文章编号: 1000−8152(2011)02−0143−06

空间分布系统的空间模糊建模

胡　赓, 李　柠, 李少远

(上海交通大学 自动化系 系统控制与信息处理教育部重点实验室, 上海 200240)

摘要: 本文对空间分布系统提出了一种新的模糊建模方法. 首先, 在3-D模糊集的基础上给出一种改进的空间模糊集, 包含了传统的模糊集和添加的一维空间信息. 在空间轴方向上, 将传统模糊隶属度函数沿输入变量的随空间的物理变化曲线进行扩展, 通过隶属度的连续变化描述输入变量在空间中的变化. 其次, 基于空间模糊集, 采用Mamdani模糊模型形式, 设计了对空间分布系统的空间模糊模型的建模方法. 最后, 通过仿真算例对方法进行了验证.

关键词: 空间分布系统; 空间模糊集; Mamdani模糊建模

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Spatial fuzzy modeling for spatial parameter system

HU Geng, LI Ning, LI Shao-yuan

(Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education, Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: A new fuzzy modeling method is proposed for spatial parameter systems. First, On the basis of the 3-D fuzzy set, we propose an improved spatial fuzzy set consisting of a traditional fuzzy set and an additional dimension for spatial information. On the spatial axis, the traditional fuzzy membership function is extended along the spatial physical variation curve of the input variables, thus, the spatial variation of the input variable is described by the continuous variation of the membership function. Secondly, on the basis of the spatial fuzzy set, we make use of the spatial Mamdani fuzzy modeling format to develop a modeling method for building the fuzzy model of the spatial parameter system. The simulation verifies the effectiveness of this method.

Key words: spatial parameter system; spatial fuzzy set; Mamdani fuzzy modeling

1　引言(Introduction)

实际中, 许多系统的参数随着时间和空间变化, 这类系统通常被称为空间分布系统(spatially distributed system, SDS). 对于空间分布系统的建模, 传统意义上均采用建立偏微分方程(PDE)的方法, 这种描述方法能够比较精确地描述系统的非线性特性和空间分布特性, 但是, 由于其无限域的特性, 现有的面向集中参数系统的理论以及控制方法难以直接应用[1∼4], 因而常采用有限维的模型来近似描述. 具体主要分为两种处理方法, 一种是传统的模型降维方法, 例如用有限差分将空间分布系统的PDE模型进行时空离散化, 以得到近似常微分方程(ODE)模型, 但这种模型仍可能是高阶的[5]. 另一种模型降维方法, 是用空间基函数扩展的时空分离方法对原模型进行降维. 时空分离方法主要通过选择不同的全局或者局部基函数实现对PDE方程的时空分解, 文献[6∼8]中描述了常用的时空分离法, 分离的依据主要是PDE方程的类型和边界条件. 然而, 在很多情况下系统的准确PDE方程是难以获取的[5], 因此, 在系统PDE未知的情况下, 如何从系统数据出发建立准确而有效的空间分布系统模型是一个值得关注的问题.

模糊建模是一种有效且被广泛应用的基于数据的建模方法, 它结构简单, 并且可以从大量的专家经验、系统的历史数据中获得建模所需的知识, 同时将系统定性的信息也纳入建模的考虑范围之内. 本文试图采用模糊推理对空间分布系统进行建模, 为由数据出发的空间分布系统建模问题提供一种新的思路. 众所周知, 传统的模糊集合为二维, 一维用于表征输入变量的论域, 另一维表征论域个体点的隶属度, 对于空间分布系统的空间信息缺乏表现的维度, 这也正是传统模糊模型不能直接应用于空间分布系统的最主要原因. H. X. Li等在文献[9]中针对分布参数系统设计了一种3-D 模糊控制器, 取得了良好的效果, 通过增加一维空间轴, 3-D模糊集由二维模糊集沿该空间轴直接平移产生. 本文基于3-D模糊集, 提出一种改进的融合空间信息的空间模糊集, 空间模糊集在传统模糊集合基础上增加了空间信息维

收稿日期: 2010−01−30; 收修改稿日期: 2010−04−24.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60825302, 61074061); 上海市科委基础研究重点资助项目(10JC1403400).

度, 较之3-D模糊集沿空间轴的直线平移, 空间模糊集是将二维模糊集沿着曲线进行扩展, 该曲线反映了输入变量在空间上的物理变化. 在此基础上, 建立了一种空间模糊建模方法, 方法由数据驱动, 采用Mamdani模糊规则形式, 并运用遗传算法对模糊集参数以及规则个数等进行优化, 以得到符合精度要求的空间模糊集合以及模糊规则库, 最后通过仿真算例对方法进行了验证.

