

## 轧辊偏心的 $H_\infty$ 输出反馈鲁棒重复控制

李仲德, 杨卫东

(北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 针对轧辊偏心问题, 用线性矩阵不等式(LMI)方法设计了用于轧辊偏心补偿控制的 $H_\infty$ 输出反馈鲁棒重复控制器, 首先引入动态输出反馈来保证闭环系统的鲁棒稳定性, 把重复控制器设计问题转化为 $H_\infty$ 动态反馈控制器的设计问题, 采用变量替换法将非线性矩阵不等式转化为线性矩阵不等式并对其求解进而得到控制器参数. 另外在采用上述控制器保证系统鲁棒稳定性的同时, 通过在重复控制器中引入一个前向系数进一步改善和提高系统的动态性能与稳态控制精度. 理论证明与仿真研究表明当系统对象参数存在摄动时, 这种控制器仍能有效地补偿轧辊偏心对产品质量的影响.

**关键词:** 轧辊偏心控制;  $H_\infty$  控制; 线性矩阵不等式; 重复控制; 线性不确定系统

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## H-infinity robust repetitive control with output feedback for roll eccentricity compensation

LI Zhong-de, YANG Wei-dong

(School of Information Engineering, University of Science & Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** An H-infinity robust repetitive controller with output feedback for the roll eccentricity compensation is designed by using the linear matrix inequality(LMI) method. We employ the dynamic output feedback controller to robustly stabilize the closed-loop system, and treat the controller design problem as an H-infinity output feedback design problem. The nonlinear matrix inequality is transformed to linear matrix inequalities with variable substitution method, and the controller parameters are obtained by solving these linear matrix inequalities. Moreover, we introduce a feedforward gain into the repetitive controller to improve the dynamic performance and the static control accuracy, while ensuring the stability for the closed-loop system. Theoretical analyses and simulation studies show that the performance of the system satisfies the requirements, even though there are parameter perturbations in the controlled objects.

**Key words:** roll eccentricity control; H-infinity control; linear matrix inequality; repetitive control; uncertain linear systems

### 1 引言(Introduction)

厚度精度是连轧带钢质量控制的主要指标, 自动厚度控制(automatic gauge control, 简称AGC)是对带钢全长厚度偏差进行控制. 在带钢轧制过程中, 由轧辊偏心造成的带钢厚度偏差是一个普遍存在的问题. 轧辊偏心(主要是支持辊)是由轧辊本身的椭圆度和辊径的不同轴误差产生的<sup>[1]</sup>, 它的存在造成轧机实际辊缝产生高频的周期变化, 进而使板厚产生周期性的变化, 采用传统的自动厚度控制如前馈AGC、测厚仪反馈AGC、压力AGC、流量AGC等很难将其消除, 特别是在压力AGC系统中, 轧辊偏心不仅难以用一般的方法进行补偿, 而且会使压力AGC系统产生相反的调节动作, 从而影响产品质量的提高, 因此必须对其进行补偿. 轧辊偏心信号是一含有随机噪声的非平稳信号, 反映在轧制力上是频率与轧辊转速成正比的复杂高频周期波, 其

主导分量是基波与二次谐波<sup>[2]</sup>. 控制轧辊偏心的方法主要有两类. 一类是被动控制法, 这类方法的主要目的是使辊缝控制系统对轧辊偏心引起的厚度干扰影响不敏感, 而不需要辊缝按照辊缝偏心函数进行校正, 因此无法消除偏心对厚度的影响, 如较典型死区法就是仅仅通过滤除控制信号中的偏心干扰信号来防止厚度计控制方法的误调节. 第二类为主动补偿法, 这类方法一般从反映轧辊偏心的主要轧制参数的信号中检测出轧辊偏心信号, 估算出轧辊偏心的量, 然后得出补偿信号送到辊缝调节器中以补偿轧辊偏心, 根据偏心信号提取方式的不同, 有自适应辨识控制法、神经网络法、傅立叶变换分析法方法(fast fourier transform, 简称FFT法)、小波分析法等. 但自适应辨识控制法需要对偏心的幅值和相角参数进行辨识; 神经网络法只能补偿偏心的基波成份, 因而补偿精度有限; 傅立叶变换分析法以及小波分析法需



进入液压缸的液压油流量, A<sub>p</sub>为液压缸活塞的有效面积, K<sub>ce</sub>为总流量压力系数, ω<sub>v</sub>为惯性环节转折频率, ω<sub>h</sub>为液压缸固有频率, ζ<sub>h</sub>为阻尼比.

