文章编号: 1000−8152(2010)05−0627−04

基于观测器的不确定T-S模糊系统鲁棒镇定

齐 丽, 杨俊友

(沈阳工业大学 电气工程学院, 辽宁 沈阳 110178)

摘要: 为带有参数不确定性的T-S模糊控制系统提出了新的基于观测器的鲁棒输出镇定条件. 该条件用来设计模糊控制器和模糊观测器. 为了设计模糊控制器和模糊观测器, 用T-S模糊模型来表示非线性系统, 并运用平行分布补偿观念. 充分条件基于二次Lyapunov函数, 通过将模糊系统的鲁棒镇定条件表述为一系列矩阵不等式, 比以往文献中列出的条件具有更小的保守性. 该不等式为双线性矩阵不等式, 可分两步骤先后解得使T-S模糊系统镇定的控制器增益和观测器增益. 最后, 通过对一个具有不确定性的连续时间非线性系统控制的例子证明了提出方法比以往方法更宽松.

关键词: T-S模糊系统; 参数不确定性; 鲁棒镇定; 双线性矩阵不等式

中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Observer-based robust stabilization of uncertain T-S fuzzy systems

QI Li, YANG Jun-you

(School of Electrical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang Liaoning 110178, China)

Abstract: This paper proposes new observer-based output robust stabilization conditions for Takagi-Sugeno(T-S) fuzzy control systems with parametric uncertainties. They are applied to design problems of fuzzy controllers and fuzzy observers. To design fuzzy controller and fuzzy observers, nonlinear systems are represented by T-S fuzzy models and the concept of parallel distributed compensation is employed. The sufficient condition is based on the quadratic Lyapunov function and is less conservative than some conditions published recently in the literature by describing the robust stabilization condition through a set of matrix inequalities. The sufficient condition is formulated in the format of bilinear matrix inequalities; one can obtain successively the controller gains and observer gains of T-S fuzzy control system with parametric uncertainties using two-step procedure. Finally, it is successfully demonstrated that the proposed approach is a more relaxed condition than others in the control of a continuous-time nonlinear uncertain system.

Key words: T-S fuzzy system; parametric uncertainty; robust stabilization; bilinear matrix inequality(BMI)

1 引言(Introduction)

近年来有一些由T-S模糊模型描述的非线性系统的稳定性、控制器综合、观测器方面的研究. 一些文章基于二次Lyapunov函数讨论了模糊系统的反馈控制和状态估计[1~8]. 在文献[1]中, 模糊控制系统的镇定条件放松了基本条件的保守性. 为了减少保守性, 文献[2]提出了另一种放松二次镇定条件的方法. 文献[3]在文献[2]的基础上进一步改进了二次镇定条件, 允许非对角线上的矩阵由有对称要求放松为无对称要求. 在文献[4]中通过放松以往文献镇定条件而获得了新的镇定条件. 但是以上文献大部分是基于状态反馈进行控制, 前提是系统所有的状态可测, 不过在生产实际中状态全部可测很难实现. 为了解决这个问题, 一些文献如[1,9~13]讨论了基于观测器的模糊系统的控制. 文献[9]在文献[3]的状态反馈控制基础上设计了基于观测器的鲁棒模糊控制. 本文将模糊系统的鲁棒镇定条件表述为一系列矩阵不等式, 降低了文献[9,10]中相关条件的保守性.

本文中用到以下符号: $P>0$表示P是对称正定矩阵. $A^{\mathrm T}$表示矩阵转置. $\mathbb{R}^{n\times m}$表示$n\times m$维实数矩阵集合. $*$表示矩阵中对称位置上的元素. sym A代表$A+A^{\mathrm T}$. I为适当维数的单位阵.

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下的不确定T-S模糊模型:

$$\begin{cases} \dot x=\sum\limits_{i=1}^{q}\mu_i(z)((A_i+\Delta A_i)x+(B_i+\Delta B_i)u),\\ y=\sum\limits_{i=1}^{q}\mu_i(z)C_ix. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\mu_1+\cdots+\mu_q=1,\mu_i\geqslant 0,q$为模糊规则的个数, $x(t)\in\mathbb{R}^n$为状态向量, $u(t)\in\mathbb{R}^m$为控制输入向量, $y(t)\in\mathbb{R}^l$为输出向量, $A_i\in\mathbb{R}^{n\times n},B_i\in\mathbb{R}^{n\times m},C_i\in\mathbb{R}^{l\times n}$分别为第 i 个状态矩阵、输入矩阵和输出矩阵,

收稿日期: 2009−02−08; 收修改稿日期: 2009−07−03.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50375102).

