

多模型切换系统 H_∞ 鲁棒控制器的设计与应用

宋磊, 杨剑影, 段志生

(北京大学湍流与复杂系统国家重点实验室 北京大学工学院, 北京 100871)

摘要: 基于 H_∞ 控制理论以及切换系统稳定性理论, 对于多输入多输出(MIMO)多模型切换控制系统, 提出了一种可以有效抑制抖动和改善瞬态响应性能的鲁棒镇定控制器设计方法. 通过引入PI控制思想, 根据模型跟踪方法设计了增广状态反馈控制器, 并将控制器设计问题转化为方便求解的线性矩阵不等式(LMI). 该方法的优点是可以很方便地保证多模型切换系统的全局稳定性, 同时使得设计的控制器具有较强的鲁棒性. 将本文提出的方法应用到某型BTT导弹自动驾驶仪设计中, 仿真结果证明了此方法的有效性和优越性.

关键词: 多模型切换; 鲁棒 H_∞ 控制; BTT导弹; 线性矩阵不等式(LMI)

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Design and application of H-infinity robust controller for multi-model switching system

SONG Lei, YANG Jian-ying, DUAN Zhi-sheng

(State Key Lab for Turbulence and Complex Systems, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: Based on the H-infinity control theory and the stability theory of switching system, this paper proposes a robust controller design method for a MIMO multi-model switching system to improve the transient performance and reduce the chattering during switching. An augmented state-feedback controller with PI control and model tracking is developed by solving several LMIs. This method is simple and feasible in designing the multi-model switching system for achieving global stability as well as robustness of the closed-loop system. It has been applied to the design of a BTT (bank-to-turn) missile autopilot; the effectiveness and superiority is validated by the simulation results.

Key words: multi-model switching; robust H-infinity control; BTT missile; LMI

1 引言(Introduction)

对含有参数跳变的一类多输入多输出非线性系统, 为改善系统的瞬态响应性能, 采用由多个固定模型组成的模型集, 分别对模型集里的每个子系统设计控制器, 并依据一定的切换次序以保证系统的全局稳定性, 这样的控制方法叫做多模型切换控制. 对于多模型控制问题, 目前国内外在化学、电力系统、飞行器控制等领域已经有了大量的研究成果^[1~9]. 国外已将多模型控制方法应用到很多学科, 文献[1]讨论了多模型切换方法在电力系统的应用, 并设计了基于线性矩阵不等式(LMI)方法的输出反馈控制器; 文献[2]则利用特征结构配置方法设计了鲁棒动态反馈控制器并将其应用到飞行控制方面; 文献[3]提出一种非线性系统多模型鲁棒滑模变结构控制设计方案, 利用滑模变结构理论设计每个模型对应的控制器, 在带有输入干扰的情况下, 具有良好的跟踪性能. 近几年来, 越来越多的国外学者

将实际工程问题, 例如机械臂的控制问题^[4], 地球同步卫星网络问题^[5], 飞行器供电系统的故障诊断问题^[6]等转化为多模型问题来解决, 并且取得了不错的效果. 相对而言, 国内对于多模型问题主要还是集中在飞行器控制方面, 且研究手段也主要都是基于特征结构配置理论. 文献[7]采用分段优化的方法设计多模型控制器, 但没有充分利用特征结构配置方法提供的自由度; 文献[8]基于参数化特征结构配置方法和模型跟踪方法设计了一种多模型切换控制器, 提出了更为合理的优化指标, 在抑制输出跳跃和指令跟踪速度以及控制器设计灵活性等方面均有很大改善; 文献[9]提出了一种基于特征结构配置理论的全局稳定增益调度方法并将其应用到BTT导弹的控制中, 改善了各子系统的动态特性并且较好的抑制了切换时产生的输出抖动.

但是以上所提出的特征结构配置方法存在2个问题: 一是全局稳定性问题, 特征结构配置方法并没有

从理论上保证多模型切换系统的稳定性;二是控制器的鲁棒性问题,特征结构配置方法没有考虑被控对象模型及参数可能存在的不确定性问题.因此,如果出现实际对象的参数与标称参数不一致的情况,控制效果可能达不到预定指标,甚至有可能使系统变得不稳定.

