第 27 卷第 9 期
2010 年 9 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 27 No. 9
Sep. 2010

文章编号: 1000−8152(2010)09−1152−07

改进的无迹粒子滤波算法

曲彦文, 张二华, 杨静宇

(南京理工大学 计算机科学与技术学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 本文提出了一种改进的无迹粒子滤波算法(IUPF). 与传统的粒子滤波算法不同, IUPF中每个粒子并不代表状态序列的一个可能实现, 而是代表由初始状态以及过程噪声序列所构成的扩展过程噪声序列的一个可能实现. 根据状态空间方程所属的类型, IUPF可以采用不同的无迹变换方法来设计建议分布. 并借鉴了基于无迹变换的辅助粒子滤波器(UTAPF)的思想来改进重采样过程. 与UPF和UTAPF相比, 新算法有3处改进. 第一, IUPF无需假定状态转移核函数已知, 因而应用范围较UPF和UTAPF广泛. 第二, IUPF的计算开销较少. 第三, UPF和UTAPF中每个粒子均被假设拥有一个从其父母粒子中继承下来的状态分布, 然而这种假设是否合理目前尚难定论, IUPF避免了该假设. 在两组仿真实验下将新算法与其它4种算法进行比较, 新算法体现了较好的估计能力. 并且结果显示与UPF以及UTAPF相比, IUPF所节省的计算时间与状态向量和噪声向量的维数有关.

关键词: 粒子滤波; 无迹变换; 最优滤波

中图分类号: TP202　　　**文献标识码:** A

Improved unscented particle filter

QU Yan-wen, ZHANG Er-hua, YANG Jing-yu

(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

Abstract: Being different to the unscented particle filter(UPF) in which each particle represents a sample of the state-sequence, the improved unscented particle filter(IUPF) has its particle representing a sample of the extended process-noise-sequence which is the combination of the initial states and the process-noise-sequence. For the different form of the state-space, a correspondent unscented transformation(UT) method is adopted to construct the proposal distribution. This method draws ideas from the unscented-transformation-based-auxiliary-particle-filter(UTAPF) to improve the re-sampling process. The IUPF has three advantages over the UPF and the UTAPF. Firstly, the IUPF requires no knowledge of the state transition kernel; thus, it has a wider application scope. Secondly, the IUPF has a lower computational cost. Thirdly, each particle in the UPF or the UTAPF is generally assumed to have a state distribution inherited from its parent particles, but the reason is questionable. However, this assumption can be avoided in the IUPF. In two simulation experiments of ours, the IUPF shows better estimation performance than the other four algorithms. Compared with the UPF and the UTAPF, the IUPF reduces the computation time by an amount depending on the dimension of the state vector and the dimension of the noise vector.

Key words: particle filter; unscented-transformation; optimal filtering

1 引言(Introduction)

非线性滤波问题一直以来都受到研究者的重视, 先后出现了扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF), sampling importance resampling [1](SIR)和unscented Kalman filter [2](UKF)等滤波算法. 近10年来, 随着计算机运算能力的增强, SIR在非线性滤波问题中越发受到关注, 并诞生了许多以此为基础的改进算法[3~9], 统称为粒子滤波(particle filters, PF).

建议分布(proposal distribution, PD, 或称为重要性函数)的设计被认为是粒子滤波的关键问题之一. 其中, Gaussian sum particle filter(GSPF)[3], unscented particle filter(UPF)[4]以及将UKF与辅助粒子滤波[5](auxiliary particle filer, APF)相结合的unscented transformation based auxiliary particle filter (UTAPF)[6]被认为是目前为止最为成功的几种算法[10,11], 并应用到许多工程问题中.

然而传统的基于无迹变换(unscented transformation, UT)的粒子滤波算法, 例如UPF与UTAPF, 面临

收稿日期: 2009−03−30; 收修改稿日期: 2010−01−31.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60632050, 60472060)

以下几个问题(注: 下述所涉及到的相关概念将在第2节中解释):

第一, UPF与UTAPF在更新粒子权重时需要假设状态转移核函数(state transition kernel)$p(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k\,|\boldsymbol{x}_{k-1})$已知, 但是在一些情况下, 例如当状态方程如式(1)所示时, 则难以获得状态转移核函数的解析表达式, 其中$\boldsymbol{v}_k = [v_{k,1}\;\; v_{k,2}]^{\mathrm{T}}$.

$$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{x}_{k-1}(1+\sin v_{k,1}+\cos v_{k,2}). \tag{1}$$

第二, 每一时刻UPF与UTAPF对每个粒子分别采用无迹变换来设计建议分布, 当状态向量维数较高时会导致UPF与UTAPF 的时间开销增大.

第三, 由于UPF与UTAPF需要在状态空间进行无迹变换, UPF与UTAPF中每个粒子均被假设存在一个从其父母粒子继承下来的状态分布, 然而该假设是否合理, 目前尚难定论. 近年来为了解决粒子样本贫乏的现象, 有学者们建议采用遗传进化策略等方法[7,8]来增加粒子的多样性. 由于在进行遗传算法的过程中存在变异等操作, 此时如果使用UPF或UTAPF算法, 则难以对每个粒子在滤波前赋予一个假设合理的状态分布.

为解决上述3个问题, 本文首先对最优滤波问题提出了一个新的等价描述, 进而提出了一种改进的无迹粒子滤波(improved unscented particle filter, IUPF)算法. 与传统的粒子滤波算法(包括UPF与UTAPF)不同, IUPF 中每个粒子所代表的内容不再是状态序列的一个可能实现, 而是由初始状态以及过程噪声序列所构成的扩展过程噪声序列的一个可能实现.

其余部分安排如下: 第2部分对状态空间方程, 最优滤波问题以及UPF进行简要的介绍; 第3部分对最优滤波问题进行新的描述, 并在此基础上介绍IUPF框架以及实现方法, 并比较IUPF与UPF以及UTAPF 的区别; 第4部分在两组仿真实验下比较IUPF, SIR, GSPF, UPF和UTAPF5种算法的性能; 第5部分总结与展望.