向量$z(t)$为依赖可量测变量的前件变量, ΔA和ΔB为适当维数的时变矩阵:

$$[\Delta A_i\ \Delta B_i] = D_i F_i(t)[E_{Ai}\ E_{Bi}], F_i F_i^{\mathrm{T}} \leqslant I.$$

D_i, E_{Ai}和E_{Bi}为具有适当维数的已知实常数矩阵, $F_i(t)$为具有勒贝格可测元素的未知矩阵函数.

模糊观测器定义如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum\limits_{i=1}^{q} \mu_i(z)(A_i x + B_i u + L_i(y-\hat{y}), \\ \hat{y} = \sum\limits_{i=1}^{q} \mu_i(z) C_i \hat{x}. \end{cases} \tag{2}$$

其中$L_i \in \mathbb{R}^{n\times l}$为待定的观测器增益. 本文的目的是为系统(1)设计基于观测器的鲁棒控制器:

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{q} \mu_i(z) K_i \hat{x}. \tag{3}$$

使得不确定模糊系统(1)鲁棒稳定, 其中$K_i \in \mathbb{R}^{m\times n}$为要确定的反馈增益.

3 主要结果(Main result)

以下结论给出了模糊系统(1)的基于观测器的改进型鲁棒模糊镇定条件.

定理 1 如果存在矩阵$Q>0, P>0, M_i, N_i, \varUpsilon_{ijl}, \varGamma_{ijl}$和标量$\varepsilon_{ijl}, \lambda_{ijl}$满足以下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \varUpsilon_{1i1} & \cdots & \varUpsilon_{1iq} \\ \vdots & & \vdots \\ \varUpsilon_{1iq}^{\mathrm{T}} & \cdots & \varUpsilon_{qiq} \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} \varPhi_{iii} & * & * \\ G_{ii} & \sigma_{iii} I & * \\ D_i^{\mathrm{T}} & 0 & \tau^{-1} I \end{bmatrix} < 0,$$
$$i = 1,2,\cdots,q. \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix} \varPsi_{iij} & * & * & * & * & * \\ G_{ii} & \sigma_{iij} I & * & * & * & * \\ G_{ij} & 0 & \sigma_{iji} I & * & * & * \\ G_{ji} & 0 & 0 & \sigma_{jii} I & * & * \\ D_i^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & (\tau_{iij}+\tau_{iji})^{-1} I & * \\ D_j^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{jii}^{-1} I \end{bmatrix} < 0,$$
$$i,j = 1,2,\cdots,q, j \neq i. \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} \varXi_{ijl} & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ G_{ij} & \sigma_{ijl} I & * & * & * & * & * & * & * & * \\ G_{il} & 0 & \sigma_{ilj} I & * & * & * & * & * & * & * \\ G_{ji} & 0 & 0 & \sigma_{jli} I & * & * & * & * & * & * \\ G_{jl} & 0 & 0 & 0 & \sigma_{jli} I & * & * & * & * & * \\ G_{li} & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{lij} I & * & * & * & * \\ G_{lj} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{lji} I & * & * & * \\ D_i^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\tau_{ijl}+\tau_{ilj})^{-1} I & * & * \\ D_j^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\tau_{jil}+\tau_{jli})^{-1} I & * \\ D_l^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\tau_{lij}+\tau_{lji})^{-1} I \end{bmatrix} < 0,$$
$$i = 1,2,\cdots,q-2, j = i+1,\cdots,q-1, l = j+1,\cdots,q. \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} \varTheta_{iij} & * & * & * & * & * \\ E_{Bi}K_i & \eta_{iij} I & * & * & * & * \\ E_{Bi}K_j & 0 & \eta_{iji} I & * & * & * \\ E_{Bj}K_i & 0 & 0 & \eta_{jii} I & * & * \\ (PD_i)^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & (\pi_{iij}+\pi_{iji})^{-1} I & * \\ (PD_j)^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{jii}^{-1} I \end{bmatrix} < 0, i,j = 1,2,\cdots,q, j \neq i. \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} \varOmega_{ijl} & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ E_{Bi}K_j & \eta_{ijl} I & * & * & * & * & * & * & * & * \\ E_{Bi}K_l & 0 & \eta_{ilj} I & * & * & * & * & * & * & * \\ E_{Bj}K_i & 0 & 0 & \eta_{jil} I & * & * & * & * & * & * \\ E_{Bj}K_l & 0 & 0 & 0 & \eta_{jli} I & * & * & * & * & * \\ E_{Bl}K_i & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_{lij} I & * & * & * & * \\ E_{Bl}K_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_{lji} I & * & * & * \\ (PD_i)^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\pi_{ijl}+\pi_{ilj})^{-1} I & * & * \\ (PD_j)^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & (\pi_{jil}+\pi_{jli})^{-1} I & * \\ (PD_l)^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\pi_{lij}+\pi_{lji})^{-1} I \end{bmatrix} < 0,$$

