第 28 卷第 2 期
2011 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 28 No. 2
Feb. 2011

文章编号: 1000−8152(2011)02−0192−07

虚拟控制系数未知的非完整系统的自适应神经网络控制

袁占平, 王祝萍, 陈启军

(同济大学 电子与信息工程学院, 上海 201804)

摘要: 针对一类虚拟控制系数未知的多输入链式非完整控制系统, 提出了一种自适应神经网络控制策略. 在控制策略的设计中, 采用了State-scaling与Backstepping技术相结合的方法. Nussbaum-type增益技术用来解决系统的控制方向完全未知的问题. 所提出的自适应神经网络控制策略解决了由复杂系统所引起的奇异问题, 并通过选择适当的控制参数, 使闭环系统半全局一致有界, 且系统的状态渐近收敛到包含原点的任意小的一个收敛域. 一种基于切换策略的自适应控制方法解决了当$x_0(t_0)=0$时所引起的系统不可控问题. 仿真结果验证了算法的有效性.

关键词: 神经网络; 自适应控制; 反推法; 非完整系统

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Adaptive neural control of uncertain nonholonomic systems with unknown virtual control coefficients

YUAN Zhan-ping, WANG Zhu-ping, CHEN Qi-jun

(College of Electronic & Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: An adaptive neural network control is applied to nonholonomic systems in chain form, with unknown virtual control coefficients and strong drift nonlinearities. The Backstepping technique and state-scaling are employed in designing the adaptive neural network control laws. Nussbaum-type functions are used to solve the problem of the completely unknown control direction. The uniform ultimate boundedness of all signals in the closed-loop is guaranteed; and the systems states are proven to converge to a small neighborhood of zero. The control performance of the closed-loop system is achieved by appropriately choosing the design parameters. The proposed adaptive neural network control is free from the control singularity problem. An adaptive control-based switching strategy is used to overcome the uncontrollability problem associated with $x_0(t_0)=0$. Simulation results are provided to show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: neural network; adaptive control; Backstepping; nonholonomic systems

1 引言(Introduction)

现实中, 许多机械系统如: 三轮车型移动机器人、汽车拖车、垂直的滑轮以及带有两个扭矩制动器的刚体航天器等都受到非完整约束的制约问题. 为了满足工业应用的巨大需求, 非完整系统的自适应控制和镇定问题引起了人们的广泛关注. 由于非完整系统不满足Brockett[1]有关非线性平衡点镇定的必要条件, 即不存在光滑的(甚至是连续的)时不变状态反馈控制器将其镇定到平衡点, 因此此类系统镇定问题的研究仍具有一定挑战性.

一般非完整系统的控制器是通过状态和输入转换将其转变成控制器易于设计的规范形式[2~5]来设计的. 由Murray和Sastry[2]提出的非完整链式形式是非完整控制系统的非常重要的规范形式. 文献[6~8]中提出了利用特殊代数结构链式形式的反馈策略来解决非完整系统的镇定问题. 由于非完整系统不能用传统非线性系统的光滑理论和设计机制来控制, 人们寻找了各种各样的镇定办法. 主要分为以下3种: 连续时变反馈控制器[9,10]、非连续反馈控制器[11,12]、混合反馈控制器[13,14]. 其中更多的详细资料和参考文献可以参考调查报告[15].

当虚拟控制系数未知且系统具有不确定非线性漂移项时, 非完整系统的自适应控制问题变得异常困难. 在假设虚拟控制系数有界且不确定非线性漂移项的界已知的前提下, 文献[8]提出了鲁棒指数控制器. 在假设系统虚拟控制系数已知的情况下, 文献[16]设计了自适应输出反馈控制器. 在假设虚拟控制系数符号已知且不确定非线性漂移项界已知的情况下, 文献[17]提出了自适应输出反馈控制器, 文献[18]提出了鲁棒自适应神经网络控制器. 然而, 当

收稿日期: 2009−07−23; 收修改稿日期: 2010−01−13.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60704005); 上海市科委自然科学基金资助项目(07ZR14119); 国家科技支撑计划资助项目(2007BAF10B00); 国家高技术发展“863”计划资助项目(2009AA04Z213).

虚拟控制系数的符号未知时, 控制问题会变得更加困难. 针对一类一阶线性系统, 文献[19]设计了第一个解决方案并首次提出了Nussbaum-type增益方法, 该方法是处理虚拟控制系数符号未知的系统控制问题的一种非常有效的工具. 文献[20]研究了含有未知参数的严格反馈非线性系统的自适应控制问题. 文献[21]研究了含有未知虚拟控制系数的非线性系统鲁棒自适应控制. 文献[22]对具有未知虚拟控制系数的单输入非线性时滞系统控制问题进行了研究.

本文针对具有未知虚拟控制系数与强非线性漂移项的多输入非完整控制系统, 利用Nussbaum-type增益技术提出了自适应神经网络控制策略. 该策略能保证闭环系统和干扰项中所有信号的半全局一致有界, 且系统的状态渐近稳定到接近零的收敛域. 所设计的控制器解决了在自适应反馈线性控制中所出现的奇异问题. 最后仿真结果验证了所提算法的有效性.

2 问题描述及预备引理(Problem formulation and preliminaries)

2.1 问题描述(Problem formulation)

先考虑如下的一类链式非完整系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = d_0(x_0(t_0))u_0 + \phi_0(t, x_0), \\ \dot{x}_i = d_i(\bar{x}_i(t))x_{i+1}u_0 + \phi_i(x_0, \bar{x}_i(t)), \\ \dot{x}_n = d_n(\bar{x}_n(t))u_1 + \phi_n(x_0, x_n), \end{cases} \tag{1}$$

其中: $1 \leqslant i < n$, $n > 2$, $(x_0, x_1, \cdots, x_n)$是系统状态, $\bar{x}_i = (x_1, \cdots, x_i)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^i$, u_0, u_1是控制输入, d_0和$d_i(1 \leqslant i \leqslant n)$是未知的虚拟控制系数, ϕ_0和$\phi_i(1 \leqslant i \leqslant n)$为系统的动态不确定性. 控制目标是设计自适应神经网络非线性控制器

$$u_0 = u_0(x_0, \mu),\ u_1 = u_1(x_0, x, \mu),\ \dot{\mu} = v(x_0, x, \mu)$$

使得不确定非线性系统(1)的所有状态渐近趋于零, 即当$t \to \infty$时, $(x_0(t), x(t)) \to 0$, 同时保证闭环系统所有信号半全局一致有界.