2　背景知识(Background)

2.1　状态空间方程(State space form)

离散时间非线性动态系统用状态空间方程表示为:

$$\boldsymbol{x}_k = f_k(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{v}_k), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{y}_k = h_k(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{w}_k). \tag{3}$$

其中: 式(1)称为状态方程, 式(2)称为观测方程. 下标k为时间标识. $\boldsymbol{x}_k$为n_{x}维状态向量, 初始状态$\boldsymbol{x}_0$的概率分布假设已知记为$p(\boldsymbol{x}_0)$. $\boldsymbol{v}_k$为n_{v}维过程噪声向量, 其概率分布、概率密度、均值和方差假设已知, 分别记为$p(\mathrm{d}\boldsymbol{v}_k)$, $p(\boldsymbol{v}_k)$, $\bar{\boldsymbol{v}}_k$和Q_k. $\boldsymbol{y}_k$为n_{y}维观测向量. $\boldsymbol{w}_k$为n_{w}维观测噪声向量, 其概率分布、概率密度、均值和方差假设已知, 并且分别记为$p(\mathrm{d}\boldsymbol{w}_k)$, $p(\boldsymbol{w}_k)$, $\bar{\boldsymbol{w}}_k$和R_k. $\boldsymbol{v}_k$和$\boldsymbol{w}_k$相互独立.

根据式(2)可知, 状态序列$\{\boldsymbol{x}_k\}$是一阶马尔可夫过程, 记其状态转移核函数为$p(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k\,|\boldsymbol{x}_{k-1})$. 根据式(3)可知观测$\boldsymbol{y}_k$条件依赖于$\boldsymbol{x}_k$, 记其条件分布为$p(\mathrm{d}\boldsymbol{y}_k\,|\boldsymbol{x}_k)$, 并假设$p(\mathrm{d}\boldsymbol{y}_k\,|\boldsymbol{x}_k)$对应的概率密度已知, 记为$p(\boldsymbol{y}_k\,|\boldsymbol{x}_k)$.

根据f_k和h_k的类型以及噪声的类型可将状态空间方程分为多种类型[12,13]. 出于篇幅考虑, 本文只考虑表1所示的3类状态空间方程.

表 1　3类状态空间方程

Table 1　Three classes of the State-Space forms

类型编号	状态空间方程	过程噪声	观测噪声
类1	$f_k(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{v}_k)=f_{k,1}(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{v}_k)$ $h_k(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{w}_k)=h_{k,1}(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{w}_k)$		
类2	$f_k(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{v}_k)=f_{k,2}(\boldsymbol{x}_{k-1})+A_k\boldsymbol{v}_k$ $h_k(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{w}_k)=h_{k,2}(\boldsymbol{x}_k)+B_k\boldsymbol{w}_k$		
类3	$f_k(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{v}_k)=F_k\boldsymbol{x}_{k-1}+A_k\boldsymbol{v}_k$ $h_k(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{w}_k)=h_{k,2}(\boldsymbol{x}_k)+B_k\boldsymbol{w}_k$	高斯噪声	高斯噪声

其中$f_{k,1}(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{v}_k)$是关于过程噪声的非线性函数, $h_{k,1}(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{w}_k)$是关于观测噪声的非线性函数, $f_{k,2}(\boldsymbol{x}_{k-1})$和$h_{k,2}(\boldsymbol{x}_k)$是关于状态的非线性函数, F_k为n_{x}维方阵, A_k为n_{x}行n_{v}列矩阵, B_k为n_{y}行n_{w}列矩阵. 在下文中, 如无特别说明, 上述符号所表示的意义即为如上所述.

当过程噪声为加性噪声时, 如果$n_{\mathrm{x}} < n_{\mathrm{v}}$, 则可设一新的随机变量$\tilde{\boldsymbol{v}}_k = A_k\boldsymbol{v}_k$.并将$\tilde{\boldsymbol{v}}_k$视为过程噪声, 从而达到降低过程噪声维数的目的. 因此出于简化起见, 当过程噪声为加性噪声时, 本文不考虑$n_{\mathrm{x}} < n_{\mathrm{v}}$的情况. 同理, 当观测噪声为加性噪声时, 本文不考虑$n_{\mathrm{y}} < n_{\mathrm{w}}$的情况.

2.2　最优滤波与无迹粒子滤波(Optimal filtering and unscented particle filter)

在最优滤波问题中, 需要利用观测序列$\boldsymbol{y}_{1:k} = [\boldsymbol{y}_1\;\;\cdots\;\;\boldsymbol{y}_k]$更新状态序列$\boldsymbol{x}_{0:k} = [\boldsymbol{x}_0\;\;\cdots\;\;\boldsymbol{x}_k]$的后验概率分布$p\,(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{0:k}|\boldsymbol{y}_{1:k})$, 并计算以$\boldsymbol{x}_{0:k}$为自变量的感兴趣函数$\phi\,(\boldsymbol{x}_{0:k})$在$p(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{0:k}|\boldsymbol{y}_{1:k})$下的均值作

为$\phi(\boldsymbol{x}_{0:k})$的最优估计值, 记为$e_{\text{optimal}}\left[\phi(\boldsymbol{x}_{0:k})\right]$:

$$e_{\text{optimal}}[\phi(\boldsymbol{x}_{0:k})] = \int_{\boldsymbol{x}_{0:k}\in(\mathbb{R}^{n_{\text{x}}})^{k+1}} \phi(\boldsymbol{x}_{0:k})p(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{0:k}\,|\boldsymbol{y}_{1:k}). \tag{4}$$

Gordon等人提出了基于sequential monte carlo (SMC)方法的SIR算法[1], 其利用由N个带权重的粒子$\boldsymbol{x}_{0:k}^{(i)}$, $i = 1,\cdots,N$所构成的经验分布为$\pi^*_{0:k|k}(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{0:k})$:

$$\pi^*_{0:k|k}(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{0:k}) = \sum_{i=1}^{N} w_k^{(i)}\delta_{\boldsymbol{x}_{0:k}^{(i)}}(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{0:k}) \tag{5}$$

来逼近$p\left(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{0:k}\,|\boldsymbol{y}_{1:k}\right)$. 其中$w_k^{(i)}$表示粒子$\boldsymbol{x}_{0:k}^{(i)}$的权重, $\sum\limits_{i=1}^{N} w_k^{(i)} = 1$, $\delta(\ )$为Delta-dirac函数. 在SIR基础上, 存在许多改进算法, 其中UPF受到了广泛的关注.