2 问题描述(Problem formulation)

对于一类空间分布系统, 在空间Z中有J个具有不同的物理意义的输入向量$X(z) = (x_1(z), \cdots, x_i(z), \cdots, x_J(z))$, 输出变量为$y(z)$. 这些变量随着空间位置的变化而变化.

考虑传统模糊规则形式:

$$\begin{aligned} R^l: &\text{If } x_1 \text{ is } C_1^l \text{ and } \cdots \text{ and } x_i \text{ is } C_i^l \\ &\cdots \text{and } x_J \text{ is } C_J^l, \\ &\text{Then } y \text{ is } \mathrm{G}^l, \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $x_i(i = 1, 2, \cdots, J)$为系统的输入, y是系统的输出, $C_i^l(i = 1, 2, \cdots, J)$是第$i$个输入对应的传统模糊集, R^l为第l条规则, G^l为输出对应的传统模糊集. 在这种规则形式下, 无法表现出输入的空间特性, 也无法推理出随空间变化的系统输出. 主要原因在于传统的空间模糊集仅有两维, 一维表征输入变量的论域, 另一维表征论域个体点的隶属度, 缺乏表现空间分布系统空间信息的维度. 因此, 需采用新的模糊集合和规则形式对空间分布系统进行描述.

基于此, 设想提出一种能表现空间分布系统空间特性的空间模糊集, 针对传统模糊集难以表现空间特性的问题, 该空间模糊集在传统模糊集二维的基础上, 添加了一维空间轴z, 使得模糊逻辑系统有表达空间信息的能力. 具体规则采用Mamdani模糊模型形式, 前件是系统的空间输入$x_i(z)$对应于相应的空间模糊集, 输出$y(z)$也可对应相应的空间模糊集作为后件.

对比式(1), 在传统模糊集引入空间轴之后, 系统输入将由x_i变成$x_i(z)$, 即输入在模糊规则中变成了有空间信息的输入, 而输出y也对应于随空间变化的输出变量. 下节将详细描述空间模糊集以及基于空间模糊集的模糊建模.

3 空间模糊集(Spatial fuzzy set)

本节在3-D模糊集的基础上, 提出一种改进的能表现空间分布系统空间特性的空间模糊集, 如图1(a)所示. 针对传统模糊集难以表现空间特性的问题, 该空间模糊集与3-D模糊集类似, 在传统模糊集二维的基础上, 添加了一维空间轴z, 通过在空间轴z上的隶属度的空间分布变化, 来表征空间分布系统的空间信息, 从而实现对空间分布系统的空间不确定性的描述. 例如, 如图1(b)所示, 在输入$x = 0.4$点, 空间隶属度μ是随着空间轴z的延伸而变化的, 在$z = 0.4$时, 为0.25; 在$z = 0.8$ 时, 经过变化到0.55. 用图1所示的空间模糊集合的物理意义在于, 对于一个空间分布系统的输入来说, 它对空间中的每一点的影响是不一样的, 是随着空间轴的延伸而不断变化的, 这种变化, 在空间模糊集中的表现形式即为空间轴上的隶属度的变化.

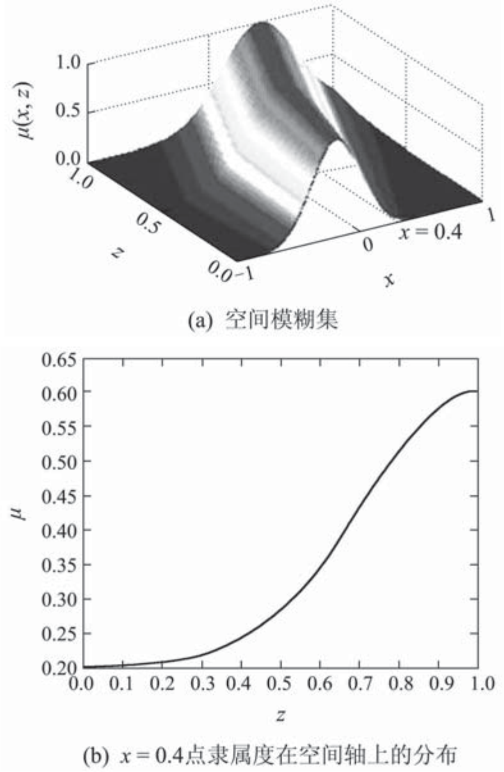

图 1 空间模糊集

Fig. 1 A spatial fuzzy set

此外, 由图2可以看出, 3-D模糊集由二维模糊集沿该空间轴直线平移产生, 而空间模糊集在此基础上进行了改进, 它是将二维模糊集沿着曲线$x = f(z)$ 进行扩展, 该曲线反映了输入变量在空间上的物理变化, 相较于在3-D模糊集在空间轴上的直接平移, 更能够表现输入变量的空间特性.