假设 1 对ϕ_0, 存在已知的常数$c_{01} > 0$使得

$$|\phi_0(t, x_0)| \leqslant c_{01}|x_0|,\ \forall t \geqslant 0. \tag{2}$$

当$1 \leqslant i \leqslant n$时, $\phi_i(x_0, \bar{x}_i(t))$是未知光滑函数, 且满足$\phi_i(x_0, 0) = 0$.

此假设是为了保证原点是整个系统的平衡点.

假设 2[17] $d_0(x_0(t))$为非负函数, 存在已知常数d_{00}和已知非负光滑函数$\bar{d}_0(x_0(t))$使得

$$d_{00} \leqslant d_0(x_0(t)) \leqslant \bar{d}_0(x_0(t)).$$

当$1 \leqslant i \leqslant n$, $d_i(\bar{x}_i)$的符号是未知, 且存在常数$d_{i0} > 0$和已知非负光滑函数$\bar{d}_i(\bar{x}_i)$, 使得

$$0 < d_{i0} \leqslant |d_i(\bar{x}_i)| \leqslant \bar{d}_i(\bar{x}_i),\ \forall \bar{x}_i \in \mathbb{R}^i.$$

假设 3[17] 已知光滑函数$\bar{d}_i(\bar{x}_i)$在未知闭区间$I_i := [l_i^-, l_i^+] \subset [d_{i0}, +\infty)$内取值.

注 1 假设光滑函数$d_i(\bar{x}_i)$是严格的正或负, 因为$d_i(\bar{x}_i)$不为零是系统(1)可控的条件. $d_i(\bar{x}_i)$的上界可以通过选择足够大的$\bar{d}_i(\bar{x}_i)$来决定的. 值得强调的是下界d_{i0}和闭区间的上下界l_i^-和l_i^+只是为了分析需要, 无需知道其真正值.

为了处理控制增益符号未知, 引入了Nussbaum函数[23].

定义 1 如果连续函数$N(s): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$满足如下条件:

$$\lim_{s\to\infty} \sup \frac{1}{s}\int_0^s N(s)\mathrm{d}s = +\infty,$$

$$\lim_{s\to\infty} \inf \frac{1}{s}\int_0^s N(s)\mathrm{d}s = -\infty,$$

则$N(s)$是Nussbaum函数.

下面给出Nussbaum函数的性质[23~25].

引理 1 $V(\cdot)$和$\delta(\cdot)$是定义在[0, t_{f})上的光滑函数, 且$V(t) \geqslant 0(\forall t \in [0, t_{\mathrm{f}}))$. $N(\cdot)$是光滑的Nussbaum-type函数. 如果下面的不等式成立:

$$V(t) \leqslant C_0 + \mathrm{e}^{-C_1 t}\int_0^t (-\lambda_0 d_1(\tau)N(\delta) + 1)\dot{\delta}\mathrm{e}^{C_1\tau}\mathrm{d}\tau, \tag{3}$$

其中: $C_1 > 0$, $\lambda_0 > \dfrac{c_{01}}{d_{00}}$, $d_1(t)$是一个定义在未知闭区间$I_1: [l_1^-, l_1^+]$, $(0 \notin I_1)$的时变参数, C_0是适当的常数, 那么$V(t)$, $\delta(t)$和$\int_0^t -\lambda_0 d_1(\tau)N(\delta)\dot{\delta}\mathrm{d}\tau$一定在$[0, t_{\mathrm{f}})$上有界.

本文取$N(\delta) = \exp(\delta^2)\cos\dfrac{\pi\delta}{2}$.

2.2 线性参数化神经网络(NN) (Linearly parameterized neural network)

径向基函数神经网络[18]可用来逼近连续函数$h(Z)$.

$$h_{nn}(Z) = W^{\mathrm{T}}S(Z), \tag{4}$$

其中: 输入参数$Z \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$, 权值向量$W = (w_1, \cdots, w_l)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^l$, 神经网络节点数$l > 1$. $S(Z) = (s_1(Z), \cdots, s_l(Z))^{\mathrm{T}}$, 高斯函数选择$s_i(Z)$如下:

$$s_i(Z) = \exp\Big(\frac{-(Z-\mu_i)^{\mathrm{T}}(Z-\mu_i)}{\eta_i^2}\Big),\ i = 1, \cdots, l, \tag{5}$$

其中: $\mu_i = [\mu_{i1}, \cdots, \mu_{in}]^{\mathrm{T}}$是感受域中心, η_i是高斯函数的宽度. 已证明在任何紧致集$\Omega_{\mathrm{Z}} \in \mathbb{R}^n$上, 式(4)可逼近任何连续函数, 即

$$h(Z) = W^{*\mathrm{T}}S(Z) + w(Z),\ \forall Z \in \Omega_{\mathrm{Z}}, \tag{6}$$

其中: W^*是理想常数权值向量, w是估计误差.

理想权值向量W^*仅仅是为了分析的需要, 定义如下:

$$W^* := \arg\min_{W\in\mathbb{R}^l}\{\sup_{Z\in\Omega_Z}|h(Z)-W^{\mathrm T}S(Z)|\}. \tag{7}$$

假设 4 在一个紧致集$\Omega_i\in\mathbb{R}^n$,

$$|\,w(Z_i)\,|\leqslant w_i^*,\ \forall Z_i\in\Omega_i,\ i=1,\cdots,n, \tag{8}$$

$w_i^*\geqslant 0$是一个未知常数.

3 自适应神经网络控制器设计(Adaptive neural network control)

3.1 $x_0(t_0)\neq 0$时, 控制器设计(Controller design when $x_0(t_0)\neq 0$)

由假设1和系统(1) 中的d_0取值, 选择如下的控制器

$$u_0=-\lambda_0x_0,\ \lambda_0>\frac{c_{01}}{d_{00}}. \tag{9}$$

选择Lyapunov函数为$V_0=\dfrac12x_0^2$, 则V_0对时间t求导得

$$\begin{aligned}&\dot V_0\leqslant(\lambda_0d_0-c_{01})x_0^2\leqslant\\&-(\lambda_0d_{00}-c_{01})x_0^2=-(\lambda_0d_{00}-c_{01})V_0\leqslant 0.\end{aligned}$$

可以看出, V_0是指数收敛, 因此x_0是指数收敛. 即当$t\to\infty$时, $x_0\to 0$. 由式(9)知, 当$x_0\to 0$时, $u_0\to 0$. 当$u_0=0$时, 本文采用全局state-scaling转换方式[8]来解决由此引起的x子系统不可控的问题.