UPF由重要性采样与重采样两部分构成. 在重要性采样中, UPF通过无迹变换来获得各个粒子的建议分布. 特别的, 根据状态空间方程所属的类型, UPF采用不同的无迹变换方法, 文献[2, 12, 13]对此进行了介绍, 这些方法同样适用于UTAPF. 当状态空间方程属于表1中类1、类2和类3时, UPF所需计算的Sigma点数目分别为$2(n_{\text{x}}+n_{\text{v}}+n_{\text{w}})+1$ [2], $2(n_{\text{x}}+n_{\text{v}})+1$ [12]和$2n_{\text{x}}+1$ [13]. (当状态空间方程属于类2时, 文献[12]比较了对状态向量扩维与不扩维两种实现方案, 根据其结论, 这里仅介绍状态向量扩维的方案).

3 改进的无迹粒子滤波算法(Improved unscented particle filter)

在介绍IUPF之前, 首先对2.2节所介绍的最优滤波问题进行新的等价描述. 通过分析式(2)可知, 过程噪声是动态系统的源动力之一, 当状态方程已知时, 时刻k时的状态$\boldsymbol{x}_k$仅与初始状态$\boldsymbol{x}_0$以及过程噪声序列$\{\boldsymbol{v}_1\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{v}_k\}$有关. 记

$$\boldsymbol{\theta}_{0:k} = [\boldsymbol{x}_0\ \ \boldsymbol{v}_1\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{v}_k],$$

$\boldsymbol{\theta}_{0:0} = \boldsymbol{x}_0$表示由初始状态$\boldsymbol{x}_0$与过程噪声序列构成的随机过程, 这里称$\boldsymbol{\theta}_{0:k}$为扩展过程噪声序列. 根据式(2)可知, 当$k<\infty$时, 对空间$\mathbb{R}^{n_{\text{x}}}\times(\mathbb{R}^{n_{\text{v}}})^k$上的任意一个点$\boldsymbol{\theta}_{0:k}$, 在空间$(\mathbb{R}^{n_{\text{x}}})^{k+1}$上存在且仅唯一存在一个点$\boldsymbol{x}_{0:k}$与之对应. 因此存在一个从$\boldsymbol{\theta}_{0:k}$到$\boldsymbol{x}_{0:k}$的映射记为$G_k(\boldsymbol{\theta}_{0:k})$:

$$G_k(\boldsymbol{\theta}_{0:k}) = \begin{cases} \boldsymbol{x}_0, & k=0,\\ \begin{bmatrix} G_{k-1}(\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}) \\ f_k(G_{k-1}(\boldsymbol{\theta}_{0:k-1})\,[k-1]\,,\boldsymbol{v}_k) \end{bmatrix}, & k>0. \end{cases} \tag{6}$$

式(6)中, $G_{k-1}(\boldsymbol{\theta}_{0:k-1})[k-1]$表示的是$k$维列向量$G_{0:k-1}(\boldsymbol{\theta}_{0:k-1})$的第$k$个元素即$\boldsymbol{x}_{k-1}$. 根据式(6), 可以将2.2节所描述的最优滤波问题等价的表示为递归计算$\boldsymbol{\theta}_{0:k}$的后验概率分布$p(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}|\boldsymbol{y}_{1:k})$, 并按照下式计算最优估计值.

$$e_{\text{optimal}}\left[\phi(\boldsymbol{x}_{0:k})\right] = \int_{\boldsymbol{\theta}_{0:k}\in\mathbb{R}^{n_{\text{x}}}\times(\mathbb{R}^{n_{\text{v}}})^k} \phi(G_k(\boldsymbol{\theta}_{0:k}))p(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}\,|\boldsymbol{y}_{1:k}). \tag{7}$$

类似传统PF算法, 本文提出的IUPF算法通过迭代由N个带权重的粒子$\boldsymbol{\theta}_{0:k}^{(i)}$, $i=1,\cdots,N$构成的经验分布$\pi^*_{0:k|k}(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k})$:

$$\pi^*_{0:k|k}(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}) = \sum_{i=1}^{N} w_k^{(i)}\delta_{\boldsymbol{\theta}_{0:k}^{(i)}}(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}) \tag{8}$$

来逼近$p\left(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}\,|\boldsymbol{y}_{1:k}\right)$. 式(8)中, $w_k^{(i)}$表示粒子$\boldsymbol{\theta}_{0:k}^{(i)}$的权重, 并计算$\phi(G_k(\boldsymbol{\theta}_{0:k}))$在$\pi^*_{0:k|k}(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k})$下的均值$e_{\text{IUPF}}\left[\phi(G_k(\boldsymbol{\theta}_{0:k}))\right]$:

$$e_{\text{IUPF}}\left[\phi(G_k(\boldsymbol{\theta}_{0:k}))\right] = \sum_{i=1}^{N} w_k^{(i)}\phi(G_k(\boldsymbol{\theta}_{0:k}^{(i)})), \tag{9}$$

以达到逼近$e_{\text{optimal}}\left[\phi(\boldsymbol{x}_{0:k})\right]$的目的. 此时与传统粒子滤波算法不同, IUPF中粒子所表示的内容不再是状态序列$\boldsymbol{x}_{0:k}$的一个可能实现, 而是扩展过程噪声序列$\boldsymbol{\theta}_{0:k}$的一个可能实现.

下面将介绍IUPF算法的基本框架, 并给出特定情况下的实现方法, 最后将IUPF与UPF以及UTAPF进行比较分析.

