第 27 卷第 11 期
2010 年 11 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 27 No. 11
Nov. 2010

文章编号: 1000−8152(2010)11−1543−08

一类时滞广义非线性系统H_∞可靠跟踪控制

任 洁[1], 陆国平[2,3], 张小美[4]

(1. 南通大学 杏林学院, 江苏 南通 226007; 2. 南通大学 电气工程学院, 江苏 南通 226019;

3. 江苏信息职业技术学院, 江苏 无锡 214513; 4. 南通大学电子信息学院, 江苏 南通 226019)

摘要: 讨论一类Lipschitz时滞非线性广义系统的H_∞可靠跟踪控制问题. 分别给出了执行器失效和传感器失效两种模型下可靠控制器存在的充分条件, 使得闭环系统正则无脉冲并且指数稳定, 同时系统输出跟踪预先给定的可测参考模型的输出, 且满足H_∞性能指标, 并利用线性矩阵不等式技巧给出了可靠控制器的设计方法. 最后给出了一个数值例子,说明了本文所给出方法的有效性.

关键词: 广义系统; 时滞系统; 可靠控制; 跟踪控制; H_∞控制

中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Reliable H-infinity tracking control for a class of time-delay nonlinear singular systems

REN Jie[1], LU Guo-ping[2,3], ZHANG Xiao-mei[4]

(1. Xinglin College, Nantong University, Nantong Jiangsu 226007, China;
2.School of Electrical Engineering, Nantong University, Nantong Jiangsu 226019, China;
3. Jiangsu College of Information Technology, Wuxi Jiangsu 214513, China;
4. School of Electronics and Information, Nantong University, Nantong Jiangsu 226019, China)

Abstract: H-infinity reliable tracking control for a class of Lipschitz nonlinear singular systems with time-delay is studied. Considering both actuator failures and sensor failures, we give a sufficient condition for the closed-loop system to be regular, impulse-free and exponentially stable. Under this condition, the system output tracks the given reference model output and satisfies H-infinity performance requirements. The corresponding reliable controller is designed by means of linear matrix inequalities technique. An illustrative numerical example is presented to show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: singular systems; time-delay systems; reliable control; tracking control; H-infinity control

1 引言(Introduction)

近年来, 有很多文献研究广义系统[1~8]和非线性系统[9,10]. 一般而言, 广义系统比通常的状态空间系统更能准确地描述实际的物理过程. 随着科学技术的发展和大型工程技术的需要, 广义系统的研究受到了广泛关注. 在控制方面许多关于正常系统的结果都已经被推广到广义系统.

此外, 实际系统中由于信息传递及处理各个环节中广泛存在着时延, 如流体的长管路传输, 各种石油化工生产过程以及计算机网络中数据包的传输等[11]. 时滞往往是导致系统不稳定或性能下降的主要原因, 因而对时滞系统的研究是必要的. 但由于广义系统的复杂性, 关于时滞相关的相应结果很少.

同时, 在现代工业过程中, 有很多控制过程随着时间的改变其控制器也相应改变, 控制器不是固定的, 因此需要设计统一的控制器, 使得当系统出现错误时, 同样能保持系统的性能, 也就是近年来经常被学者们研究的可靠控制问题. 如文献[2]讨论了多时滞不确定广义系统的H_∞可靠控制问题.

另外, 跟踪控制广泛应用与各种领域, 如鲁棒控制、航空控制、自动控制等. 跟踪控制的主要目标就是设计控制器, 使得系统的输出通过控制尽可能跟踪给定的参考模型输出. 目前, 已有一些文献研究了可靠跟踪控制问题, 但多数研究的是线性系统, 对于非线性系统的研究则比较少, 尤其是广义非线性系统, 文献[3]则是研究了不确定Lur'e系统的H_∞可靠跟踪控制问题. 目前还没有发现时滞广义非线性系统可靠跟踪控制的研究.

收稿日期: 2009−07−17; 收修改稿日期: 2010−03−08.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874021, 60974016); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2010275); 江苏省高校“青蓝工程”资助项目; 江苏省高校自然科学研究资助项目(10KJB120002)

本文主要研究的是一类时滞Lipschitz广义非线性系统的H_∞可靠跟踪控制问题. 首先给出了时滞Lipschitz广义非线性系统满足H_∞性能指标的一个充分条件, 并且证明了此系统解存在且唯一, 即同时给出时滞Lipschitz广义非线性系统解存在唯一的充分条件; 在此基础上, 分别讨论了执行器失效模型和传感器失效模型两种情况下系统的可靠控制器设计问题, 给出了控制器存在的条件, 并举例说明了本文得到的结论的有效性.

2 问题描述(Problem statement)

考虑下列系统:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t)=Ax(t)+A_{\rm d}x(t-d)+B_1u(t)+ \\ \qquad D\Phi(t,x(t),x(t-d),u(t))+E_1w(t), \\ y(t)=C_1x(t)+E_2\eta(t), \\ z(t)=C_2x(t)+B_2u(t)+E_3w(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t)\in\mathbb{R}^n$是系统状态, $u(t)\in\mathbb{R}^m$是控制输入, $w(t)\in\mathbb{R}^p$是属于$L_2[0,\infty)$向量空间的外部干扰, $y(t)\in\mathbb{R}^q$是测量输出, $\eta(t)\in\mathbb{R}^q$是平方可积的可测量噪声, $z(t)\in\mathbb{R}^q$是受控输出, $0\leqslant\operatorname{rank}(E)=l<n$. $\Phi(t,x(t),x(t-d),u(t))\in\mathbb{R}^s$是非线性向量函数满足$f(t,0,0,0)=0$和下列Lipschitz条件:

$$\begin{aligned} &\|\Phi(t,x(t),x(t-d),u(t))- \\ &\Phi(t,\tilde{x}(t),\tilde{x}(t-d),u(t))\|\leqslant \\ &\alpha\|F(x(t)-\tilde{x}(t))+F_{\rm d}(x(t-d)-\tilde{x}(t-d))\|. \end{aligned} \tag{2}$$

