

群活性与粒子群优化的稳定性分析

苏守宝^{1,2}, 曹喜滨¹, 孔敏²

(1. 哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 皖西学院 计算机科学与技术系, 安徽 六安 237012)

摘要: 在探讨粒子轨迹的随机过程的基础上, 用根轨迹特征值的谱半径来描述粒子群优化的PSO动态系统的稳定性区域; 提出并结合实例用群活性刻画了PSO稳定区域中不同参数区间上群行为的动态特征, 利用不动点技术通过数值实验描绘出PSO群活性谱及性能图, 解释了先前一些文献上提出的典型参数集之所以能够取得满意性能的理由, 利用PSO稳定三角中线提出保证PSO收敛性能的参数设置指导策略。

关键词: 全局优化; 粒子群优化; 群活性; 确定性稳定性

中图分类号: TP18, TP208 **文献标识码:** A

Stability analysis of particle swarm optimization using swarm activity

SU Shou-bao^{1,2}, CAO Xi-bin¹, KONG Min²

(1. Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150080, China;

2. Department of Computer Science & Technology, West Anhui University, Liu'an Anhui 237012, China)

Abstract: In the analysis of particle swarm optimization(PSO), particle trajectories are considered stochastic processes, and the stability region of the PSO dynamic system is illustrated by the eigenvalues and the spectrum radius. Through practical applications, we propose a new term, swarm activity, to characterize the dynamic behaviors of the swarm with different parameters in the stability region. By applying the fixed-point technique, we depict the swarm activity spectral-based performance maps of the PSO from numerical experiments. These maps account for the typical parameter sets put forth in existing literature for realizing desirable performances, and reconfirm the strategies of using the median of PSO stability triangle in adjusting parameters to ensure the convergence of the PSO.

Key words: global optimization; particle swarm optimization (PSO); swarm activity; deterministic stability

1 引言(Introduction)

粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)是目前群智能计算领域的重要研究课题之一, 算法模拟鸟群觅食行为, 通过个体之间的集体协作和竞争来实现全局搜索. 由于PSO算法简单、参数少、易于实现和较强的全局优化能力, 迅速发展成为处理困难寻优问题的最强有力的全局优化工具, PSO计算理论与方法在系统控制、模式识别、生产调度、VLSI、机器人等科学研究和实际工程应用领域中取得了广泛成功.

尽管PSO的研究与应用已取得了一些成果, 但它在基础理论、模型改进、实际应用、硬件实现以及智能融合等方面都存在着问题, Particle的位置和速度的构造、算法收敛性及其稳定性分析、参数的设计理论尚处于经验水平, 缺乏本质意义上的认识与理论支持, 算法实用性还需进一步提高^[1]. 稳定性

是PSO系统的重要性能之一, 它是PSO实际应用的重要保证. 一些文献采用忽略随机和时变因素的简化模型, 把PSO表述为线性的、确定性的、时不变的、离散的动态系统, 从而用标准特征值法分析其稳定性. 目前有关PSO的全局收敛性及其稳定性研究, 大多是针对具体问题进行数值优化仿真实验, 给出数值最优解以及相应的参数选择, 理论性的研究成果主要有: Clerc和Kennedy^[2]在假设全局最优、个体最优及加速度和惯性权重都保持不变的前提下, 引入收缩因子以避免算法不稳定, 文献[3~5]等用线性系统理论分析了PSO粒子的定性轨迹及其收敛性, Trelea^[3]分析了PSO模型的稳定区域和不稳定区域以及相应的运动轨迹; Van den Bergh等^[4]引用Solis和Wets关于随机性算法的收敛准则, 动态系统的特征值分析方法, 给出粒子行为的几种动态特

征分类及参数设置的稳定范围, Zhan等^[6]采用精英学习策略自动控制算法参数调整; Yasuda等^[7]用群活性通过数值实验分析了收缩因子法(CM)、随机惯性权重法(RIWM)等PSOs的稳定范围, Kadirkamathan等^[8,9]分别利用Lyapunov方法证明了基于连续系统的PSO模型的稳定性, 冯等^[9]利用误差动力系统的Lyapunov函数分析了一种变采样周期的PSO优化行为的稳定性, 并得出轨迹收敛的采样时间约束条件. 文献[10~12]利用随机过程的抽样分布、统计动差分析方法分别从不同角度讨论了PSO稳定性和参数设置. 由于简化模型与真正的随机时变PSO的稳定区域是有很大不同的, 因此对随机时变PSO稳定性的理论分析和数值研究是很不够的. 本文在探讨粒子轨迹的随机过程的基础上, 用根轨迹特征值描绘了PSO不动定形式的渐近收敛速度; 提出用群活性来分析PSO系统中群(swarm)行为在不同参数选择区域内群活性的动态特征, 从而获得对参数选择规律性的理论认识.