3.1 IUPF算法介绍(Introduction of the improve unscented particle filter)

IUPF框架由4部分构成, 它们分别是: 预测似然逼近与建议分布设计、重采样、重要性采样以及估计. 在时刻k, 为了使粒子的建议分布能够考虑到当前观测, 以及将当前观测引入到重采样过程中, IUPF对上一时刻得到的每个粒子$\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)}$, $i=1,\cdots,N$采用无迹变换来设计建议分布$q(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})$并计算对预测似然$p(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)})$的逼近$q(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)})$. 在重采样过程中借鉴UTAPF 的思想, 每个粒子$\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)}$根据权重$\widehat{w}_{k-1}^{(i)}$进行重采样, 其中$\widehat{w}_{k-1}^{(i)} \propto q(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)})w_{k-1}^{(i)}$, $\sum\limits_{i=1}^{N}\widehat{w}_{k-1}^{(i)} = 1$, 而$w_{k-1}^{(i)}$为粒子$\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)}$在时刻$k-1$的权重.

下面对IUPF框架进行了介绍. 类似UPF, 根据状态空间方程的种类, IUPF框架中步骤2可以采用不同的实现方法. IUPF−1和IUPF−2中详细介绍了步骤2的具体过程. IUPF−1在过程噪声空间和观测噪声空间进行无迹变换, 其理论上适用于表1所述

的3类状态空间方程, 然而在实际使用时, 通常只将其应用于类1情况下. IUPF−2适用于当状态空间方程属于类2时的情况, 此时仅在过程噪声空间上进行无迹变换.

IUPF框架:

当$k=0$时,

步骤 1 根据$p(\mathrm{d}\boldsymbol{x}_0)$采样出$N$个粒子$\boldsymbol{x}_0^{(i)}, i=1, \cdots, N$, 并记$\boldsymbol{\theta}_{0:0}^{(i)}=\boldsymbol{x}_0^{(i)}, w_0^{(i)}=1/N$.

当$k=1,2,\cdots$时,

步骤 2 预测似然逼近与建议分布设计.

假设$k-1$时刻获得N个粒子$\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)}, i=1,\cdots,N$, 其各自对应的状态过程为$\boldsymbol{x}_{0:k-1}^{(i)}$, 权重为$w_{k-1}^{(i)}$. 对每个粒子$\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)}$计算其预测似然的逼近$q(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)})$, 以及建议分布$q(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})$.

步骤 3 重采样.

根据分布

$$\widehat{\pi}_{0:k|k-1}^{*}(\mathrm{d}\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{0:k-1})=\sum_{i=1}^{N}\widehat{w}_{k-1}^{(i)}\delta_{\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)}}(\mathrm{d}\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{0:k-1}),$$

采样出N个粒子记为$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{0:k-1}^{(i)}, i=1,\cdots,N$, 其中:

$$\widehat{w}_{k-1}^{(i)}\propto q(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)})w_{k-1}^{(i)}, \sum_{i=1}^{N}\widehat{w}_{k-1}^{(i)}=1.$$

并记:

$$\begin{aligned}&\widehat{\boldsymbol{x}}_{0:k-1}^{(i)}=\boldsymbol{x}_{0:k-1}^{(\mathrm{parent}(i))},\\&q(\boldsymbol{y}_k|\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{0:k-1}^{(i)})=q(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(\mathrm{parent}(i))}),\\&q(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}|\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})=q(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(\mathrm{parent}(i))},\boldsymbol{y}_{1:k}),\end{aligned}$$

$\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(\mathrm{parent}(i))}$为$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{0:k-1}^{(i)}$所采自的父母粒子, $\boldsymbol{x}_{0:k-1}^{(\mathrm{parent}(i))}$为$\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(\mathrm{parent}(i))}$对应的状态过程.

步骤 4 重要性采样.

步骤 4.1 对每个粒子$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{0:k-1}^{(i)}, i=1,\cdots,N$, 根据各自建议分布下$\boldsymbol{v}_k$的边缘分布$q(\mathrm{d}\boldsymbol{v}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})$抽取$\boldsymbol{v}_k^{(i)}$, 记新粒子为$\boldsymbol{\theta}_{0:k}^{(i)}=[\widehat{\theta}_{0:k-1}^{(i)}\ \ \boldsymbol{v}_k^{(i)}]$, 其对应的状态过程为$\boldsymbol{x}_{0:k}^{(i)}=[\widehat{\boldsymbol{x}}_{0:k-1}^{(i)}\ \ \boldsymbol{x}_k^{(i)}=f_k(\widehat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^{(i)},\boldsymbol{v}_k^{(i)})]$, 其中$\widehat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^{(i)}$表示$\widehat{\boldsymbol{x}}_{0:k-1}^{(i)}$中时刻$k-1$时的状态量.

步骤 4.2 更新粒子权重.

$$w_k^{(i)}\propto\frac{p(\boldsymbol{v}_k^{(i)})p(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{x}_k^{(i)})}{q(\boldsymbol{y}_k|\widehat{\theta}_{0:k-1}^{(i)})q(\boldsymbol{v}_k^{(i)}|\widehat{\theta}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})}, \sum_{i=1}^{N}w_k^{(i)}=1.$$

步骤 5 估计

$$e_{\mathrm{IUPF}}[\phi(G_k(\boldsymbol{\theta}_{0:k}))]=\sum_{i=1}^{N}w_k^{(i)}\phi(\boldsymbol{x}_{0:k}^{(i)}).$$

当状态空间方程属于类3时IUPF可仅在过程噪声空间上进行无迹变换, 此时IUPF的实现算法称为IUPF−3. IUPF−3与IUPF−2基本一致, 仅需将IUPF−2中的式(14)替代为: $\boldsymbol{x}_{j,k|k-1}^{(i)}=\mathrm{F}_k\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)}+A_k\boldsymbol{v}_{j,k}^{a}$即可, 此处与IUPF−2分开描述的原因是便与和UPF所需计算的Sigma点数目进行比较.