$$z_i=\frac{x_i}{x_0^{n-i}},\ 1\leqslant i\leqslant n. \tag{10}$$

在z坐标下, x系统可以转化成:

$$\begin{cases}\dot z_i=-\lambda_0d_i(\bar x_i(t))z_{i+1}+\bar\phi_i(x_0,\bar z_i(t)),\\ \dot z_n=d_n(\bar x_n(t))u_1+\bar\phi_n(x_0,z),\end{cases} \tag{11}$$

其中$1\leqslant i\leqslant n-1$,

$$\begin{cases}\bar z_i=[z_1,\cdots,z_i]^{\mathrm T},\ 1\leqslant i\leqslant n-1,\\ \bar\phi_i=\dfrac{\phi_i}{x_0^{n-i}}-z_i(n-i)\dfrac{(-\lambda_0d_0x_0+\phi_0)}{x_0}.\end{cases} \tag{12}$$

控制器u_1的设计可以分为以下n步:

Step 1 当$i=1$时, 定义新的状态变量$\xi_1=z_1$, $\xi_2=z_2-\alpha_1$. 其中α_1是虚拟控制输入.

选择Lyapunov函数为:

$$V_1=\frac12\xi_1^2+\frac12\tilde W_1^{\mathrm T}\varGamma_1^{-1}\tilde W_1,\ \varGamma_1=\varGamma_1^{\mathrm T}>0.$$

利用式(6), $V_1(t)$对时间t求导得

$$\begin{aligned}V_1={}&\xi_1(-\lambda_0d_1(x_1(t))(\xi_2+\alpha_1)+\bar\phi_1)+\\&\tilde W_1^{\mathrm T}\varGamma_1^{-1}\dot{\hat W}_1=-\lambda_0d_1\xi_1(\xi_2+\alpha_1)+\\&{W_1^*}^{\mathrm T}S(Z_1)\xi_1+w_1\xi_1+\tilde W_1^{\mathrm T}\varGamma_1^{-1}\dot{\hat W}_1,\end{aligned} \tag{13}$$

其中: $Z_1=(x_0,z_1)^{\mathrm T}\in\Omega_{z_1}$, 神经网络函数逼近$\bar\phi_1$, 即

$$\bar\phi_1={W_1^*}^{\mathrm T}S(x_0,z_1)+w_1(x_0,z_1).$$

定义$\tilde W_1=\hat W_1-W_1^*$, $\hat W_1$是W_1^*的估计值.

选择如下的虚拟控制函数α_1:

$$\begin{cases}\alpha_1=N(\delta_1)[k_1\xi_1+\hat W_1^{\mathrm T}S(x_0,z_1)],\\ N(\delta_1)=\exp(\delta_1^2)\cos(\dfrac{\pi}{2}\delta_1),\ k_1>\dfrac12,\\ \dot\delta_1=k_1\xi_1^2+\hat W_1^{\mathrm T}S(x_0,z_1)\xi_1.\end{cases} \tag{14}$$

神经网络权值更新规则为

$$\dot{\hat W}_1=\varGamma_1(S(x_0,z_1)\xi_1-\sigma_1(\hat W_1-W_1^0)), \tag{15}$$

其中σ_1是较小的常数, 有下面的不等式成立:

$$\begin{aligned}&-\sigma_1\tilde W_1^{\mathrm T}(\hat W_1-W_1^0)\leqslant\\&-\frac{\sigma_1}{2}\|\tilde W_1\|^2+\frac12\sigma_1\|W_1^*-W_1^0\|^2w_1\xi_1\leqslant\frac12w_1^2+\frac12\xi_1^2.\end{aligned} \tag{16}$$

则V_1对时间t求导变为

$$\begin{aligned}\dot V_1\leqslant{}&-C_{11}V_1+C_{12}-\lambda_1d_1N(\zeta_1)\dot\delta_1+\\&\dot\delta_1-\lambda_1d_1\xi_1\xi_2,\end{aligned} \tag{17}$$

其中: $C_{11}>0$, $C_{12}>0$, 且定义如下:

$$\begin{cases}C_{11}:=\min\{2k_1-1,\dfrac{\sigma_1}{\lambda_{\min}\varGamma_1^{-1}}\},\\ C_{12}:=\dfrac12\sigma_1\|W_1^*-W_1^0\|^2+\dfrac12w_1^2.\end{cases} \tag{18}$$

式(17)两边乘$\mathrm e^{C_{11}t}$并在区间$[0,t]$区间上积分得到

$$\begin{aligned}V_1\leqslant{}&\frac{C_{12}}{C_{11}}+(V_1(0)-\frac{C_{12}}{C_{11}})\mathrm e^{-C_{11}t}+\\&\mathrm e^{-C_{11}t}\int_0^t(-\lambda_0d_1N(\delta_1)+1)\mathrm e^{C_{11}\tau}\dot\delta_1\mathrm d\tau-\\&\mathrm e^{-C_{11}t}\int_0^t\lambda_0d_1\xi_1\xi_2\mathrm e^{C_{11}\tau}\mathrm d\tau.\end{aligned} \tag{19}$$

Step i $(2\leqslant i\leqslant n-1)$ 如Step 1, 定义新的状态变量$\xi_i=z_i-\alpha_{i-1}$.

选择Lyapunov函数为

$$V_i=\frac12\xi_i^2+\frac12\tilde W_i^{\mathrm T}\varGamma_i^{-1}\tilde W_i,\ \varGamma_i=\varGamma_i^{\mathrm T}>0.$$

则V_i对时间t求导得

$$\begin{aligned}\dot V_i\leqslant{}&-\lambda_0d_i\xi_i(\xi_{i+1}+\alpha_i)+\xi_i\bar\phi_i-\xi_i\dot\alpha_{i-1}+\\&\tilde W_i^{\mathrm T}\varGamma_i^{-1}\dot{\hat W}_i=-\lambda_0d_i\xi_i(\xi_{i+1}+\alpha_i)+\\&{W_i^*}^{\mathrm T}S(Z_i)\xi_i+w_i\xi_i+\tilde W_i^{\mathrm T}\varGamma_i^{-1}\dot{\hat W}_i,\end{aligned} \tag{20}$$