$$i=1,2,\cdots,q-2, j=i+1,\cdots,q-1, l=j+1,\cdots,q. \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} T_{iii} & * & * \\ E_{Bi}K_i & \eta_{iii}I & * \\ D_i^{\mathrm{T}}P & 0 & \pi_{iii}^{-1}I \end{bmatrix}<0, \begin{bmatrix} \varGamma_{1i1} & \cdots & \varGamma_{1iq} \\ \vdots & & \vdots \\ \varGamma_{1iq}^{\mathrm{T}} & \cdots & \varGamma_{qiq} \end{bmatrix}>0, i=1,2,\cdots,q. \tag{9}$$

则模糊系统(1)和观测器(2)、控制器(3)组成的闭环系统渐近稳定, 且反馈增益和观测器增益可分别取为$K_i=M_iQ^{-1}, L_i=P^{-1}N_i$. 各符号涵义如下:

$$\begin{cases} G_{ij}=E_{Ai}Q-E_{Bi}M_j, \sigma_{ijl}=-(\varepsilon_{ijl}^{-1}+1)^{-1}, \\ \tau_{ijl}=-(\varepsilon_{ijl}+1), \\ \varPhi_{iii}=\mathrm{sym}(A_iQ-B_iM_i)+\varUpsilon_{iii}+I, \\ \varPsi_{iij}=\mathrm{sym}(2A_iQ+A_jQ-B_iM_i-B_iM_j-B_jM_i)+\varUpsilon_{iij}+\varUpsilon_{iji}+\varUpsilon_{iij}^{\mathrm{T}}+3I, \\ \varXi_{ijl}=\mathrm{sym}(2(A_i+A_j+A_l)Q-B_i(M_j+M_l)-B_j(M_i+M_l)-B_l(M_i+M_j))+ \\ \qquad \varUpsilon_{ijl}+\varUpsilon_{ilj}+\varUpsilon_{jil}+\varUpsilon_{ijl}^{\mathrm{T}}+\varUpsilon_{ilj}^{\mathrm{T}}+\varUpsilon_{jil}^{\mathrm{T}}+6I, \\ \eta_{ijl}=-(\lambda_{ijl}^{-1}+1)^{-1}, \pi_{ijl}=-(\lambda_{ijl}+1), \\ T_{iii}=\mathrm{sym}(PA_i-N_iC_i)+K_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}B_iK_i+\varGamma_{iii}, \\ \varTheta_{iij}=\mathrm{sym}(2PA_i+PA_j-N_jC_i-N_iC_j-N_iC_i)+K_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}B_iK_i+K_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}B_jK_i+ \\ \qquad K_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}B_iK_j+\varGamma_{iij}+\varGamma_{iji}+\varGamma_{iij}^{\mathrm{T}}, \\ \varOmega_{ijl}=\mathrm{sym}(2P(A_i+A_j+A_l)-(N_j+N_l)C_i-(N_i+N_l)C_j-(N_i+N_j)C_l)+ \\ \qquad K_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}B_jK_i+K_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}B_iK_j+K_i^{\mathrm{T}}B_l^{\mathrm{T}}B_lK_i+K_l^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}B_iK_l+K_j^{\mathrm{T}}B_l^{\mathrm{T}}B_lK_j+ \\ \qquad K_l^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}B_jK_l+\varGamma_{ijl}+\varGamma_{ilj}+\varGamma_{jil}+\varGamma_{ijl}^{\mathrm{T}}+\varGamma_{ilj}^{\mathrm{T}}+\varGamma_{jil}^{\mathrm{T}}. \end{cases} \tag{10}$$

证　定义估计误差向量$e=x-\hat{x}$. 考虑函数$V(x,e)=x^{\mathrm{T}}Q^{-1}x+e^{\mathrm{T}}Pe$, 详细过程略.