IUPF−1算法步骤:

步骤 1 计算Sigma点.

记$\boldsymbol{\chi}_{j,k}=[{\boldsymbol{v}_{j,k}^{a}}^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{1\times n_{\mathrm{v}}}\ \ {\boldsymbol{w}_{j,k}^{a}}^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{1\times n_{\mathrm{w}}}]^{\mathrm{T}}$表示第$j$个Sigma点, 而Sigma点维数可以记为$n_a$, $P_{\chi,k}=\mathrm{diag}\{Q_k,\mathrm{R}_k\}$,

$$\begin{cases}\boldsymbol{\chi}_{0,k}=[\bar{\boldsymbol{v}}_k^{\mathrm{T}}\ \ \bar{\boldsymbol{w}}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & j=0,\\ \boldsymbol{\chi}_{j,k}=\boldsymbol{\chi}_{0,k}+(\sqrt{(n_a+\lambda)P_{\chi,k}})_j, & j=1,\cdots,n_a,\\ \boldsymbol{\chi}_{j,k}=\boldsymbol{\chi}_{0,k}-(\sqrt{(n_a+\lambda)P_{\chi,k}})_j, & j=n_a+1,\cdots,2n_a.\end{cases}\tag{10}$$

步骤 2 对粒子$\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)}, i=1,\cdots,N$.

时间更新:

For $j=0,1,\cdots,2n_a$,

$$\boldsymbol{x}_{j,k|k-1}^{(i)}=f_{k,1}(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)},\boldsymbol{v}_{j,k}^{a}),$$
$$\boldsymbol{y}_{j,k|k-1}^{(i)}=h_{k,1}(\boldsymbol{x}_{j,k|k-1}^{(i)},w_{j,k}^{a}),$$

end

其中$\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)}$表示$\boldsymbol{x}_{0:k-1}^{(i)}$中时刻$k-1$时的状态量.

计算预测观测: $\boldsymbol{y}_{k|k-1}^{(i)}=\sum_{j=0}^{2n_a}W_j^{(m)}\boldsymbol{y}_{j,k|k-1}^{(i)}$.

观测更新:

$$P_{yy,k}^{(i)}=\sum_{j=0}^{2n_a}W_j^{(c)}[\boldsymbol{y}_{j,k|k-1}^{(i)}-\boldsymbol{y}_{k|k-1}^{(i)}][\boldsymbol{y}_{j,k|k-1}^{(i)}-\boldsymbol{y}_{k|k-1}^{(i)}]^{\mathrm{T}},$$

$$P_{vy,k}^{(i)}=\sum_{j=0}^{2n_a}W_j^{(c)}[\boldsymbol{v}_{j,k}^{a}-\bar{\boldsymbol{v}}][\boldsymbol{y}_{j,k|k-1}^{(i)}-\boldsymbol{y}_{k|k-1}^{(i)}]^{\mathrm{T}},$$

$$K_k^{(i)}=P_{vy,k}^{(i)}(P_{yy,k}^{(i)})^{-1},$$
$$m_k^{(i)}=\bar{\boldsymbol{v}}_k+K_k^{(i)}(\boldsymbol{y}_k-\boldsymbol{y}_{k|k-1}^{(i)}),$$
$$Q_k^{(i)}=Q_k-K_k^{(i)}P_{yy,k}^{(i)}\{K_k^{(i)}\}^{\mathrm{T}}.$$

计算对预测似然的逼近:

$$q(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)})=N(\boldsymbol{y}_k;\boldsymbol{y}_{k|k-1}^{(i)};P_{yy,k}^{(i)}),\tag{11}$$

以及粒子的建议分布:

$$\begin{aligned}&q(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k}|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})=\\&q(\mathrm{d}\boldsymbol{v}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})\delta_{\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)}}(\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}),\end{aligned}\tag{12}$$

其中$q(\mathrm{d}\boldsymbol{v}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})$为建议分布下对$\boldsymbol{v}_k$的边缘分布函数, 其对应的概率密度函数为:

$$q(\boldsymbol{v}_k|\boldsymbol{\theta}_{0:k-1}^{(i)},\boldsymbol{y}_{1:k})=N(\boldsymbol{v}_k;m_k^{(i)};Q_k^{(i)}),\tag{13}$$

其中: $W_0^{(m)}=\lambda/(n_a+\lambda)$, $W_0^{(c)}=\lambda/(n_a+\lambda)+(1-\alpha^2+\beta)$, $W_j^{(m)}=W_j^{(c)}=1/(2(n_{a1}+\lambda)), j=$

$1,\cdots,2n_a$, $\lambda=\alpha^2(n_a+\kappa)-n_a$是尺度参数. α, β和κ为无迹变换的参数, 这里设定它们分别为$\alpha=1$, $\beta=2$和$\kappa=0$. $(\sqrt{(n_a+\lambda)P_{\chi,k}})_j$表示矩阵的第$j$列.

IUPF−2算法步骤:

步骤 1 计算Sigma点.

记$\boldsymbol{\chi}_{j,k}=\boldsymbol{v}^a_{j,k}\in\mathbb{R}^{1\times n_{\rm v}}$, 表示第$j$个Sigma点, Sigma点维数记为$n_a$, $P_{\chi,k}=Q_k$. 根据式(10)计算Sigma点.

步骤 2 对粒子$\boldsymbol{\theta}^{(i)}_{0:k-1}, i=1,\cdots,N$.

时间更新:

For $j=0,1,\cdots,2n_a$,

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}^{(i)}_{j,k|k-1}=f_{k,2}(\boldsymbol{x}^{(i)}_{k-1})+A_k\boldsymbol{v}^a_{j,k},\\ \boldsymbol{y}^{(i)}_{j,k|k-1}=h_{k,2}(\boldsymbol{x}^{(i)}_{j,k|k-1})+B_k\bar{\boldsymbol{w}}_k,\end{cases}\tag{14}$$

end

其中$\boldsymbol{x}^{(i)}_{k-1}$表示$\boldsymbol{x}^{(i)}_{0:k-1}$中时刻$k-1$时的状态量.

