文章编号:1000-8152(2011)07-1025-06

高鲁棒性格型无限脉冲响应数字滤波器结构设计

高和平,黄朝耿,李 刚,郭淑琴,徐 红

(浙江工业大学信息工程学院,浙江杭州310023)

摘要: 针对如何设计低复杂度并对有限字长效应具有高鲁棒性的滤波器结构问题, 提出了一种新型的格型无限 脉冲响应(IIR)数字滤波器结构. 对于一个N阶滤波器, 该结构具有2N个不同的位置供输入信号选择注入. 通过选择 不同的位置进行注入使滤波器结构的信号功率比最小. 当采用单乘法器格型单元时, 提出的新结构只需2N+1个乘 法器便能实现一个N阶IIR滤波器. 仿真结果表明, 与传统的格型滤波器结构相比, 新结构不仅需要更少的乘法器, 而且具有更小的信号功率比.

关键词: 数字滤波器; 格型结构; 信号功率比; 有限字长 中图分类号: TP202 文献标识码: A

Lattice infinite impulse response digital filter with high robustness

GAO He-ping, HUANG Chao-geng, LI Gang, GUO Shu-qin, XU Hong

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: A novel lattice filter structure is derived for infinite impulse response(IIR) digital filters with low complexity and high robustness against finite-word-length effects. For an *N*-th order filter, there are 2N nodes for the input signals to select to minimize the signal power ratio. The new structure using the one-multiplier elementary lattice possesses only (2N + 1) multipliers. Compared with traditional lattice structures in simulation, the proposed structure not only has fewer multipliers, but also yields much smaller signal power ratio.

Key words: digital filters; lattice structures; signal power ratio; finite word length

1 引言(Introduction)

数字滤波器是数字信号处理及数字控制系统中 最主要组成部件之一.由于数字实现不可避免的量 化误差,实时实现的数字滤波器其性能同理论设计 会产生很大的误差,从而会严重影响到整个系统的 功能.这类问题从20世纪80年代就引起了人们的高 度重视.

给定一个N阶数字滤波器的传输函数H(z)为

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} \triangleq \frac{B(z)}{A(z)}.$$
 (1)

该滤波器可由各种不同的结构^[1]实现,如:直接型结构和状态空间型.在无限精度的条件下,这些结构完全等价;然而在实时实现时,数字滤波器必须由有限字长(FWL)的数字器件来实现.因此,不同的滤波器结构具有不同的性能.如图1中的直接II转置型结构虽然具有较少的乘法器,却对有限字长效应非常敏感^[1,2].将该结构定义为S_{DFIIt}.

针对FWL效应, Mullis和Roberts^[3], Hwang^[4]分别

于1976年、1977年提出并解决了最佳舍入噪声的状态空间问题.此后,人们在该方面的研究不断深入,得到一些非常有意义的结论^[5,6].然而,经典的最佳状态空间实现需要(N + 1)²个乘法器,随着N的增大,滤波器结构将变得极为复杂.因此,寻找低复杂度并对FWL误差具有高鲁棒性的滤波器结构已经成为一个重要的课题^[7~11].





基于格型网络的滤波器结构^[12~14]在减小FWL 效应方面具有很大的优越性. 只要反射系数的幅 值小于 1,则格型滤波器就是稳定的. 图 2 为 Gray-Markel类型的格型结构,定义为*S*_{tap}.

滤波器中的延时器z-1用来存储下一个时钟周

收稿日期: 2010-02-02; 收修改稿日期: 2010-06-11. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60872111, 60977020).

期所需的信号数据. 输入信号的幅度必须进行归一 化, 以使所有延时器的字长利用最大化, 但同时要防 止其过大而产生溢出. 理想情况下, 所有延时器中信 号的幅度应该相等, 否则延时器中重要的小幅度信 号就不能得到有效的利用, 这将会降低滤波器的输 出性能. 因此, 状态信号功率比最小化有着重要的实 际意义. 本文将把滤波器结构的各个状态信号功率 比做为结构性能主要指标.



图 2 一种抽头式分子滤波器结构 Fig. 2 A tapped numerator filter structure

注意到S_{tap}结构的信号功率比非常大,Lim^[13]提出了另一种格型结构,笔者称之为S_{inj},如图3所示.