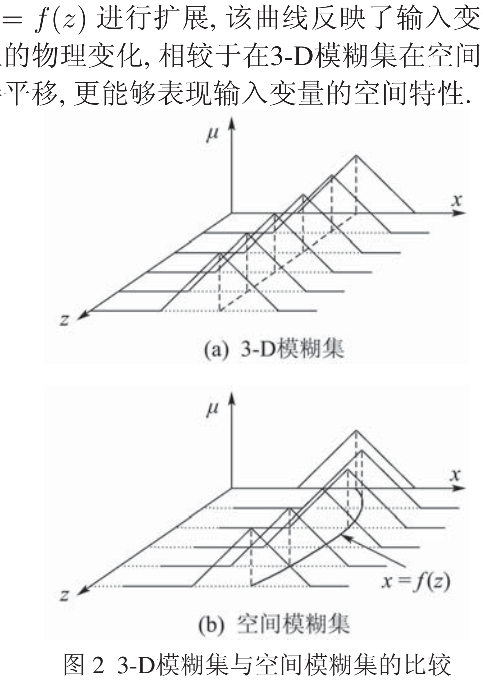

图 2 3-D模糊集与空间模糊集的比较

Fig. 2 The comparison of 3-D fuzzy set and spatial fuzzy set

4 基于空间模糊集的模糊建模(Fuzzy modeling based on spatial fuzzy set)

4.1 空间模糊逻辑系统(Spatial fuzzy logic system)

如图3所示, 本文提出的空间模糊逻辑系统的结构和传统模糊逻辑系统相似, 包括输入模糊化、模糊规则、模糊推理、去模糊化几部分. 与传统模糊逻辑系统不同的是, 系统的输入为具有空间信息的输入, 模糊推理时, 在空间点确定的情况下, 将空间模糊集降维成二维模糊集, 进行二维的模糊推理, 得到具有空间信息的输出.

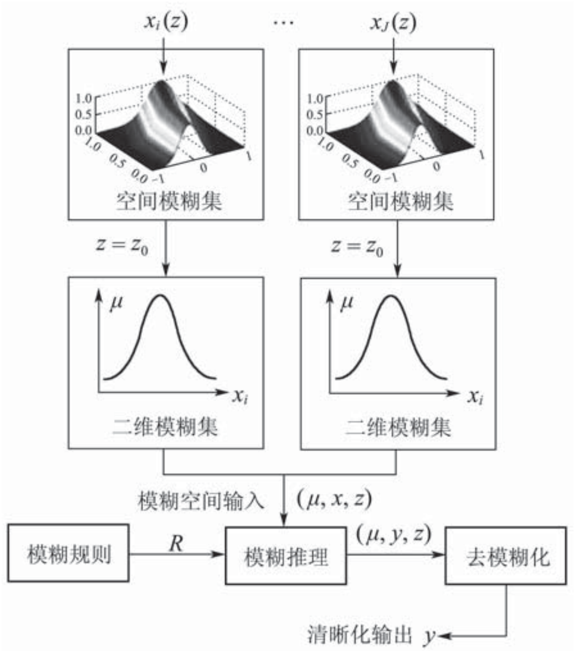

图 3 空间模糊逻辑系统的结构

Fig. 3 The structure of spatial fuzzy logical system

在空间模糊逻辑系统中, 模糊模型的规则为:

$$\begin{aligned}\bar{R}^l:\ &\text{If } x_1(z,t-d_1) \text{ is } \bar{C}_1^l \text{ and} \cdots \\ &\text{and } x_i(z,t-d_i) \text{ is } \bar{C}_i^l \cdots \\ &\text{and } x_J(z,t-d_J) \text{ is } \bar{C}_J^l, \\ &\text{Then } y \text{ is } \bar{G}^l,\end{aligned} \tag{2}$$

其中: $\bar{R}^l(l=1,2,\cdots,L)$为第$l$条规则, L为规则数目; $x_j(z)(j=1,\cdots,J)$为空间输入变量; $\bar{C}_i^l$和$\bar{G}^l$均为空间模糊集, x_i为第i个系统输入, d_i为第i个输入对于系统的时滞.