计算预测观测: $\boldsymbol{y}^{(i)}_{k|k-1}=\sum\limits_{j=0}^{2n_a}W^{(m)}_j\boldsymbol{y}^{(i)}_{j,k|k-1}$.

观测更新:

$$\begin{aligned}P^{(i)}_{yy,k}=&\sum_{j=0}^{2n_a}W^{(c)}_j[\boldsymbol{y}^{(i)}_{j,k|k-1}-\boldsymbol{y}^{(i)}_{k|k-1}]\cdot\\&[\boldsymbol{y}^{(i)}_{j,k|k-1}-\boldsymbol{y}^{(i)}_{k|k-1}]^{\rm T}+{\rm R}_k,\\ P^{(i)}_{vy,k}=&\sum_{j=0}^{2n_a}W^{(c)}_j[\boldsymbol{v}^a_{j,k}-\bar{\boldsymbol{v}}][\boldsymbol{y}^{(i)}_{j,k|k-1}-\boldsymbol{y}^{(i)}_{k|k-1}]^{\rm T},\\ K^{(i)}_k=&P^{(i)}_{vy,k}(P^{(i)}_{yy,k})^{-1},\\ m^{(i)}_k=&\bar{\boldsymbol{v}}_k+K^{(i)}_k(\boldsymbol{y}_k-\boldsymbol{y}^{(i)}_{k|k-1}),\\ Q^{(i)}_k=&Q_k-K^{(i)}_kP^{(i)}_{yy,k}(K^{(i)}_k)^{\rm T}.\end{aligned}$$

根据式(11)∼(13)分别计算对预测似然的逼近与每个粒子的建议分布.

3.2 分析与比较(Analysis and comparison)

通过分析上述算法可以发现当设计粒子$\boldsymbol{\theta}^{(i)}_{0:k-1}$, $i=1,\cdots,N$的建议分布和对预测似然进行逼近时不需要调用$\boldsymbol{\theta}^{(i)}_{0:k-1}$, 而只需调用$\boldsymbol{x}^{(i)}_{k-1}$和过程噪声与观测噪声的分布, 并且在更新粒子权重时也并不需要调用$\boldsymbol{\theta}^{(i)}_{0:k}$. 因此当感兴趣函数是以$\boldsymbol{x}_k$为自变量的函数时, IUPF并不需要记录每个粒子所代表的内容$\boldsymbol{\theta}^{(i)}_{0:k}$, 而只需记录$\boldsymbol{\theta}^{(i)}_{0:k}$对应的时刻$k$的状态$\boldsymbol{x}^{(i)}_k$.

此外从一般性粒子滤波角度分析, IUPF算法实际上将$\boldsymbol{v}_k$作为时刻k的待估计"状态", 将$\boldsymbol{\theta}_{0:k}$作为是"状态序列", 并通过式(8)将$\phi(G_k())$作为以"状态序列" $\boldsymbol{\theta}_{0:k}$为自变量的感兴趣函数, 因此读者可直接将Douc[14]和Johansen[15]等人关于辅助粒子滤波算法的收敛性分析结论应用于IUPF中, 本文处于篇幅考虑不列举其中的结论.

将IUPF与UPF(或UTAPF)进行比较, IUPF较UPF(或UTAPF)有如下3点改进:

1) 在更新粒子权重时UPF与UTAPF需要假设状态转移核函数$p({\rm d}\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1})$存在, IUPF无需作此假设. 这是因为IUPF对建议分布设计, 预测似然的逼近以及粒子权重更新均与状态转移核函数无关.

2) 根据3.1节可知, 在状态空间方程分别属于表1中类1、类2和类3时, IUPF算法在每一时刻每个粒子所需计算的Sigma点数目分别为$2(n_{\rm v}+n_{\rm w})+1$, $2n_{\rm v}+1$以及$2n_{\rm v}+1$ $(n_{\rm v}\leqslant n_{\rm x})$. 与2.2节相比较可以发现, IUPF算法所计算的Sigma点数目不大于UPF算法. 此外, UPF与UTAPF需要为每个粒子分别计算Sigma点, 即对每个粒子均需要进行1次Cholesky分解. 而IUPF只需对全部粒子进行1次Cholesky分解.

3) UPF与UTAPF中每个粒子均假设存在一个从其父母粒子处继承下来的状态分布. 然而由于IUPF中的无迹变换与状态空间无关, 因此IUPF无需做此假设, 从而避免了人为假设所带来的不确定性因数.

4 仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

鉴于多数动态系统受到加性噪声影响, 本节将在状态空间方程分别属于表1中类2和类3时比较IUPF, SIR, GSPF, UPF和UTAPF的性能. 使用设备的处理器为Intel Pentium Dual CPU E2160 1.8 GHz, 内存为1 GB 800 MHz, 仿真软件为MATLAB(R2006a).

实验1是在文献[4], 基础上构造的一组合成实验, 其状态空间方程属于类2. 实验2是纯方位角跟踪问题[1], 其状态空间方程属于类3. 与文献[1]不同, 由于在纯方位角跟踪问题中目前越来越多的使用多传感器来提高估计性能, 实验2中将采用3个传感器.

4.1 实验 1 (Experiment 1)

考虑如下系统:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}_k=\sin(0.04\pi k)+0.5\boldsymbol{x}_{k-1}-5+\boldsymbol{v}_k,\\&\boldsymbol{y}_k=0.2\boldsymbol{x}^2_k+\boldsymbol{w}_k.\end{aligned}$$

其中$\boldsymbol{v}_k$是分布为$\varGamma(3,2)$的随机变量. $\boldsymbol{w}_k$是零均值高斯白噪声, 方差为0.0001. 初始状态$\boldsymbol{x}_0$服从均值为-10方差为2的高斯分布.根据下式估计各算法的估计性能:

$$V_{1,\rm RMSE}=[\sum_{s=1}^{S}\sum_{k=1}^{K}(\boldsymbol{x}_k(s)-\widehat{x}_k(s))^2/KS]^{1/2}.$$

其中$S=100$为Monte Carlo仿真实验次数, $K=30$为每次实验观测次数. $\boldsymbol{x}_k(s)$表示第s次仿真在时刻k时的真实状态, $\widehat{\boldsymbol{x}}_k(s)$泛指各算法第$s$次仿真在时刻$k$时的估计状态. 表2记录了当粒子数目为100时(或GSPF的高斯成分数目)情况下5种算法的$V_{1,\mathrm{RMSE}}$与每次仿真实验的平均计算时间$T_{1,\mathrm{ACT}}$. GSPF每个高斯成分包含10个粒子.