为了解决这些问题,本文利用 H_∞ 控制理论设计了一个鲁棒控制器.利用 H_∞ 控制和LMI的优势来解决这类问题具有多重优点.该控制器不仅能使各受控子系统满足所要求的性能指标,抑制切换过程中产生的大抖动,还具有较强的鲁棒性,能很好的适应对象参数的变化.更重要的是,利用本方法设计出的控制器可以同时保证多模型切换系统的全局稳定性,这也是本方法相对于其他设计方法的一个优点.由于本方法将控制器的设计问题转换为求解LMI,而MATLAB软件里有相应的工具箱,因此利用本方法设计的控制器也很方便求解.

2 问题描述(Problem statement)

对于一个复杂非线性时变系统,在考虑过程非线性性的基础上,结合控制系统的输出特性,依次选取有限点,在这些点附近利用定常线性系统逼近原非线性性的特性,这样就形成了一个线性模型集:

$$\begin{cases} \Sigma = \{\Sigma_i : i = 1, 2, \dots, r_0\}, \\ \dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i, \\ y_i = C_i x_i + D_i u_i. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i \in \mathbb{R}^n$, $y_i \in \mathbb{R}^m$, $u_i \in \mathbb{R}^r$ 分别为第*i*个系统的状态向量、输出向量和输入向量, A_i, B_i, C_i, D_i 为系统中相应维数的矩阵,并且假设 $[A_i \ B_i]$ 完全可控,矩阵 $\begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}$ 行满秩, r_0 为线性模型集中模型的个数.

同时考虑参考模型为:

$$\dot{x}_{\text{ref}} = A_{\text{ref}} x_{\text{ref}}, \quad y_{\text{ref}} = C_{\text{ref}} x_{\text{ref}}. \quad (2)$$

为简单起见,本文只考虑常值参考模型,此时有 $A_{\text{ref}} = 0, C_{\text{ref}} = I$.

本文的目的是对于每个子系统 Σ_i 分别设计鲁棒控制器使得各个闭环系统的输出快速跟踪参考模型的输出且能适应对象参数的摄动,同时抑制切换过程中产生的输出跳跃,使得切换过程尽量平滑,具体描述如下:

多模型切换鲁棒镇定及抖动抑制问题:给定可用式(1)表示的多模型集合 Σ 及参考模型(2),分别设计鲁棒控制器 $u_i (i = 1, 2, \dots, r_0)$,使得以下指标同时满足:

a) 多模型中各受控子系统的输出跟踪参考模型的输出,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t) - y_{\text{ref}}(t)) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r_0.$$

b) 抑制切换时产生的输出跳跃,即对于每个 $i \in \{1, 2, \dots, r_0 - 1\}$ 使得 $|y_i(t_i) - y_{i+1}(t_i)|$ 尽量小,其中 t_i 为切换时刻, $y_i(t_i), y_{i+1}(t_i)$ 分别表示第*i*, *i* + 1个受控子系统在切换时刻 t_i 的输出:

c) 各受控子系统的闭环动态输出响应满足指定的工程技术指标,如上升时间、超调量等;

d) 能良好的适应各受控子系统参数的摄动,即当矩阵参数发生微小扰动时,仍然能满足上述指标.

3 多模型切换系统鲁棒控制器的设计 (Robust controller design of multi-model switching system)

对于模型(1)和(2),令误差输出

$$e_i = y_i - y_{\text{ref}}, \quad i = 1, 2, \dots, r_0.$$

如果每个 $e_i \rightarrow 0$,则说明实现了输出跟踪目标.为了消除静差,利用传统的PI控制思想,引入误差的积分器模型

$$\dot{q}_i = e_i = C_i x_i + D_i u_i - y_{\text{ref}},$$

与系统(1)联立可得增广系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{L_i} = A_{L_i} x_{L_i} + B_{L_i} u_i - N_{L_i} y_{\text{ref}}, \\ e_i = C_{L_i} x_{L_i} + D_i u_i - y_{\text{ref}}. \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$x_{L_i} = \begin{pmatrix} x_i \\ q_i \end{pmatrix}, \quad A_{L_i} = \begin{pmatrix} A_i & 0 \\ C_i & 0 \end{pmatrix}, \quad B_{L_i} = \begin{pmatrix} B_i \\ D_i \end{pmatrix},$$

$$N_{L_i} = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}, \quad C_{L_i}^T = \begin{pmatrix} C_i^T \\ 0 \end{pmatrix}.$$

引理 1 如果矩阵 $(A_i \ B_i)$ 可控,增广系统(3) $(A_{L_i} \ B_{L_i})$ 可控当且仅当矩阵 $\begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}$ 行满秩,其中 $i = 1, 2, \dots, r_0$.