其中: $\alpha>0$是一正数, $F,F_{\rm d}\in\mathbb{R}^{n\times n}$是常数矩阵. 由上式有

$$\begin{aligned} &\|\Phi(t,x(t),x(t-d),u(t))\|\leqslant \\ &\alpha\|Fx(t)+F_{\rm d}x(t-d)\|. \end{aligned} \tag{3}$$

本文的目标是设计可靠控制器, 使得:

1) 在$w(t)=0$时闭环系统内稳定并且在零初始条件下系统满足H_∞性能指标:

$$J=\int_0^\infty z^{\rm T}(t)z(t){\rm d}t-\gamma^2\int_0^\infty w^{\rm T}(t)w(t){\rm d}t<0. \tag{4}$$

其中$\gamma>0$是H_∞衰减水平;

2) 输出$y(t)$跟踪给定的参考信号$r(t)$, 即

$$\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{t\to\infty}(r(t)-y(t))=0. \tag{5}$$

定义 1 1) 如果$\det(sE-A)$不恒为零, 则$[E\ \ A]$称为正则;

2) 如果$\deg(\det(sE-A))=\operatorname{rank}(E)$, 则$[E\ \ A]$称为无脉冲[5].

引理 1 考虑函数$\varphi:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$, 如果$\dot{\varphi}$在$[0,\infty)$上有界, 则$\varphi$在$[0,\infty)$上一致连续[6].

引理 2(Barbalat's引理)[6] 考虑函数$\varphi:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$, 如果$\varphi$一致连续并且$\int_0^\infty\varphi<\infty$, 则

$$\lim_{t\to\infty}\varphi=0.$$

3 解的存在唯一性和H_∞性能分析(Existence and uniqueness of solution and H_∞ performance analysis)

首先不考虑控制$u(t)$, 考虑下列系统的解的存在唯一性和H_∞性能问题:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t)= \\ Ax(t)+A_{\rm d}x(t-d)+ \\ D\Phi(t,x(t),x(t-d),u(t))+E_1w(t), \\ z(t)=C_2x(t)+E_3w(t). \end{cases} \tag{6}$$

定理 1 若存在非奇异矩阵$P\in\mathbb{R}^{n\times n}$满足$E^{\rm T}P=P^{\rm T}E\geqslant0$, 矩阵$0<Q\in\mathbb{R}^{n\times n}$和正数$\tau>0$, 使得线性矩阵不等式(7)成立, 则系统(6)解一定存在唯一且达到H_∞性能指标γ.

$$\begin{pmatrix} P^{\rm T}A+A^{\rm T}P+Q+C_2^{\rm T}C_2+\tau\alpha^2F^{\rm T}F & P^{\rm T}A_{\rm d}+\tau\alpha^2F^{\rm T}F_{\rm d} & P^{\rm T}D & P^{\rm T}E_1+C_2^{\rm T}E_3 \\ * & -Q+\tau\alpha^2F_{\rm d}^{\rm T}F_{\rm d} & 0 & 0 \\ * & * & -\tau I & 0 \\ * & * & * & E_3^{\rm T}E_3-\gamma^2I \end{pmatrix}<0. \tag{7}$$

证 1) 证明系统(1)中的微分方程解存在且唯一, 即下式解存在且唯一.

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t)=&Ax(t)+A_{\rm d}x(t-d)+B_1u(t)+ \\ &D\Phi(t,x(t),x(t-d),u(t))+E_1w(t). \end{aligned} \tag{8}$$

因$[E\ \ A]$正则无脉冲, 故一定存在可逆矩阵$M\in\mathbb{R}^n$和$N\in\mathbb{R}^n$, 使得

$$\begin{cases} MEN=\begin{pmatrix} I_l & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ MAN=\begin{pmatrix} A_l & 0 \\ 0 & I_{n-l} \end{pmatrix}, \\ MA_{\rm d}N=\begin{pmatrix} A_{\rm d11} & A_{\rm d12} \\ A_{\rm d21} & A_{\rm d22} \end{pmatrix}. \end{cases} \tag{9}$$

令

$$M=\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix},\ \ N=\begin{pmatrix} N_1 & N_2 \end{pmatrix}, \tag{10}$$

其中: $M_1 \in \mathbb{R}^{l\times n}$, $M_2 \in \mathbb{R}^{(n-l)\times n}$, $N_1 \in \mathbb{R}^{n\times l}$, $N_2 \in \mathbb{R}^{n\times(n-l)}$.

由式(7)有

$$\begin{pmatrix} P^{\mathrm{T}}A+A^{\mathrm{T}}P+Q+\tau\alpha^2F^{\mathrm{T}}F & P^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}}+\tau\alpha^2F^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}} & P^{\mathrm{T}}D \\ * & -Q+\tau\alpha^2F_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}} & 0 \\ * & * & -\tau I \end{pmatrix} < 0. \tag{11}$$

令

$$M^{-\mathrm{T}}PN=\begin{pmatrix} P_1 & P_4 \\ P_2 & P_3 \end{pmatrix},$$

在$E^{\mathrm{T}}P=P^{\mathrm{T}}E\geqslant 0$中, 左乘$N^{\mathrm{T}}$, 右乘$N$, 可得$P_1=P_1^{\mathrm{T}}\geqslant 0$, $P_4=0$. 即

$$M^{-\mathrm{T}}PN=\begin{pmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{pmatrix}.$$

令

$$N^{\mathrm{T}}QN=\begin{pmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_2^{\mathrm{T}} & Q_3 \end{pmatrix},$$