每个空间输入变量$x_j(z)$的空间模糊化结果均可统一地表式为空间模糊输入$\bar{A}_{X_j}$, 其具有如下离散表达形式:

$$\begin{cases}\bar{A}_{X_1}=\displaystyle\sum_{z\in Z}\sum_{x_1(z)\in X_1}\frac{\mu_{X_1}(x_1(z),z)}{(x_1(z),z)}, \\ \vdots \qquad \vdots \\ \bar{A}_{X_J}=\displaystyle\sum_{z\in Z}\sum_{x_J(z)\in X_J}\frac{\mu_{X_J}(x_J(z),z)}{(x_J(z),z)}.\end{cases} \tag{3}$$

则J个空间输入x_z的空间模糊化结果可表示为

$$\begin{aligned}&\bar{A}_X= \\ &\sum_{z\in Z}\sum_{x_1(z)\in X_1}\cdots\sum_{x_J(z)\in X_J}\frac{\mu_{\bar{A}_X}(x_1(z),\cdots,x_J(z),z)}{(x_1(z),\cdots,x_J(z),z)}= \\ &\sum_{z\in Z}\sum_{x_1(z)\in X_1}\cdots\sum_{x_J(z)\in X_J}\frac{\mu_{X_1}(x_1(z),z)*\cdots*\mu_{X_J}(x_J(z),z)}{(x_1(z),\cdots,x_J(z),z)},\end{aligned} \tag{4}$$

其中*为t-norm操作, 并且假设隶属函数$\mu_{\bar{A}_X}$是可分离的[10].

空间模糊逻辑系统的模糊推理部分具有处理空间信息的能力, 它可提取模糊空间输入的空间信息, 进而将其转换成传统模糊输出. 由式(2)所表示的模糊规则代表了如下空间模糊关系:

$$\bar{R}^l:\bar{C}_1^l\times\cdots\times\bar{C}_J^l\rightarrow\bar{G}^l,\ l=1,2,\cdots,L. \tag{5}$$

推理机通过合成模糊空间输入与此空间模糊关系, 便可得到输出

$$\bar{B}_Y=\bar{A}_X\circ\bigcup_{l=1}^{L}\bar{R}^l, \tag{6}$$

其中L为规则个数.

对于实际的空间分布系统, 模糊推理步骤如下:

Step 1 将第i个清晰的输入$x_i(z)$在$z=z_0$的空间模糊集上模糊化, 得到模糊空间输入向量$(\boldsymbol{\mu},x,z)$.

Step 2 根据系统的实际情况以及经验, 得到式(2)所示规则形式的模糊规则.

Step 3 在$z=z_0$的情况下, 即确定的二维模糊集情况下, 对于每个经过空间模糊化的输入进行二维模糊推理, 如式(5)(6)所示, 得到输出y 对于每个空间模糊集的隶属度$(\boldsymbol{\mu},y,z)$.

Step 4 去模糊化部分采用重心法得到模糊模型的输出:

$$y*=\frac{\int_y\mu_{\bar{A}}(y,z)y\mathrm{d}y}{\int_y\mu_{\bar{A}}(y,z)\mathrm{d}y}, \tag{7}$$

所得$y*$即为清晰化输出.

4.2 空间模糊建模(Spatial fuzzy modeling)

基于上节所述的空间模糊逻辑系统, 针对空间分布系统, 提出一种改进的空间模糊建模方法, 首先, 在明确输入输出的基础上, 确定形如式(2)所示的规则形式; 再次, 根据具体空间分布系统, 由输入变量的物理变化规律, 确定输入沿着空间轴的变化趋势$x=f(z)$, 初始化输入点的二维模糊集参数, 即$z=0$点的二维模糊集参数, 并由此二维模糊集随着$x=f(z)$在空间轴进行延伸, 获得初始的空间模糊集; 最后, 基于系统的输入输出样本, 再依据建模

的性能指标调整空间模糊集参数以及规则个数, 最后确定满足要求的空间模糊集以及模糊规则.