证 由于

$$\begin{aligned} & (B_{L_i} \ A_{L_i} B_{L_i} \ A_{L_i}^2 B_{L_i} \ \dots \ A_{L_i}^{n-1} B_{L_i}) = \\ & \begin{pmatrix} B_i & A_i B_i & A_i^2 B_i & \dots & A_i^{n-1} B_i \\ D_i & C_i B_i & C_i A_i B_i & \dots & C_i A_i^{n-2} B_i \end{pmatrix} = \\ & \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & Q_i \\ I & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

其中 $Q_i = (B_i \ A_i B_i \ A_i^2 B_i \ \dots \ A_i^{n-2} B_i)$.由可控性判据立即可得结论.证毕.

取状态反馈控制器 $u_i = K_{x_i} x_i + K_{q_i} q_i$,则增广系统(3)变为如下闭环系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{L_i} = A_{cl_i}x_{L_i} - N_L y_{ref}, \\ e_i = C_{cl_i}x_{L_i} - y_{ref}. \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{cases} A_{cl_i} = \begin{pmatrix} A_i + B_i K_{x_i} & B_i K_{q_i} \\ C_i + D_i K_{x_i} & D_i K_{q_i} \end{pmatrix}, \\ C_{cl_i} = (C_i + D_i K_{x_i} \quad D_i K_{q_i}). \end{cases} \quad (5)$$

设第*i*个闭环系统(4)的参考输出 y_{ref} 到误差输出 e_i 的传递函数为 $G_{cl_i}(s)$. 在这里, 可以视参考输出 y_{ref} 为闭环系统(4)的外部扰动, 为了使得各受控子系统能跟踪参考输出, 本文将设计鲁棒控制器使得

$$\|G_{cl_i}(s)\|_{\infty} < \varepsilon_1, \quad i = 1, 2, \dots, r_0. \quad (6)$$

进一步为了实现平滑切换, 设计控制器同时要求

$$\|G_{cl_i}(s) - G_{cl_{i+1}}(s)\|_{\infty} < \varepsilon_2, \quad i = 1, 2, \dots, r_0 - 1. \quad (7)$$

其中: $\varepsilon_1 > 0$ 和 $\varepsilon_2 > 0$ 分别为给定的各子系统响应的H_∞性能和切换前后抖动抑制的H_∞性能.

由有界实引理^[10], 式(6)(7)可以分别化为如下LMI:

$$\begin{pmatrix} \Xi_i & * & * \\ -N_L^T & -\varepsilon_1 I & * \\ C_{cl_i} P_i & -I & -\varepsilon_1 I \end{pmatrix} < 0, \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} \Xi_i & * & * & * \\ 0 & \Xi_{i+1} & * & * \\ -N_L^T & -N_L^T & -\varepsilon_2 I & * \\ C_{cl_i} P_i & -C_{cl_{i+1}} P_{i+1} & 0 & -\varepsilon_2 I \end{pmatrix} < 0, \quad (9)$$

其中:

$$G_{cl_i}(s) = \left(\begin{array}{c|c} A_{cl_i} & -N_L L \\ \hline C_{cl_i} & -I \end{array} \right),$$

$$G_{cl_i}(s) - G_{cl_{i+1}}(s) = \left(\begin{array}{cc|c} A_{cl_i} & 0 & -N_L \\ 0 & A_{cl_{i+1}} & -N_L \\ \hline C_{cl_i} & -C_{cl_{i+1}} & 0 \end{array} \right).$$

$$P_i = P_i^T > 0, \quad \Xi_i = A_{cl_i} P_i + P_i A_{cl_i}^T,$$

$$\Xi_{i+1} = A_{cl_{i+1}} P_{i+1} + P_{i+1} A_{cl_{i+1}}^T, \quad i = 1, 2, \dots, r_0.$$

这里*代表矩阵的对称部分, 下同.