在式 (11) 两边分别左乘 $\mathrm{diag}\{N^{\mathrm{T}}, N^{\mathrm{T}}, I\}$, 右乘 $\mathrm{diag}\{N, N, I\}$, 有

$$\begin{pmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} & \Xi_{13} & \Xi_{14} & P_1^{\mathrm{T}}M_1D+P_2^{\mathrm{T}}M_2D \\ * & \Xi_{22} & \Xi_{23} & \Xi_{24} & P_3^{\mathrm{T}}M_2D \\ * & * & \Xi_{33} & \Xi_{34} & 0 \\ * & * & * & \Xi_{44} & 0 \\ * & * & * & * & -\tau I \end{pmatrix} < 0, \tag{12}$$

其中:

$$\begin{aligned}
&\Xi_{11}=P_1^{\mathrm{T}}A_l+A_l^{\mathrm{T}}P_1+\tau\alpha^2N_1^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_1+Q_1,\\
&\Xi_{12}=P_2^{\mathrm{T}}+\tau\alpha^2N_1^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_2+Q_2,\\
&\Xi_{13}=P_1^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}11}+P_2^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}21}+\tau\alpha^2N_1^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}N_1,\\
&\Xi_{14}=P_1^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}12}+P_2^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}22}+\tau\alpha^2N_1^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}N_2,\\
&\Xi_{22}=P_3^{\mathrm{T}}+P_3+\tau\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_2+Q_3.\\
&\Xi_{23}=P_3^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}21}+\tau\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}N_1,\\
&\Xi_{24}=P_3^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}22}+\tau\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}N_2,\\
&\Xi_{33}=\tau\alpha^2N_1^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}N_1-Q_1,\\
&\Xi_{34}=\tau\alpha^2N_1^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}N_2-Q_2,\\
&\Xi_{44}=\tau\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}}N_2-Q_3.
\end{aligned}$$

式(12)两边分别左、右乘$\begin{pmatrix} 0_l & I_{n-l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_s \end{pmatrix}$及其转置有

$$\begin{pmatrix} P_3^{\mathrm{T}}+P_3+\tau\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_2+Q_3 & P_3^{\mathrm{T}}M_2D \\ D^{\mathrm{T}}M_2^{\mathrm{T}}P_3 & -\tau I \end{pmatrix} < 0. \tag{13}$$

由Schur补引理, 有

$$\begin{aligned}&P_3^{\mathrm{T}}+P_3+\tau\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_2+Q_3+\\&\tau^{-1}P_3^{\mathrm{T}}M_2DD^{\mathrm{T}}M_2^{\mathrm{T}}P_3<0.\end{aligned}$$

从而存在一充分小的正数$\varepsilon>0$, 使得下式成立:

$$\begin{aligned}&P_3^{\mathrm{T}}+P_3+\tau\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_2+Q_3+\\&\tau^{-1}P_3^{\mathrm{T}}M_2(DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)M_2^{\mathrm{T}}P_3<0.\end{aligned}$$

上式等价于

$$\begin{aligned}&(P_3+\tau(M_2(DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)M_2^{\mathrm{T}})^{-1})^{\mathrm{T}}M_2(DD^{\mathrm{T}}+\\&\varepsilon I)M_2^{\mathrm{T}}(P_3+\tau(M_2(DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)M_2^{\mathrm{T}})^{-1})-\\&\tau^2(M_2(DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)M_2^{\mathrm{T}})^{-1}+\\&\tau^2\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_2+\tau Q_3<0,\end{aligned}$$

从而有

$$\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_2<(M_2(DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)M_2^{\mathrm{T}})^{-1}. \tag{14}$$

令:

$$\begin{aligned}&\bar{N}_2=N_2(M_2(DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)M_2^{\mathrm{T}})^{-\frac{1}{2}},\\&\bar{M}_2=(M_2(DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)M_2^{\mathrm{T}})^{\frac{1}{2}}M_2,\\&\bar{M}=\begin{pmatrix} M_1 \\ \bar{M}_2 \end{pmatrix},\ \ \bar{N}=(N_1\ \ \bar{N}_2),\end{aligned}$$

易知:

$$\bar{M}E\bar{N}=\begin{pmatrix} I_l & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ \ \bar{M}A\bar{N}=\begin{pmatrix} A_l & 0 \\ 0 & I_{n-l} \end{pmatrix}$$

仍然成立. 由式(14)有

$$\alpha^2\bar{N}_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}F\bar{N}_2<I. \tag{15}$$

存在一充分小正数$\delta>0$, 使得

$$\alpha^2\bar{N}_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}F\bar{N}_2-\delta\alpha^2\bar{N}_2^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}F\bar{N}_2<I.$$

于是有

$$\|F\bar{N}_2\|<\frac{1}{\alpha\sqrt{1+\delta}}. \tag{16}$$

另外, 由

$$\bar{M}_2DD^{\mathrm{T}}\bar{M}_2^{\mathrm{T}}<\bar{M}_2(DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon I)\bar{M}_2^{\mathrm{T}}=I$$

有

$$\|\bar{M}_2D\|<1. \tag{17}$$

式(8)左乘$\bar{M}$, 有

$$\begin{aligned}&\bar{M}E\bar{N}\bar{N}^{-1}\dot{x}=\\&\bar{M}A\bar{N}\bar{N}^{-1}x+\bar{M}A_{\mathrm{d}}\bar{N}\bar{N}^{-1}x(t-d)+\\&\bar{M}B_1u+\bar{M}D\Phi(t,x,x(t-d),u)+\bar{M}E_1w.\end{aligned} \tag{18}$$

令$\bar{N}^{-1}x(t)=\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$, 则

$$x(t)=N_1x_1(t)+\bar{N}_2x_2(t),$$

式(18)变为

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=A_l x_1(t)+A_{\mathrm{d}11}x_1(t-d)+\\ \qquad A_{\mathrm{d}12}x_2(t-d)+M_1B_1u+\\ \qquad M_1D\varPhi_1+M_1E_1w,\\ 0=x_2(t)+A_{\mathrm{d}21}x_1(t-d)+A_{\mathrm{d}22}x_2(t-d)+\\ \quad \bar{M}_2B_1u+\bar{M}_2D\varPhi_1+\bar{M}_2E_1w,\end{cases}\tag{19}$$

其中

$$\varPhi_1=\varPhi(t,N_1x_1+\bar{N}_2x_2,N_1x_1(t-d)+\\ \bar{N}_2x_2(t-d),u).$$

参照文献[5]的方法, 可以利用不动点原理和Lipschitz条件得到(19)的解的存在唯一性.

