文章编号: 1000-8152(2011)07-1021-04

机械臂鲁棒自适应运动控制

于志刚^{1,2}, 沈永良¹, 宋申民²

(1. 黑龙江大学 黑龙江省普通高等学校电子工程重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080;

2. 哈尔滨工业大学 航天学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:针对具有不确定性的机械臂系统,文中阐述了一种基于势函数和Lyapunov稳定性理论的鲁棒自适应控制 方法. 它是通过合理选择与控制目标相关的势函数,并根据模型中不确定性的实时变化,在控制器中引入可在线可 调参数,使得控制器机械臂能够跟踪给定的有界参考信号,跟踪误差收敛到包含零点的很小的邻域内.同时该闭环 系统的所有状态半全局最终一致有界(SGUUB). 仿真研究表明该方法的有效性.

关键词: 机械臂控制; Lyapunov稳定性; 鲁棒控制; 势函数 中图分类号: TP13 文献标识码: A

Robust adaptive motion control for manipulator

YU Zhi-gang^{1,2}, SHEN Yong-liang¹, SONG Shen-min²

(1. Key Laboratory of Electronic Engineering, College of Heilongjiang Province, Heilongjiang University,

Harbin Heilongjiang 150080, China;

2. School of Astronautics, Harbin Inistituate of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: A robust adaptive control approach based on potential function and Lyapunov stability theory is proposed for manipulator system with uncertainties. The proper potential function related to the control object is chosen, and the online adjustable parameters based on real-time variation of the uncertainty in the system model are included in the controller. The proposed approach ensures that system outputs track the given bounded reference signals with errors converging to a small neighborhood of zero, and all the closed-loop signals are of semi-global uniformly ultimate boundedness(SGUUB). Finally, the effectiveness of the proposed control approach is demonstrated by simulation results.

Key words: manipulator control; Lyapunov stability; robust control; potential function

引言(Introduction) 1

机械臂的精确控制问题一直是控制领域中的前 沿热门课题.从控制工程的角度来看,机械臂是广泛 研究的具有非线性模型的物理系统. 设计实际的机 器人控制系统时,往往需要考虑建模时所忽略的高 频特性、摩擦,载荷变化以及存在其他不确定干扰 因素对控制品质的影响.近年来,机械臂鲁棒控制已 经取得了丰富的成果^[1~4].其中变结构控制因滑动 模态对系统干扰和摄动具有完全适应性而被广泛用 于机械臂控制中. 例如, 文献[1, 2]中的方法是滑模 控制的典型控制方法; 文献[3]提出了一种带有自适 应功能的滑模控制器; 文献[4]成功地把机器人的鲁 棒控制问题转化成了最优控制问题; 文献[5]是不确 定性机器人非线性控制的代表性文献,将干扰衰减 问题转化为相关的非线性极大,极小代价函数的控 制问题. 另一大类是利用神经网络的非线性拟合特 性或模糊系统等智能控制方法[6].此外,基于反馈线 性化的鲁棒控制,通常采用高增益的方法来保证系

统的鲁棒性,但高增益可能会带来过大的控制作用, 而导致执行器饱和.

近年来,在许多领域中,势函数方法引起广大学 者的广泛关注和兴趣. 势函数方法^[7]由Khatib首先提 出.目前,已经在机器人^[8]、航天器导航以及交会对 接^[9]等领域已经有了成功应用. 势函数方法的理论 基础是Lyapunov稳定理论,该方法能够保证实现整 个控制过程中系统状态的稳定性设计问题.利用势 函数方法的关键是根据被控对象所处状态,建立一 个合适的势函数场,在期望的最终状态点上具有全 局最小值,并且系统状态沿着期望的轨迹转移.在整 个控制过程中,一般需要设计适当的控制量,来保证 被控对象的状态变化过程中,势函数变化率为负定 的. 本文综合考虑机械臂系统中的机械摩擦力, 建模 误差以及所载负荷变化等不确定性,提出一种新的 鲁棒控制器设计方法. 该方法以Lyapunov稳定性理 论为控制器设计工具,通过合理构造系统状态的势 函数,同时又具有参数自调节特性,对系统中的不确

基金项目:黑龙江省教育厅科学技术研究项目资助项目(11544036);黑龙江省普通高等学校电子工程重点实验室资助项目(DZZD200804).