表 2 实验1中各算法的估计性能与平均计算时间

Table 2 Estimation quality and average computational time with different algorithm's in Experiment 1

	IUPF	SIR	UPF	UTAPF	GSPF
$V_{1,\mathrm{RMSE}}$	3.044	3.672	3.322	3.074	3.502
$T_{1,\mathrm{ACT}}/\mathrm{s}$	1.311	0.281	1.464	1.546	3.642

4.2 实验 2 (Experiment 2)

假设目标按固定加速度模型在X–Y平面上运动, 此时状态方程为:

$$\boldsymbol{x}_k=\begin{bmatrix}1&T&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&T\\0&0&0&1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{k-1}+\begin{bmatrix}0.5T^2&0\\T&0\\0&0.5T^2\\0&T\end{bmatrix}\boldsymbol{v}_k,$$

其中:

$$\boldsymbol{x}_k=[X_k^{\mathrm{c}}\ \ X_k^{\mathrm{v}}\ \ Y_k^{\mathrm{c}}\ \ Y_k^{\mathrm{v}}]^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}_k=[\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{x}}\ \ \boldsymbol{v}_k^{\mathrm{y}}]^{\mathrm{T}},$$

X_k^{c}与X_k^{v}分别是X轴上的笛卡儿坐标与速度.

Y_k^{c}与Y_k^{v}分别是Y轴上的笛卡儿坐标与速度, T为时间间隔这里设$T=1$ s过程噪声, $\boldsymbol{v}_k$为零均值及协方差$Q_k=(0.001(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})^2)\times I_2$的高斯白噪声, I_2表示n阶单位矩阵. 初始状态$\boldsymbol{x}_0$的分布为高斯分布, 其均值为

$$[0\,\mathrm{m},0(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}),0.4\,\mathrm{m},-0.005(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})]^{\mathrm{T}},$$

方差为

$$\mathrm{diag}\{(0.005\,\mathrm{m})^2;\ (0.001(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}))^2;\ (0.005\mathrm{m})^2;\ (0.001(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}))^2\},$$

观测方程为:

$$\boldsymbol{y}_k=\begin{bmatrix}\tan^{-1}[(Y_k^{\mathrm{c}}-P_1^{\mathrm{Y}})/(X_k^{\mathrm{c}}-P_1^{\mathrm{X}})]\\\tan^{-1}[(Y_k^{\mathrm{c}}-P_2^{\mathrm{Y}})/(X_k^{\mathrm{c}}-P_2^{\mathrm{X}})]\\\tan^{-1}[(Y_k^{\mathrm{c}}-P_3^{\mathrm{Y}})/(X_k^{\mathrm{c}}-P_3^{\mathrm{X}})]\end{bmatrix}+\boldsymbol{w}_k.$$

其中: $[P_1^{\mathrm{X}}=0\,\mathrm{m},P_1^{\mathrm{Y}}=0.2\,\mathrm{m}]$, $[P_2^{\mathrm{X}}=0.2\,\mathrm{m},P_2^{\mathrm{Y}}=0.2\,\mathrm{m}]$以及$[P_3^{\mathrm{X}}=0.2\,\mathrm{m},\ P_3^{\mathrm{Y}}=-0.2\,\mathrm{m}]$, 分别表示3个固定观测点在$X$–$Y$平面上的笛卡儿坐标. 观测噪声$\boldsymbol{w}_k$为零均值以及协方差

$$R_k=(0.005\,\mathrm{rad})^2\times I_3$$

的高斯白噪声.

根据下式估计各算法的性能.

$$V_{2,\mathrm{RMSE}}=\{\sum_{s=1}^{S}\sum_{k=1}^{K}[(X_k^{\mathrm{c}}(s)-\widehat{X}_k^{\mathrm{c}}(s))^2+(Y_k^{\mathrm{c}}(s)-\widehat{Y}_k^{\mathrm{c}}(s))^2]/KS\}^{1/2}.$$

其中$S=100$为Monte Carlo仿真实验次数, $K=20$为每次实验观测次数.

$[X_k^{\mathrm{c}}(s),Y_k^{\mathrm{c}}(s)]$表示第$s$次仿真在时刻$k$时的真实坐标, $[\widehat{X}_k^{\mathrm{c}}(s),\widehat{Y}_k^{\mathrm{c}}(s)]$泛指各算法第$s$次仿真在时刻$k$时的估计坐标. 表3记录了在粒子数目为300(或GSPF的高斯成分数目) 情况下5种算法的$V_{2,\mathrm{RMSE}}$与每次仿真实验的平均计算时间$T_{2,\mathrm{ACT}}$, 其中GSPF每个高斯成分包含10个粒子.

表 3 实验2中各算法的估计性能与平均计算时间

Table 3 Estimation quality and average computational time with different algorithm's in Experiment 2

	IUPF	SIR	UPF	UTAPF	GSPF
$V_{2,\mathrm{RMSE}}$ $(1\times10^{-3}\mathrm{m})$	1.597	1.816	1.625	1.620	1.598
$T_{2,\mathrm{ACT}}/\mathrm{s}$	3.041	0.468	3.449	3.808	6.168

4.3 实验分析(Experiments analysis)

通过表2和表3发现IUPF的计算时间与UPF以及UTAPF相比有显著的下降. IUPF与UTAPF比较时计算时间降幅大于IUPF与UPF比较的结果, 这是因为IUPF 和UTAPF均需要对预测似然进行逼近.