考虑一个具体的MISO的系统, 首先将系统的输入输出关系写成如下形式:

$$y = f(x_1(z), \cdots, x_J(z)), \tag{8}$$

其中: 系统输入向量为$x=(x_1(z), \cdots, x_J(z))$, $x_j(z) \in X_j \subset I\mathbb{R}(j = 1, \cdots, J)$为系统的第$j$个空间输入变量, X_j为$x_j(z)$的论域. y为在$x = D(x_1(z), \cdots, x_J(z))$的作用下在空间上的输出.

根据具体的系统可以建立相应的模糊模型, 建模的步骤如下:

Step 1 针对空间分布系统的具体情况, 由输入变量的物理变化规律, 确定输入沿着空间轴的变化趋势$x = f(z)$, 通常可以采用输入变量的稳态空间分布作为输入变量的空间变化趋势; 根据历史经验, 初始化输入$z = 0$点的二维模糊集参数, 包括模糊隶属度函数的个数, 模糊隶属度函数参数, 即在论域上的分布情况, 以及隶属度函数的形状(三角形、高斯型等). 在初始化输入$z = 0$点的二维模糊集参数的时候, 可采用历史经验指导初始化. 由此二维模糊集随着$x = f(z)$在空间轴进行延伸, 获得初始的空间模糊集.

Step 2 基于h个输入输出样本, 在当前规则下, 对于每个输入样本, 按照上一节所述的模糊推理方法, 对于每一个空间点$z = z_i(i = 1, \cdots, n)$, 将空间模糊集降维成二维空间模糊集, 进行模糊推理, 得到预测输出y'.

Step 3 计算性能指标

$$J = \Big(\frac{\sum\limits_{p=1}^{h} (y(p) - y'(p))^2}{h}\Big)^{\frac{1}{2}}. \tag{9}$$

如性能指标$J \leqslant \varepsilon$, 即说明所建模型已符合精度要求, 建模结束; 如果性能指标$J > \varepsilon$, 则可以用遗传算法等方法在当前的模型结构下, 在论域内进行全局寻优操作, 寻找最优的参数; 其中ε为决定建模精度的参数, h为输入输出样本的个数.

Step 4 当前的模型结构下, 如果经过第3步的全局寻优操作依然没有达到性能指标的要求, 即$J > \varepsilon$, 则改变系统的模型结构, 增加空间模糊集个数, 通过论域空间的细分来增加建模的精度; 重复1至3步, 直至性能指标$J \leqslant \varepsilon$, 得到模型的规则以及空间模糊集形状, 建模结束.

注 1 ε是决定建模精度的参数, 若ε取得过小, 将会出现过拟合现象, 影响泛化精度.

注 2 参数调整的方法即可以采用遗传算法等全局搜索算法获得最优参数, 也可以需要根据具体空间分布系统的特性, 依据经验来进行调整.

5 仿真实例: 横向流动的热交换过程(Case study: A cross-flow heat exchanger)

横向流动的热交换过程[3]是一个典型的空间分布系统, 状态随着时间和空间是不断变化的. 图4给出了一个用于分析的壳管式热交换器的示意图, 流体以T_0的温度进入热交换器后, 在管际空间以$T_{\rm st}$的温度进行加热. 传热系数以及流体属性均考虑为常数. 应用能量守恒定律的同时忽略扩散作用, 下面的一阶双曲微分方程在知道时间和位置的情况下, 能够预测空间的温度$T(z,t)$的变化趋势.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial T(z,t)}{\partial t} = -v\dfrac{\partial T(z,t)}{\partial z} + a(T_{\rm st}(t) - T(z,t)), \\ a = hS_{\rm w}/\rho V C_{\rm p}. \end{cases} \tag{10}$$

边界条件如下:

$$\begin{cases} T(0,t) = T_0(t),\ z = 0, \\ T(z,0) = T^{\rm ss}(z),\ t = 0, \\ T^{\rm ss}(z) = T_{\rm st} + (T_0 - T_{\rm st})\exp(-az/v), \end{cases} \tag{11}$$

其中$T^{ss}(z)$为稳态输出.

过程参数的值分别为$v = 1\ \rm m{\cdot}s^{-1}$, $L = 1$ m, $a = 2.92\ \rm s^{-1}$. 在上面的方程中, 蒸汽温度$T_{\rm st}(t)$为操纵变量, 流体温度是控制量. 初始的稳态是由$T_0(t) = 25$, $T_{\rm st}(t) = 70$得到的, 如图5所示.