2 PSO 粒子轨迹的随机过程及其稳定范围
(Stochastic process of PSO trajectories and stable region)

PSO初始化为一群随机粒子, 优化问题的解看作搜索空间的一个粒子, 所有粒子都由被优化函数来决定其适应值, 每个粒子的速度决定其飞行方向和距离, 粒子追随当前的最优粒子在解空间中反复迭代搜索, 每次(t)迭代, 粒子通过跟踪两个“极值”即粒子本身所经历的局部最优l(t)和群体找到的全局最优g(t)来动态更新自身速度和位置. 在PSO算法演化中, 粒子速度和位置的更新方程为

$$\begin{cases} v(t+1) = \omega v(t) + c_1 r_1 (g(t) - x(t)) + \\ \quad c_2 r_2 (l(t) - x(t)), \\ x(t+1) = x(t) + v(t+1). \end{cases} \quad (1)$$

其中: v 表示粒子速度, c₁, c₂ 为加速因子, r₁, r₂ 为(0,1)上一致分布的随机数, ω为惯性权重.

2.1 PSO粒子轨迹的随机过程(Stochastic process of PSO trajectories)

为简化分析, 假定维是相互独立的, 不妨考虑问题空间是一维的, 将v(t) = x(t) - x(t-1)代入式(1)可得

$$x(t+1) = (1 + \omega - (c_1 r_1 + c_2 r_2))x(t) - \omega x(t-1) + c_1 r_1 g(t) + c_2 r_2 l(t). \quad (2)$$

由于r₁和r₂是随机权值, x(0), x(1)也是随机数, 因此x(t)可看作随机变量, 而迭代过程中粒子的轨迹{x(t)}便可看作随机过程, 可以确定地计算每个随机变量x(t)的期望和方差, 从而分析随机过程的

收敛性质. 一般地PSO收敛是指其位置序列x(t)收敛到其均平方p(如lim_{t→∞} E|x(t) - p|^2 = 0), 显然同时x(t)的期望Ex(t)收敛到p且方差Dx(t)收敛到0, 迭代序列{Ex(t)}:

$$Ex(t+1) = (1 + \omega - \frac{c_1 + c_2}{2})Ex(t) - \omega Ex(t-1) + \frac{c_1 g(t) + c_2 l(t)}{2}. \quad (3)$$

令φ₁ = r₁c₁, φ₂ = r₂c₂, 则φ₁, φ₂也是随机变量, 且c₁, c₂为φ₁, φ₂的上界, 考虑PSO系统的平均状态, 于是随机迭代过程收敛于振荡中心o(t):

$$o(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \frac{\varphi_1 g(t) + \varphi_2 l(t)}{\varphi_1 + \varphi_2} = \frac{c_1 g(t) + c_2 l(t)}{c_1 + c_2}. \quad (4)$$

2.2 PSO差分模型及其稳定区域(Difference Equations and stability region for PSO)

令ξ(t) = x(t) - o(t), 由于φ₁, φ₂服从均匀分布, 由式(2)易得随机差分方程:

$$\begin{cases} \xi(t+1) + (\varphi - 1 - \omega)\xi(t) + \omega\xi(t-1) = \beta(o), \\ \beta(o) = o(t) - o(t+1) + \omega(o(t) - o(t-1)), \\ \xi(0) = \xi_0, \xi(1) = (1 - \varphi)\xi_0 + \omega v_0. \end{cases} \quad (5)$$

其中: φ = (φ₁ + φ₂), 当振荡中心稳定在β(o) = 0时, 式(5)简化为

$$\begin{cases} \xi(t+1) - (1 + \omega - \varphi)\xi(t) + \omega\xi(t-1) = 0, \\ \xi(0) = \xi_0, \xi(1) = (1 - \varphi)\xi_0 + \omega v_0. \end{cases} \quad (6)$$

因E(φ₁) = c₁/2, E(φ₂) = c₂/2, 当随机变量φ的均值φ = φ̄ = (c₁ + c₂)/2时, 式(6)就刻画了随机轨线{E(ξ(t+1))}的平均状态, 考虑其零解稳定性, PSO的稳定区域(ω, φ)参数范围是特征方程(7)的根在单位圆内的区域S_D,

$$\lambda^2 + (\varphi - \omega - 1)\lambda + \omega = 0, \quad (7)$$

$$S_D = \{(\omega, \varphi): |\omega| < 1, 0 < \varphi < 2(\omega + 1)\}. \quad (8)$$

特征方程(7)实复根边界线为抛物线:

$$(\varphi - \omega - 1)^2 - 4\omega = 0, 0 \leq \omega < 1. \quad (9)$$

根据特征方程(7)的特征根, 式(8)(9)形成了PSO稳定范围S_D, 一些文献^[3~5]用代数解析等不同方法也得到了类似的结果, 并且分析了稳定范围内PSO的粒子行为, 但文献[12]指出了稳定三角由4个不同区域构成(如图1所示), 参数集(ω, φ)落在不同区域时, 粒子轨迹的动态特征分别表现为复对称振荡、实对称振荡、实数不对称振荡、实数无振荡, 而在这个三角形上方区域中包括稳定三角的边界线上任何参数对(ω, φ)都不能保证PSO系统稳定, 而使得粒子轨迹发散、振幅不减、不能收敛.