注意到在实验1中与UPF相比, IUPF节省10.5%计算时间, 与UTAPF相比, IUPF节省15.2%计算时间. 而在实验2中与UPF相比, IUPF节省11.8% 计算时间, 与UTAPF相比, IUPF节省20%计算时间. 实验2中的IUPF在计算时间方面的改进相对而言比实验1突出. 这是因为根据状态向量维数以及噪声向量维数可知, 实验1中UPF和UTAPF在每一时刻对每个粒子需要计算的Sigma点数目为5, IUPF则为3. 同理, 实验2中UPF和UTAPF在每一时刻对每个粒子需要计算的Sigma点数目为9, IUPF则为5. 从而实验2中IUPF节省计算的Sigma点数目比例大于实验1中IUPF节省计算的Sigma点数目比例.

从估计性能角度考虑, 在实验1中IUPF估计性能最好, UTAPF次之. 在实验2中IUPF和GSPF估计性能

好于其它算法, 但是GSPF得时间开销远大于IUPF. 在实验1和实验2中虽然SIR的时间开销最少, 但是其估计性能最低.

5 总结与展望(Conclusion and prospect)

本文对传统粒子滤波算法中粒子所代表的内容进行变换, 并在此基础上通过噪声空间上的无迹变换, 将当前观测引入到粒子的建议分布设计以及重采样中, 从而达到提高算法估计性能的目的. 与传统的基于无迹变换的粒子算法相比, 新算法由于避免了在状态空间进行无迹变换, 从而降低了时间开销. 通过两组实验将新算法与SIR, GSPF, UPF以及UTAPF在两类不同的状态空间方程类型下进行了比较, 新算法体现了较高的性价比.

在实验1中, 假设的过程噪声为非高斯噪声, 可以借鉴文献[3]提出的使用混合高斯模型逼近非高斯噪声的策略来进行改进. 在面临可能发生的粒子匮乏问题时, 可以借鉴遗传进化策略[7,8]来增加IUPF中粒子的多样性. 此外, 可以借鉴文献[16]中介绍的其它一些无迹变换的改进方法来提高估计性能或者降低计算量. 如何将IUPF 应用于其它问题中, 例如参数不确定条件下的状态与参数联合估计问题也是下一步可以研究的问题.

参考文献(References):

[1] GORDEN N J, SALOMND D J, SMITH A F M. Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation[J]. *IEEE Proceedings, Part F: Radar and Signal Processing*, 1993, 140(2): 107 – 113.

[2] JULIER S J. The scaled unscented transformation[C] //*Proceedings of the IEEE American Control Conference*. Anchorage, AK, USA: IEEE, 2002, 6: 4555 – 4559.

[3] KOTECHA J, DJURIC P. Gaussian sum particle filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(10): 2602 – 2612.

[4] VAN DER MERME R, DOUCET A, DE FREITAS N, et al. The unscented particle filter[EB/0L]. London: Cambridge University, 2000. http://citeseer.ist.psu.edu/325754.html.

[5] PITT M K, SHEPHARD N. Filtering iva simulation: auxiliary particle filters[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1999, 94(446): 590 – 599.

[6] ANDRIEU C, DAVY M, DOUCT A. Improved auxiliary particle filtering: applications to time-varying spectral analysis[C] //*IEEE Workshop on Statistical Signal Processing Proceedings*. Singapore: IEEE, 2001: 309 – 312.

[7] 莫以为, 萧德云. 进化粒子滤波算法及其应用[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 269 – 272.
(MO Yiwei, XIAO Deyun. Evolutionary particle filter and its application[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(2): 269 – 272.)

[8] 胡振涛, 潘泉, 梁彦, 等. 基于进化采样的粒子滤波算法[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(3): 269 – 273.
(HU Zhentao, PAN Quan, LIANG Yan, et al. The particle filter algorithm based on evolution sampling[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(3): 269 – 273.)

[9] 杨小军, 潘泉, 王睿, 等. 粒子滤波进展与展望[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(2): 261 – 267.
(YANG Xiaojun, PAN Quan, WANG Rui, et al. Development and prospect of particle filtering[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 261 – 267.)

[10] SIMANDL M, STRAKA O. Sampling densities of particle filter: a survey and comparision[C] //*Proceedings of the 2007 American Control Conference*. New York: IEEE, 2007: 4437– 4442.

[11] CAPPE O, GODSILL S J, GODSILL E. An overview of existing methods and recent advances in sequential monte carlo[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(5): 899 – 924.

[12] WU Y X, HU D, WU M P, et al. Unscented kalman filtering for additive noise case: augmented versus nonaugmented[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 21(5): 357 – 36.

[13] BREIERS M, MASKELL S R, WRIGHT R. A rao-blackwellised unscented kalman filter[C] //Proceedings of the 6th International Conference on Information Fusion. Cairns, Australia: IEEE, 2003: 55 – 61.

[14] DOUC R, MOULINES E, OLSSON J. On the auxiliary particle filter[EB/0L]. Preprint arXiv: 0709.3448v1, 2007, http://arxiv.org/pdf/0709.3448.

[15] JOHANSEN A M. DOUCET A. A note on auxiliary particle filters[J]. *Statistics and Probability Letters*, 2008, 78(12): 1498 – 1504.

[16] 潘泉, 杨峰, 叶亮, 等. 一类非线性滤波器——UKF综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(5): 481 – 494.
(PAN Quan, YANG Feng, YE Liang, et al. Survey of a kind of nonlinear filters–UKF[J]. *Control and Decision*, 1995, 20(5): 481 – 494.)

作者简介:

曲彦文 (1983—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为信号处理、数据融合和模式识别, E-mail: earverse@yahoo.com.cn;

张二华 (1967—), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为科学可视化、信号处理和模式识别, E-mail: zherhua@163.com;

杨静宇 (1941—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为模式识别、图像处理和数据融合, E-mail: yangjy@mail.njust.edu.cn.