于是系统(8)解存在且唯一得证. 证毕.

2) 证明$w(t)=0$时系统内稳定. 选取Lyapunov函数

$$V=x^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}Px+\int_{t-d}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s.$$

由式(3)有

$$\varPhi^{\mathrm{T}}\varPhi\leqslant\alpha^2\left(Fx+F_{\mathrm{d}}x(t-d)\right)^{\mathrm{T}}\left(Fx+F_{\mathrm{d}}x(t-d)\right).$$

记

$$\alpha^2\left(Fx+F_{\mathrm{d}}x(t-d)\right)^{\mathrm{T}}\left(Fx+F_{\mathrm{d}}x(t-d)\right)=\varGamma.$$

由S-procedure引理, 有$\dot{V}<0$等价于存在正数$\tau>0$, 使得$\dot{V}-\tau(\varPhi^{\mathrm{T}}\varPhi-\varGamma)<0$. 而

$$\dot{V}-\tau(\varPhi^{\mathrm{T}}\varPhi-\varGamma)=\\ \begin{pmatrix}x^{\mathrm{T}} & x^{\mathrm{T}}(t-d) & \varPhi^{\mathrm{T}}\end{pmatrix}\varOmega\begin{pmatrix}x\\ x(t-d)\\ \varPhi\end{pmatrix},$$

其中

$$\varOmega=\begin{pmatrix}P^{\mathrm{T}}A+A^{\mathrm{T}}P+Q+\tau\alpha^2F^{\mathrm{T}}F & P^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}}+\tau\alpha^2F^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}} & P^{\mathrm{T}}D\\ * & -Q+\tau\alpha^2F_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{d}} & 0\\ * & * & -\tau I\end{pmatrix}.$$

由式(7)可知$\varOmega<0$成立, 于是$\dot{V}<0$成立.

令$\lambda_0=\lambda_{\min}(-\varOmega)$, 由$\varOmega<0$可知$\lambda_0>0$, 于是有

$$\dot{V}\leqslant-\lambda_0\|x\|^2.\tag{20}$$

由

$$V=x^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}Px+\int_{t-d}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s$$

可知

$$V\geqslant x^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}Px=x_1^{\mathrm{T}}P_1x_1\geqslant\lambda_{\min}(P_1)\|x_1\|^2.$$

由式(12)有

$$\varXi_{11}=P_1^{\mathrm{T}}A_l+A_l^{\mathrm{T}}P_1+\tau\alpha^2N_1^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_1+Q_1<0,$$

即

$$P_1^{\mathrm{T}}A_l+A_l^{\mathrm{T}}P_1<-\tau\alpha^2N_1^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}FN_1-Q_1<0.$$

由上式知P_1可逆, 又$P_1=P_1^{\mathrm{T}}\geqslant0$, 从而有$P_1>0$, 于是有$\lambda_{\min}(P_1)>0$, 令$\lambda_1=\lambda_{\min}(P_1)$, 有$V\geqslant\lambda_1\|x_1\|^2$. 于是

$$\int_0^t\dot{V}(s)\mathrm{d}s=V(t)-V(0)\geqslant\lambda_1\|x_1\|^2-V(0).$$

又由式(20)

$$\int_0^t\dot{V}(s)\mathrm{d}s\leqslant-\int_0^t\lambda_0\|x\|^2\mathrm{d}s=\\ -\int_0^t\lambda_0\|N_1x_1+\bar{N}_2x_2\|^2\mathrm{d}s\leqslant-\lambda_0\|N_1\|\int_0^t\|x_1\|^2\mathrm{d}s.$$

从而有

$$\lambda_1\|x_1\|^2-V(0)\leqslant-\lambda_0\|N_1\|\int_0^t\|x_1\|^2\mathrm{d}s,$$

即

$$\lambda_1\|x_1\|^2+\lambda_0\|N_1\|\int_0^t\|x_1\|^2\mathrm{d}s\leqslant V(0).$$

于是有

$$\|x_1\|^2\leqslant\lambda_1^{-1}V(0),\tag{21}$$

$$\int_0^t\|x_1\|^2\mathrm{d}s\leqslant\lambda_0^{-1}\|N_1\|^{-1}V(0).\tag{22}$$

当不考虑控制输入$u(t)$以及$w(t)=0$时, 式(19)变为

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=A_lx_1(t)+A_{\mathrm{d}11}x_1(t-d)+\\ \qquad A_{\mathrm{d}12}x_2(t-d)+M_1D\varPhi_1,\\ 0=x_2(t)+A_{\mathrm{d}21}x_1(t-d)+\\ \qquad A_{\mathrm{d}22}x_2(t-d)+\bar{M}_2D\varPhi_1.\end{cases}\tag{23}$$

在式(12)两边分别左乘、右乘$\begin{pmatrix}0_l & I_{n-l} & 0_l & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & I_{n-l} & 0\end{pmatrix}$, 有

$$\begin{pmatrix}P_3^{\mathrm{T}}+P_3+Q_3 & P_3^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}22}\\ * & -Q_3\end{pmatrix}+\\ \tau\alpha^2N_2^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix}F^{\mathrm{T}}\\ F_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}F & F_{\mathrm{d}}\end{pmatrix}N_2<0.$$

于是

$$\begin{pmatrix}P_3^{\mathrm{T}}+P_3+Q_3 & P_3^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{d}22}\\ * & -Q_3\end{pmatrix}<0.$$