其中$Z_i=(x_0,\bar z_i,\alpha_{i-1},\dfrac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_0},\dfrac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial z_1},\cdots,\dfrac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial z_{i-1}},w_{i-1})\in\Omega_i\subset\mathbb{R}^{2i+1}$, 其中:

$$\begin{cases}\dot\alpha_{i-1}=\dfrac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_0}\dot x_0+\displaystyle\sum_{j=1}^{i-1}\dfrac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial z_j}\dot z_j+w_{i-1},\\ w_{i-1}=\dfrac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\delta_{i-1}}\dot\delta_{i-1}+\dfrac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat W_{i-1}}\dot{\hat W}_{i-1}.\end{cases} \tag{21}$$

选择虚拟控制输入α_i为:

$$\begin{cases}\alpha_i = N(\delta_i)(k_i\xi_i + \hat{W}_i^{\mathrm{T}}S(Z_i)),\\ N(\delta_i) = \exp(\delta_i^2)\cos(\dfrac{\pi}{2}\delta_i),\ k_i > \dfrac{1}{2},\\ \dot{\delta}_i = k_i\xi_i^2 + \hat{W}_i^{\mathrm{T}}S(Z_i)\xi_i.\end{cases} \tag{22}$$

神经网络权值更新规则如下:

$$\dot{\hat{W}}_i = \varGamma_i(S(Z_i)\xi_i - \sigma_i(\hat{W}_i - W_i^0)). \tag{23}$$

σ_i取比较小的常数, 有下面的不等式成立:

$$\begin{cases}-\sigma_i\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}(\hat{W}_i - W_i^0) \leqslant -\dfrac{\sigma_i}{2}\|\tilde{W}_i\|^2 + \dfrac{1}{2}\sigma_i\|W_i^* - W_i^0\|^2,\\ w_i\xi_i \leqslant \dfrac{1}{2}w_i^2 + \dfrac{1}{2}\xi_i^2,\ 1 \leqslant i \leqslant n,\end{cases} \tag{24}$$

则V_i对时间t求导得

$$\dot{V}_i \leqslant -C_{i1}V_i + C_{i2} - \lambda_0 d_i N(\delta_i)\dot{\delta}_i + \dot{\delta}_i - \lambda_0 d_i \xi_i \xi_{i+1}, \tag{25}$$

其中: $C_{i1} > 0, C_{i2} > 0, 1 \leqslant i \leqslant n$, 并定义为:

$$\begin{cases}C_{i1} := \min\{2k_i - 1, \dfrac{\sigma_i}{\lambda_{\min}\{\varGamma_i^{-1}\}}\},\\ C_{i2} := \dfrac{1}{2}\sigma_i\|W_i^* - W_i^0\|^2 + \dfrac{1}{2}w_i^2.\end{cases} \tag{26}$$

式(25)两边乘$\mathrm{e}^{C_{i1}t}$, 并在$[0,t]$区间上积分得

$$\begin{aligned}V_i \leqslant{}& \frac{C_{i2}}{C_{i1}} + (V_i(0) - \frac{C_{i2}}{C_{i1}})\mathrm{e}^{-C_{i1}t} + \\ & \mathrm{e}^{-C_{i1}t}\int_0^t(-\lambda_0 d_i N(\delta_i) + 1)\mathrm{e}^{C_{i1}\tau}\dot{\delta}_i d\tau - \\ & \mathrm{e}^{-C_{i1}t}\int_0^t \lambda_0 d_i \xi_i \xi_{i+1}\mathrm{e}^{C_{i1}\tau}\mathrm{d}\tau.\end{aligned} \tag{27}$$

Step n　考虑整个z子系统, 假设V_{n-1}和α_{n-1}已经设计完毕. 选择如下的Lyapunov函数:

$$V_n = \frac{1}{2}\xi_n^2 + \frac{1}{2}\tilde{W}_n^{\mathrm{T}}\varGamma_n^{-1}\tilde{W}_n.$$

V_n对时间t求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}_n ={}& d_n\xi_n u_1 + \xi_n\bar{\phi}_n - \xi_n\dot{\alpha}_{n-1} + \tilde{W}_n^{\mathrm{T}}\varGamma_n^{-1}\dot{\hat{W}}_n = \\ & d_n\xi_n u_1 + W_n^{*\mathrm{T}}S(Z_n)\xi_n + w_n\xi_n + \tilde{W}_n^{\mathrm{T}}\varGamma_n^{-1}\dot{\hat{W}}_n,\end{aligned}$$

其中:

$$Z_n = (x_0, \bar{z}_n, \frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_0}, \frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial z_1}, \cdots, \frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial z_{n-1}}, w_{n-1}),$$

$$\dot{\alpha}_{n-1} = \frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_0}\dot{x}_0 + \sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial z_j}\dot{z}_j + w_{n-1},$$

$$w_{n-1} = \frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial\delta_{n-1}}\dot{\delta}_{n-1} + \frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial\hat{W}_{n-1}}\dot{\hat{W}}_{n-1}.$$

选择控制器u_1为:

$$\begin{cases}u_1 = -\lambda_0 N(\delta_n)(k_n\xi_n + \hat{W}_n^{\mathrm{T}}S(Z_n)),\\ N(\delta_n) = \exp(\delta_n^2)\cos(\dfrac{\pi}{2}\delta_n),\ k_n > \dfrac{1}{2},\\ \dot{\delta}_n = k_n\xi_n^2 + \hat{W}_n^{\mathrm{T}}S(z_n)\xi_n.\end{cases} \tag{28}$$

神经网络权值更新规则如下:

$$\dot{\hat{W}}_n = \varGamma_n(S(Z_n)\xi_n - \sigma_n(\hat{W}_n - W_n^0)), \tag{29}$$

其中σ_n是较小的常数, 有如式(24)的不等式成立, 则V_n对时间t求导变为

$$\dot{V}_n \leqslant -C_{n1}V_n + C_{n2} - \lambda_0 d_n N(\delta_n)\dot{\delta}_n + \dot{\delta}_n, \tag{30}$$

其中: $C_{n1} > 0$, $C_{n2} > 0$, 并由式(26)定义.

式(30)两边乘$\mathrm{e}^{C_{n1}t}$, 并在$[0,t]$区间上积分得

$$\begin{aligned}V_n \leqslant{}& \frac{C_{n2}}{C_{n1}} + (V_n(0) - \frac{C_{n2}}{C_{n1}})\mathrm{e}^{-C_{n1}t} + \mathrm{e}^{-C_{n1}t} \\ & \int_0^t(-\lambda_0 d_n N(\delta_n) + 1)\mathrm{e}^{C_{n1}\tau}\dot{\delta}_n\mathrm{d}\tau.\end{aligned} \tag{31}$$

由引理1, 可以得出$V_n(t)$, δ_n以及$\xi_n(t)$, $\hat{W}_n$都在区间$[0, t_{\mathrm{f}})$上一致最终有界. 从$\xi_n(t)$有界和第$n-1$步中得到

$$\mathrm{e}^{-C_{(n-1)1}t}\int_0^t -\lambda_0 d_{n-1}\xi_{n-1}\xi_n\mathrm{e}^{C_{(n-1)1}\tau}\mathrm{d}\tau$$

是有界的. 将引理1应用$n-1$次倒推, 上面的迭代设计方法可得$V_i(t)$, $\xi_i(t)$, $\hat{W}_i(t)$以及$z_i(t)$是一致最终有界. 进而得出$x_i(t)$是一致最终有界的.