收稿日期: 2010-01-29; 收修改稿日期: 2010-08-20.

定性和外部干扰的适应能力更强.

 机械臂动力学模型和问题描述(Dynamic model of manipulator and problem formulation)

考虑如下n自由度刚性机械臂的动力学态模型:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + \Delta(q,\dot{q}), \quad (1)$$

其中: $q \in \mathbb{R}^n$, $\dot{q} \in \mathbb{R}^n \pi \ddot{q} \in \mathbb{R}^n \beta$ 别表示机械臂的位 置向量,速度向量和加速度向量; $\tau \in \mathbb{R}^n$ 是关节 的输入转矩; $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是对称的正定惯性矩 阵; $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 离心力和哥氏力矩阵; $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 是重力矩阵; $\Delta(q, \dot{q})$ 是未知的不确定性,包括 机械摩擦力,建模误差,所载负荷的不确定性以及外 界干扰等.

机械臂系统鲁棒跟踪控制问题可以描述为:对给 定的机械臂系统(1)设计反馈控制器,使得机械臂系 统(1)中的状态[q q]^T能够跟踪期望轨迹[q_d q_d]^T,且 跟踪误差收敛到包含零点的很小的邻域内.同时,要 求该闭环系统中的所有状态有界.理想情况是η应为 可测噪声的上界.

假设1 对于 $\Delta(q, \dot{q})$,存在已知的正定函数 $\delta(q, q)$,满足 $\Delta(q, \dot{q}) \leq \delta(q, q)$.

假设 2 当 $t \ge 0$ 时, 给定的参考信号 $q_d(t)$ 及其 二阶导数连续, 有界.

3 预备知识(Preliminaries)

为了进行非线性补偿,令

 $\tau = u + M(q)\ddot{q}_{\mathrm{d}} + C(q, \dot{q})\dot{q}_{\mathrm{d}} + G(q),$

其中u是控制器的输出.如果令位置跟踪误差为

 $e(t) = q(t) - q_{\rm d}(t),$

其中q_d(*t*)为机械臂系统期望的跟踪轨迹. 那么, 该 系统动态跟踪误差方程为

$$u = M(q)\ddot{e} + C(q,\dot{q})\dot{e} + \Delta(q,\dot{q}).$$
⁽²⁾

引理 1^[11,12] 令 Ω 为任意的闭凸集, 则有 $(v - P_{\Omega}(v))^{\mathrm{T}}(P_{\Omega}(v) - w) \ge 0, v \in \mathbb{R}^{l}, w \in \Omega,$ 其中 $P_{\Omega}(v)$ 为 $\mathbb{R}^{l} \to \Omega$ 上的投影算子.

定义 1^[12] 如果对于任意紧集 Ω_1 ,并且状态方 程的所有的解 $X(t) \in \Omega_1$,存在 $\mu > 0$, $T(X(t),\eta)$ 使 得对于所有 $t \ge t_0 + T$,有 $||x(t)|| \le \eta$ 成立,则X(t)称 半全局最终一致有界.

4 基于Lyapunov稳定性理论和势函数的鲁 棒控制(Robust control based on Lyapunov stability theory and potential function) 定义Lyapunov备选函数为

$$V(e, \dot{e}, \theta_1(t)) = V_0(e, \dot{e}, \theta_1(t)) + V_1(\theta(t)), \quad (3)$$