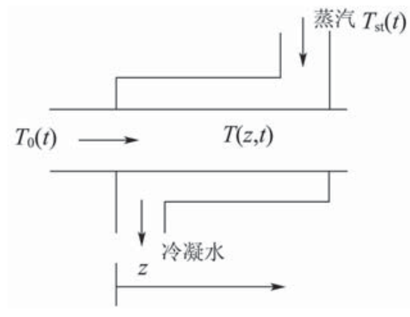

图 4 热交换器

Fig. 4 Steam heated heat exchanger

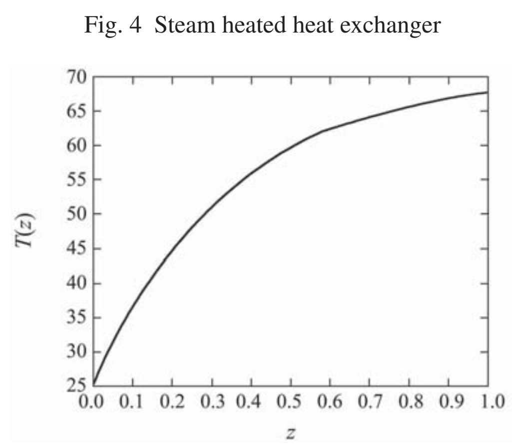

图 5 初始稳态T

Fig. 5 Initial steady state of temperature

输入和输出的数据由有限元差分的方法求解上述的PDE式(10)(11)得到的. 系统输入输出关系如下:

$$T(z,t+1)=f(T_{\mathrm{s}}(z,t),T_{\mathrm{s}}(z,t-1)). \tag{12}$$

令$\Delta z=0.01$, $\Delta t=0.001$. 设定$\varepsilon=0.03$, 输入与输出的论域均标准化到[−2, 2], 根据本文提出的建模方法:

Step 1　根据系统的机理PDE模型, 得到系统的稳态输出方程为

$$T^{\mathrm{ss}}(z)=T_{\mathrm{st}}+(T_0-T_{\mathrm{st}})\exp(-az/v). \tag{13}$$

具体的空间分布图如图5所示.

Step 2　初始化$z=0$点的二维模糊隶属度函数的个数S以及模糊集参数以及空间模糊集形状, 设定初始规则数为$c=9$, 模糊集采用空间的三角形模糊集.

Step 3　初始化完成后, 根据4.2节的建模方法进行模糊建模, 其中采用遗传算法在当前模型结构下进行全局寻优, 种群中个体数量为20, 适应度函数为建模性能指标, 选择操作, 采用轮盘赌的方法, 交叉概率为0.2, 变异概率为0.05, 遗传代数设为1000.

建模完成后, 得到针对于热交换系统的空间模糊集, 如图6所示.

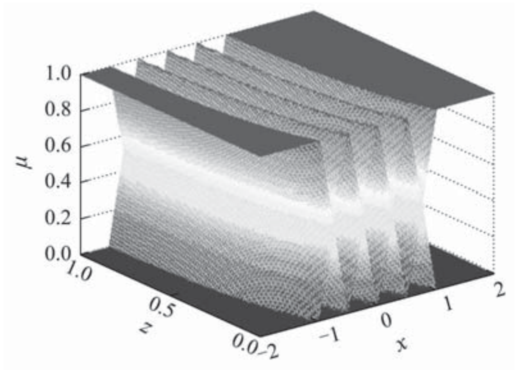

图 6 空间模糊集

Fig. 6 spatial fuzzy set for the process

得到图6中的空间模糊集的同时, 可以得到模糊集参数如表1所示.

表 1 模糊规则表

Table 1 Fuzzy rule base

$T(z,t+1)$		$T_{\mathrm{s}}(z,t)$				
		$\overline{\mathrm{NB}}$	$\overline{\mathrm{NS}}$	$\overline{\mathrm{ZE}}$	$\overline{\mathrm{PS}}$	$\overline{\mathrm{PB}}$
$T_{\mathrm{s}}(z,t-1)$	$\overline{\mathrm{NB}}$	$\overline{\mathrm{NB}}$	$\overline{\mathrm{NB}}$	$\overline{\mathrm{NB}}$	$\overline{\mathrm{NS}}$	$\overline{\mathrm{ZE}}$
	$\overline{\mathrm{NS}}$	$\overline{\mathrm{NB}}$	$\overline{\mathrm{NB}}$	$\overline{\mathrm{NS}}$	$\overline{\mathrm{ZE}}$	$\overline{\mathrm{PS}}$
	$\overline{\mathrm{ZE}}$	$\overline{\mathrm{NB}}$	$\overline{\mathrm{NS}}$	$\overline{\mathrm{ZE}}$	$\overline{\mathrm{PS}}$	$\overline{\mathrm{PB}}$
	$\overline{\mathrm{PS}}$	$\overline{\mathrm{NS}}$	$\overline{\mathrm{ZE}}$	$\overline{\mathrm{PS}}$	$\overline{\mathrm{PB}}$	$\overline{\mathrm{PB}}$
	$\overline{\mathrm{PB}}$	$\overline{\mathrm{ZE}}$	$\overline{\mathrm{PS}}$	$\overline{\mathrm{PB}}$	$\overline{\mathrm{PB}}$	$\overline{\mathrm{PB}}$