由线性系统理论可知, 超调量、调节时间以及上升时间等系统的动态性能指标与系统的闭环特征值密切相关. 因此, 为了使受控系统的动态输出响应满足给定的技术指标, 在设计控制器的过程中还要兼顾考虑闭环特征值在复平面上的位置分布. 本方法的另一个好处就是在保证受控系统鲁棒性的前提下, 可以很方便的配置闭环系统特征值. 例如, 对于如图1所示极点约束的控制器设计问题, 只需在原有(8)和(9)约束下增加如下约束即可^[11]:

$$\begin{cases} A_{cl_i} P_i + P_i A_{cl_i}^T + 2\alpha P_i < 0, \\ \begin{pmatrix} \sin \theta(\Xi_i) & \cos \theta(\Gamma_i) \\ \cos \theta(\Gamma_i) & \sin \theta(\Xi_i) \end{pmatrix} < 0, \end{cases} \quad (10)$$

其中: $\Gamma_i = A_{cl_i} P_i - P_i A_{cl_i}^T (i = 1, 2, \dots, r_0)$. 式(10)中的2个LMI分别是对闭环特征值实部和虚部的约束.

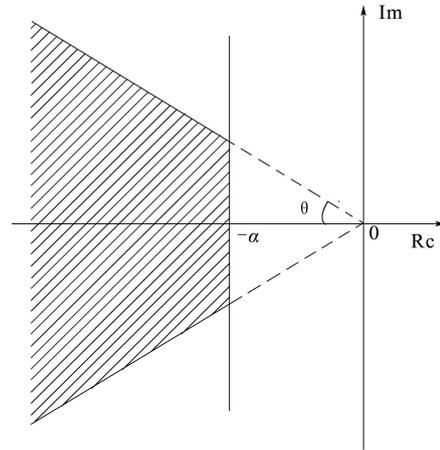


图 1 极点配置区域

Fig. 1 Region of the closed-loop eigenvalues

至此, 有如下定理.

定理 1 考虑多模型切换系统(1), 假设 $(A_i, B_i) (i = 1, 2, \dots, r_0)$ 可控且矩阵 $\begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}$ 行满秩. 如果存在适当维数的公共正定矩阵 P 和矩阵 $Y_i (i = 1, 2, \dots, r_0)$ 使得如下LMI成立:

$$\begin{pmatrix} \Upsilon_i & * & * \\ -N_L^T & -\varepsilon_1 I & * \\ \Theta_i & -I & -\varepsilon_1 I \end{pmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r_0, \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} A_i & * & * & * \\ 0 & A_{i+1} & * & * \\ -N_L^T & -N_L^T & -\varepsilon_2 I & * \\ \Theta_i & \Theta_{i+1} & 0 & -\varepsilon_2 I \end{pmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r_0 - 1. \quad (12)$$

其中:

$$\Upsilon_i = A_{L_i} P + P A_{L_i}^T + B_{L_i} Y_i + Y_i^T B_{L_i}^T,$$

$$A_i = A_{cl_i} P + P A_{cl_i}^T,$$

$$A_{i+1} = A_{cl_{i+1}} P + P A_{cl_{i+1}}^T,$$

$$\Theta_i = C_{L_i} P + D_i Y_i,$$

$$\Theta_{i+1} = -C_{L_{i+1}} P - D_{i+1} Y_{i+1},$$

则分段系统(1)是全局渐近稳定的, 且 $K_i = [K_{x_i} \quad K_{q_i}] = Y_i P^{-1} (i = 1, 2, \dots, r_0)$ 为系统(1)的镇定控制器族.

证 由引理1可知, 若矩阵 $(A_i \ B_i)$ 可控且矩阵 $\begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} (i = 1, 2, \dots, r_0)$ 行满秩, 则增广系统(3)可控. 根据线性系统理论可知系统(3)必可以通过状态反馈镇定. 另一方面, 如前所述, 各子系统鲁棒稳定须满足条件(8)和(9). 将式(5)代入式(8)和(9)并令 $Y_i = K_i P_i (i = 1, 2, \dots, r_0)$ 即有:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \Xi_i & * & * \\ -N_L^T & -\varepsilon_1 I & * \\ C_{L_i} P_i + D_i Y_i & -I & -\varepsilon_1 I \end{pmatrix} < 0, \\ i = 1, 2, \dots, r_0, \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \Xi_i & * & * & * \\ 0 & \Xi_{i+1} & * & * \\ -N_L^T & -N_L^T & -\varepsilon_2 I & * \\ \Delta_i & \Delta_{i+1} & 0 & -\varepsilon_2 I \end{pmatrix} < 0, \\ i = 1, 2, \dots, r_0 - 1, \end{cases} \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Delta_i &= C_{L_i} P_i + D_i Y_i, \\ \Delta_{i+1} &= -C_{L_{i+1}} P_{i+1} - D_{i+1} Y_{i+1}. \end{aligned}$$