上式两边分别左乘右乘$\begin{pmatrix}-A_{\mathrm{d}22}^{\mathrm{T}} & I\end{pmatrix}$和它的转置, 有

$$A_{\mathrm{d}22}^{\mathrm{T}}Q_3A_{\mathrm{d}22}-Q_3<0.$$

上式等价于

$$\rho(A_{\mathrm{d}22}) < 1. \tag{24}$$

式(23)中第2式有

$$x_2(t) = -A_{\mathrm{d}21}x_1(t-d) - A_{\mathrm{d}22}x_2(t-d) - \bar{M}_2 D\Phi_1. \tag{25}$$

记

$$\begin{aligned}&\Phi_1(kd) = \Phi(t, N_1x_1(t-kd) + \bar{N}_2x_2(t-kd),\\&N_1x_1(t-(k+1)d) + \bar{N}_2x_2(t-(k+1)d), u),\\&\forall k \in \mathbb{Z}^+,\end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned}x_2(t-d) = &-A_{\mathrm{d}21}x_1(t-2d) - A_{\mathrm{d}22}x_2(t-2d) -\\&\bar{M}_2 D\Phi_1(d),\end{aligned}$$

代入式(25)有

$$\begin{aligned}x_2(t) = &-A_{\mathrm{d}21}x_1(t-d) - \bar{M}_2 D\Phi_1 -\\&A_{\mathrm{d}22}(-A_{\mathrm{d}21}x_1(t-2d) -\\&\bar{M}_2 D\Phi_1(d)) + (-A_{\mathrm{d}22})^2 x_2(t-2d).\end{aligned} \tag{26}$$

从而对于$\forall kd-d \leqslant t < kd, k \in \mathbb{Z}^+$, 有

$$\begin{aligned}x_2(t) = &\sum_{i=1}^{k}(-A_{\mathrm{d}22})^{i-1}(-A_{\mathrm{d}21}x_1(t-id) - \bar{M}_2 D\Phi_1\cdot\\&((i-1)d)) + (-A_{\mathrm{d}22})^k x_2(t-kd),\end{aligned} \tag{27}$$

于是

$$\begin{aligned}\|x_2(t)\| \leqslant &\sum_{i=1}^{k}\|(A_{\mathrm{d}22})^{i-1}A_{\mathrm{d}21}\|\|x_1(t-id)\| +\\&\|(A_{\mathrm{d}22})^k\|\|x_2(t-kd)\| +\\&\|M_2 D\|\sum_{i=1}^{k}\|(A_{\mathrm{d}22})^{i-1}\|\|\Phi_1((i-1)d))\| <\\&I_k + \|A_{\mathrm{d}22}\|^k\|x_2(t-kd)\| +\\&\alpha\|A_{\mathrm{d}22}\|^{k-1}\|F_{\mathrm{d}}\|\|\bar{N}_2\|\|x_2(t-kd)\| +\\&\sum_{i=1}^{k-1}\alpha\|A_{\mathrm{d}22}\|^{i-1}\|\bar{N}_2\|(\|A_{\mathrm{d}22}\|\|F\| +\\&\|F_{\mathrm{d}}\|)\|x_2(t-id)\| + \alpha\|F\bar{N}_2\|\|x_2(t)\|.\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}I_k = &\sum_{i=1}^{k}\|A_{\mathrm{d}22}\|^{i-1}\|A_{\mathrm{d}21}\|\|x_1(t-id)\| + \alpha\|FN_1\|\cdot\\&\|x_1(t)\| + \alpha\|A_{\mathrm{d}22}\|^{k-1}\|F_{\mathrm{d}}N_1\|\|x_1(t-kd)\| +\\&\sum_{i=1}^{k-1}\alpha\|A_{\mathrm{d}22}\|^{i-1}\|N_1\|(\|A_{\mathrm{d}22}\|\|F\| +\\&\|F_{\mathrm{d}}\|)\|x_1(t-id)\|.\end{aligned}$$

由式(16)可知

$$\begin{aligned}\|x_2(t)\| < &\varsigma I_k + \varsigma\|A_{\mathrm{d}22}\|^k\|x_2(t-kd)\| +\\&\varsigma\alpha\|A_{\mathrm{d}22}\|^{k-1}\|F_{\mathrm{d}}\|\|\bar{N}_2\|\|x_2(t-kd)\| +\\&\varsigma\sum_{i=1}^{k-1}\alpha\|A_{\mathrm{d}22}\|^{i-1}\|\bar{N}_2\|(\|A_{\mathrm{d}22}\|\|F\| +\\&\|F_{\mathrm{d}}\|)\|x_2(t-id)\|.\end{aligned}$$

其中

$$\varsigma = \frac{\sqrt{1+\delta}(\sqrt{1+\delta}+1)}{\delta}.$$

由式(21)和式(24)可知I_k有界, 记$\max I_k = a_k$, $\max\rho(A_{\mathrm{d}22}) = b$. 令$\varsigma\alpha(b\|F\| + \|F_{\mathrm{d}}\|) = c$, 则有

$$\begin{aligned}\|x_2(t)\| < &\varsigma a_k + \varsigma b^k\|x_2(t-kd)\| +\\&\varsigma\alpha b^{k-1}\|\bar{N}_2\|\|F_{\mathrm{d}}\|\|x_2(t-kd)\| +\\&\sum_{i=1}^{k-1}\|\bar{N}_2\|b^{i-1}c\|x_2(t-id)\|.\end{aligned}$$

记 $\sup\limits_{-d\leqslant t<0}\|x_2(t)\| = S_0$, 设$S_0$有界.