位移传感器的传递函数为

$$W_4(s) = \frac{1}{1 + Ts}, \quad (4)$$

其中T为时间常数, 由于位移传感器的响应频率远远大于系统的响应频率故其传递函数可认为是1.

由式(1)~(4)得整个辊缝控制系统的传递函数为

$$P(s) = W_1(s)W_2(s)W_3(s)W_4(s) = \frac{K_a K_{sv}}{\left(\frac{s^2}{\omega_{sv}^2} + \frac{2\zeta_{sv}}{\omega_{sv}}s + 1\right)} \cdot \frac{A_p K_{ce} K}{\left(\frac{s}{\omega_v} + 1\right)\left(\frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\zeta_h}{\omega_h}s + 1\right)}, \quad (5)$$

其中液压缸是辊缝控制系统的核心部分, 液压缸的结构参数变化对系统整个性能的好坏有着非常重要的影响, 其固有频率和阻尼系数直接决定了系统的稳定性和响应速度, 此外伺服阀的固有频率与阻尼系数以及液压缸惯性环节转折频率也对系统性能有着重要影响.

重复控制器的传递函数为

$$H(s) = \frac{1}{1 - q(s)e^{-Ls}}, \quad (6)$$

q(s)是为了改善系统的稳定性而在基本重复控制器中引入的一个低通滤波器, 其传递函数为

$$q(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}, \quad (7)$$

其中: L为时延环节, 其值为扰动信号的周期; ω<sub>c</sub>为低通滤波器的转折频率. 低通滤波器的引入使得重复控制器增益在基波及高次谐波处由无穷大迅速降低, 导致稳态误差增大, 因此为了提高重复控制系统的稳态控制精度, 所设计的低通滤波器的转折频率要尽量大些. 虚线连接部分所示的前向系数k是当设计好控制器K(s)后, 在保证系统鲁棒稳定性能的前提下, 用来进一步改善和提高系统的动态性能与稳态控制精度所附加引入的, 它的引入并不影响控制器K(s)的设计.

### 3 轧辊偏心H<sub>∞</sub>输出反馈鲁棒重复控制系统设计(H<sub>∞</sub> robust repetitive control system with output feedback design for roll eccentricity compensation)

#### 3.1 系统描述(System description)

对轧机辊缝控制系统, 取状态x<sub>p</sub>(t) = [Q Q̇ X

Ẋ Ẍ], 同时考虑存在的参数不确定性, 利用文献[7]中的方法, 可将式(5)表示的系统描述为具有如下形式的状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_p(t) = (A_p + \Delta A_p(t))\mathbf{x}_p(t) + (B_p + \Delta B_p(t))\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) = C_p\mathbf{x}_p(t). \end{cases} \quad (8)$$

其中: u(t) ∈ ℝ为轧机辊缝控制系统的控制输入, y(t) ∈ ℝ为可测输出即轧机工作辊辊缝值,

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_{sv}^2 & -2\zeta_{sv}\omega_{sv} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{A_p\omega_v\omega_h^2}{K_{ce}K} & 0 & -\omega_v\omega_h^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -(\omega_h^2 + 2\zeta_h\omega_h\omega_v) & -(2\zeta_h\omega_h + \omega_v) & 0 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ K_a K_{sv} \omega_{sv}^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0],$$

ΔA<sub>p</sub>(t), ΔB<sub>p</sub>(t)为相应维数的有界不确定时变系数矩阵, 满足如下关系:

$$[\Delta A_p \ \Delta B_p] = \Phi\Gamma(t)[\Psi_A \ \Psi_B], \quad (9)$$

其中: Ψ<sub>A</sub>, Ψ<sub>B</sub>, Φ是表征系统不确定性结构的已知实矩阵, Γ(t)为具有Lesbesgue可测元的未知函数矩阵, 满足Γ(t)Γ(t) < I, I为适当维数的单位矩阵.

对给定的低通滤波器转折频率ω<sub>c</sub>, 令ΔS<sub>e</sub>为0, 根据图1设计基于H<sub>∞</sub>输出反馈的轧辊偏心补偿重复控制系统如图2所示, 其中K(s)为动态输出反馈控制器.