对于Stap, Sini这两种结构,一旦给定传输函数

H(z), 滤波器结构就唯一确定下来, 而不能对信号 状态功率比进行优化. 本文的主要目的是结合这两 种结构的特性, 提出一种新的格型网络结构, 使其在 给定滤波器传输函数时, 可以针对输入信号在不同 位置的注入, 搜索得到最小的信号功率比, 以及相应 的滤波器结构.



图 3 一种注入式分子滤波器结构 Fig. 3 An injected numerator filter structure

2 提出新结构(New structure)

结合*S*_{tap}和*S*_{inj}特性,本文给出了它们的混合结构,如图4所示.其中新结构的基本格型单元可采用图5中的任一种.



图 4 基于格型结构的新型滤波器结构 Fig. 4 The proposed lattice network based filter structure



(a) 双乘法器格型单元







(d) 四乘法器格型单元

图 5 格型单元 Fig. 5 Elementary lattice building blocks

图4中的{ $f_{m-1}(n)$ }, { $b_{m-1}(n)$ }分别为格型结构的向前、向后信号. 定义S(z)为s(n)的z变换,则新结构可用如下方程描述:

$$\begin{bmatrix} F_m(z) + \theta_m U(z) \\ B_m(z) - \theta_{N+m} U(z) \end{bmatrix} = L_{m-1}^m(z) \begin{bmatrix} F_{m-1}(z) \\ B_{m-1}(z) \end{bmatrix},$$
(2)

 $m = 1, 2, \cdots, N-1$. 当m = 0时, $B_0(z) - \theta_N U(z) = F_0(z) + \theta_0 U(z),$

其中*L^m_{m-1}(z)*为新结构第*m*级的传输函数,由所采用的基本格型单元决定.图5中的单乘法器格型单元和双乘法器格型单元对应的*L^m_{m-1}(z)*分别为

$$\begin{bmatrix} 1 & K_m z^{-1} \\ K_m & z^{-1} \end{bmatrix}, \ \frac{1}{1+K_m} \begin{bmatrix} 1 & K_m z^{-1} \\ K_m & z^{-1} \end{bmatrix}.$$
(3)

当 $m = 1, 2, \dots, N$ 时, $b_{m-1}(n)$ 为第m个延时器 z^{-1} 的输入, 因此所有的 $b_{m-1}(n-1)$ 为结构的状态变量.为了计算输出y(n),这些状态变量必须被存储起来.从硬件实现的角度来看,为了减少量化误差和防止溢出问题,应该使它们的信号功率越接近越好.

接下来推导 u(n) 和 $b_m(n)$ 之间的传输函数 $T_m^b(z)$. 首先, 由线性关系可知

$$B_m(z) = \sum_{i=0}^{2N-1} T^b_{i, m}(z)\theta_i U(z),$$

其中: $m = 0, 1, \dots, N - 1, T_{i, m}^{b}(z)$ 为 $w_{i}(n) \triangleq \theta_{i}u(n)$ 和 $b_{m}(n)$ 之间的传输函数($\theta_{l} = 0, \forall l \neq i$). 显然,

$$T_m^b(z) = \sum_{i=0}^{2N-1} T_{i,\ m}^b(z)\theta_i.$$
 (4)

下面考虑如何计算 $\{T_{i,m}^b(z)\}$.

2.1 情况 1: 0 $\leqslant i \leqslant N - 1$ (Case 1: 0 $\leqslant i \leqslant N - 1$) 此时, { $T_{i,m}^b(z)$ }可由图6中的格型结构得到.



图 6 计算 $T_{i,m}^{b}(z)$ 的格型结构, $i = 0, 1, \dots, N-1$ Fig. 6 The lattice network for computing $T_{i,m}^{b}(z)$, $i = 0, 1, \dots, N-1$

定义

$$L_{q}^{p}(z) \triangleq \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, & p = q, \\ L_{p-1}^{p}(z)L_{p-2}^{p-1}(z)\cdots L_{q}^{q+1}(z), & p > q. \end{cases}$$

