量, 然后根据误差对权值的偏导信息, 调节神经元间的连接权重, 实现输入到输出的映射: $\boldsymbol{X}\to\boldsymbol{Y}$, 具体采用加动量项的误差反传(Back-Propagation)算法进行权值修正, 学习的目的是使逼近误差趋近于0, 从而实现复杂问题的网络表达[12].

本文所构造的网络每层均为5个神经元, 对于所给的非线性函数逼近模型, 为了能够满足网络输入输出的要求, 将非线性函数在$x\in[0,2\pi]$上均匀分

成10个区间, 每个区间取5个均匀分布的数据点作为一次学习的输入向量, 该输入向量所对应的函数取值为目标向量, 输出层5个神经元的输出组成输出向量, 与目标向量比较, 求取逼近误差.

4 仿真试验与结果分析(Simulation and results analysis)

4.1 测试函数及算法参数(Test function and algorithm parameters)

选用MATLAB帮助中关于神经网络函数逼近例程中提供的非线性函数作为测试函数, 如下式所示:

$$f(x) = \mathrm{e}^{-1.9(x+0.5)}\sin(10x),\ x \in [0, 2\pi], \tag{10}$$

该函数存在多个局部极小值, 网络必须具有较好的局部极小跳出能力才能获得满意的逼近效果. 在测试中, 分别取$p = 0, 0.0001, 0.001, 0.002, 0.003, 0.004, 0.005, 0.006, 0.007, 0.008, 0.009, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1$共26个值, 每个重连概率值上运行10次, 以迭代50000次作为算法的终止条件. 在实现算法中, 惯性系数$\alpha = 0.95$, 学习速率$\eta = 0.25$, 采样点数为50, 将这些采样点数分成10个样本进行输入, 初始连接权值均为[0,1]之间的随机数, 所有仿真程序均在MATLAB 7.0下完成运行.

4.2 测试结果及分析(Test results and analysis)

对每层5个神经元的10,12和15层网络分别在不同的p下进行50000次迭代学习,图3～5给出了的逼近误差随p变化的趋势, 图中曲线上的数据点是在每个p值上进行10次独立迭代逼近误差的均值及其最大最小值. 从图中可以看出, 在$p = 0.0001$时, 由于网络中的规则连接结构基本没有被破坏, 逼近误差基本与$p = 0$的相等, 且此时逼近误差与最小误差相比明显偏大, 随着p的不断增大, 规则网络结构受到破坏, 在$0.0001 < p \leqslant 0.01$时, 虽然平均逼近误差变化不大, 但在多数$p$值上的逼近误差均出现较小值, 表明在某次运行时规则网络结构通过引入少量的随机重接, 可以大大提高网络的逼近性能, 当$0.01 < p \leqslant 0.1$时, 网络的逼近误差开始减小, 中间偶有起伏, 平均逼近误差在$p = 0.1$时出现最小峰值, 该结果表明当$0.01 < p \leqslant 0.1$时, 小世界神经网络具有较好的局部极小值跳出能力, 当$p > 0.1$, 逼近误差的平均值迅速增大, 但在某些p值上仍可获得一些较小的逼近误差值, 表明随着p的继续增大, 网络中引入了较多的随机重接, 使其具有较强的随机特性, 逼近误差将在较大范围内变化. 此外, 15层网络的最优平均逼近误差有所偏大, 主要是由于层数增加而迭代次数未增加. 图6给出了每层为5个神经元的10层网络在$p = 0.1$时10次逼近目标函数所得的平均值曲线, 可见逼近效果较好.

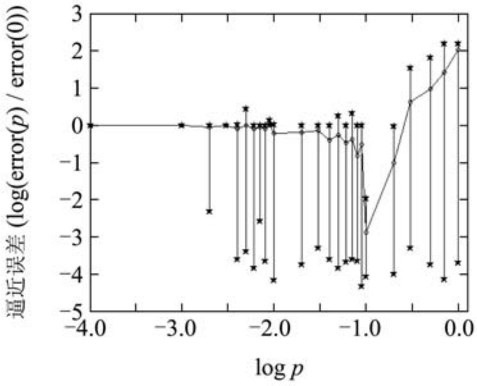


图 3 逼近误差随p的变化曲线(10层, 5个神经元/层)

Fig. 3 Aprroximation error curve with the change of p (10 layers, 5 neurons per layer)