由图2可得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_p(t) = A_p\mathbf{x}_p + B_p(\mathbf{w}_L(t) + \mathbf{u}(t)) + \Phi\mathbf{w}_\Gamma(t), \\ \mathbf{y} = C_p\mathbf{x}_p, \end{cases} \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = -\omega_c\mathbf{x}_c(t) + \omega_c\mathbf{u}(t) + \omega_c\mathbf{w}_L(t), \quad (11)$$

$$\begin{cases} \mathbf{z}_f = \Psi_A\mathbf{x}_p + \Psi_B(\mathbf{u}(t) + \mathbf{w}_L(t)), \\ \mathbf{x}_c = \mathbf{x}_c. \end{cases} \quad (12)$$

引入增广状态变量

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_p(t) \ \mathbf{x}_c(t)]^T,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(t) &= [\mathbf{w}_\Gamma(t) \ \mathbf{w}_L(t)]^T, \\ \mathbf{z}(t) &= [\mathbf{z}_f(t) \ \mathbf{x}_c(t)]^T. \end{aligned}$$

由式(10)~(12)得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{11}\mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (13)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & -\omega_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \Phi & B_p \\ 0 & \omega_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} B_p \\ \omega_c \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_1 &= \begin{bmatrix} \Psi_A & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_2 = [C_p \ 0], \\ \mathbf{D}_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & \Psi_B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} \Psi_B \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

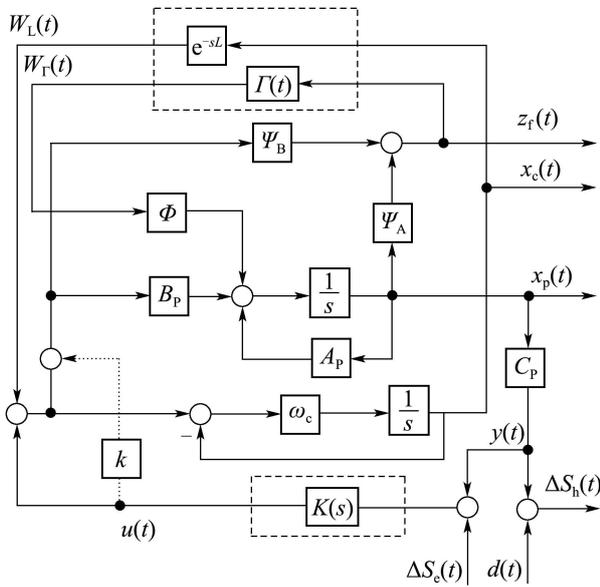


图2 轧辊偏心补偿鲁棒重复控制系统结构  
Fig. 2 Structure of robust repetitive control system for roll eccentricity compensation

针对系统(13), 目标是根据系统输出 $\mathbf{y}$ 设计有如下状态空间实现的输出反馈 $H_\infty$ 控制器 $K(s)$ :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}(t) = A_k\zeta(t) + B_k\mathbf{y}(t), \\ \mathbf{u}(t) = C_k\zeta(t) + D_k\mathbf{y}(t). \end{cases} \quad (14)$$

其中:  $\zeta \in \mathbb{R}^{n_c}$ 为控制器状态,  $A_k \in \mathbb{R}^{n_c \times n_c}$ ,  $B_k \in \mathbb{R}^{n_c \times 1}$ ,  $C_k \in \mathbb{R}^{1 \times n_c}$ ,  $D_k \in \mathbb{R}$ . 这样就把轧辊偏心重复控制器的设计问题就转化为系统(13)与控制器(14)所构成复合系统的鲁棒稳定性问题.