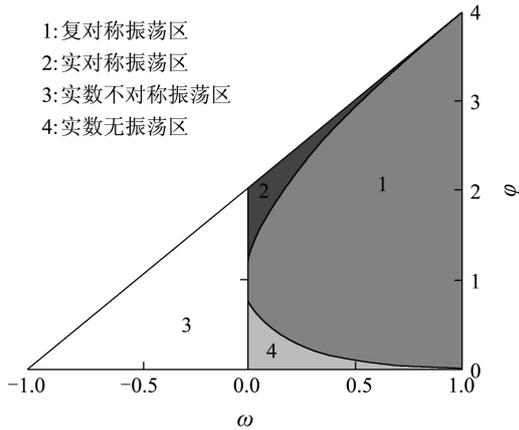


图 1 PSO 定性稳定范围的 4 个参数区间

Fig. 1 PSO deterministic stability region for parameter zones

2.3 PSO 不动点形式与谱半径(Fixed-point formative and spectral radius)

由式(1)(2), PSO 可以写成根据其绝对位置和速度 (x, v) 迭代的随机动态系统:

$$\begin{pmatrix} x(t+1) \\ v(t+1) \end{pmatrix} = M_{\text{PSO}} \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + b_{\text{PSO}}, \quad (10)$$

其中:

$$\begin{cases} M_{\text{PSO}} = \begin{pmatrix} 1 + \omega - \varphi & \omega \\ \omega & -\varphi \end{pmatrix}, \\ b_{\text{PSO}} = \begin{pmatrix} \varphi_1 g(t) + \varphi_2 l(t) \\ \varphi_1 g(t) + \varphi_2 l(t) \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (11)$$

考虑随机变量 $\varphi, \varphi_1, \varphi_2$, 对迭代系统式(10)应用不动点(fixed point)方法, 可确定 $(x(t+1), v(t+1))$ 系统的定性稳定区域, 式(10)收敛的充分必要条件是迭代矩阵 M_{PSO} 的谱半径 $\rho(M_{\text{PSO}})$ 必须小于 1, 从而得到 PSO 稳定区域与式(8)表示的 S_D 相同. 使用稳定(收敛)区域的参数集 (ω, φ) , 可以直接证明算法收敛于式中心吸引子(不动点): $(o(t), 0)$. 根据 $\rho(M_{\text{PSO}})$ 可得关于渐近收敛速度 $v_c(\omega, \varphi)$:

$$v_c(\omega, \varphi) = -\log \rho(M_{\text{PSO}}). \quad (12)$$

图 2 显示了 PSO 的谱半径等值线图(接近抛物线顶点的黑色区域表示空谱半径), 其轮廓线为三角形, 在复数区域接近实复根边界线(抛物线)时收敛速度高(谱半径低); 同时, 由垂直等值线可知, 参数复根渐近速度对加速度 φ 的变化不敏感(可用 PSO 动态系统的相图实验测试了在稳定范围第 3 区上渐近速度对 φ 的敏感性), 而在抛物线的顶点 $(\omega, \varphi) = (0, 1)$ 处, 速度趋于无穷大, 特征值为零, 越到中心收敛速度越快. 有趣的是一些文献也得到了类似的结果^[2,3,9,10], 却都把惯性权值 ω 限制在 $[0,1]$ 上, 本文实验和分析证

实 ω 在 $(-1, 0]$ 上具有类似的性质.

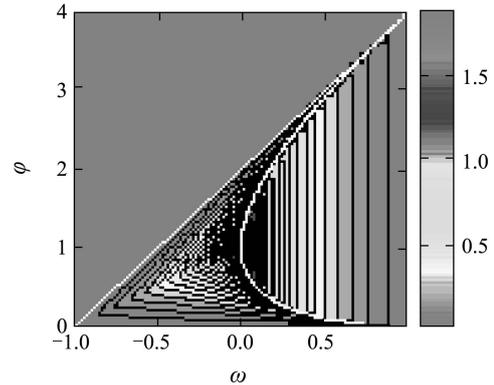


图 2 PSO 稳定区域内的谱半径

Fig. 2 Spectral radius for PSO on stable region

3 群活性(Swarm activity)

3.1 群活性的定义(Definition of swarm activity)

PSO 搜索空间中粒子的运动就好像物理空间中气态分子的热运动, 搜索空间中各粒子(气态分子)的速度表示单个粒子当前活跃程度, 而速度均方根正是搜索空间中所有粒子的平均活跃程度的量化表示, 定义 PSO 群中粒子的速度均方根为“群活性”, 经历 t 次迭代后, 群活性定义为

$$\text{Act}(t) = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (v_{ij}^2(t))}, \quad (13)$$

其中: m 为群中粒子数, n 为问题维数. 由群活性定义可知, 群活性和粒子多样性依赖于种群规模大小、搜索空间维数. $\text{Act}(t)$ 越小, 群探测和开采能力越弱, 种群粒子多样性也越差, 表示群中粒子越集中.