其中: $p = 0, 1, \dots, N, L_{m-1}^{m}(z)$ 如式(2)定义. 图6 中的 $T_{A}(z), T_{B}(z)$ 和 $T_{C}(z)$ 分别为:

a)
$$\triangleq 0 \leqslant i \leqslant m \leqslant N - 1$$
 时,
 $T_{\rm A}(z) = L_i^m(z), \ T_{\rm C}(z) = L_0^i(z), \ T_{\rm B}(z) = L_m^N(z),$
(5)

b)
$$\triangleq 0 \leq m < i \leq N - 1$$
 B,
 $T_{\rm A}(z) = L_m^i(z), \ T_{\rm B}(z) = L_i^N(z), \ T_{\rm C}(z) = L_0^m(z),$
(6)

対于0
$$\leq i \leq m \leq N-1$$
, 曲图6可以得到

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \tilde{F}_m(z) \\ \tilde{B}_m(z) \end{bmatrix} = T_A(z) \begin{bmatrix} \tilde{F}_i(z) \\ \tilde{B}_i(z) \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \tilde{F}_N(z) \\ \tilde{B}_N(z) \end{bmatrix} = T_B(z) \begin{bmatrix} \tilde{F}_m(z) \\ \tilde{B}_m(z) \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \tilde{F}_i(z) + W_i(z) \\ \tilde{B}_i(z) \end{bmatrix} = T_C(z) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{W}_i(z).$$
(7)

需要特别指出的是,最后一级输入 $\tilde{F}_N(z) = 0$. 定义^[2]

$$T_{\rm X}(z) \triangleq \begin{bmatrix} P_{\rm X} & Q_{\rm X} \\ R_{\rm X} & S_{\rm X} \end{bmatrix}.$$
 (8)

将式(8)带入式(7),经推导可得

$$\begin{split} \tilde{B}_{m}(z) &= \\ \frac{P_{\rm B}[(R_{\rm D} + S_{\rm D})P_{\rm A} - (P_{\rm D} + Q_{\rm D})R_{\rm A}]}{P_{\rm B}(P_{\rm D} + Q_{\rm D}) + Q_{\rm B}(R_{\rm D} + S_{\rm D})} \; W_{i}(z), \end{split}$$

其中
$$T_{\rm D}(z) \triangleq T_{\rm A}(z)T_{\rm C}(z).$$
因此,
 $T^b_{i,m}(z) = \frac{P_{\rm B}[(R_{\rm D} + S_{\rm D})P_{\rm A} - (P_{\rm D} + Q_{\rm D})R_{\rm A}]}{P_{\rm B}(P_{\rm D} + Q_{\rm D}) + Q_{\rm B}(R_{\rm D} + S_{\rm D})},$
(9)

类似地, 对于
$$0 \le m < i \le N - 1$$
, 可以得到
 $T^{b}_{i,m}(z) = \frac{P_{\rm B}(R_{\rm C} + S_{\rm C})}{P_{\rm E}(P_{\rm C} + Q_{\rm C}) + Q_{\rm E}(R_{\rm C} + S_{\rm C})},$ (10)

其中 $T_{\rm E}(z) \triangleq T_{\rm B}(z)T_{\rm A}(z).$

2.2 情况 2: $N \le i \le 2N - 1$ (Case 2: $N \le i \le 2N - 1$)

 $\{T_{i,m}^{b}(z)\}$ 满足图7中的格型结构.

$$\widetilde{F}_{0}(n) \xrightarrow{\widetilde{f}_{0}(n)} T_{C} \xrightarrow{\widetilde{f}_{i}(n)} T_{A} \xrightarrow{\widetilde{f}_{m}(n)} T_{B} \xrightarrow{\widetilde{f}_{N}(n)=0} \widetilde{b}_{0}(n) \xrightarrow{\widetilde{b}_{i}(n)} \widetilde{b}_{i}(n) \xrightarrow{\widetilde{b}_{i}(n)} \widetilde{b}_{i}(n)$$

图 7 计算 $T_{i,m}^b(z)$ 的格型结构, $i = N, \dots, 2N - 1$. Fig. 7 The lattice network for computing $T_{i,m}^b(z), i = N, \dots, 2N - 1$

运用相同的推导过程,可以得到
a) 当0 ≤ *i* ≤ *m* ≤ *N* - 1时,
$$T_{i,m}^{b}(z) = \frac{P_{\rm B}[-(R_{\rm D} + S_{\rm D})Q_{\rm A} + (P_{\rm D} + Q_{\rm D})S_{\rm A}]}{P_{\rm B}(P_{\rm D} + Q_{\rm D}) + Q_{\rm B}(R_{\rm D} + S_{\rm D})}$$

b) 当0 ≤ *m* < *i* ≤ *N* - 1时,
$$T_{i,m}^{b}(z) = -\frac{Q_{\rm B}(R_{\rm C} + S_{\rm C})}{P_{\rm E}(P_{\rm C} + Q_{\rm C}) + Q_{\rm E}(R_{\rm C} + S_{\rm C})}.$$