### 3.2 稳定条件(Stability condition)

对如图2所示闭环控制系统, 因为 $D_{21} = 0$ ,  $D_{22} = 0$ , 利用下线性分式变换可得由 $\mathbf{w}$ 到 $\mathbf{z}$ 的传

递函数矩阵为

$$T_{zw}(s) = \bar{C}(sI - \bar{A})^{-1}\bar{B} + \bar{D}, \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} A + B_2D_kC_2 & B_2C_k \\ B_kC_2 & A_k \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{C} &= [C_1 + D_{12}D_kC_2 \quad D_{12}C_k], \quad \bar{D} = D_{11}. \end{aligned}$$

引理1<sup>[13]</sup> 对如下系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{w}, \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}. \end{cases} \quad (16)$$

其中:  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ 是系统状态,  $\mathbf{w}(t) \in \mathbb{R}^q$ 是外部扰动输入,  $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^r$ 是感兴趣的系统被调输出, 设 $\gamma > 0$ 是一个给定常数, 则以下条件等价:

- 1) 系统渐近稳定, 且 $\Gamma_{ee} < \gamma$ ,
- 2) 存在一个对称矩阵 $P > 0$ , 使得

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A & P B & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (17)$$

定理1 如果存在正定对称矩阵 $P$ , 使得

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^T P + P \bar{A} & P \bar{B} & \bar{C}^T \\ \bar{B}^T P & -I & \bar{D}^T \\ \bar{C} & \bar{D} & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

则系统(15)渐近稳定的, 且从 $\mathbf{w}$ 到 $\mathbf{z}$ 的闭环传递函数矩阵的 $H_\infty$ 范数小于1.

证 由引理1令 $\gamma = 1$ , 即可得证.

证毕.

### 3.3 基于LMI的 $H_\infty$ 输出反馈控制器设计 (Design of $H_\infty$ output feedback controller based on LMI)

为了得到控制器参数, 需要求解不等式(18), 而不等式(18)中控制器参数与矩阵变量 $P$ 为非线性关系, 为了将其转换为LMI, 采用变量替换法进行如下变换. 首先对矩阵 $P$ 及其逆阵作如下分块:

$$P = \begin{bmatrix} Y & N \\ N^T & W \end{bmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} X & M \\ M^T & Z \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$X, Y$ 是与式(15)中 $A$ 同维数的对称矩阵, 并且有

$$P \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P F_1 = F_2, \quad (20)$$

其中:

$$F_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix},$$

从而

$$F_1^T P A F_1 = F_2^T A F_1 = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

其中:

$$\begin{cases} \Phi_{11} = AX + B_2(D_k C_2 X + C_k M^T), \\ \Phi_{12} = A + B_2 D_k C_2, \\ \Phi_{21} = Y(A + B_2 D_k C_2) + N B_k C_2 X + \\ \quad Y B_2 C_k M^T + N A_k M^T, \\ \Phi_{22} = YA + (Y B_2 D_k + N B_k) C_2, \\ \begin{cases} \bar{C} F_1 = [C_1 X + D_{12}(D_k C_2 X + C_k M^T) \\ \quad C_1 + D_{12} D_k C_2], \\ F_1^T P \bar{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ Y B_1 \end{bmatrix}, \end{cases} \end{cases} \quad (22)$$

$$F_1^T P F_1 = F_2^T F_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix}. \quad (23)$$

定义以下变量替换公式:

$$\begin{cases} \hat{A} = \Phi_{11}, \\ \hat{B} = Y B_2 D_k + N B_k, \\ \hat{C} = D_k C_2 X + C_k M^T, \\ \hat{D} = D_k. \end{cases} \quad (24)$$

则给定正定矩阵  $X, Y$  及满秩矩阵  $M, N$ , 从  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$  可以唯一确定矩阵  $A_k, B_k, C_k, D_k$ .

利用变量替换式(24), 对式(18)左边矩阵分别左乘矩阵  $\text{diag}\{F_1^T, I, I\}$  和右乘矩阵  $\text{diag}\{F_1, I, I\}$ , 则矩阵不等式(18)等价于

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} \\ \Psi_{12}^T & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} \\ \Psi_{13}^T & \Psi_{23}^T & -I & \Psi_{34} \\ \Psi_{14}^T & \Psi_{24}^T & \Psi_{34}^T & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

其中:

$$\begin{cases} \Psi_{11} = AX + X A^T + B_2 \hat{C} + (B_2 \hat{C})^T, \\ \Psi_{12} = \hat{A}^T + (A + B_2 \hat{D} C_2), \\ \Psi_{13} = B_1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} AX + X A^T + B_2 \hat{C} + (B_2 \hat{C})^T & \hat{A}^T + (A + B_2 \hat{D} C_2) & B_1 + B_2 \hat{D} D_{21} & (C_1 X + D_{12} \hat{C})^T \\ * & A^T Y + Y A + \hat{B} C_2 + (\hat{B} C_2)^T & Y B_1 + \hat{B} D_{21} & (C_1 + D_{12} \hat{D} C_2)^T \\ * & * & -I & (D_{11} + D_{12} \hat{D} D_{21})^T \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0. \end{cases} \quad (30)$$

其中“\*”表示由矩阵的对称性得到的矩阵块.