PSO 动态系统的稳定性就是群粒子收敛于最优点的接近程度, 也就是粒子速度是否保持在边界范围内, 同时, 既然群活性定义为群粒子速度的均方根, 要求群活性保持在边界范围内就等同于要求个体粒子速度保持在约束范围内, 因此, 考察群活性变化以便量化评估 PSO 模型的稳定性.

3.2 PSO 稳定区域的群活性动态(Dynamics of swarm activity in PSO stability region)

在 PSO 定性稳定范围的 4 个区域分别选取 4 个参数对 $(\omega, \varphi) = (0.9, 22), (0.105, 2), (-0.301, 1.02), (0.5, 0.01)$, 通过实验考察群活性动态变化特征, 如图 3 所示. PSO 在复对称振荡(1)区内群活性值呈锯齿状波动, 粒子轨迹关于时间轴对称振荡, 群活性振荡频率高、振幅随进化逐渐减小, 如图 3(a)所示.

在实对称振荡(2)区内, 特征根均为实数, 粒子轨线成 Z 字形, 与复根区的主要不同在于振荡频率是常

量,在实对称振荡区和实根不对称振荡区内PSO进化初期群活性有振荡但迅速消失、易于早熟,如图3(b)~(c)所示;在实根无振荡区PSO群活性值较小、不利于全局探测且变化缓慢,如图3(d)所示.同

样方法可选取若干参数对以测试表明,PSO在不稳定区域中进化初期群活性剧增达到较大的活性值,而后保持不变甚至继续呈指数性增长,粒子轨迹发散不能收敛(限于篇幅,图略).