其中: $\theta(t) = [\theta_1(t) \ \theta_2(t)]^T$ 为可调参数, V_1 为建立的势函数:

$$\begin{aligned} V_{0}(e, \dot{e}, \theta_{1}(t)) &= \frac{1}{2}\theta_{1}(t)e^{\mathrm{T}}e + \frac{1}{2}\theta_{1}(t)\dot{e}^{\mathrm{T}}\dot{e}, \\ V_{1}(\theta(t)) &= V_{2}(\theta(t)) + \frac{1}{2\beta_{1}}\|\theta(t) - \hat{\theta}\|^{2}, \\ V_{2}(\theta(t)) &= \\ \left[\theta(t) - \psi(\theta(t) - \beta_{1}F(\theta(t)))\right]^{\mathrm{T}}F(\theta(t)) - \\ \frac{1}{2\beta_{1}}\|\psi(\theta(t) - \beta_{1}F(\theta(t))) - \theta(t)\|^{2}, \\ F(\theta) &= \begin{bmatrix} 1 - \beta_{2}\theta_{2}(t) \\ c(\theta_{1}(t), \upsilon) - \alpha \end{bmatrix}, \\ c(\theta_{1}(t), \upsilon) &= \\ \frac{1}{2}\xi(e^{\mathrm{T}}e + \dot{e}^{\mathrm{T}}\dot{e}) - \theta_{1}(t)\dot{e}^{\mathrm{T}}M^{-1}[C\dot{e} - \\ \dot{e}\delta(q, q) + \theta_{1}(t)(M^{-1})^{\mathrm{T}}\dot{e}], \end{aligned}$$
(4)

其中: $v = [e \ \dot{e} \ q \ \dot{q}]^{\mathrm{T}}$, ξ 为正数, 常值向量 $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^2$, $\psi(\cdot) = \max\{0, \cdot\}$, $\theta(t) = [\theta_1(t) \quad \theta_2(t)]^{\mathrm{T}}$, β_1 为正常数, 势函数 V_1 为 $e, \dot{e}, \theta(t)$ 的单调可微函数, 当 $e \to 0, \dot{e} \to 0$ 时, V_1 达到最小值.

首先,为使机械臂闭环控制系统稳定,适当构造 参数θ(t)的自适应律为

$$\dot{\theta}_{1}(t) = -\theta_{1}(t) + \psi(\theta_{1}(t) - \beta_{1}(1 - \beta_{2}\theta_{2}(t))), \quad (5)$$

$$\dot{\theta}_{2}(t) = -\theta_{2}(t) + \psi(\theta_{2}(t) + \beta_{3}(c(\theta_{1}(t), v) + \alpha)), \quad (6)$$

其中 α , β_1 , β_2 和 β_3 为正常数.

为了简洁,将符号中的时间变量t适当省略.下面 $\overline{x}V_2(\theta)$ 对于时间的导数^[13]:

$$\frac{\mathrm{d}V_2(\theta)}{\mathrm{d}t} = F(\theta) - \nabla F(\theta)(\psi(\theta - \beta_1 F(\theta)) - \theta) + \frac{1}{\beta_1}(\psi(\theta - \beta_1 F(\theta)) - \theta),$$

其中 $\nabla F(\theta)$ 表示 $F(\theta)$ 的雅可比矩阵. 若令

$$r(\theta) = \psi(\theta - \beta_1 F(\theta)) - \theta,$$

那么

$$\frac{\mathrm{d}V_{1}(\theta)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}V_{1}^{\mathrm{T}}(\theta)}{\mathrm{d}\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = (F(\theta) - \nabla F(\theta)r(\theta) + \frac{1}{\beta_{1}}r(\theta) + \frac{1}{\beta_{1}}(\theta - \hat{\theta}))^{\mathrm{T}}r(\theta) = (F(\theta) + \frac{1}{\beta_{1}}(\theta - \hat{\theta}))^{\mathrm{T}}r(\theta) + \frac{1}{\beta_{1}}\|r(\theta)\|^{2} - r(\theta)^{\mathrm{T}}\nabla F(\theta)r(\theta).$$

若令
$$v = \theta - \beta_1 F(\theta), w = \hat{\theta}, 则根据引理1, 得$$

 $(r(\theta) + \theta - \hat{\theta})^{\mathrm{T}}(-r(\theta) - \beta_1 F(\theta)) \ge 0,$