2.3 $\{a_k, b_k\}$ 和 $\{K_l, \theta_k, \psi_m\}$ 之间的关系 (Relationship between $\{a_k, b_k\}$ and $\{K_l, \theta_k, \psi_m\}$)

下面,将推导出滤波器传输函数系数和新结构 参数之间的关系.

利用文献[13]中的方法,可以证明

$$P_{\rm B}(P_{\rm D} + Q_{\rm D}) + Q_{\rm B}(R_{\rm D} + S_{\rm D}) =$$

$$P_{\rm E}(P_{\rm C} + Q_{\rm C}) + Q_{\rm E}(R_{\rm C} + S_{\rm C}) = \kappa A(z),$$

$$\ddagger \ + \kappa \triangleq \prod_{l=1}^{N} \frac{1}{1 + K_l}.$$

$$\ddagger \ + \kappa \triangleq \lim_{l=1}^{N} \frac{1}{1 + K_l}.$$

$$\exists \ + \kappa \triangleq \lim_{l=1}^{N} \frac{1}{1 + K_l}.$$

$$\exists \ + \kappa \triangleq \lim_{l=1}^{N} \frac{1}{1 + K_l}.$$

$$\exists \ + \kappa \triangleq \lim_{l=1}^{N} \frac{1}{1 + K_l}.$$

因为
$$Y(z) = \sum_{m=0}^{N} \psi_m B_m(z) = \frac{B(z)}{A(z)} U(z),$$
所以
$$B(z) = \sum_{m=0}^{N} \psi_m \kappa^{-1} \sum_{k=0}^{N} v_{m,k} z^{-k}.$$
 (11)

ş

$$V_{b} \triangleq [b_{0} \cdots b_{k} \cdots b_{N}]^{\mathrm{T}},$$

$$V_{\psi} \triangleq [\psi_{0} \cdots \psi_{k} \cdots \psi_{N}]^{\mathrm{T}},$$

$$V_{m} \triangleq [v_{m,0} \cdots v_{m,k} \cdots v_{m,N}]^{\mathrm{T}},$$

$$M_{b} \triangleq [V_{0} \cdots V_{m} \cdots V_{N}],$$

其中T为转置符号.结合式(11)可以得到

$$V_b = \kappa^{-1} M_b V_{\psi} \iff V_{\psi} = \kappa M_b^{-1} V_b, \qquad (12)$$

因为 M_b 由{ K_l }和{ θ_k }决定,当给定H(z)时,{ ψ_m } 是仅关于{ θ_k }的函数,即{ ψ_m }由{ θ_k }唯一确定.

3 结构优化(Structure optimization)

3.1 信号功率比(Signal power ratio)

由分析可知状态变量 $b_m(n)$ 是关于自由参数 θ_k 的函数.因此,可以通过搜索合适的{ θ_k },使 $b_m(n)$ ($0 \le m < N$)的最大最小信号功率比最小.若 $\bar{\theta} \triangleq$ [$\theta_0 \cdots \theta_k \cdots \theta_{2N-1}$]^T,则状态信号功率比均方 值为

$$R(\bar{\theta}) \triangleq \sqrt{\frac{\max_m E[b_m^2(n)]}{\min_m E[b_m^2(n)]}},$$
(13)

其中: $E[b_m^2(n)]$ 表示输入信号为高斯白噪声时 第m个状态变量 $b_m(n)$ 的方差. 理想情况下, $R(\bar{\theta})$ = 1, 即意味着所有的状态变量可以用相同的位数 表示.