**定理 2** 对于系统(13)存在一个H<sub>∞</sub>输出反馈

$$\begin{cases} \Psi_{14} = (C_1 X + D_{12} \hat{C})^T, \\ \Psi_{22} = A^T Y + Y A + \hat{B} C_2 + (\hat{B} C_2)^T, \\ \Psi_{23} = Y B_1, \\ \Psi_{24} = (C_1 + D_{12} \hat{D} C_2)^T, \\ \Psi_{34} = D_{11}^T. \end{cases}$$

式(25)是关于  $X, Y, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$  的一个LMI, 利用LMI求解方法可以判断这个LMI是否可行, 而且可以在可行的情况下求的一个可行解. 有了可行解, 为了通过变量替换关系得到待设计的控制器参数, 需要知道矩阵  $M, N$  的值. 由  $P^{-1} P = I$ , 有

$$M N^T = I - X Y, \quad (26)$$

因此在得到了  $X, Y$  的值后, 可以通过矩阵  $I - X Y$  的奇异值分解来得到满秩矩阵  $M, N$ . 同时  $P > 0$  保证了

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0, \quad (27)$$

从而有  $I - X Y > 0$ . 因此, 通过奇异值分解总可以得到满足式(26)的可逆矩阵  $M, N$ , 这样控制器参数可以由下列公式得到:

$$\begin{cases} D_k = \hat{D}, \\ C_k = (\hat{C} - D_k C_2 X)(M^T)^{-1}, \\ B_k = N^{-1}(\hat{B} - Y B_2 D_k), \\ A_k = N^{-1}[\hat{A} - Y(A + B_2 D_k C_2)X] \cdot \\ \quad (M^T)^{-1} - B_k C_2 X (M^T)^{-1} - \\ \quad N^{-1} Y B_2 C_k. \end{cases} \quad (28)$$

**引理 2**<sup>[14]</sup> 对如下系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t), \\ z(t) = C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t), \\ y(t) = C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t), \end{cases} \quad (29)$$

存在一个输出反馈H<sub>∞</sub>控制器, 当且仅当存在对称矩阵  $X, Y, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$  使得如下线性矩阵不等式成立:

控制器的充分必要条件是存在对称矩阵  $X, Y$ , 使得LMI(25)和(27)是可行的.

证 系统(13)是系统(29)当 $D_{21} = 0, D_{22} = 0$ 时的特殊情形. 证毕.

进而若 $X, Y, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$  是LMI(25)和(27)的一个可行解, 通过矩阵奇异值分解, 得到 $M, N$ , 利用式(28)即可得到控制器参数.

为了改善重复控制系统的稳定性, 通常的做法是在基本重复控制器中引入低通滤波器, 但这会降低对周期信号的跟踪性能, 因此为了提高系统的稳态控制精度, 首先设计控制器 $K(s)$ 时, 在保证系统鲁棒稳定性性能的前提下, 尽可能的选择较大的转折频率 $\omega_c$ ; 其次, 为了进一步改善和提高系统的动态性能与稳态控制精度, 在设计好控制器后, 通过引入如图2中虚线所示前向系数, 即将控制器的输出直接通过一个比例系数 $k$ 加入到过程的输入端而加以改进, 适当调整其大小即可获得更好的性能.