展开整理得

$$(\beta_1 F(\theta) + \theta - \hat{\theta})^{\mathrm{T}} r(\theta) \leqslant$$

$$(F(\theta) + \frac{1}{\beta_1}(\theta - \hat{\theta}))^{\mathrm{T}}r(\theta) \leqslant \frac{1}{\beta_1}(-\|r(\theta)\|^2 - \beta_1 F(\theta)^{\mathrm{T}}(\theta - \hat{\theta})).$$

 $-\|r(\theta)\|^2 - \beta_1 F(\theta)(\theta - \hat{\theta})$

于是有

$$V_{1}(\theta) \leq -F(\theta)^{\mathrm{T}}(\theta - \hat{\theta}) - \frac{1}{\beta_{1}} ||r(\theta)||^{2} + \frac{1}{\beta_{1}} ||r(\theta)||^{2} - r(\theta)^{\mathrm{T}} \nabla F(\theta) r(\theta) = -F(\theta)^{\mathrm{T}}(\theta - \hat{\theta}) - r(\theta)^{\mathrm{T}} \nabla F(\theta) r(\theta) \leq 0.$$
(7)

由于 $V_1(\theta)$ 是正定, 径向无界的, 对于任意 $\theta(0) \in \mathbb{R}^2$, 则 lim $\theta(t) = \hat{\theta}$. 这说明了参数 $\theta(t)$ 是收敛的.

当 $t \to \infty$ 时, 有 $\dot{\theta}_2(t) = 0$, 且根据式 (6), 则有 $c(\theta_1(t), v) \leq 0$ 成立. 于是, 对给定的任意正数 η_1, η_2 , 可定义如下紧集:

$$\Omega_0 := \{ e(t), \dot{e}(t) | 0 < \eta_1 \leq \| e(t_0) \|, \\ 0 < \eta_2 \leq \| \dot{e}(t_0) \| \}.$$

下面求 $c(\theta_1(t), v)$ 对时间的导数:

$$\frac{\mathrm{d}c(\theta_1, \upsilon)}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial c(\theta_1, \upsilon)}{\partial \upsilon} \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial c(\theta_1, \upsilon)}{\partial \theta_1} \frac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}t} \leqslant \\ \|\frac{\partial c(\theta_1, \upsilon)}{\partial \upsilon} \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}\| + \frac{\partial c(\theta_1, \upsilon)}{\partial \theta_1} \frac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}t} \leqslant \lambda_1 + \lambda_2 \frac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}t}$$

其中:

$$\lambda_{1} := \sup_{v,\theta_{1} \in \Omega_{0}} \left\| \frac{\partial c(\theta_{1},v)}{\partial v} \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \right\|$$
$$\lambda_{2} := \sup_{v,\theta_{1} \in \Omega_{0}} \frac{\partial c(\theta_{1},v)}{\partial \theta_{1}}.$$

选取适当的常数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \exists t \ge t_0 + T$ 时, 使得 $\frac{d\theta_1}{dt} \ge -\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ 成立. 于是有 $\frac{dc(\theta_1, v)}{dt} \le 0$ 成立, 进而 $c(\theta_1(t), v) \le 0, t \ge t_0 + T.$ (8)

其次, 求Vo对于时间的导数, 并根据式(2)得

$$\begin{split} \dot{V}_{0} = & \frac{1}{2} \dot{\theta}_{1} (e^{\mathrm{T}} e + \dot{e}^{\mathrm{T}} \dot{e}) + \theta_{1} e^{\mathrm{T}} \dot{e} + \theta_{1} \dot{e}^{\mathrm{T}} \ddot{e} = \\ & \frac{1}{2} \dot{\theta}_{1} (e^{\mathrm{T}} e + \dot{e}^{\mathrm{T}} \dot{e}) + \theta_{1} e^{\mathrm{T}} \dot{e} + \\ & \theta_{1} \dot{e}^{\mathrm{T}} M^{-1} (-C \dot{e} - \Delta(q, \dot{q}) + u). \end{split}$$