当$kd-d \leqslant t < kd$时,

$$\begin{aligned}\|x_2(t)\| < &\varsigma a_k + \varsigma b^k S_0 + \varsigma\alpha b^{k-1}\|\bar{N}_2\|\|F_{\mathrm{d}}\|S_0 +\\&\|\bar{N}_2\|b^{k-2}cS_1 + \cdots + \|\bar{N}_2\|bcS_{k-2} +\\&\|\bar{N}_2\|cS_{k-1} \triangleq S_k.\end{aligned}$$

当$kd \leqslant t < kd+d$时,

$$\begin{aligned}\|x_2(t)\| < &\varsigma a_{k+1} + \varsigma b^{k+1}S_0 + \varsigma\alpha b^k\|\bar{N}_2\|\|F_{\mathrm{d}}\|S_0 +\\&\|\bar{N}_2\|b^{k-1}cS_1 + \cdots + \|\bar{N}_2\|bcS_{k-1} +\\&\|\bar{N}_2\|cS_k \triangleq S_{k+1}.\end{aligned}$$

从而

$$S_{k+1} - bS_k = \varsigma(a_{k+1} - ba_k) + \|\bar{N}_2\|cS_k,$$

即

$$S_{k+1} = \varsigma(a_{k+1} - ba_k) + (\|\bar{N}_2\|c + b)S_k.$$

令$\|\bar{N}_2\|c + b = d$, 有

$$S_k = \sum_{i=0}^{k-1}d^i(a_{k-i} - ba_{k-i-1}) + d^kS_0,\ \forall k \in \mathbb{Z}^+. \tag{28}$$

若$d < 1$, 则有S_k有界. 即$\|x_2(t)\|$有界.

对于$\bar{N}_2$, 一定存在常数$\varrho > 0$, 使得$\|\varrho\bar{N}_2\| < \dfrac{1-b}{c}$. 令$\tilde{N}_2 = \varrho\bar{N}_2$, $\tilde{M}_2 = \varrho^{-1}\bar{M}_2$以及$\tilde{M} = \begin{pmatrix}M_1\\ \tilde{M}_2\end{pmatrix}$, $\tilde{N} = (N_1\ \ \tilde{N}_2)$. 易知

$$\tilde{M}E\tilde{N} = \begin{pmatrix}I_l & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\quad \tilde{M}A\tilde{N} = \begin{pmatrix}A_l & 0\\ 0 & I_{n-l}\end{pmatrix}$$

仍然成立. 上述证明过程中, 将所有的$\bar{N}$用$\tilde{N}$替代, $\bar{M}$用$\tilde{M}$替代, 证明过程同样成立, 故有$d = \|\tilde{N}_2\|c + b < 1$. 从而$\|x_2(t)\|$有界.

由式(23)第1个方程有

$$\|\dot{x}_1(t)\| \leqslant \|A_l x_1(t) + A_{\mathrm{d}11} x_1(t-d) + A_{\mathrm{d}12} x_2(t-d)\| + M_1 D \|\Phi_1\|.$$

而

$$\|\Phi_1\| \leqslant \alpha \|F N_1 x_1(t) + F N_2 x_2(t) + F_{\mathrm{d}} N_1 x_1(t-d) + F_{\mathrm{d}} N_2 x_2(t-d)\|.$$

由式(21)有 $\|x_1(t)\|$ 有界, 结合 $\|x_2(t)\|$ 有界可知 $\|\dot{x}_1(t)\|$有界. 又

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|x_1(t)\|^2 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x_1^{\mathrm{T}}(t)x_1(t)) = 2x_1^{\mathrm{T}}(t)\dot{x}_1(t).$$

因$\|x_1(t)\|$和$\|\dot{x}_1(t)\|$有界, 故$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|x_1(t)\|^2$有界, 由引理1可知$\|x_1(t)\|^2$一致连续, 结合式(22)和引理2有

$$\lim_{t\to\infty} \|x_1(t)\| = 0. \tag{29}$$

结合式(28)可知

$$\lim_{t\to\infty} \|x_2(t)\| = 0, \tag{30}$$

从而有

$$\lim_{t\to\infty} \|x(t)\| = \lim_{t\to\infty} \|N_1 x_1(t) + N_2 x_2(t)\| = 0.$$

证毕.

3) 证明H_∞性能指标

$$J = \int_0^\infty z^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t - \gamma^2 \int_0^\infty w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t < 0$$

成立.

由简单计算可知

$$\dot{V} + z^{\mathrm{T}}z - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}w < 0.$$

从而有

$$J = \int_0^\infty z^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t - \gamma^2 \int_0^\infty w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t < 0$$

成立. 证毕.

综上, 定理1得证.

注 1 定理1与已有文献不同的关键在于对系统的稳定性的分析部分, 主要难点在于证明$\|x_2(t)\|$的有界性. 需要指出的是, 文献[6]中关于广义线性时滞系统的迭代方法不能直接应用于非线性广义时滞系统(23)的讨论. 为此, 本文构造了序列S_k, 利用S_k的有界性来证明$\|x_2(t)\|$有界, 从而得到非线性广义时滞系统(23)的稳定性.

4 H_∞可靠控制器设计(H_∞ reliable controller design)

下面考虑系统(1)的可靠跟踪控制问题. 参照参考文献[4], 分别考虑执行器失效可靠控制和传感器失效可靠控制.

令$u^{\mathrm{f}}(t)$表示执行器失效的信号, 则执行器失效模型如下:

$$u^{\mathrm{f}}(t) = H_1 u(t) + H_u \delta_1(t). \tag{31}$$

其中: $H_1 = \mathrm{diag}\{h_{11}, h_{12}, \cdots, h_{1m}\}$是执行器失效矩阵; $H_{\mathrm{u}} = \mathrm{diag}\{h_{\mathrm{u}1}, h_{\mathrm{u}2}, \cdots, h_{\mathrm{u}m}\}$是执行器失效扰动矩阵; $\delta_1 = \mathrm{diag}\{\delta_{11}, \delta_{12}, \cdots, \delta_{1m}\} \in \mathbb{R}^m$是平方可积执行器失效扰动.