注意到 $T_m^b(z)$ 为u(n)和 $b_m(n)$ 之间的传输函数, 令 $\sigma_{b_m}^2 \triangleq E[b_m^2(n)], 则$

$$\sigma_{b_m}^2 = \frac{1}{j2\pi} \int T_m^b(z) T_m^b(z^{-1}) z^{-1} dz.$$

根据式(4)可得

$$\sigma_{b_m}^2 = \bar{\theta}^{\mathrm{T}} Q_m \bar{\theta}, \qquad (14)$$

其中

$$Q_{m} = \frac{1}{j2\pi} \int \begin{bmatrix} T_{0,m}^{b}(z) \\ \vdots \\ T_{2N-1,m}^{b}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{0,m}^{b}(z^{-1}) \\ \vdots \\ T_{2N-1,m}^{b}(z^{-1}) \end{bmatrix}^{T} z^{-1} dz.$$

可以看出,在给定滤波器传输函数,并确定基本格型单元时, $\sigma_{b_m}^2$ 仅取决于 $\{\theta_k\}$ 的值,也即信号注入点的位置.

$$\widehat{\forall} S_{\tilde{\theta}} \triangleq \{ \tilde{\theta} \},$$
$$\tilde{\theta} \triangleq [\rho_0 \cdots \rho_k \cdots \rho_{2N-1}]^{\mathrm{T}},$$
(15)

其中 $\rho_k \in \{0,1\}$. 结构优化问题可表述如下:

$$\min_{\tilde{\theta} \in S_{\tilde{\theta}}} R(\tilde{\theta}) \iff \min_{\tilde{\theta} \in S_{\tilde{\theta}}} R^2(\tilde{\theta}).$$
(16)

 $S_{\tilde{\theta}}$ 表示所有注入情况的集合. 对于 $k = 0, 1, \dots, 2N - 1, \rho_k$ 有0, 1两种选择($\rho_k = 1$ 表示在第k个节点有信号注入, 反之, 无注入), 因此, 排除 $\theta_k = 0, \forall k$ 这种情况后, 空间 $S_{\tilde{\theta}}$ 共有 $2^{2N} - 1$ 个元素, 可以用全局搜索的方法在 $S_{\tilde{\theta}}$ 中找到结构的最优注入位置使信号功率比最小.

3.2 峰度(Peakedness)

由文献[13]可知, 第m个节点的信号能量 $|b_m(t)|$ 与传输函数 $T^b_m(z)$ 和输入信号u(n)之间满 足如下关系:

$$|b_m(t)| \le ||T_m^b(z)||_q ||U(z)||_p \tag{17}$$

其中:
$$\|U(z)\|_p$$
为 $U(e^{jw})$ 的 L_p 范数:
 $\|U(z)\|_p = [\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |U(e^{j\omega})|^p d\omega]^{1/p},$ (18)

而且, p, q满足

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \ p, q \ge 1.$$
 (19)

从式(17)可以看出, 各个节点的缩放因子取决 于 $||U(z)||_p$, 即输入信号的特性. 然而, 根据输入 信号的变化来实时改变缩放因子在实际应用中 难以实现. 文献[13]采用的方法是假定 $||U(z)||_1$ = 1 ($||T_m^b(z)||_{\infty}$ 为边界) 以确定缩放因子, 为 <u>1</u> $||T_m^b(z)||_{\infty}$. 此时, 实际输入信号若满足 $||U(z)||_{\infty}$ = 1, 则节点处的信号将被过度缩放 $\frac{||T_m^b(z)||_{\infty}}{||T_m^b(z)||_1}$ 倍. 由于 $||T_m^b(z)||_{\infty}$ 和 $||T_m^b(z)||_1$ 分别为 $|T_m^b(e^{jw})|$ 的峰 值和平均值,可以用 $\frac{||T_m^b(z)||_{\infty}}{||T_m^b(z)||_1}$ 衡量 $|T_m^b(e^{jw})|$ 的 "峰度", 定义为

$$\mathcal{P}_m \triangleq \frac{\|T_m^b(z)\|_{\infty}}{\|T_m^b(z)\|_1}.$$
(20)

由上述分析可知, \mathcal{P}_m 越小, 缩放因子受输入信号变化的影响越小, 对应的滤波器结构性能也越好.

4 仿真实例(Simulation)

在这个部分,采用一个实例说明设计过程,并 将提出的新结构 S_{new} 与 S_{DFIIt} , S_{inj} 以及 S_{tap} 在结 构的状态信号功率比和实现复杂度方面进行对比. 采用MATLAB软件进行仿真,用指令ellip(N, r_p , r_s, ω_n)产生一个N阶的低通椭圆滤波器,其中: $r_p = 0.5 dB$ 是通带波纹, $r_s = 60 dB$ 是阻带衰减, $\omega_n/2$ 是归一化频率.