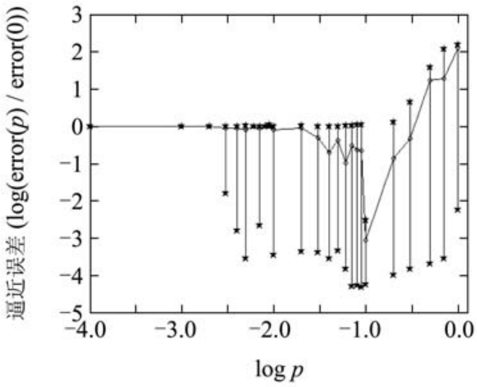


图 4 逼近误差随p的变化曲线(12层, 5个神经元/层)

Fig. 4 Aprroximation error curve with the change of p (12 layers, 5 neurons per layer)

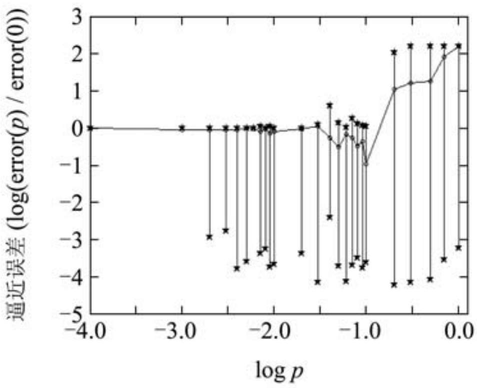


图 5 逼近误差随p的变化曲线(15层, 5个神经元/层)

Fig. 5 Aprroximation error curve with the change of p (15 layers, 5 neurons per layer)

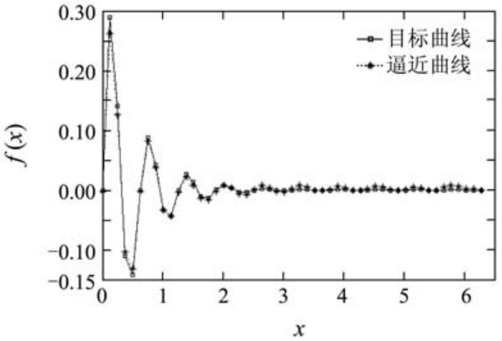


图 6　$p = 0.1$时的逼近曲线(10层, 5个神经元/层)

Fig. 6　Aprroximation curve at $p = 0.1$ (10 layers, 5 neurons per layer)

此外, 设定逼近精度$\epsilon < 0.01$为算法终止条件, 观察$p = 0$, $p = 0.02$, $p = 0.02$, $p = 0.1$和$p = 1$的情况下, 每层为5个神经元的10,12和15层网络的收敛性能. 为了避免算法陷入局部极小, 设定最大迭代次数为100000次. 表1给出了10次独立运行所得结果, $n_{\rm s}$表示10次独立运行中能够在最大代数下收敛到设定精度的次数, $n_{\rm m}$为成功收敛到设定精度的平均迭代代数. 从表中结果可以看出, $p = 0$时, 网络处于规则连接, 3个不同层的网络均不能在最大迭代次数下收敛到设定精度, 可见规则连接下网络的收敛性能较差, 当$p = 0.02$和$p = 0.05$时, 通过引入少量随机重接, 在最大次数下能够收敛到设定精度的运行次数明显增加, 其中$p = 0.05$时效果更加明显, 其所需的平均迭代次数也变小, 当$p = 0.1$时, 3个不同层的网络在最大迭代次数下9次以上都可收敛到设定精度, 且10,12层网络收敛到设定精度的平均迭代次数比其它p下的网络都要小很多, 可见其收敛性能和快速性均为最优, 而该重连概率下的15层网络所需的迭代次数比$p = 0.05$时的网络要大, 但是在$p = 0.05$下网络在规定次数下只有6次能够收敛到设定精度, 收敛性能明显不如前者, 当$p = 1$时, 网络处于随机连接, 其收敛次数比$p = 0.1$时要少, 且其收敛所需的迭代次数偏大, 可见该网络的收敛速度较差. 总之, 当$p = 0.1$时, 此时小世界神经网络比规则网络和随机网络要具有更好的收敛性能, 收敛速度也更快.

表 1　设定精度下收敛情况的统计结果

Table 1　Statistic results of convergence at setting precision

L	$p=0$		$p=0.02$		$p=0.05$		$p=0.1$		$p=1$	
	$n_{\rm s}$	$n_{\rm m}$	$n_{\rm s}$	$n_{\rm m}$	$n_{\rm s}$	$n_{\rm m}$	$n_{\rm s}$	$n_{\rm m}$	$n_{\rm s}$	$n_{\rm m}$
10	—	—	5	23001.4	8	4850.8	10	1631.0	5	46422.6
12	—	—	2	23827.5	9	20128.7	9	3711.9	6	20964.3
15	—	—	4	22238.5	6	7403.0	9	19937.7	3	39936.3

"—"表示在最大迭代次数下不能收敛到设定精度.