由文献[12]中关于切换系统的稳定性理论可知: 对于切换系统(1)中的各子系统, 若存在一个公共的Lyapunov函数使得各子系统渐近稳定, 则整个切换系统也是渐近稳定的. 因此将式(13)和(14)中的 $P_i (i = 1, 2, \dots, r_0)$ 取为一个公共的 P , 即化为式(11)和(12). 若条件(11)和(12)满足, 显然有

$$A_{cli} P + P A_{cli}^T < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r_0$$

成立, 即切换系统(1)全局渐近稳定, 且 $K_i = Y_i P^{-1} (i = 1, 2, \dots, r_0)$ 为镇定控制器族. 证毕.

注1 ε_1 和 ε_2 为整个系统的 H_∞ 性能指标, 可以根据系统的控制指标事先给定;

注2 对于某些对控制精度和动态响应要求很高的系统来说, 还可以对受控闭环系统的特征值加以限制. 对于如图1所示的约束, 只要在此定理的基础上, 加上式(10)的限制就可以了;

注3 鉴于 H_∞ 鲁棒控制器的优点, 本方法设计的控制器具有良好的鲁棒性, 能很好的适应被控对象参数的变化. 这也是本方法优于其他方法的一个主要方面, 这一点可以从后面的应用例子中看出.

4 在BTT导弹自动驾驶仪设计中的应用 (Application on autopilot design of BTT missile)

某型号BTT导弹俯仰/偏航通道自动驾驶仪的数学模型可简化为如下线性模型^[13]:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du. \end{cases} \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} -a_1 - e_1 & e_1 a_4 - a_2 & \frac{(J_x - J_y)\omega_x}{57.3 J_z} & \frac{e_1 \omega_x}{57.3} \\ 1 & -a_4 & 0 & -\frac{\omega_x}{57.3} \\ \frac{(J_z - J_x)\omega_x}{57.3 J_y} & \frac{-e_2 \omega_x}{57.3} & -b_1 - e_2 & e_2 b_4 - b_2 \\ 0 & \frac{\omega_x}{57.3} & 1 & -b_4 \end{pmatrix}, \\ B &= \begin{pmatrix} -e_1 a_5 - a_3 & 0 \\ -a_5 & 0 \\ 0 & e_2 b_5 - b_3 \\ 0 & -b_5 \end{pmatrix}, \\ C &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{-b_4 V}{57.3 g} \\ 0 & \frac{-a_4 V}{57.3 g} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-b_5 V}{57.3 g} \\ a_5 V & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

状态向量 $x = (\omega_z, \alpha, \omega_y, \beta)^T$, 控制输入 $u = (\delta_z, \delta_y)^T$, 输出向量 $y = (n_z, n_y)^T$, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 分别为角速度在弹体坐标系3轴上的分量; 变量 α, β 分别是攻角和侧滑角; δ_z, δ_y 表示俯仰舵面和偏航舵面的偏航角; n_y, n_z 为法向过载和侧向过载; J_x, J_y, J_z 分别为导弹相对弹体坐标系三轴的转动惯量; V, g 分别是导弹瞬时速度及重力加速度. 在导弹飞行高度、速度变化时, 上述模型中参数 $a_1 \sim a_5, b_1 \sim b_5, e_1 \sim e_2$ 随之变化.