模型的输出与实际输出的对比如下所示. 图7为实际输出, 图8为模型预测输出, 图9为建模的误差, 其中$x=0.3$时的误差曲线如图10所示.

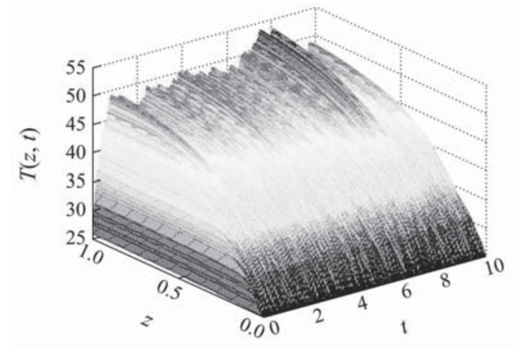

图 7 实际输出

Fig. 7 The real output

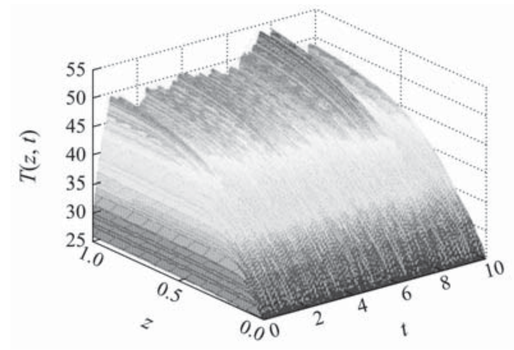

图 8 模型预测输出

Fig. 8 Model predict output

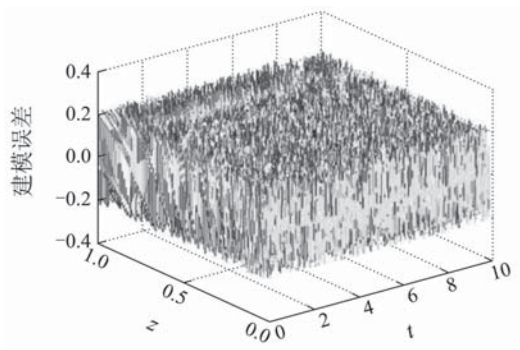

图 9 建模误差

Fig. 9 The modeling error

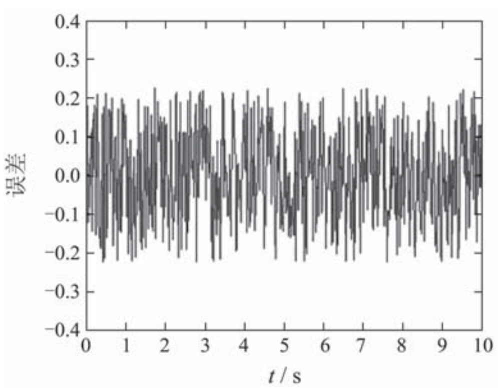

图 10 $x=0.3$时的建模误差

Fig. 10 The modeling error at $x=0.3$

对本热交换过程, 对本文方法与得到广泛应用的PDE降维建模方法——K-L方法[11]进行比较, 结果如表2所示.

表 2 建模结果比较

Table 2 The results of modeling

	性能指标	空间模糊建模方法	K-L方法
热交换过程	RMSE	0.0287	2.8095
	MAPE	0.062497%	2.5767%
双向扩散过程	RMSE	0.2285×10^{-4}	0.4372×10^{-3}
	MAPE	0.003794%	0.16841%

为进一步验证算法有效性, 分别采用K-L方法和本文方法对另一典型空间分布系统——双向扩散过程进行仿真建模, 结果如表2和图11, 12所示.