同样, 令$y^{\mathrm{f}}(t)$表示传感器失效的信号, 则传感器失效模型如下:

$$y^{\mathrm{f}}(t) = H_2 y(t) + H_{\mathrm{y}} \delta_2(t). \tag{32}$$

其中: $H_2 = \mathrm{diag}\{h_{21}, h_{22}, \cdots, h_{2m}\}$是传感器失效矩阵; $H_{\mathrm{y}} = \mathrm{diag}\{h_{\mathrm{y}1}, h_{\mathrm{y}2}, \cdots, h_{\mathrm{y}m}\}$是传感器失效扰动矩阵; $\delta_2 = \mathrm{diag}\{\delta_{21}, \delta_{22}, \cdots, \delta_{2m}\} \in \mathbb{R}^m$是平方可积传感器失效扰动.

首先考虑执行器失效模型的H_∞可靠跟踪控制.

将式(31)代入系统(1), 令

$$\zeta(t) = [x^{\mathrm{T}}(t) \ \ \int_0^t e^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}t]^{\mathrm{T}},$$
$$v(t) = [w^{\mathrm{T}}(t) \ \ \eta^{\mathrm{T}}(t) \ \ \delta_1^{\mathrm{T}}(t) \ \ r^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}.$$

结合$e(t) = r(t) - y(t)$, 设计控制器$u(t) = K\zeta(t)$, 则系统(1)变为:

$$\begin{cases} \tilde{E}\dot{\zeta}(t) = (\tilde{A} + \tilde{B}_1 H_1 K)\zeta(t) + \tilde{A}_{\mathrm{d}}\zeta(t-d) + \\ \qquad \tilde{D}\Phi + \tilde{E}_1 v(t), \\ z(t) = (\tilde{C}_2 + B_2 H_1 K)\zeta(t) + \tilde{E}_3 v(t). \end{cases} \tag{33}$$

其中:

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & I_q \end{pmatrix}, \ \tilde{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C_1 & 0 \end{pmatrix}, \ \tilde{A}_{\mathrm{d}} = \begin{pmatrix} A_{\mathrm{d}} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{B}_1 = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \tilde{D} = \begin{pmatrix} D \\ 0 \end{pmatrix}, \ \tilde{C}_2 = (C_2 \ \ 0),$$

$$\tilde{E}_1 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & B_1 H_u & 0 \\ 0 & -E_2 & 0 & I \end{pmatrix}, \ \tilde{E}_3 = (E_3 \ \ 0 \ \ B_2 H_u \ \ 0).$$

根据定理1, 可以得到如下的控制器设计方法.

定理 2 若存在非奇异矩阵$X \in \mathbb{R}^{(n+q)\times(n+q)}$满足$X^{\mathrm{T}}\tilde{E}^{\mathrm{T}} = \tilde{E}X \geqslant 0$, $Y \in \mathbb{R}^{m\times(n+q)}$, $0 < Q \in \mathbb{R}^{(n+q)\times(n+q)}$及正数$\tau > 0$, 使得LMI(34)成立, 则系统(1)和(31)存在H_∞可靠跟踪控制器$u(t) = K\zeta(t)$, 其控制器增益$K = YX^{-1}$.

$$\begin{pmatrix} \Gamma & \tilde{A}_{\mathrm{d}}X & \tilde{D} & \tilde{E}_1 & X^{\mathrm{T}}\tilde{C}_2 + Y^{\mathrm{T}}H_1^{\mathrm{T}}B_2^{\mathrm{T}} & \tau\tilde{F}^{\mathrm{T}} \\ * & -Q & 0 & 0 & 0 & \tau\tilde{F}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\tau I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \tilde{E}_3 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\dfrac{\tau I}{\alpha^2} \end{pmatrix} < 0. \tag{34}$$

其中:

$$\Gamma = \tilde{A}X + X^{\mathrm{T}}\tilde{A}^{\mathrm{T}} + \tilde{B}_1 H_1 Y + Y^{\mathrm{T}} H_1^{\mathrm{T}} \tilde{B}_1^{\mathrm{T}} + Q,$$

$$\tilde{F} = \begin{pmatrix} F & 0 \\ 0 & 0_q \end{pmatrix},\ \tilde{F}_{\mathrm{d}} = \begin{pmatrix} F_{\mathrm{d}} & 0 \\ 0 & 0_q \end{pmatrix}.$$

用同样的方法考虑传感器失效模型的H_∞可靠跟踪控制.

将式(32)代入系统(1), 令:

$$\zeta(t) = [x^{\mathrm{T}}(t)\ \ \int_0^t e^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}t]^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{v}(t) = [w^{\mathrm{T}}(t)\ \ \eta^{\mathrm{T}}(t)\ \ \delta_2^{\mathrm{T}}(t)\ \ r^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}.$$

结合

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

设计控制器$u(t) = \bar{K}\zeta(t)$, 则系统(1)为:

$$\begin{cases} \bar{E}\dot{\zeta}(t) = (\bar{A} + \tilde{B}_1\bar{K})\zeta(t) + \tilde{A}_{\mathrm{d}}\zeta(t-d) + \\ \qquad \tilde{D}\varPhi + \bar{E}_1\bar{v}(t), \\ z(t) = (\tilde{C}_2 + B_2\bar{K})\zeta(t) + \bar{E}_3\bar{v}(t). \end{cases} \tag{35}$$

其中:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -H_2C_1 & 0 \end{pmatrix},\ \bar{E}_1 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -H_2E_2 & -H_{\mathrm{y}} & I \end{pmatrix},$$

$$\bar{E}_3 = (E_3\ \ 0\ \ 0\ \ 0).$$

定理 3　若存在非奇异矩阵$\bar{X} \in \mathbb{R}^{(n+q)\times(n+q)}$满足$\bar{X}^{\mathrm{T}}\tilde{E}^{\mathrm{T}} = \tilde{E}\bar{X} \geqslant 0$, $\bar{Y} \in \mathbb{R}^{m\times(n+q)}$, $0 < \bar{Q} \in \mathbb{R}^{(n+q)\times(n+q)}$及正数$\tau > 0$, 使得下列LMI成立:

$$\begin{pmatrix} \bar{\Gamma} & \tilde{A}_{\mathrm{d}}\bar{X} & \tilde{D} & \bar{E}_1 & \bar{X}^{\mathrm{T}}\tilde{C}_2 + \bar{Y}^{\mathrm{T}}B_2^{\mathrm{T}} & \tau\tilde{F}^{\mathrm{T}} \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 & \tau\tilde{F}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\tau I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{E}_3 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\dfrac{\tau I}{\alpha^2} \end{pmatrix} < 0.$$

其中

$$\bar{\Gamma} = \bar{A}\bar{X} + \bar{X}^{\mathrm{T}}\bar{A}^{\mathrm{T}} + \tilde{B}_1\bar{Y} + \bar{Y}^{\mathrm{T}}\tilde{B}_1^{\mathrm{T}} + \bar{Q}.$$

则系统(1)和(32)存在H_∞可靠跟踪控制器$u(t) = \bar{K}\zeta(t)$, 其控制器增益$K = \bar{Y}\bar{X}^{-1}$.