注 1　所获得的条件是BMI形式, 可以使用LMI工具分两步来解合成条件. 首先解LMIs (4)~(6), 其中变量为$Q, \varUpsilon_{ijl}, M_i$; 一旦增益$K_i$算出, 条件(7)~(9)成为LMIs, 其中变量为P, $\varGamma_{ijl}$和N_i, 并且可以容易地通过LMI工具解出要确定的增益L_i.

注 2　当不确定性参数为零时, 具有参数不确定的模糊系统基于观测器的输出反馈镇定条件则简化为标称系统的基于观测器的输出反馈镇定条件, 且保守性情况相同.

具有参数不确定的模糊系统基于观测器的输出反馈镇定条件保守性与状态反馈条件相对应. 文献[10]给出基本条件, 认为所有模糊子系统同时激活; 文献[9]给出的定理1因考虑到实际系统中只有少数模糊子系统被激活, 并用解析法考虑子系统相互关系, 导致更加放松. 文献[12]中的镇定条件与此相同; 文献[9]定理2把鲁棒镇定条件表述为一个矩阵不等式, 用数值法考虑子系统相互关系, 进一步放宽了条件. 本文提出的条件借鉴了文献[4]中所提出的把镇定条件表述为一系列矩阵不等式的思想, 得到鲁棒镇定的更少保守性的条件.

4　仿真分析(Simulation analysis)

考虑由以下模糊规则和参数矩阵描述的系统:

Rule $i(1-3)$: If x_1 is M_i, Then

$$\begin{cases} \dot{x}=(A_i+\Delta A_i)x+(B_i+\Delta B_i)u, \\ y=C_ix. \end{cases}$$

$$A_1=\begin{bmatrix} 1.59 & -7.29 \\ 0.01 & 0 \end{bmatrix}, A_2=\begin{bmatrix} 0.02 & -4.64 \\ 0.35 & 0.21 \end{bmatrix}.$$

$$A_3=\begin{bmatrix} -a & -4.33 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}, B_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2=\begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_3=\begin{bmatrix} -b+6 \\ -1 \end{bmatrix}, C_1=C_2=C_3=[1\ 0],$$

$$D_1=D_2=D_3=\begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix},$$

$$E_{A1}=E_{A2}=E_{A3}=\begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix},$$

$$E_{B1}=E_{B2}=E_{B3}=\begin{bmatrix} 0.0012 \\ 0.0012 \end{bmatrix}.$$

调整参数a和b的数值比较文献[10]中定理2、文献[9]中定理1、文献[9]中定理2与本文定理1的保守性. 文献[10]中定理2在图中表示区域无解, 因而无需给出图形. 图1～图3分别表示文献[9]中定理1、文献[9]中定理2与本文定理1能够找到系统基于观测器的鲁棒输出反馈镇定控制器的参数区域. 图中符号“·”代表定理的LMI条件可行, “×”代表定理的LMI条件不可行. 从图可以看出本文中定理1是最宽松的结果.

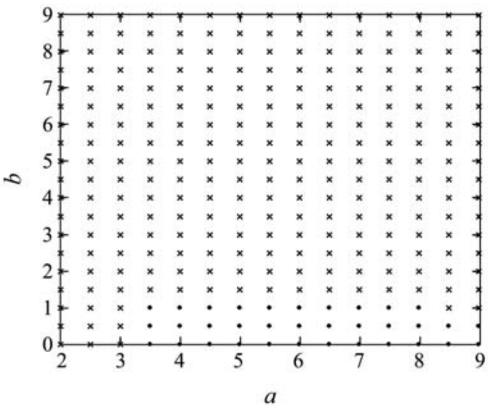

图1 基于文献[9]中定理1的镇定区域

Fig. 1 Stabilization region based on theorem 1 of [9]