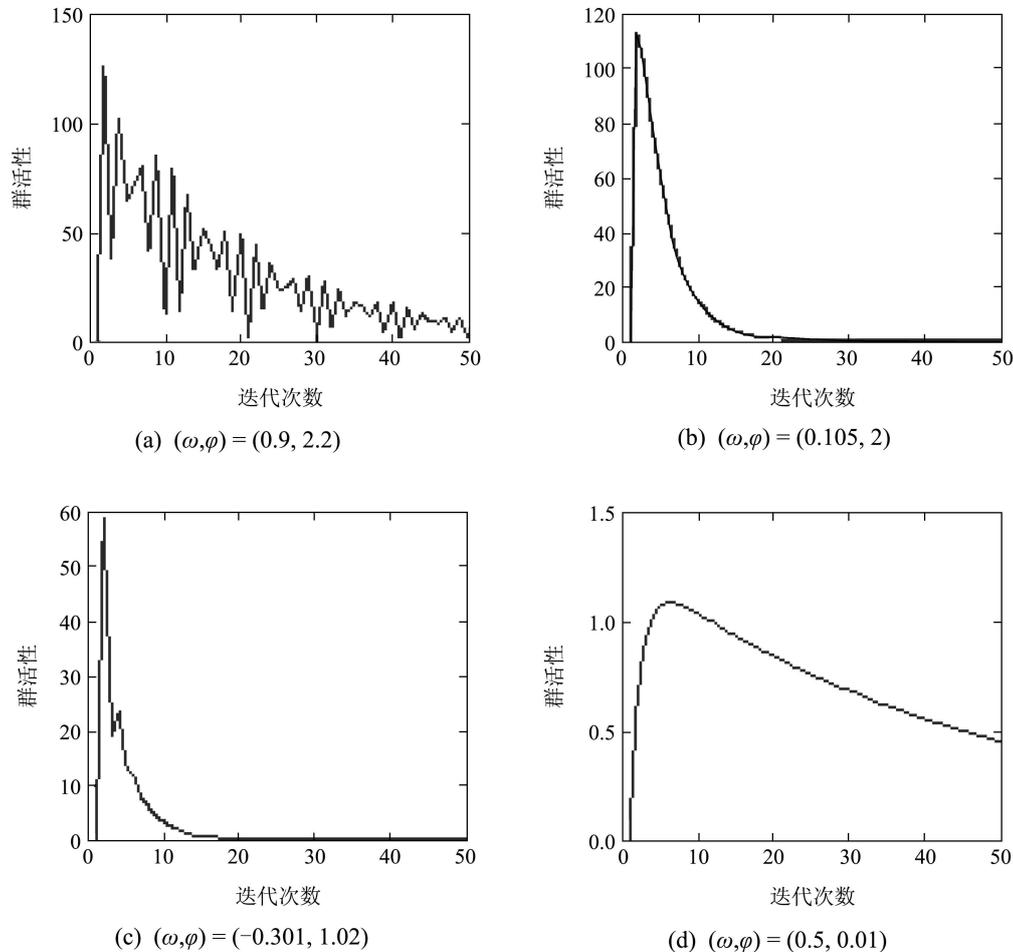


图3 PSO定性稳定范围的4个区域中群活性动态

Fig. 3 Dynamics of swarm activity in PSO stable areas

3.3 PSO群活性谱(Swarm activity map for PSO)

为了全面描述稳定区域内参数集对PSO性能、以及移动中心的随机性对PSO算法收敛性能的影响作用,不妨令中心 $o(t) = 0$,则得到一个简化的PSO模型,不使用目标函数,设计如下测试实验,用群活性来考察PSO的收敛性能,测试算法步骤如下:

算法1 PSO群活性谱测试算法.

$dr = 0$ 或 1 分别表示确定性或随机情况;

S1: 给定最大迭代次数 it_{max} ; 设置参数范围,参数对 $(\omega, \varphi) \in [-1, 1] \times [0, 4]$, 给定网格步长 $(\Delta\omega, \Delta\varphi) = (0.02, 0.03)$ 并据此产生 (ω, φ) 参数集, 记为 $(\omega(i), \varphi(j))$ 表示第 i, j 个 (ω, φ) 的参数网格划分;

S2: 确定PSO群规模大小和搜索空间, 如给定粒子数 $n_p = 50$, 初始化 n_p 个粒子 $\xi_0 = (x_0, y_0)$ 随机(初始化)分布在2-维空间 $[-100, 100] \times [-100, 100]$;

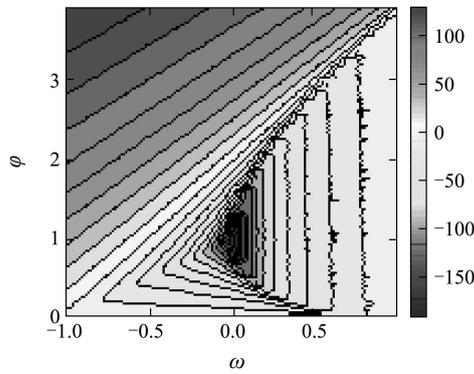
S3: 群中每个粒子对每个参数对 $(\omega(i), \varphi(j))$, 根据式(6) PSO轨迹运行迭代 it_{max} 次后终止;

S4: 使用参数对 $(\omega(i), \varphi(i))$ 迭代 it_{max} 次后, 按照式(13)计算群活性 $Act((\omega(i), \varphi(j)))$; 而在随机情况($dr = 1$)下, 定义重复运行的次数, 然后取所得 $Act((\omega(i), \varphi(j)))$ 的中值(median).

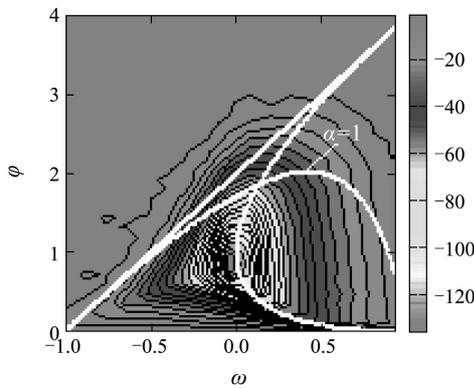
S5: 重复S3, S4, 直到遍历参数网格上的所有参数集 $(\omega(i), \varphi(j))$;

S6: 在参数范围上为所有 $\log(Act((\omega(i), \varphi(j))))$ 作等值线.

运行算法PSOSAM(0), PSOSAM(1)得到PSO稳定区域的性能谱如图4所示. 由群活性定义可知, 活性值越大群系统越不稳定, 活性值太小又不利于开采能力和探测能力的平衡, 图中显示群活性值大小分布情况. 如图4(a)所示, 其形状很类似于稳定区域的谱半径, 抛物线顶点黑色周围为空白, 群活性最小, 外层三角群活性逐渐增大; 对照Clerc^[2]稳定区域收敛速度性能谱, 群活性同样表示了稳定区域的收敛性能, 中心深色三角区域群活性最小, 收敛速度最快, 易于陷入局部最优, 不利于全局开采; 随着群活性减小, 粒子频数分布越接近最优位置. 由图4(b)知, 在随机情况下, 区间内的高振幅和高频率导致右上角变成非收敛三角区域, 移动中心吸引力消失, 这就解释了一些文献上给出的要求 $\varphi < 2$ 能够使得PSO达到满意收敛性能的理由.