#### 4 仿真研究(Simulation study)

以某轧机为例进行仿真分析, 标称参数如下:

$$A_p = 0.616 \text{ m}^2, K = 67.5 \text{ t/mm},$$

$$\zeta_h = 0.2, \omega_v = 1.101 \text{ rad/s},$$

$$\omega_h = 893.22 \text{ rad/s},$$

$$K_{sv} = 0.0371 \text{ m}^3/(\text{S} \cdot \text{A}),$$

$$K_{ce} = 2.19 \times 10^{-12} \text{ m}^5/(\text{N} \cdot \text{s}).$$

整理得整个轧机辊缝控制系统的传递函数为

$$P'(s) = \frac{2.187}{\left(\frac{s^2}{600^2} + \frac{1.4s}{600} + 1\right)\left(\frac{s}{1.101} + 1\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{s^2}{893.22^2} + \frac{s}{2233.05} + 1\right)}. \quad (31)$$

取 $\omega_c = 100 \text{ rad/s}$ , 并设系统具有如下时变不确定参数:

$$\Psi_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \Psi_B = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma(t) = \begin{bmatrix} \sin(0.1\pi t) & 0 \\ 0 & \cos(0.1\pi t) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \cos(0.1\pi t) & 0 & 0 \\ 0 & \cos(0.1\pi t) & 0 \\ 0 & 0 & \cos(0.1\pi t) \end{bmatrix}.$$

偏心补偿信号为

$$\Delta S_e(t) = 0.05 \sin(12t) + 0.02 \sin(24t + 1.3) + 0.01 \sin(36t + 2.4).$$

利用上述方法求得控制器 $K(s)$ 的参数矩阵为

$$A_k = \begin{bmatrix} -0.0527 & -0.1712 & +0.2754 \\ +0.0152 & -0.0447 & -0.2211 \\ -0.0017 & +0.0029 & +0.0087 \\ -0.0010 & +0.0013 & -0.0046 \\ -0.0004 & +0.0004 & -0.0031 \\ 0 & 0 & 0 \\ +2.5365 & +1.6367 & +9.4807 \\ -0.7086 & -0.2255 & -5.2541 \\ +0.1072 & +0.5078 & -6.0632 \\ -0.0524 & +0.0887 & -0.6265 \\ -0.0315 & -0.0371 & +0.9666 \\ -0.0005 & -0.0017 & -0.0636 \end{bmatrix} \times 10^4,$$

$$C_k = [0.0013 \quad -0.0021 \quad -0.0061 \quad -0.7986 \quad 1.2414 \quad -198.4394],$$

$$B_k = \begin{bmatrix} +8.2815 \\ -4.5384 \\ +2.6339 \\ +1.6844 \\ +0.8456 \\ +0.0382 \end{bmatrix} \times 10^4, D_k = -2.0242.$$

建立上述仿真模型, 然后引入前向系数, 通过简单调整后取 $k = 0.25$ .

对轧机辊缝系统的轧辊偏心扰动采用鲁棒重复补偿控制的仿真结果如图3和图4所示. 在 $t = 5 \text{ s}$ 时, 投入偏心控制, 可以看出经过一个周期后, 系统输出便基本进入了稳定状态, 同时对于系统参数所允许的不确定性, 系统不但能够保持稳定而且具有较小的相对误差, 且引入前向系数后系统

的动态性能与稳态控制精度得到进一步的提高。

最后将上面的轧缝偏心补偿控制方法应用到连轧机的压力AGC中, 出口带钢的厚度设定值为 $h = 3.29 \text{ mm}$ , 对带钢的出口厚度进行偏心补偿控制. 由于实际中轧辊偏心扰动信号 $d$ 不可避免的会发生变化, 设轧辊偏心扰动信号如图5所示, 在 $t = 10 \text{ s}$ 时轧辊偏心扰动信号的各分量的相位发生变化,  $t = 20 \text{ s}$ 时轧辊偏心扰动信号的各分量的幅值发生变化.

出口厚度波形如图7所示. 从图中可以看出, 如果偏心信号检测与处理的硬件精度非常高, 即假设相位、幅值等不存在测量和补偿误差, 那么这类方法理论上可以实现对偏心的完全补偿(0s~10s), 但实际上这是不可能的, 如果存在相位误差(10s~20s)和幅值误差(20s~30s), 控制精度就会大大降低. 图8是采用文中的方法得到的出口厚度波形, 可见即使扰动信号发生变化, 仍然能够对出口厚度实现高精度的控制.