实例 取N = 7, $\omega_n = 0.2$, 结合文献[13], 经 计算, 表1给出了 S_{tap} 和 S_{inj} 的结构参数.

表 1 S_{tap} 和 S_{inj} 结构系数 $\{\theta_m\}$ $\{\psi_m\}$ 的值 Table 1 Values of coefficients $\{\theta_m\}$, $\{\psi_m\}$ for the structures S_{tap} and S_{inj}

$S_{ m inj}$	$S_{ ext{tap}}$
$\theta_0 = 0.02432796477608$	$\psi_0 = -0.00002930113121$
$\theta_1 = -0.06264802318718$	$\psi_1 = 0.00090574422161$
$\theta_2 = 0.08764778911190$	$\psi_2 = 0.00557270538103$
$\theta_3 = -0.08889490201104$	$\psi_3 = 0.01137169115584$
$\theta_4 = 0.06872682452499$	$\psi_4 = 0.01799808296218$
$\theta_5 = -0.04385516847899$	$\psi_5 = 0.01574506240278$
$\theta_6 = 0.01737504806790$	$\psi_6 = 0.00868761409535$
$\theta_7 = 0.00548505776564$	$\psi_7 = 0.00267953280367$

新结构采用图5中的单乘法器格型单元以降低 滤波器的实现复杂度.根据式(15)(16),通过全局搜 索找到了使信号功率比最小的注入位置.利用得到的 $\{\theta_k\}$,根据式(12)可计算得到抽头系数 $\{\psi_m\}$,如表2所示.

表 2 新结构系数{ θ_k }, { ψ_m } Table 2 Coefficients { θ_k }, { ψ_m } of

the new structure

$\theta_0 = 1$	$\theta_7 = 0$	$\psi_0 = -0.068872614393856$
$\theta_1 = 1$	$\theta_8 = 1$	$\psi_1 = 0.012190825300887$
$\theta_2 = 1$	$\theta_9 = 0$	$\psi_2 = 0.016408707505098$
$\theta_3 = 0$	$\theta_{10} = 1$	$\psi_3 = 0.012111308878239$
$\theta_4 = 0$	$\theta_{11} = 1$	$\psi_4 = 0.098488674047905$
$\theta_5 = 0$	$\theta_{12} = 1$	$\psi_5 = 0.004099355791599$
$\theta_6 = 1$	$\theta_{13} = 1$	$\psi_6 = -0.005671342467797$
_		$\psi_7 = 0.000899651689968$

表3给出了4种结构的实现复杂度和信号功率 比, *R*表示状态信号功率比的均方值, *N*_{mul}表示 滤波器结构每计算一次输出所需的乘法器数目. 表4给出了4种结构各个节点的峰度值.

表3复杂度和信号功率比均方值的比较

Table 3 Comparison of the implementationcomplexity and the square rootof signal power ratio

结构	$S_{ m DFIIt}$	S_{tap}	$S_{ m inj}$	$S_{\rm new}$
R	22.7154	446.6580	18.1021	4.0571
N_{mul}	2N+1	3N+1	3N+1	2N+1

表4峰度值比较

Table 3 Comparison of the value of peakedness

峰度值	$S_{\rm DFIIt}$	S_{tap}	S_{inj}	S_{new}
\mathcal{P}_1	4.8841	16.4263	4.8841	4.4426
\mathcal{P}_2	5.0238	20.5788	6.7268	5.8068
\mathcal{P}_3	5.1087	9.3123	5.5124	4.3744
\mathcal{P}_4	5.1468	9.3526	2.5942	4.4036
\mathcal{P}_5	5.1364	6.7063	2.9336	4.9639
\mathcal{P}_6	5.0689	4.0529	2.6638	5.7934
\mathcal{P}_7	4.9158	1.8273	3.1930	4.6949

从以上的表格中可以看出:

1) 与经典结构S_{tap}和S_{inj}相比, S_{new}所需的乘 法器更少, 而且具有更小的状态变量动态范围. 这 说明新结构可以更高效地利用所给定的位数对状 态信号进行储存计算, 从而减少了舍入噪声.