(a) PSO: 确定性情况



(b) PSO: 随机情况

图 4 PSO群活性谱

Fig. 4 Swarm activity spectral map for PSO

为避免对初始位置的依赖性, 可用该算法来描述任意中心的吸引力. 算法是确定性的, 不使用任何目标评估函数, 这表明用群活性描述PSO模型的稳定性和性能是可行的、有效的. 实验发

现PSOSAM()方法对初始位置不敏感, 具有较好的鲁棒性. 文献[11]曾引入边界控制指数 $\alpha = c_1\sqrt{\varphi}$, 以确定二阶动差的PSO稳定区域的边界线, 其形式如下:

$$\varphi_h(\omega, \alpha) = \frac{12(1-\omega)(1+\omega)}{4+4(1-\omega)+\alpha(\alpha-2)(1+\omega)}. \quad (14)$$

从而得到PSO的随机稳定区域 R_{PSO} :

$$R_{PSO} = \{(\omega, \varphi) : -1 < \omega < 1, 0 < \varphi < \varphi_h(\omega, \alpha)\}. \quad (15)$$

显然区域 R_{PSO} 实际上包含在图4(b)分析的PSO定性稳定范围之内, 同时根据式(14)知, 如果 $\alpha = 1(c_1 = c_2)$ 时, 稳定区域 R_{PSO} 能达到其最大.

4 基准函数测试结果(Test results for benchmarks)

为了进一步评估PSO在不同优化目标函数上的群活性动态关系, 选用多个基准测试函数, 进行大量测试, 实验结果如图5,6所示. 图5(a)(c)分别描述了PSO在Alpine, Rosenbrock函数上的群活性及其对应的函数适应值演化特征. 如图5(b)(d)所示, 随着群活性减小, 优化目标函数逐渐接近最优解. 用不同参数集 (ω, φ) 在4个测试函数的PSO粒子频数分布如图6所示, 先前一些文献给出的能够获得满意性能的PSO参数集如(0.729, 1.496)^[2], (0.60, 1.70)^[3], (0.714, 1.714)^[12]等正在稳定区域的边界附近, 如图6所示, 不过他们其实是通过数值实验或经验而得到. 4个基准测试函数如下:

1) Alpine:

$$f(x) = \sum_i^n |x_i \sin x_i + 0.1x_i|,$$

$$x^* = (0, \dots, 0), f(x^*) = 0.$$

2) Rosenbrock:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} (100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (1 - x_i)^2),$$

s.t. $-5 \leq x_i \leq 5, i = 1, \dots, n,$

$$x^* = (1, 1, \dots, 1), f(x^*) = 0.$$

3) Rastrigin:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10),$$

s.t. $-5 \leq x_i \leq 5, i = 1, \dots, n,$

$$x^* = (0, 0, \dots, 0), f(x^*) = 0.$$

4) Griewank:

$$\min f(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod \cos \frac{x_i}{i} + 1,$$