到此, $x_0(t_0) \neq 0$时, 系统的控制器设计完毕. 下面为$x_0(t_0) = 0$时控制器的设计.

3.2　$x_0(t_0) = 0$时控制器设计(Controller design when $x_0(t_0) = 0$)

$x_0(t_0) = 0$时, 选择如下的输入控制u_0[8,17]:

$$u_0 = u_0^*,\ u_0^* < 0. \tag{32}$$

上式得出, 由于x_0系统中第1个漂移项满足Lipschitz条件$|\phi_0| \leqslant c_{01}|x_0|$, x_0不会出现逃逸现象. 任意时间$t_{\mathrm{s}} > 0$, 在区间$[0, t_{\mathrm{s}}]$上将基于反向递推法的非线性反馈控制器$u = u^*(x_0, \mu)$应用到系统(1)中, 采用式(32)中定义的控制器u_0, 则系统(1)变为:

$$\begin{cases}\dot{x}_i = d_i u_0^* x_{i+1} + \phi_i,\ 1 \leqslant i \leqslant n,\\ \dot{x}_n = d_n u_1 + \phi_n.\end{cases} \tag{33}$$

系统(33)属于系统(11)的形式, 可以直接应用上面控制设计方法. 由于$x_0(t_{\mathrm{s}}) \neq 0$, 当时间为$t_{\mathrm{s}}$, 分别采用式(9)和式(28)中设计的控制器$u_0$和$u_1$.

定理 1　在假设1~4情况下, 对虚拟控制系数$d_i(\bar{x}_i(t))$未知的非完整系统(1), 若将式(9)和式(28)的控制器u_0和u_1, 神经网络权值更新规则(29)以及上面所提出的转换策略应用到系统(1)中, 则对于有界的初始条件$(x_0(0), x(0)) \in \varOmega_0$, 有:

1) 存在足够大的收敛域$\varOmega$, 当$t \geqslant 0$时, 使得$(x_0, x) \in \varOmega$, 并且闭环系统中所有的信号保持一致最终有界;

2) 通过选择合适的参数, 系统的所有状态将最终趋于收敛域$\varOmega_{\mathrm{s}}$:

$$\begin{cases} \Omega_{\rm s}=\{(x_0,x)\mid \lim\limits_{t\to\infty}|x_i|=0(i=0,\cdots,n-1), \\ \qquad \lim\limits_{t\to\infty}|x_n|=\mu\}, \\ \mu>\mu_{\xi_n,\max}+\mu_{\alpha_{n-1},\max}, \\ \mu_{\xi_n,\max}=\sqrt{2(\dfrac{C_{n2}}{C_{n1}}+c_n+V_n(0))}\geqslant|\xi_n(t)|. \end{cases} \tag{34}$$

证 1) 由文献[26]中的引理1.1和本文引理1及式(30)(31)得出V_n, δ_n, 进而$\xi_n(t)$和$\hat{W}_n$是一致最终有界的. $\xi_n(t)$的有界, 得出第$n-1$步中

$$\mathrm{e}^{-C_{(n-1)1}t}\int_0^t-\lambda_0 d_{n-1}\xi_{n-1}\xi_n\mathrm{e}^{C_{(n-1)1}\tau}\mathrm{d}\tau$$

的有界. 将引理1应用$n-1$次倒推, 上面的迭代设计方法可得$V_i(t)$, $\xi_i(t)$, $\hat{W}_i(t)$以及$z_i(t)$是一致最终有界的, 进而由式(10)的转换方式可以得出$x_i(t)$是一致最终有界的.

2) 根据文献[26]中的引理1.2的推导方法, 本文有如下的推导证明: 由式(31), 定义c_n是

$$\mathrm{e}^{-C_{(n-1)1}t}\int_0^t-\lambda_0 d_{n-1}\xi_{n-1}\xi_n\mathrm{e}^{C_{(n-1)1}\tau}\mathrm{d}\tau$$

的上界, 并由$V_n(t)$的定义可得:

$$\begin{cases} |\xi_n(t)|\leqslant\sqrt{2(\dfrac{C_{n2}}{C_{n1}}+c_i+V_n(0))}=\mu_{\xi_n,\max}, \\ \|\hat{W}_n\|^2\leqslant\dfrac{2V_n(t)}{\lambda_{\min}(\varGamma_n^{-1})}. \end{cases} \tag{35}$$

Step $n-1$到Step 1中, 定义c_i为

$$\mathrm{e}^{-C_{i1}t}\int_0^t-\lambda_0 d_i\xi_i\xi_{i+1}\mathrm{e}^{C_{i1}\tau}\mathrm{d}\tau$$

的上界, 并由$V_i(t)$的定义可得:

$$\begin{cases} |\xi_i(t)|\leqslant\sqrt{2(\dfrac{C_{i2}}{C_{i1}}+c_i+V_i(0))}=\mu_{\xi_i,\max}, \\ \|\hat{W}_i\|^2\leqslant\dfrac{2V_i(t)}{\lambda_{\min}(\varGamma_i^{-1})}. \end{cases} \tag{36}$$

由式(36)和式(22)得出α_{n-1}是有界的. 定义

$$|\alpha_{n-1}|\leqslant\mu_{\alpha_{(n-1)},\max},\mu>\mu_{\xi_n,\max}+\mu_{\alpha_{(n-1)},\max},$$

则

$$|z_n|\leqslant\mu. \tag{37}$$

由式(10)中的状态转化方式和$t\to\infty$, $x_0\to 0$以及得出的$z_i(t)$是一致最终有界的, 可以得出当$t\to\infty$时, $x_0(t),x_1(t),\cdots,x_{n-1}(t)\to 0$, $|x_n(t)|\leqslant\mu$. 因此, 保证了闭环系统中所有信号的一致最终有界性, 并且通过选择合适的设计参数, 系统的所有状态都最终趋于收敛域$\Omega_{\rm s}$.