在导弹飞行的全过程(0 ~ 3500 s)选取5个特征点, 特征点之间切换自动驾驶仪, 状态初值选取为 $x_0 = (0, 0, 0, 0)^T$, 导弹的滚动角速度取 $\omega_x = 400^\circ/s$, 导弹相对弹体坐标系三轴的转动惯量分别取为 $J_x = 41.806, J_y = 1381.767, J_z = 1409.103$, 切换时刻分别取250 s, 700 s, 1250 s, 2500 s, 3500 s, 图1中极点配置参数取为 $\theta = \pi/3, \alpha = 1$, 输入过载指令 $v = (n_{zc}, n_{yc})^T$, 取 $n_{zc} = 0 \text{ m/s}^2, n_{yc} = 8 \text{ m/s}^2, V = 1000 \text{ m/s}, g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 各子系统响应的 H_∞ 性能指标 ε_1 和抖动抑制 H_∞ 性能指标 ε_2 均取为2. 经验证, 在每个特征点上, $(A \ B)$ 可控以及 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 行满秩的条件均满足. 因此, 应用定理1可得如下满足要求的控制律:

$$\begin{aligned} u_i &= K_{x_i} x_i + K_{q_i} q_i = K_i [x_i \ q_i], \quad i = 1, 2, \dots, 5, \quad (16) \\ K_1 &= \begin{pmatrix} 1.67 & 8.34 & -0.38 & -5.95 & -13.9 & 8.3 \\ 0.01 & -0.76 & 2.40 & 13.19 & -15.2 & -16.8 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$K_2 = \begin{pmatrix} 2.29 & 11.55 & -1.02 & -10.76 & -12.8 & 15.0 \\ 0.50 & 2.60 & 2.79 & 13.78 & -22.2 & -15.9 \end{pmatrix},$$

$$K_3 = \begin{pmatrix} 2.33 & 12.07 & -1.52 & -13.23 & -8.1 & 18.5 \\ 0.97 & 5.65 & 2.86 & 12.80 & -26.9 & -13.2 \end{pmatrix},$$

$$K_4 = \begin{pmatrix} 0.95 & 3.97 & -0.67 & -5.63 & 2.85 & 7.48 \\ 0.35 & 1.19 & 1.87 & 9.54 & -15.74 & -10.73 \end{pmatrix},$$

$$K_5 = \begin{pmatrix} 0.91 & 3.57 & -0.62 & -5.28 & -3.03 & 6.83 \\ 0.20 & 0.14 & 1.60 & 8.48 & -12.44 & -9.96 \end{pmatrix},$$

以及公共正定矩阵

$$P = \begin{pmatrix} 438.2 & -15.8 & -105.3 & 55.9 & 13.5 & 0.3 \\ -15.8 & 3.9 & -7.1 & 0.2 & 0.1162 & -0.9 \\ -105.3 & -7.1 & 211.3 & -32.4 & -0.73 & 5.4 \\ 55.9 & 0.2 & -32.4 & 12.17 & 2.12 & 0.11 \\ 13.5 & 0.1 & -0.7 & 2.1 & 0.9 & -0.001 \\ 0.3 & -0.9 & 5.4 & 0.11 & -0.001 & 0.9 \end{pmatrix}.$$

利用MATLAB仿真可得到BTT导弹整个飞行过程中侧向过载和法向过载的仿真结果如图2所示。图3和图4分别给出了相应的控制量—俯仰舵偏角和偏航舵偏角随时间的变化曲线。由于该型号BTT导弹总运行时间较长,为了更清楚的描述控制舵偏角随时间的变化规律,图5给出了第一个特征点上的俯仰和偏航舵偏角的曲线图。