注 2　上述3个定理中给出的条件都不是严格的线性矩阵不等式, 令$E_\perp \in \mathbb{R}^{(n-l)\times n}$使得$E_\perp E = 0$且$\mathrm{rank}E_\perp = n - l$. 类似于文献[9]中引理2.1, 可以将上述定理中的条件转变成严格的LMI, 从而可以用MATLAB LMI工具箱进行求解.

5　数值例子(Numerical example)

考虑下列时滞广义非线性系统:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\dot{x}(t) = \\ \begin{pmatrix} 10 & -10 \\ -1 & -8 \end{pmatrix}x(t) + \begin{pmatrix} 0.3 & -1 \\ 0.5 & -0.6 \end{pmatrix}x(t-1) + \\ \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}(\sin\|x(t)\| + \sin\|x(t-1)\|) + \\ \begin{pmatrix} 10 & 1.7 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}u(t) + \begin{pmatrix} -0.5 \\ -1 \end{pmatrix}\sin t, \\ y(t) = (-1\ \ 0.2)x(t) - 0.01\cos t, \\ z(t) = (0\ \ 1)x(t) + (0.9\ \ 0.3)u(t) - 0.1\sin t. \end{cases} \tag{36}$$

考虑执行器失效模型$u^{\mathrm{f}}(t) = H_1u(t) + H_{\mathrm{u}}\delta_1(t)$, 其中, $H_1 = \begin{pmatrix} 0.04 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $H_{\mathrm{u}} = \begin{pmatrix} 0.47 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, 平方可积执行器失效扰动$\delta_1(t) = \begin{pmatrix} \sin t \\ \sin t \end{pmatrix}$.

对系统(33)设计控制器$u(t) = K\zeta(t)$, 由MATLAB LMI工具箱求解定理2中LMI, 可得

$$K = \begin{bmatrix} -148.8109 & 184.2739 & 23.7968 \\ 17.6377 & -25.2211 & -2.7863 \end{bmatrix}.$$

同样当考虑传感器失效模型$y^{\mathrm{f}}(t) = H_2y(t) + H_{\mathrm{y}}\delta_2(t)$时, 对系统(35)设计控制器$u(t) = \bar{K}\zeta(t)$, 由MATLAB LMI工具箱求解定理3中LMI, 可得控制器增益

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} -1.3586 & 1.7929 & -0.1944 \\ 0.1505 & -3.7708 & 0.0244 \end{bmatrix}.$$

6　结论(Conclusion)

本文考虑了一类时滞Lipschitz广义非线性系统的H_∞可靠跟踪控制问题. 首先给出了时滞Lipschitz广义非线性系统解存在唯一且满足H_∞性能指标的一个充分条件; 在此基础上, 分别讨论了执行器失效模型和传感器失效模两种情况下系统的可靠控制器设计问题, 给出了控制器存在的条件. 数值例子说明了本文得到的结论的正确性和有效性.

参考文献(References):

[1] LUENBERGER D G. Dynamic equation in descriptor form[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, 22(3): 312 – 321.

[2] YUE D, LAM J, HO D. Reliable control of uncertain descreptor systems with multiple time delays[J]. *IEE Proceedings on Control Theory and Application*, 2002, 150(6): 557 – 564.

[3] WANG H J, LIN Y S, XUE A K, et al. Reliable robust tracking control for a class of uncertain Lur'e singular systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(8): 893 – 899.

[4] LU G P, HO D. Generalized quadratic stability for continuous time

singular systems with nonlinear perturbation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(5): 818 – 823.

[5] XU S Y, DOOREN P V, STEFAN R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(7): 1122 – 1128.

[6] LU G P, FENG G, JIANG Z P. Saturated feedback stabilization of discrete-time descriptor bilinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1700 – 1704.

[7] LU G P, HO D. Continuous stabilization controllers for singular bilinear systems: the state feedback case[J]. *Automatica*, 2006, 42(2): 309 – 314.

[8] LU G P, HO D. Full-order and reduced-order observers for lipschitz descriptor systems: the unified LMI approach[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II*, 2006, 53(7): 563 – 567.

[9] 肖小庆, 周磊, 陆国平. 带有随机时延的非线性网络控制系统的输出反馈镇定[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(9): 1023 – 1025.
(XIAO Xiaoqing, ZHOU Lei, LU Guoping. Feedback stabilization of nonlinear networked control systems with random delays[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(9): 1023 – 1025.)

[10] ZHOU L, LU G P. Stabilization for nonlinear systems via a limited capacity communication channel with data packet dropout[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2010, 8(1): 111 – 116.

[11] HALE L K, LUNEL V. *Introduction to Functional Differential Equations*[M]. Berlin, Germany: Springer, 1993.

作者简介:

任 洁 (1987—), 女, 目前研究方向为广义非线性系统;

陆国平 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为非线性控制系统、鲁棒控制、时滞控制、广义控制系统、网络控制系统以及智能控制等, Email: lu.gp@ntu.edu.cn;

张小美 (1964—), 女, 教授, 目前研究方向为网络控制系统、时滞系统以及模糊控制等.