注 2 在定理1中, 存在3个收敛域, 初始收敛域Ω_0, 有界收敛域Ω和状态稳定收敛域$\Omega_{\rm s}$. 3者之间的关系可参考文献[26]中的图1, 可以得出收敛域Ω_0的大小影响收敛域Ω而不影响收敛域$\Omega_{\rm s}$; 而$\Omega_{\rm s}$可以通过选择适当的参数使其很小. 收敛域Ω越大, 则收敛域Ω_0越大, 事先没有给定其明确的大小, 在实际的应用中, 根据必要的任何初始条件给出足够大的收敛域.

3.3 不确定动力学模型(Uncertain dynamic model)

这一部分, 本文考虑将上面运动学模型结果应用到不确定动力学模型中. 考虑如下的动力学模型:

$$\begin{cases} \dot{u}_0=v_0, \\ \dot{x}_0=d_0(x_0(t_0))u_0+\phi_0(t,x_0), \\ \dot{x}_i=d_i(\bar{x}_i(t))x_{i+1}u_0+\phi_i(u_0,x_0,\bar{x}_i(t)), \\ \dot{x}_n=d_n(\bar{x}_n(t))u_1+\phi_n(u_0,x_0,\bar{x}_n), \\ \dot{u}_1=d_{n+1}(\bar{x}_{n+1}(t))v_1+\phi_{n+1}(u_0,x_0,\bar{x}_{n+1}), \end{cases} \tag{38}$$

其中v_0和v_1是控制输入.

假设 5 对ϕ_0, 存在已知的正常数c_{01}满足

$$\phi_0(t,x_0)=c_{01}x_0,\ \forall t\geqslant 0. \tag{39}$$

应用前面所提算法的设计步骤, 本文设计不连续反馈控制器v_0为

$$v_0=-\lambda_0u_0-\lambda_0c_{01}x_0-\lambda^+\mathrm{sgn}\,(u_0+\lambda_0x_0). \tag{40}$$

其中λ^+是正设计参数, 且$\lambda_0>c_{01}$.

引理 2 存在设计参数λ^+使得对所有的$(u_0(0),x_0(0))$, $|x_0(0)|>0$, $|u_0(0)|>1$,

$$u_0=-\lambda_0x_0,\ \lambda_0>\frac{c_{01}}{d_{00}},\ \forall t\geqslant t_0. \tag{41}$$

证 考虑参数$u_0+\lambda_0x_0$, 其对时间求导为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(u_0+\lambda_0x_0)=-\lambda^+\mathrm{sgn}(u_0+\lambda_0x_0). \tag{42}$$

由式(41)可以得到

$$t_0=\frac{|u_0(0)+\lambda_0x_0(0)|}{\lambda^+}. \tag{43}$$

由系统$\dot{x}_0=u_0+\phi_0$可得最短时间$t_{\min}=\dfrac{d_{00}}{d_{00}+c_{01}}$. 通过选择足够大的$\lambda^+$使得$t_0<t_{\min}$.

由引理2和式(40), 系统(38)变成:

$$\begin{cases} \dot{x}_0=d_0(x_0(t_0))u_0+\phi_0(t,x_0), \\ \dot{x}_i=d_i(\bar{x}_i(t))x_{i+1}u_0+\phi_i(u_0,x_0,\bar{x}_i(t)), \\ \dot{x}_n=d_n(\bar{x}_n(t))u_1+\phi_n(u_0,x_0,\bar{x}_n), \\ \dot{u}_1=d_{n+1}(\bar{x}_{n+1}(t))v_1+\phi_{n+1}(u_0,x_0,\bar{x}_{n+1}). \end{cases} \tag{44}$$

按照3.1节的设计步骤, 可以将反推法应用到系统(44). 得到虚拟控制输入函数$u_1=\alpha_n$时, 再设计一步即可得到转矩控制输入v, $v=\alpha_{n+1}$, 其中α_{n+1}是光滑函数.

定义$\xi_{n+1}=u_1-\alpha_n$, 考虑如下的Lyapunov函数:

$$V_{n+1}=\frac{1}{2}\xi_{n+1}^2+\frac{1}{2}\tilde{W}_{n+1}\varGamma_{n+1}^{-1}\tilde{W}_{n+1}. \tag{45}$$

由上面的设计步骤, 可以得到下面的控制器:

$$\begin{cases} v_1=-\lambda_0N(\delta_{n+1})(k_{n+1}\xi_{n+1}+\hat{W}_{n+1}^{\mathrm{T}}S(Z_{n+1})), \\ N(\delta_{n+1})=\exp(\delta_{n+1}^2)\cos(\dfrac{\pi}{2}\delta_{n+1}), \\ \dot{\delta}_{n+1}=k_{n+1}\xi_{n+1}^2+\hat{W}_{n+1}^{\mathrm{T}}S(Z_{n+1})\xi_{n+1}. \end{cases} \tag{46}$$

神经网络权值更新规则为

$$\dot{\hat{W}}_n = \varGamma_n(S(Z_n)\xi_n - \sigma_n(\hat{W}_n - W_n^0)), \quad (47)$$

其中: $k_{n+1} > \dfrac{1}{2}$, σ_n是较小常数. 由不等式(24), 则V_{n+1}对时间t求导变为

$$\dot{V}_{n+1} \leqslant -C_{(n+1)1}V_{n+1} + C_{(n+1)2} - \lambda_0 d_{n+1}N(\delta_{n+1})\dot{\delta}_{n+1} + \dot{\delta}_{n+1}, \quad (48)$$

其中$C_{(n+1)1}, C_{(n+1)2}$由式(26)定义.

对式(48)两边乘$\mathrm{e}^{C_{(n+1)1}t}$, 然后在$[0, t_\mathrm{f}]$区间上积分得

$$V_{n+1} \leqslant \frac{C_{(n+1)2}}{C_{(n+1)1}} + (V_{n+1}(0) - \frac{C_{(n+1)2}}{C_{(n+1)1}})\mathrm{e}^{-C_{(n+1)1}t} + \mathrm{e}^{-C_{(n+1)1}t}\int_0^t(-\lambda_0 d_{n+1}N(\delta_{n+1}) + 1)\mathrm{e}^{C_{(n+1)1}\tau}\dot{\delta}_{n+1}\mathrm{d}\tau. \quad (49)$$

由引理1, 可以得出$V_{n+1}(t)$, δ_{n+1}以及$\xi_{n+1}(t)$, $\hat{W}_{n+1}$都在区间$[0, t_\mathrm{f})$区间上一致最终有界. 从$\xi_{n+1}(t)$有界和第n步中得到

$$\mathrm{e}^{-C_{n1}t}\int_0^t -\lambda_0 d_n \xi_n \xi_{n+1}\mathrm{e}^{C_{n1}t}\mathrm{d}\tau$$

是有界的. 将引理1应用n次倒推, 上面的迭代设计方法可得$V_{n+1}(t)$, δ_{n+1}, $\hat{W}_{n+1}$以及$z_{n+1}(t)$是一致最终有界. 进一步得出$x_i(t)$是一致最终有界的.