s.t. $-50 \leq x_i \leq 50, i = 1, 2, \dots, n,$

$$x^* = (0, 0, \dots, 0), f(x^*) = 0.$$

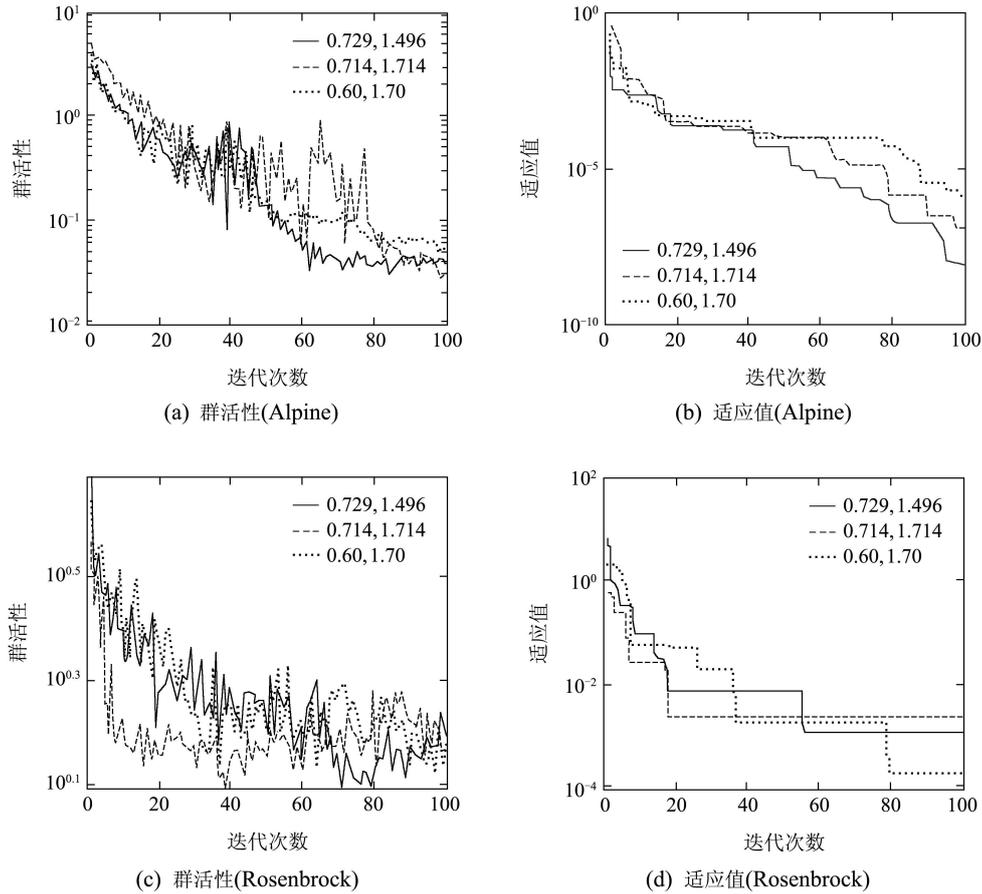


图5 两个基准函数的群活性及其适应值演化曲线

Fig. 5 Swarm activity and fitness evolution plots for benchmarks

5 关于PSO的参数设置(Parameters setting)

5.1 局部加速度和总加速度(Local acceleration and total acceleration)

PSO算法中, 惯性权重 ω 使粒子保持运动惯性、保持扩展搜索空间的趋势, 使粒子有能力探测搜索空间; 加速度 c_1, c_2 为将粒子推向 p_{best} 和 g_{best} 位置的统计加速项的权重, 其值低时表示粒子在目标外徘徊, 其值高则导致粒子突然冲向或越过目标. 总加速度 φ 起到了调整算法全局和局部搜索能力的平衡作用. 若 $c_1 = c_2$, 允许粒子自由搜索, 探测能力增强, 减小了陷入局部最优的可能, 相反地, 若 $c_1 > c_2$, 由于粒子的全局导向, 收敛性增长. 在 $c_1 = c_2$ 的情况, 总加速度 φ 的随机线更集中在均值 $\varphi = c_1 = c_2$ 周围. 振幅减小到几乎接近于(0,1)时, 渐近收敛速度趋向无穷大; 复数区间内振幅减小仅依赖于惯性权重 ω , 不依赖于 φ . 经不同难度基准函数实验表明, PSO参数从复杂的稳定区域、惯性权重从(0.5, 0.9)、中高总加速度(1.7, 2.2)可使系统得到更好的结果; 在多局部最小的情

况下, 惯性权重的真正稳定区域在(-0.6, 0.5)和总加速度(0.6, 0.7)具有更高成功率.

5.2 收敛三角中线(Median in convergence area)

实验表明稳定三角4个区域中PSO性能表现差异较大, 选择中线附近参数对可获得更满意的结果. 如图6中虚线所示, 稳定三角的中线为: ($\varphi = \omega + 1, 0 \leq \omega < 1$), 选取中线附近的一些参数集做实验, 其群活性轨线非常相似或相同, 说明中线状态实际上是群多样性、密集性、方差等各种状态及各种影响因素相互补充的综合结果, 中线和随机稳定区域边界线的交界处及其附近, 具有最大群活性、最大方差和离差, 其交集应该是参数对的理想选择, 由 $\varphi = (1 + \omega)$ 和式(14)求解得交点坐标如下:

$$(\omega, \varphi) = \left(\frac{4 + 2\alpha - \alpha^2}{8 - 2\alpha + \alpha^2}, \frac{12}{8 - 2\alpha + \alpha^2} \right). \quad (16)$$

如 $\alpha = 0.5$ 时, 这个交点 $(\omega, \varphi) = (0.76, 1.92)$; 在 $\alpha = 1$ 时, PSO随机稳定区域最大, 这个交点坐标就是先前不少文献使用的满意参数对 $(\omega, \varphi) = (5/7, 12/7) = (0.714, 1.714)$.

若给定惯性权重 ω 和加速度 c_1 , 选择 c_2 , 则 $\varphi = (c_1 + c_2)/2$, 落在中线上, 这可保证 $\varphi = r_1 c_1 + r_2 c_2$ 线始终位于稳定区域内. 对加速度 φ 也是如此, φ 在中线之下, 但其探测能力低于先前情况, 若 φ 在中线之上, 那么有些(点)落在稳定区域外, 轨线不收敛. 进一步测试得到启示, 调整PSO参数可使得算法具有更好的性能并保证收敛, 先前一些文献中提出的满意的参数对 (ω, φ) 都落在这个范围内如图6所示, 其中有 $(\omega, c_1, c_2) = (0.729, 1.495, 1.495)^{[1,2]}$, $(\omega, c_1, c_2) = (0.6, 1.7, 1.7)^{[3]}$, $(\omega, c_1, c_2) = (0.729, 2.0412, 0.9477)^{[3]}$, $(\omega, c_1, c_2) = (0.729, 1.495, 1.495)^{[2]}$, $(\omega, c_1, c_2) = (0.6, 1.7, 1.7)^{[4]}$ 等都是接近于中线的参数集, 不过它们是从不同的数值实验中推断而来. 这些参数集被多种应用所采纳并取得了满意的效果. 综合表明, 如图6中线附近的深色区域及其附近, ω 在 $[0.45, 0.9]$ 之间并随迭代次数线性减小、总加速度 φ 在 $[0.5, 2]$ 之间是获得PSO综合性能最佳的参数选择.