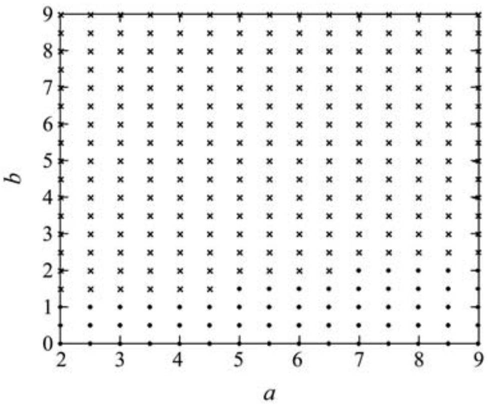

图2 基于文献[9]中定理2的镇定区域

Fig. 2 Stabilization region based on theorem 2 of [9]

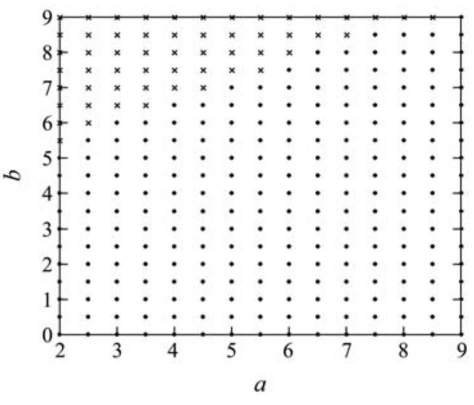

图3 基于本文定理1的镇定区域

Fig. 3 Stabilization region based on theorem 1 of this paper

5 结论(Conclusion)

本文提出了新的具有参数不确定性的T-S模糊系统的基于观测器的鲁棒镇定条件, 表述为一系列矩阵不等式, 比以往文献中的相关条件具有更低的保守性. 这种方法无论是在状态反馈、基于观测器的输出反馈或静态输出反馈等情况都适用, 同样适用于确定系统.

参考文献(References):

[1] TANAKA K, IKEDA T, WANG O. Fuzzy regulator and fuzzy observer: relaxed stability conditions and LMI based design[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1998, 6(2): 250 – 256.

[2] KIM E, LEE H. New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy systems*, 2000, 8(5): 523 – 534.

[3] LIU X D, ZHANG Q L. New approach to H_∞ controller designs based on fuzzy observer for T-S fuzzy systems via LMI[J]. *Automatica*, 2003, 39(5): 1571 – 1582.

[4] FANG C H, LIU Y S, KAU S W, et al. A new LMI-based approach to relaxed quadratic stabilization of T-S fuzzy control systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2006, 14(3): 386 – 397.

[5] WANG H O, TANAKA K, GRIFFIN M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 14 – 23.

[6] JOH J, CHEN Y H, LANGARI R. On the stability issues of linear Takagi-Sugeno fuzzy models[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1998, 6(3): 402 – 410.

[7] WANG W J, SUN C S. Relaxed stability condition for T-S fuzzy systems[C] //*Proceedings of 9th IFSA World Congress*, Vancouver, BC: [s.n.], 2001, 1: 221 – 226.

[8] LEE H J, PARK J B, CHEN G. Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2001, 9(2): 369 – 379.

[9] CHADLI M, HAJJAJI A. Output robust stabilization of uncertain Takagi-Sugeno model[C] //*Proceedings of the 44rd IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005*. Seville, Spain: [s.n.], 2005: 3393 – 3398.

[10] CHADLI M, HAJJAJI A. Comment on “Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties”[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157(9): 1276 – 1281.

[11] GUERRA T M, KRUSZEWSKI A, VERMEIREN L, et al. Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno's form[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157(9): 1248 – 1259.

[12] LO J C, LIN M L. Observer-based robust H_∞ control for fuzzy systems using two-step procedure[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2004, 12(3): 350 – 359.

[13] HAJJAJI A, CIOCAN A, MAQUIN D, et al. State estimation of uncertain multiple model with unknown inputs[C] //*Proceedings of IEEE 43rd Conference on Decision and Control*. Nassau Bahamas: [s.n.], 2004: 3563 – 3568.

作者简介:

齐 丽 (1973—), 女, 讲师, 研究方向为永磁电机、模糊系统, E-mail: qili1973@tom.com;

杨俊友 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为永磁电机及其控制、智能控制理论及其在电气传动中的应用.