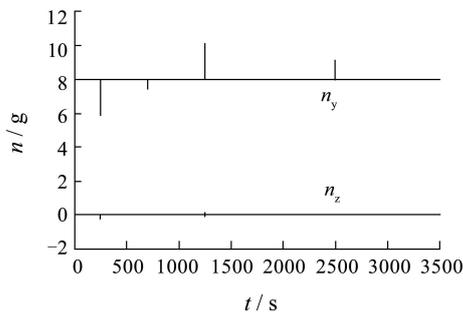


图 2 侧向过载、法向过载

Fig. 2 Side overload and normal overload

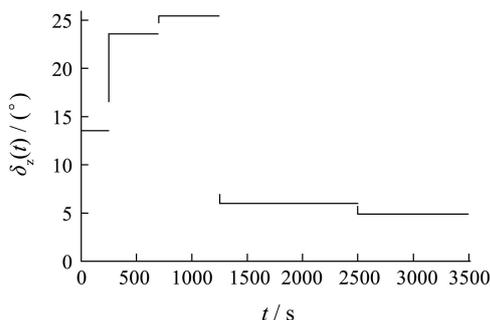


图 3 俯仰舵偏角

Fig. 3 Pitch deflection

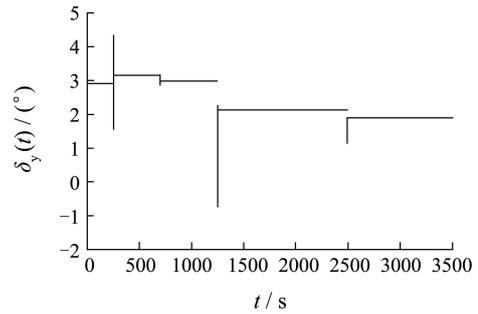


图 4 偏航舵偏角

Fig. 4 Yaw deflection

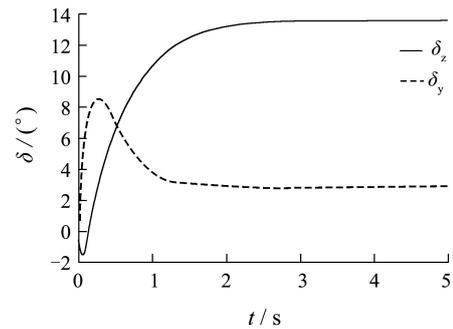


图 5 第1个特征点的俯仰角、偏航角

Fig. 5 Pitch deflection and yaw deflection at the first operating point.

考虑到BTT导弹飞行过程中参数可能发生偏移,分别将模型中参数 $a_1 \sim a_5, b_1 \sim b_5, e_1 \sim e_2$ 随机拉偏50%,再次利用MATLAB仿真,结果如图6所示。图7和图8为将参数同向拉偏的仿真结果。

注 4 需要说明的是,图3和图4中给出的是理想状态下全局舵偏角控制量。对于各子系统切换过程中产生的控制量跳变问题,工程上一般会采取平滑过渡的方式来处理。

注 5 这里参数拉偏的含义是指在模型标称参数的基础上,人为的将参数进行一定方向、一定范围内的扰动,以检验所设计控制器的鲁棒性。如随机拉偏即是随机的使各个模型参数增加或减小,而同向拉偏则是使每个模型参数同时增加或减小。

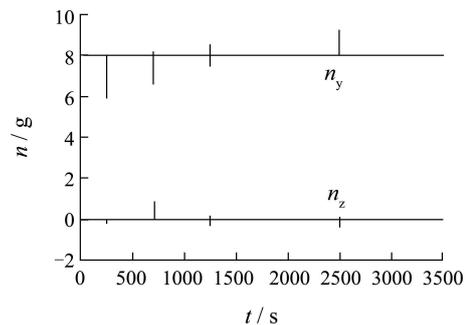


图 6 参数随机拉偏50%后的侧向过载、法向过载

Fig. 6 Side overload and normal overload after 50% random variation of parameters