定理 2　在假设1~5情况下, 对虚拟控制系数$d_i(\bar{x}_i(t))$未知的非完整系统(38), 如果将式(40)和式(46)中设计的控制器v_0和V_1, 以及上面所提出的转换策略应用到系统(38)中, 则对于有界的初始条件$(x_0(0), x(0)) \in \varOmega_0$, 存在足够大的收敛域$\varOmega$, 当$t \geqslant 0$时, 使得$(x_0, x) \in \varOmega$, 且闭环系统中所有的信号保持一致最终有界, 并且通过选择合适的参数, 系统的所有状态将最终趋于收敛域$\varOmega_\mathrm{s}$.

4　仿真验证(Simulation)

为验证所提自适应神经网络控制器的有效性, 考虑如下的非完整系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = u_0 + \dfrac{x_0}{1+\sin^2 x_0}, \\ \dot{x}_1(t) = (1+x_1^2)u_0 x_2 + x_0 x_1^2, \\ \dot{x}_2(t) = (3+\cos(x_1x_2))u_1 + \dfrac{x_1^2x_2^2}{1+\cos^2 x_2}. \end{cases} \quad (50)$$

系统(50)属于系统(1), 通过式(10)中状态变换, 系统变为如下的形式:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -\lambda_0(1+x_1^2)z_2 + \bar{\phi}_1, \\ \dot{z}_2 = (3+\cos(x_1x_2))u_1 + \bar{\phi}_2, \end{cases} \quad (51)$$

其中:

$$\bar{\phi}_1 = x_1^2 + \lambda_0 z_1 - \frac{z_1}{1+\sin^2 x_0},$$

$$\bar{\phi}_2 - \dot{\alpha}_1 = \frac{x_1^2x_2^2}{1+\cos^2 x_2} - \dot{\alpha}_1.$$

由上面控制器的设计步骤, 可以得出控制器和自适应法则

$$\begin{cases} u_0 = -\lambda_0 x_0, \\ \alpha_1 = N(\delta_1)(k_1\xi_1 + \hat{W}_1^\mathrm{T}S_1(Z_1)), \\ u_1 = -\lambda_0 N(\delta_2)(k_2\xi_2 + \hat{W}_2^\mathrm{T}S_2(Z_2)), \\ \dot{\delta}_i = k_i\xi_i^2 + \hat{W}_i^\mathrm{T}S_i(Z_i)\xi_i, \\ \dot{\hat{W}}_i = \varGamma_i(S_i(Z_i)\xi_i - \sigma_i(\hat{W}_i - W_i^0)), \end{cases} \quad (52)$$

其中$N(\delta_i) = \mathrm{e}^{\delta_i^2}\cos(\dfrac{\pi}{2}\delta_i)(i=1,2)$是Nussbaum-type函数.

$$Z_1 = (x_0, z_1),\ Z_2 = (x_0, z_1, z_2, \alpha_1, \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_0}, \frac{\partial\alpha_1}{\partial z_1}, w_1),$$

$$w_1 = \frac{\partial\alpha_1}{\partial\delta_1}\dot{\delta}_1 + \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat{W}_1}\dot{\hat{W}}_1.$$

仿真结果如图1,2,3所示.

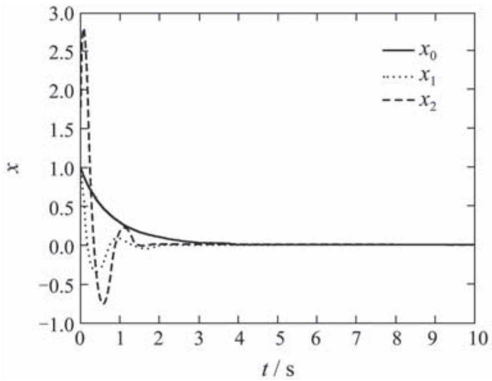

图 1　系统状态

Fig. 1　States of simulated system

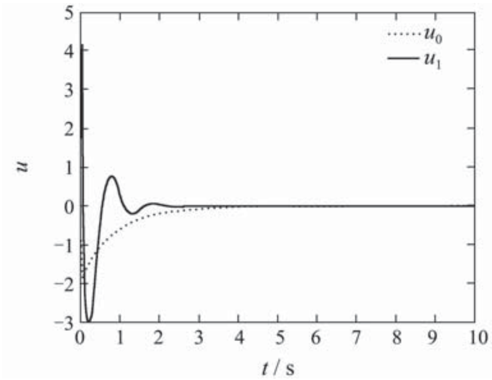

图 2　系统控制

Fig. 2　Control of simulated system

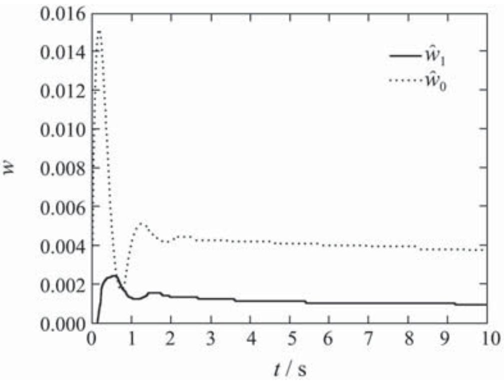

图 3　神经网络权值

Fig. 3　Norm of NN weight

仿真时, 选择径向基函数的神经网络中心和宽度值分别为: $\hat{W}_1^{\mathrm{T}} S_1(Z_1)$包含117个节点, μ_l分布在$[-1,2]\times[-0.5,1.5]$, 宽度$\eta_1^2=0.1$. $\hat{W}_2^{\mathrm{T}} S_2(Z_2)$包含240个节点, μ_l分布在$[-1,0]\times[-0.5,0.5]\times[-1,3]\times[-1,3]\times[-0.5,1.5]\times[-0.5,1.5]\times[-1,1]$. 选择

$$\begin{aligned}&(x_0(0),x_1(0),x_2(0))=(1,1,1),\\&\hat{W}_1(0)=0,\ \hat{W}_2(0)=0,\ W_1^0=W_2^0=0,\\&\sigma_1=\sigma_2=0.1,\ \lambda_0=2,\ k_1=1,\ k_2=1,\\&\varGamma_1=0.4,\ \varGamma_2=0.2.\end{aligned}$$

由上面仿真图可以得出, 图1表示所有的信号(x_0,x_1,x_2)是有界的且全局趋于零. 图2表示控制输入的有界性, 并渐近趋于零. 图3表示神经网络权值的有界性. 由以上图, 可以看出曲线都是光滑平稳的. 再次验证了所提算法的有效性.