5　结论与展望(Conclusion and prospect)

由于对结构处于规则和随机之间的神经网络模型的研究还相对较少, 本文构造基于Watts-Strogatz模型的多层前向小世界神经网络, 并对所构建的网络模型进行聚类系数、平均距离等特征参数进行分析, 结果表明所构造的小世界神经网络不同于Watts-Strogatz模型. 通过函数逼近来验证不同重连概率下网络模型的特性, 探讨了在重连概率逐渐增大的情况下逼近误差的变化趋势, 仿真结果表明, 在$p = 0.1$时, 逼近误差会出现一个极小的峰值, 这个现象表明相对于连接规则和随机的神经网络, 此时小世界神经网络具有更优的逼近性能, 同样发现在$p = 0.1$时小世界神经网络比规则网络和随机网络更好的收敛特性, 且收敛速度较快.

虽然上述结果表明小世界神经网络在合适的重连概率下具有较优的函数逼近性能, 而像模式识别中的图像处理、数据分类等问题也可以用来进行网络模型有效性的验证, 此外, 将该网络应用到工程实际问题(如神经网络控制)都是本文今后的研究方向.

参考文献(References):

[1] SPORNS O, HONEY C J. Small worlds inside big brains[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2006, 103(51): 19219 – 19220.

[2] ALBERT R, BARABASI A L. Statistical mechanics of complex networks[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2002, 74(1): 47 – 97.

[3] 袁著祉, 陈增强, 李翔. 联接主义智能控制综述[J]. 自动化学报, 2002, 28(1): 38 – 59.
(YUAN Zhuzhi, CHEN Zengqiang, LI Xiang. Connectionism intelligent control: a survey[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(1): 38 – 59.)

[4] XIA Y S, WANG J. A general methodology for designing globally convergent optimization neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1998, 9(6): 1331 – 1343.

[5] HU S G, LIAO X X, MAO X R. Stochastic hopfield neural networks[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 2003, 36(9): 2235 – 2249.

[6] GELENBE E, FOUMEAU J M. Random neural networks with multiple classes of signals[J]. *Neural Computation*, 1999, 11(4): 953 – 963.

[7] 丛爽, 王怡雯. 随机神经网络发展现状综述[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(6): 975 – 980.
(CONG Shuang, WANG Yiwen. Survey of current progress in random neural network[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(6): 975 – 980.)

[8] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small-world networks[J]. *Nature*, 1998, 393(4): 440 – 442.

[9] EGUILUZ V M, CHIALVO D R, CECCHI G A, et al. Scale-free brain functional networks[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(1): 018102.

[10] BASSETT D S, BULLMORE E. Small-world brain networks[J]. *Neuroscientist*, 2006, 12(6): 512 – 523.

[11] SIMARD D, NADEAU L, KROGER H. Faster learning in small-world neural networks[J]. *Physics Letters A*, 2005, 336(1): 8 – 15.

[12] 阎平凡, 张长水. 人工神经网络与模拟进化计算[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.

[13] 汪秉文, 沈艳军, 何统洲. 多输出神经元模型的多层前向神经网络及其应用[J]. 控制理论与应用, 2004,21(4): 611 – 613.
(WANG Bingwen, SHEN Yanjun, HE Tongzhou. Multilayer feedforward neural networkswith multioutput neural model and its application[J]. *Control theory & applications*, 2004, 21(4):611 – 613.)

[14] 阎平凡. 对多层前向神经网络研究的几点看法[J]. 自动化学报, 1997, 23(1): 129 – 135.
(YAN Pingfan. Some views on the research of multilayer feed forward neural networks[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(1): 129 – 135.)

[15] KLEINGERG J M. Navigation in a small world[J]. *Nature*, 2000, 406(6798): 845.

[16] COSTA L F, RODRIGUES F A, TRAVIESO G, et al. Characterization of complex networks: a survey of measurements[J]. *Advances in Physics*, 2007, 56(1): 167 – 242.

[17] 阮晓钢. 人工智能之路神经计算科学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.

作者简介:

李小虎 (1976—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为人工智能和机电系统的计算机控制, E-mail: lxhxjtu@stu.xjtu.edu.cn;

杜海峰 (1972—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂性网络、自然计算和工程优化, E-mail: haifengdu@mail.xjtu.edu.cn;

张进华 (1979—), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为基于生物电信号的机器人控制和人工智能算法及其应用;

王孙安 (1958—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为机电系统的计算机控制和人工智能.