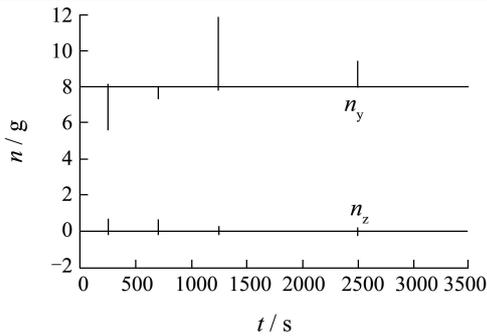


图7 参数同向增大10倍后的侧向过载、法向过载

Fig. 7 Side overload and normal overload after ten times increment of parameters

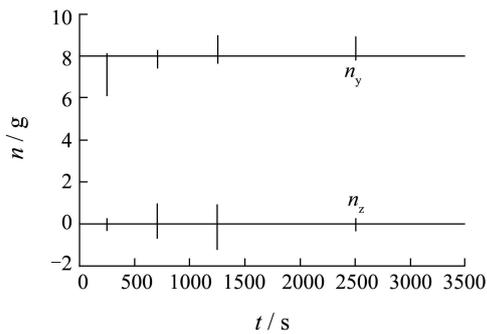


图8 参数同向缩小60%后的侧向过载、法向过载

Fig. 8 Side overload and normal overload after 60% reduction of parameters

上面仿真图形中,图2为利用本文设计方法仿真得到的结果,图6为在相同初始条件下考虑参数随机偏移后得到的结果,图7和图8为考虑参数同向拉偏的控制效果.文献[8]中图1-3(a)为未考虑切换抖动的控制效果,对应的图1-3(b)为应用特征结构配置方法后控制效果图,可以看出抖动明显减小.而比较本文图2与文献[8]中图1-3(b)仿真结果可知,利用本文提出的设计方法所得出的仿真结果要明显优于文献[8]中利用特征结构配置方法得到的结果.由图6~8的结果可知,本文所设计的控制器具有较强的鲁棒性,不管是对于参数的随机变化还是工程实际中比较关心的同向拉偏,都可以得到不错的控制效果,这说明本方法所设计的鲁棒控制器可以很好的适应BTT导弹参数的变化.因此,利用本方法设计的控制器的控制效果,特别是在考虑各种扰动因素在内的实际应用中的控制效果会优于其他的方法,这也是鲁棒控制理论在实际工程领域的成功应用.

5 结论(Conclusions)

对于多模型切换控制问题,本文利用 H_∞ 理论设计了鲁棒控制器.该控制器不仅能使各受控子系统满足所要求的性能指标,抑制切换过程中产生的大扰动,还具有较强的鲁棒性,能很好的适应对象参数的变化.更重要的是利用本方法设计出的控制器,可

以同时保证多模型切换系统的全局稳定性.将本文所提出的设计方法应用到某型BTT导弹上,仿真结果验证了此方法对多模型切换系统控制的有效性.

参考文献(References):

- [1] XUE C F, ZHANG X P, GODFREY K R. Design of statcom damping control with multiple operating points: a multimodel LMI approach[J]. *IEEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, 2006, 153(4): 375 – 382.
- [2] MAGNI J F. Multimodel eigenstructure assignment in flight-control design[J]. *Aerospace Science and Technology*, 1999, 3(3): 141 – 151.
- [3] MEHMET A. Robust tracking for a class of nonlinear systems using multiple models and switching[C] // *Proceedings of American Control Conference*. Portland, USA: IEEE, 2005: 8 – 10.
- [4] SADATI N, GHADAMI R. Adaptive multi-model sliding mode control of robotic manipulators using soft computing[J]. *Neurocomputing*, 2008, 71(13/15): 2702 – 2710.
- [5] PIETRABISSA A. A multi-model reference control approach for bandwidth-on-demand protocols in satellite networks[J]. *Control Engineering Practice*, 2008, 16(7): 847 – 860.
- [6] JI Y, BALS J. Multi-model based fault detection for the power system of more electric aircraft[C] // *Proceedings of Asian Control Conference*. Hongkong: IEEE, 2009: 93 – 98.
- [7] 穆向禹, 周狄, 段广仁. BTT导弹的抖动抑制多模型切换控制[J]. *航空学报*, 2002, 23(3): 268 – 271.
(MU Xiangyu, ZHOU Di, DUAN Guangren. Chattering attenuation multi-model switching control for BTT missile[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2002, 23(3): 268 – 271.)
- [8] 段广仁, 王好谦, 张焕水. 平滑切换控制律的参数化设计及其在倾斜转弯导弹中的应用[J]. *航天控制*, 2005, 23(2): 41 – 46.
(DUAN Guangren, WANG Haoqian, ZHANG Huanshui. Parameter design of smooth switching controller and application for bank-to-turn missiles[J]. *Aerospace Control*, 2005, 23(2): 41 – 46.)
- [9] TAN F, DUAN G R. Global stabilizing controller design for linear time-varying systems and its application on BTT missiles[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2008, 19(6): 1178 – 1184.
- [10] SCHERER C. *The Riccati inequality and state-space H_∞ -optimal control*[D]. Wurzburg: University of Wurzburg, 1990.
- [11] CHILALI M, GAHINET P. H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(3): 358 – 367.
- [12] DECARLO R A, BRANICKY M S, PETERSSON S, et al. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2000, 88(7): 1069 – 1082.
- [13] 胡文远. 不确定线性系统及系统族的鲁棒镇定问题研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1997.
(HU Wenyuan. *Research on robust stabilization of uncertain linear systems and system families*[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 1997.)

作者简介:

宋磊 (1984—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为飞行器导航、制导与控制, E-mail: songlei@pku.edu.cn;

杨剑影 (1966—), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为飞行控制, E-mail: yjy@pku.edu.cn;

段志生 (1972—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制、复杂网络、飞行器控制, E-mail: duanzs@pku.edu.cn.