为了使得以沿着期望的轨迹运动,可以适当构造反馈控制器

$$u = -\theta_1 (M^{-1})^{\mathrm{T}} \dot{e} - M \ e, \tag{9}$$

$$V_{0} = \frac{1}{2}\dot{\theta}_{1}(e^{\mathrm{T}}e + \dot{e}^{\mathrm{T}}\dot{e}) + \theta_{1}e^{\mathrm{T}}\dot{e} - \theta_{1}\dot{e}^{\mathrm{T}}M^{-1}[C\dot{e} + \Delta(q,\dot{q}) + \theta_{1}(M^{-1})^{\mathrm{T}}\dot{e} + Me].$$
(10)

考虑到式(4)(7)(9)以及假设1,则有

$$\dot{V} \leqslant -\frac{1}{2}(\xi - \dot{\theta}_1)(e^{\mathrm{T}}e + \dot{e}^{\mathrm{T}}\dot{e}) + c(\theta_1, \upsilon).$$

取 $\xi = \sup_{v \in \Omega_0} \dot{\theta}_1$,考虑式(8),可得

$$\dot{V} \leqslant -\frac{1}{2}(\xi - \dot{\theta}_1)(e^{\mathrm{T}}e + \dot{e}^{\mathrm{T}}\dot{e}) \leqslant 0.$$

因此,机械臂系统跟踪误差将渐近收敛到如下紧集:

$$\Omega_e := \{ e(t), \dot{e}(t) | \| e(t) \| \leq \eta_1, \| \dot{e}(t) \| \leq \eta_2 \}, \\
t \ge t_0 + T.$$

通过适当选择设计参数η₁,η₂,可以使得系统达 到规定的跟踪精度. 又根据假设2,参考信号q_d有界, 则闭环系统状态q必定有界.

综合以上分析,得到如下定理:

定理1 对于机械臂系统(1),存在反馈控制(9) 以及可调参数 $\theta(t)$ 的自适应律(5)(6),对任意给定紧 集 Ω_0 ,满足 $\{e(t_0), \dot{e}(t_0)\} \in \Omega_0$,则该闭环系统所有 状态半全局最终一致有界,并且跟踪误差收敛到紧 集 Ω_e .

5 仿真研究(Simulation)

根据定理1进行如下仿真研究. 考察具有两个 转动关节的机械臂系统. 设各连杆的质量分别 $\mathcal{E}m_1, m_2$, 连杆的长度分别是 l_1, l_2 , 质心到转动关 节的距离分别为 r_1, r_2 , 各关节的驱动力矩分别为 τ_1 , τ_2 . m_1, m_2 , 表示两个机械臂的质量, $r_1 = 0.5 l_1$ 和 $r_2 = 0.5 l_2$ 是机械臂长度的二分之一, g = 9.8 m/s². 在工程实际中, 系统中的不确定性包括, 连杆 l_2 所载 负荷的变动, 相对应的参数 m_2 和 r_2 都会出现摄动, 即 $m_2 \rightarrow m_2 + \Delta m_2, r_2 \rightarrow r_2 + \Delta r_2$, 其中 Δm_2 , Δr_2 均为未知常数; 幅值为6N·m的外界随机干扰; 摩擦力引起的模型误差为

$$\begin{split} \Delta_f(q, \dot{q}) &= \\ \begin{bmatrix} 0.5 \text{sgn} \, \dot{q}_1 [0.1 + \exp(-|\dot{q}_1|)] \\ \text{sgn} \, \dot{q}_2 [0.2 + \exp(-|\dot{q}_2|)] \end{bmatrix} \, \mathbf{N} \cdot \mathbf{m}, \end{split}$$

其中q₁,q₂为关节1,2的位置.在仿真中选取机械臂 系统参数为

 $l_1 = 0.8 \,\mathrm{m}, \ l_2 = 0.8 \,\mathrm{m}, \ m_1 = 8 \,\mathrm{kg},$

$$m_2 = 2 \,\mathrm{kg}, \; \Delta m_2 = 0.5 \,\mathrm{kg}, \; \Delta r_2 = 0.2 \,\mathrm{m}.$$