5 结论(Conclusion)

本文讨论了一类虚拟控制系数未知的非完整链式系统的镇定问题, 提出了自适应神经网络控制策略. 该策略对系统的维数和非线性漂移项没有任何限制, 也无需知道系统中未知虚拟控制系数信号的先验知识. 利用Nussbaum-type增益技术解决了系统中控制方向完全未知的问题. 所设计的自适应神经网络控制策略解决了由复杂系统所引起的奇异问题, 并通过选择合适的控制参数, 使得闭环系统的所有状态全局趋于零. 仿真实验表明, 该控制方法具有很强的自适应能力.

参考文献(References):

[1] BROCKETT R W. Asymptotic stability and feedback stabilization[J]. *Differential Geometry Control Theory*, 1983, 27: 181 – 208.

[2] MURRAY R, SASTRY S. Nonholonomic motion planning: steering using sinusoids[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38(5): 700 – 716.

[3] M'CLSEKEY R, MURRAY R. Convergence rate for nonholonomic systems in power form[C] //*Proceedings of the American Control Conference*. Evanston, IL, USA : American Automatic Control Council, 1993, 2967 – 2972.

[4] HUO W, GE S S. Exponential stabilization of nonholonomic systems: an eni approach[J]. *International Journal of Control*, 2001, 74(15): 1492 – 1500.

[5] OYA M, SU C Y, KATOHR. Robust adaptive motion/force tracking control of uncertain nonholonomic mechanical systems[J]. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 2003, 19(1): 175 – 181.

[6] GE S S, WANG J, LEE T H, et al. Adaptive robust stabilization of dynamic nonholonomic chained systems[J]. *Journal of Robotic Systems*, 2001, 18(3): 119 – 133.

[7] SUN Z D, GE S S, HUO W, et al. Stabilization of nonholonomic chained systems via nonregular feedback linearization[J]. *Systems & Control Letters*, 2001, 44(4): 279 – 289.

[8] JIANG Z P. Robust exponential regulation of nonholonomic systems with uncertainties[J]. *Automatica*, 2000, 36(2): 189 – 209.

[9] WALSH G C, BUSHNELL L G. Stabilization of multiple input chained form control systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1995, 25(3): 227 – 234.

[10] JIANG Z P. Iterative design of time-varying stabilizers for multi-input systems in chained form[J]. *Systems & Control Letters*, 1996, 28(5): 255 – 262.

[11] ASTOLFI A. Discontinuous control of nonholonomic systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1996, 27(1): 37 – 45.

[12] MARCHAND N, ALAMIR M. Discontinuous exponential stabilization of chained form systems[J]. *Automatica*, 2003, 39(2): 343 – 348.

[13] SORDALEN O J, CANUDAS DE WIT C. Exponential stabilization of nonholonomic chained systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(1): 35 – 49.

[14] KOLMANOVSKY I, MCCLAMROCH N H. Hybrid feedback laws for a class of cascaded nonlinear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(9): 1271 – 1282.

[15] KOLMANOVSKY I, MCCLAMROCH N H. Development in nonholonomic control problems[J]. *IEEE Control System Magazine*, 1995, 15(6): 20 – 36.

[16] GE S S, WANG Z P, LEE T H. Adaptive stabilization of uncertain nonholonomic systems by state and output feedback[J]. *Automatica*, 2003, 39(8): 1451 – 1460.

[17] YUAN Z P, WANG Z P, CHEN Q J. Adaptive output feedback control of nonholonomic systems with strong nonlinear drifts[C] //*WRI Global Congress on Intelligent Systems*. Los Alamitos: IEEE Computer Society, 2009, 2: 199 – 203.

[18] WANG Z P, GE S S, LEE T H. Robust adaptive neural network control of uncertain nonholonomic systems with strong nonlinear drifts[J]. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics–Part B: Cybernetics*, 2004, 34(5): 2048 – 2059.

[19] NUSSBAUM R D. Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control[J]. *Systems & Control Letters*, 1983, 3(5): 243 – 246.

[20] YE X D. Asymptotic regulation of time-varying uncertain nonlinear systems with unknown control directions[J]. *Automatica*, 1999, 35(5): 929 – 935.

[21] GE S S, WANG J. Robust adaptive tracking for time-varying uncertain nonlinear systems with unknown control coefficients[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(8): 1463 – 1469.

[22] GE S S, FAN H, LEE T H. Adaptive neural control of nonlinear time-delay systems with unknown virtual control coefficients[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics–Part B*, 2004, 34(1): 499 – 516.

[23] NUSSBAUM R D. Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control[J]. *Systems & Control Letters*, 1983, 3(3): 243 – 246.

[24] 钱厚斌, 张天平. 控制增益符号未知的MIMO时滞系统自适应控制[J]. 控制与决策, 2008, 23(10): 1153 – 1162.
(QIAN Houbin, ZHANG Tianping. Adaptive control of MIMO nonlinear time-varying delay systems with unknown gain signs[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(10): 1153 – 1162.)

[25] 刘艳军, 王伟. 一类多变量非线性系统的自适应模糊控制[J]. 自动化学报, 2007, 33(11): 1163 – 1169.
(LIU Yanjun, WANG Wei. Adaptive fuzzy control for a class of multivariable nonlinear systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(11): 1163 – 1169.)

[26] GE S S, WANG C. Adaptive neural control of uncertain MIMO nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, 15(3): 674 – 692.

作者简介:

袁占平 (1979—), 女, 博士, 目前研究方向为智能控制、机器人控制、非完整系统, E-mail: yuanzhanping@gmail.com;

王祝萍 (1973—), 女, 副教授, 目前研究方向为智能控制、机器人控制, E-mail: elewzp@tongji.edu.cn, 通信作者;

陈启军 (1966—), 男, 教授, 目前研究方向为智能控制、机器人控制、网络系统, E-mail: qjchen@tongji.edu.cn.