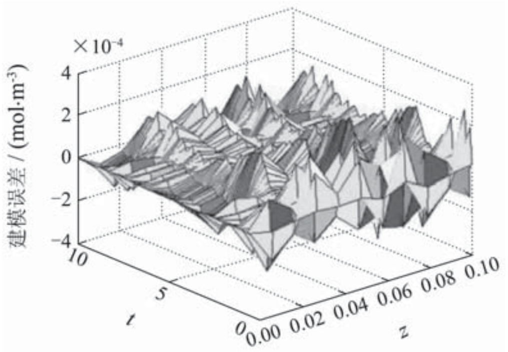

图 11 建模误差

Fig. 11 The modeling error

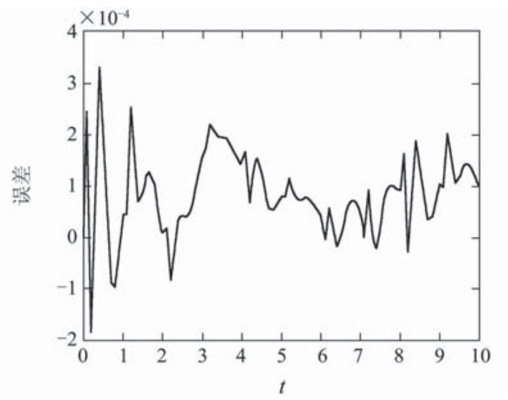

图 12 $x=0.8$时的建模误差

Fig. 12 The modeling error at $x=0.8$

综合上述的结果可以看出, 相对K-L分解方法, 本文提出的方法误差更小, 精度更高, 模型形式也更易于控制.

6 结论(Conclusion)

本文针对空间分布系统的建模问题, 在基于3-D模糊集的基础上, 提出了一种基于空间模糊集的空间模糊建模方法. 新的空间模糊集, 在传统模糊集的基础上增加一维空间轴, 但由于采取了能表现输入的空间分布特性的函数来进行其空间延伸, 因此更能够通过隶属度的变化描述输入变量在空间中的变化. 这种模糊集带来的最主要优势是通过空间模糊集的空间维度, 使得利用模糊规则对空间分布系统的变量在时间和空间的变化情况进行建模成为可能. 仿真算例也验证了空间模糊建模方法的有效性.

参考文献(References):

[1] RAY W H. *Advanced Process Control*[M]. New York: McGraw-Hill, 1981.

[2] ALOTAIBI S, SEN M, GOODWINE B, et al. Controllability of cross-flow heat exchanger[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004, 47(5): 913 – 924.

[3] MAIDI A, DIAF M, CORRIOU J P. Optimal linear PI fuzzy controller design of a heat exchanger[J]. *Chemical Engineering and Processing*, 2008, 47(5): 938 – 945.

[4] XIA L, ABREU GARCIA J A DE, HARTLEY T T. Modeling and simulation of a heat exchanger[C] //*IEEE International Conference on Systems Engineering*. Dayton, OH, USA: IEEE, 1991: 453 – 456.

[5] LI H X, QI C K, YU Y G. A spatio-temporal volterra modeling approach for a class of distributed industrial process[J]. *Journal of Process Control*, 2009, 19(7): 1126 – 1142.

[6] BOYD J P. *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*[M]. 2nd edition. New York: Dover, 2000.

[7] SADEK I S, BOKHARI M A. Optimal control of a parabolic distributed parameter system via orthogonal polynomials[J]. *Optimal Control of Applications and Methods*, 1998, 19(3): 205 – 213.

[8] CHRISTONFIDES P D. *Nonlinear and Robust Control of PDE System: Methods and Applications to Transport-Reaction Processes*[M]. Boston: Birkhauser, 2001.

[9] LI H X, ZHANG X X, LI S Y. A three-dimensional fuzzy control methodology for a class of distributed parameter systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2007, 15(3): 470 – 481.

[10] MENDEL J M. *Uncertain Rule-based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*[M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2001.

[11] BAKER J, CHRISTOFIDES P D. Finite-dimensional approximation and control of nonlinear parabolic PDE system[J]. *International Journal of Control*, 2000, 73(5): 439 – 456.

作者简介:

胡 赓 (1985—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为空间分布系统的模糊建模与控制, E-mail: hugeng12@sjtu.edu.cn;

李 柠 (1974—), 女, 副研究员, 硕士生导师, 主要研究方向为复杂系统建模与控制、预测控制等, E-mail: ning_li@sjtu.edu.cn, 通讯作者;

李少远 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能控制与动态系统优化研究, E-mail: syli@sjtu.edu.cn