系统状态的初始条件为

$$q(0) = [0 \ 1]^{\mathrm{T}} \operatorname{rad}, \ \dot{q}(0) = [0 \ 0]^{\mathrm{T}} \operatorname{rad/s},$$

 $\ddot{q}(0) = [0 \ 0]^{\mathrm{T}} \operatorname{rad/s}^{2}.$

于是

若期望的运动轨迹为 $q_d(t) = [0.5 \ 0.5]^T$ rad, 仿真结 果图1, 2所示. 图中: 虚线为期望的状态, 实线为实际 状态.



图 1 系统状态 Fig. 1 The states of system





6 结论(Conclusions)

本文给出的机械臂鲁棒自适应控制方法是根 据Lyapunov稳定性理论,并将势函数的思想引入机 械臂的运动控制方面,巧妙、合理地构造了与控制 目标直接相关的正定函数势函数,并根据模型中不 确定性的实时变化,在控制器中引入与实时变化的 不确定性参数对应的可调参数,通过自适应调节律 在线修正该参数,大大增强了闭环系统的鲁棒性.设 计的关键问题是针对系统模型中存在不确定性合理 构造与控制目标直接相关势函数.该方法可以推广 到一般的二阶动力学系统的设计中.

参考文献(References):

- TANG Y. Terminal sliding mode control for rigid robots[J]. Automatica, 1998, 34(1): 51 – 56.
- [2] HONG Y, XU Y, HUANG J. Finite-time control for robot manipulators[J]. Systems & Control Letters, 2002, 46(4): 243 – 253.
- [3] EFE M O, UNSAL C, KAYNAK O, et al. Variable structure control of a class of uncertain systems[J]. Automatica, 2004, 40(1): 59 – 64.
- [4] LIN F, ROBERT R D. An optimal control approach to robust control of robot manipulators[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, 14(1): 69 – 77.
- [5] CHEN B S. A nonliear H_∞ control design in robotic systems under parameter perturbation and external disturbance[J]. *International Journal of Control*, 1994, 59(2): 439 – 461.
- [6] SUN M X, GE S S. Adaptive repetitive learning control of robotic manipulators without the requirement for initial repositioning[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2006, 22(3): 563 – 568.
- [7] KHATIB O. Real time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots[J]. *International Journal of Robotics Research*, 1986, 5(1): 90 – 99.
- [8] SAROJ K P, DAYAL R P. Potential field method to navigate several mobile robots[J]. *Applied Intelligence*, 2006, 25(3): 321 – 333.
- [9] JOHN-OLCAYTO ST E, KLUZA J. Low Complexity spacecraft guidance using artificial potential functions[C] //Proeedings of the 3rd International Conference on Recent Advances in Space Technologies. New York: IEEE, 2007: 591 – 594.
- [10] KINDERLEHRER D, STAMPCCHIA G. An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications[M]. New York: Academic, 1980.
- BERTSEKAS D P. Parallel and Distributed Computation: Numerical Methods[M]. Engle-wood Cliffs: Prentice-Hall, 1989.
- [12] GE S S, HANG C C. Stable Adaptive Neural Network Control[M]. Boston: Kluwer Academic Publisher, 2002.
- [13] FUKUSHIMA M V. Equivalent differentiable optimization problems and descent methods for asymmetric variational inequality problems[J]. *Mathematical Programming*, 1992, 53(1): 99 – 110.

作者简介:

于志刚 (1972—), 男, 讲师, 主要研究兴趣为非线性控制、智能 优化与控制, E-mail: yzglgy@163.com;

沈永良 (1964—), 男, 教授, 研究方向为非线性自适应及预测 控制、智能检测与仪表等, E-mail: shenyongliang@163.com;

宋申民 (1968—), 男, 教授, 研究方向为非线性系统与复杂系 统的鲁棒控制与智能控制、飞行器控制、制导与仿真, E-mail: song-shenmin@hit.ehu.cn.