2) S_{new}和S_{DFIIt}都只需2N + 1个乘法器, 但 S_{new}的信号功率比要小的多. 所以, 在相同的实现 复杂度下, 新结构对有限字长效应具有更好的鲁 棒性. 3) 应当指出, S_{tap}和S_{inj}结构基本模块也可用 单乘法器格型单元代替.这样它们的乘法器个数 也为2N+1个,但此时, S_{tap}和S_{inj}的信号功率比均 方值分别为12.7398和32.5527, 两者都远大于新结 构.

5 结论(Conclusion)

为了规范化实现数字滤波器,笔者得到了一种 新型的基于格型网络的滤波器结构.与已存在的 结构相比,新结构具有一定的参数自由度.笔者通 过选择最优注入位置使信号功率比最小,从而得 到优化结构,这在实时实现中非常重要.

参考文献(References):

- ROBERTS R A, MULLIS C T. *Digital Signal Processing*[M]. Reading Massachusetts: Addison Wesley, 1987.
- [2] GEVERS M, LI G. Parametrizations in Control, Estimation and Filtering Problems: Accuracy Aspects[M]. New York: Springer Verlag, 1993.
- [3] MULLIS C T, ROBERTS RA. Synthesis of minimum roundoff noise fixed-point digital filters[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1976, 23(9): 551 – 562.
- [4] HWANG S Y. Minimum uncorrelated unit noise in state-space digital filtering[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1977, 25(4): 273 – 281.
- [5] YANG G H, CHE W W. Non-fragile H_∞ filter design for linear continuous-time systems[J]. Automatica, 2008, 44(11): 2849 – 2856.
- [6] 徐巍华, 胡协和, 王跃宣, 等. 有限字长数字控制器的实稳定半径最优实现[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 136-138.
 (XU Weihua, HU Xiehe, WANG Yuexuan, et al. Optimal realization of FWL controller with real stability radius considerations[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(1): 136-138.)
- [7] WONG N, NG T S. A generalized direct-form delta operator-based IIR filter with minimum noise gain and sensitivity[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems–II*, 2001, 48(4): 425 – 431.
- [8] LI G, ZHAO Z X. On the generalized DFIIt structure and its state-space realization in digital filter implementation[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems–I*, 2004, 51(4): 769 – 778.

- [9] WANG Y, ROY K. CSDC: a new complexity reduction technique for multiplierless implementation of FIR filters[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems–I*, 2005, 52(9): 1845 – 1853.
- [10] HAO J X, LI G. An efficient controller structure with minimum roundoff noise gain[J]. Automatica, 2007, 43(5): 921 – 927.
- [11] 王武, 郭祥贵, 冉华军, 等. Delta算子描述系统的非脆弱H∞滤波器 设计[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 1072 1076.
 (WANG Wu, GUO Xianggui, RAN Huajun, et al. Non-fragile H-infinity filter design for Delta operator system[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(6): 1072 1076.)
- [12] GRAY A H JR, MARKRL J D. Digital lattice and ladder filter synthesis[J]. *IEEE Transactions on Audio Electroacoust*, 1973, 21(6): 491 – 500.
- [13] LIM Y C. On the synthesis of IIR digital filters derived from single channel AR lattice network[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1984, 32(4): 741 - 749.
- [14] TANAKA Y, IKEHARA M, NGUYEN T Q. A lattice structure of biorthogonal linear-phase filter banks with higher order feasible building blocks[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems–I*, 2008, 55(8): 2322 – 2331.

作者简介:

高和平 (1985—), 女, 硕士研究生, 从事数字信号处理理论及

其应用等研究, E-mail: gxxgaoheping@gmail.com;

黄朝耿 (1985—), 男, 博士研究生, 从事数字信号处理、控制理 论与应用等研究, E-mail: huangchaogengby@163.com;

李 刚 (1961—), 男, 长江特聘教授, 博士, 硕士生导师, 从事 数字信号处理、控制理论及应用、通信信号处理等研究, E-mail: ieligang@zjut.edu.cn;

郭淑琴 (1970—), 女, 教授, 硕士生导师, 从事高速光纤传输系 统优化及光通信器件、微结构光纤等研究, E-mail: guosq@zjut.edu. cn;

徐 红 (1978—), 女, 讲师, 从事数字信号处理、EDA技术等研 究, E-mail: xhongzxd@zjut.edu.cn.