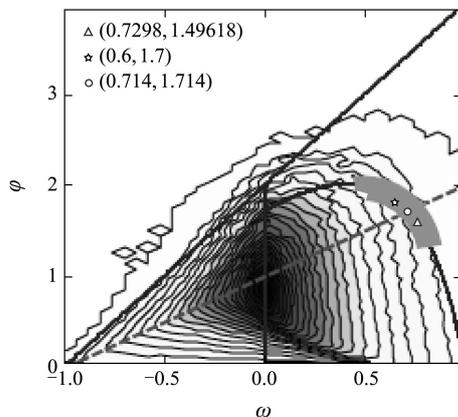


图 6 PSO在4个基准函数上的稳定区域

Fig. 6 Stable regions of PSO tested on benchmarks

6 结语(Conclusion)

在探讨粒子轨迹的随机过程的基础上, 结合实例用群活性刻画PSO稳定区域中不同参数区间上群(swarm)行为的动态特征, 实验描绘出PSO群活性谱及随机振幅对PSO算法性能的影响作用, 解释了对先前一些文献上提出的典型参数集之所以能够取得满意性能的理由, 给出了保证算法性能的参数选择设置指导策略. 群活性与群多样性和密集性间的量化关系还有待进一步研究, 可以构造群活性反馈控制策略, 使PSO能够根据群活性自适应改变粒子的“exploitation”和“exploration”行为(能力), 据此可进一步提出具有群活性反馈控制策略的自适应鲁棒PSO, 以拓展PSO的实际工程应用.

参考文献(References):

- [1] BANKS A, WINCENT J, ANYAKOHA C. A review of particle swarm optimization, Part I: background and development[J]. *Natural Computation: An International Journal*, 2008, 6(4): 467 – 484.
- [2] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm: explosion, stability, and convergence in a multi-dimensional complex space[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(1): 58 – 73.
- [3] TRELEA C. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection[J]. *Information Processing Letters*, 2003, 85(6): 317 – 325.
- [4] VAN DEN BERGH F, ENGELBRECHT A P. A study of particle swarm optimization particle trajectories[J]. *Information Sciences*, 2006, 176(5): 937 – 971.
- [5] 李宁, 孙德宝, 邹彤, 等. 基于差分方程的PSO算法粒子运动轨迹分析[J]. *计算机学报*, 2006, 29(11): 2052 – 2057.
(LI Ning, SUN Debao, ZOU Tong, et al. An analysis for a particle's trajectory of PSO based on difference equation[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2006, 29(11): 2052 – 2057.)
- [6] ZHAN Z H, ZHANG J, LI Y, et al. Adaptive particle swarm optimization[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2009, 39(6): 1362 – 1381.
- [7] YASUDA K, IWASAKI N, UENO G. On the stability and the parameters of particle swarm optimization[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2008, (5217): 407 – 408.
- [8] KADIRKAMANATHAN V, SELVARAJAH K, FLEMING P J. Stability analysis of the particle dynamics in particle swarm optimizer[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(3): 245 – 255.
- [9] 冯远静, 俞立, 冯祖仁. 采样粒子群优化模型及其动力学行为分析[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(1): 28 – 34.
(FENG Yuanjing, YU Li, FENG Zuren. Sample particle swarm optimization and its dynamic behavior[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(1): 28 – 34.)
- [10] JIANG M, LUO Y P, YANG Y. Stochastic convergence analysis and parameter selection of standard particle swarm optimization algorithm[J]. *Information Processing Letters*, 2007, 102(1): 8 – 16.
- [11] POLI R. The sampling distribution of particle swarm optimizers and their stability[EB/OL]. <http://cswwww.essex.ac.uk/technical-reports/2007/csm-465.pdf>, Department of Computer Science, University of Essex, Colchester, UK, 2007.
- [12] FERNÁNDEZ-MARTÍNEZ J L, GARCÍA-GONZALO E, FERNÁNDEZ-ALVAREZ J P. Theoretical analysis of particle swarm trajectories through a mechanical analogy[J]. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 2007, 4(2): 93 – 104.

作者简介:

苏守宝 (1965—), 男, 博士, 主要研究群智能计算与约束工程设计优化等, E-mail: sushowbo@gmail.com;

曹喜滨 (1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 长江学者特聘教授, 主要研究飞行器总体设计与约束工程设计优化等, 本文通讯作者, E-mail: xbcao@hit.edu.cn;

孔敏 (1964—), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为模式识别与图像处理等.