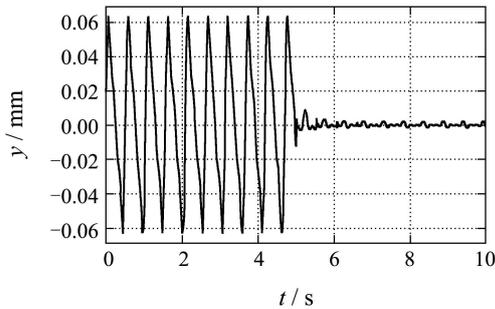


图3 未加前向系数的轧辊偏心补偿效果  
Fig. 3 Effect of roll eccentricity compensation without forward gain

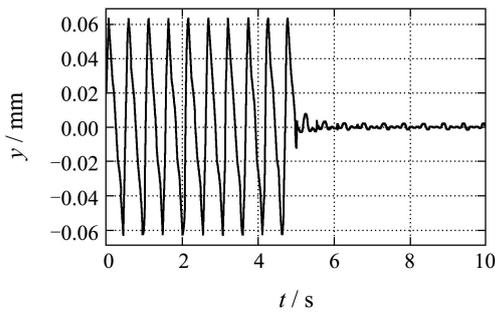


图4 引入前向系数的轧辊偏心补偿效果  
Fig. 4 Effect of roll eccentricity compensation with forward gain

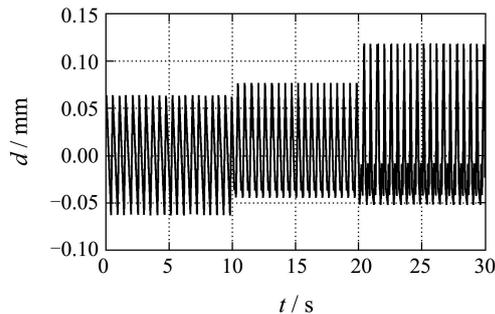


图5 轧辊偏心扰动信号  
Fig. 5 Roll eccentricity disturbance signal

在自然轧制状态下带钢的出口厚度波形如图6所示, 可见由于轧辊偏心的影响, 出口厚度波动剧烈, 必须对其进行补偿控制. 采用主动补偿方法中的傅立叶变换分析法对轧辊偏心进行补偿,

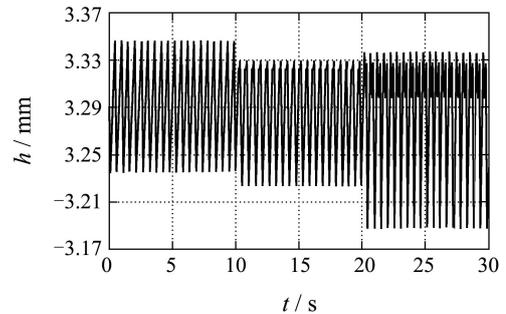


图6 自然轧制状态下的出口厚度  
Fig. 6 Exit gauge under natural rolling condition

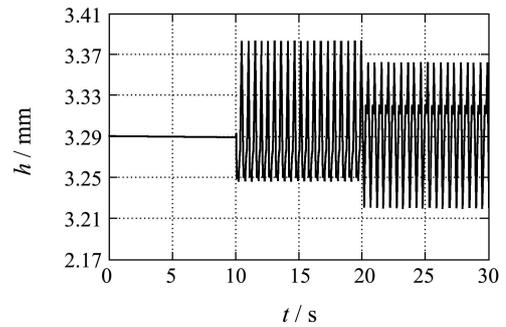


图7 FFT方法的出口厚度  
Fig. 7 Exit gauge with FFT method

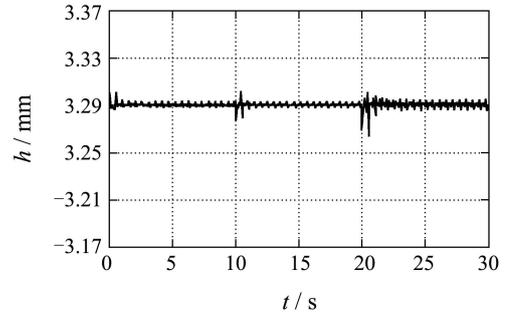


图8 鲁棒重复控制方法的出口厚度  
Fig. 8 Exit gauge with robust repetitive control method

### 5 结论(Conclusion)

本文针对轧机的轧辊偏心问题, 提出了基于LMI方法的用于轧辊偏心补偿的 $H_\infty$ 输出反馈鲁棒重复控制器.  $H_\infty$ 动态输出反馈控制器用来保证系统的鲁棒稳定性与鲁棒性能, 通过在重复控制

器中引入一个前向系数来进一步改善和提高系统的动态性能与稳态控制精度. 仿真研究表明, 这种控制器对轧机辊缝控制系统对象模型参数的不确定性, 具有很好的稳定鲁棒性和性能稳定性, 能够实现轧辊偏心信号的高精度补偿.

### 参考文献(References):

- [1] 李伯群, 孙一康, 傅剑. 基于相位补偿的轧辊偏心控制[J]. 钢铁研究学报, 2006, 18(6): 55 – 58.  
(LI Boqun, SUN Yikang, FU Jian. Control of roller eccentricity based on phasic compensation strategy[J]. *Journal of Iron and Steel Research*, 2006, 18(6): 55 – 58.)
- [2] 王为人, 王正林, 孙一康. 多分辨小波控制器在轧辊偏心控制中的应用[J]. 北京科技大学学报. 2005, 27(6): 728 – 731.  
(WANG Weiren, WANG Zhenglin, SUN Yikang. Application of multi-resolution wavelet controller in roll eccentricity control[J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2005, 27(6): 728 – 731.)
- [3] INOUE T, NAKANO M, KUBO T. High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply[C] // *Proceedings of the 8th Triennial IFAC World Congress*. Oxford, England: Pergamon Press, 1982: 3137 – 3142.
- [4] INOUE T, NAKANO M, IWAI S. High accuracy control of servomechanism for repeated contouring[C] // *Proceedings of the 10th Annual Symposium: Incremental Motion Control Systems and Devices*. Champaign, Ill, USA: Incremental Motion Control Systems Society, 1981: 285 – 292.
- [5] CHEN J W, LIU T S.  $H_\infty$  repetitive control for pickup head flying height in near-field optical disk drives[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2005, 41(2): 1067 – 1069.
- [6] RAMRATH L, SINGH T. A minimax approach to robust repetitive learning control[C] // *International Conference on Control and Automation*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 397 – 402.
- [7] DOH T Y, RYOO J R, CHUNG M J. Design of a repetitive controller: an application to the track-following servo system of optical disk drives[J]. *IEEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2006, 153(3): 323 – 330.
- [8] 吴敏, 兰永红, 余锦华. 线性不确定系统的 $H_\infty$  状态反馈鲁棒重复控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(3): 427 – 433.  
(WU Min, LAN Yonghong, SHE Jinhua. H-infinity state feedback robust repetitive control for uncertain linear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3): 427 – 433.)
- [9] TEZUKA T, YAMASHITA T, SATO T. Application of a new automatic gauge control system for the tandem cold mill[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2002, 38(2): 553 – 558.
- [10] GARIMELLA S S, SRINIVASAN K. Application of repetitive control to eccentricity compensation in rolling[C] // *Proceedings of the 1994 American Control Conference*. New York: IEEE, 1994, Part 3: 2904 – 2908.
- [11] 李勇, 王君, 胡贤磊. 轧辊偏心补偿重复控制系统的设计与仿真[J]. 东北大学学报, 2006, 27(2): 177 – 180.  
(LI Yong, WANG Jun, HU Xianlei. Design and simulation of repetitive control system for roll eccentricity compensation[J]. *Journal of Northeastern University*, 2006, 27(2): 177 – 180.)
- [12] 付兴建. 鲁棒 $H_\infty$  稳定控制及其在带钢连轧中应用的研究[D]. 北京: 北京科技大学, 2005.  
(FU Xingjian. *Study on Robust H-infinity Stabilization Control and Applications in Strip Rolling Mill*[D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2005.)
- [13] 俞立. 鲁棒控制—LMI方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 21 – 29.  
(YU Li. *Robust Control: An LMI Approach*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 21 – 29.)
- [14] 吴敏, 桂卫华, 何勇. 现代鲁棒控制[M]. 第2版. 长沙: 中南大学出版社, 2006: 214 – 218..  
(WU Min, GUI Weihua, HE Yong. *Advanced Robust Control*[M]. 2nd ed. Changsha: Central South University Press, 2006: 214 – 218.)

### 作者简介:

**李仲德** (1976—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为带钢连轧计算机控制, E-mail: lizhongde1976@163.com;

**杨卫东** (1952—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为带钢连轧计算机控制.