

文章编号: 1000-8152(2011)07-0907-08

## 欠驱动船舶航迹Backstepping自适应模糊控制

潘永平, 黄道平, 孙宗海

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 针对欠驱动船舶直线航迹跟踪问题, 提出一种Backstepping自适应模糊控制方法。在模糊逼近误差存在未知上确界的假设条件下, 基于Lyapunov理论证明了闭环系统在所有信号一致最终有界意义下具有均方意义稳定性。本文提出的控制器具有设计直观和结构简洁的特点, 并且对参数摄动和外界干扰都具有良好的鲁棒性。在状态变量和控制输入共同约束下的仿真实验验证了该方法的有效性。

**关键词:** 直线航迹跟踪; 严格反馈非线性系统; Backstepping方法; 自适应模糊控制; 均方意义稳定性

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Backstepping adaptive fuzzy control for track-keeping of underactuated surface vessels

PAN Yong-ping, HUANG Dao-ping, SUN Zong-hai

(College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

**Abstract:** A backstepping adaptive fuzzy controller is proposed for the linear track-keeping problem of underactuated surface vessels. Under the assumption that the fuzzy approximation error is unknown but bounded, it is proved that the closed-loop system is mean-square stable in the sense that all variables are uniformly ultimately bounded by the Lyapunov theorem. The proposed controller has the characteristics of intuitive design and simple structure with strong robustness under the parameter perturbation and external disturbance. Simulation experiments are carried out under the constraint conditions of the state variable and control input. The results demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** linear track-keeping; strict-feedback nonlinear systems; Backstepping technique; adaptive fuzzy control; mean-square stability

### 1 引言(Introduction)

欠驱动系统是指独立的控制输入数目少于需要控制的自由度数目的一类动力学系统, 其特点是可由较少的控制输入实现维数大于控制输入个数空间内的运动。船舶航迹控制是指在控制系统的驱动下, 船舶从任意初始位置驶入预先规划好的航线, 并沿此航线最终抵达目的地。传统的船舶航迹控制为间接航迹控制, 即通过控制船舶的航向间接控制船舶的位置。而直接航迹控制以船舶的位置坐标取代船舶的航向作为被控量, 其可归结为一类欠驱动系统的控制问题<sup>[1]</sup>。

船舶直接航迹控制研究在理论上和工程实际中都具有重要意义<sup>[2]</sup>, 已成为船舶运动控制研究的热点之一<sup>[1,3~17]</sup>。Lefeber等<sup>[1]</sup>提出了简化的全状态反馈设计方法, Jiang<sup>[3]</sup>采用了无源化和Backstepping级联方法, 文献[4~9]利用Backstepping方法进行了大量研究, 文献[11]则利用微分平滑理论进行了设计。以上研究都取得了良好的控制效果, 但其结果都依

赖于船舶数学模型。文献[12]首次提出一种简化的船舶直线航迹控制数学模型, 随后文献[13~16]基于此模型进行了直线航迹控制器设计, 但其中的方法仍然依赖于船舶数学模型。由于船舶在航行过程中同时存在结构、参数和外界干扰的不确定性, 因此在直线航迹控制问题中引入模糊系统有着重要研究价值。文献[17]首次给出一种基于Backstepping设计的船舶直线航迹鲁棒自适应模糊控制算法。该方法不依赖于船舶的数学模型, 并且在考虑外界干扰的情况下获得了良好的仿真控制结果。然而此方法采用的干扰估计设计导致其控制器结构较为复杂, 且必须已知模糊逼近误差的上确界。

本文针对欠驱动船舶直线航迹控制问题进行了新的Backstepping自适应模糊控制设计。首先, 把直线航迹控制数学模型<sup>[16,17]</sup>转化为一类严格反馈不确定非线性系统的形式, 并证明系统零动态的一致最终有界稳定性。然后基于这一类系统提出一种新的Backstepping自适应模糊控制器, 并在逼近误差存

在未知上确界的假设条件下, 证明闭环系统在所有信号一致最终有界意义下具有均方意义稳定性. 据此得出直线航迹Backstepping自适应模糊控制器的表达式. 此方法在无需进行干扰估计的情况下, 通过设计适当的控制器参数实现特定的干扰抑制效果. 最后, 在状态变量和控制输入共同约束下, 将提出的控制器应用于同时受到参数摄动和外界干扰影响的船舶直线航迹控制问题中, 以验证其有效性.

## 2 数学模型分析(Analysis of mathematical model)

考虑船舶在水平面上三自由度的运动, 可得到如下直线航迹控制数学模型<sup>[16,17]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{y} = U_c \sin \varphi + V_c \sin \varphi_c, \\ \dot{\varphi} = r, \\ \dot{r} = -r/T - \alpha r^3/T + K\delta/T + \Delta. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $y$  和  $\varphi$  分别表示船舶的横偏位移和艏摇角(即航向),  $r$  表示艏摇角速度,  $U_c$  表示前进合速度,  $K$  表示船舶旋回性指数,  $T$  表示船舶追随时间常数,  $\delta$  表示控制输入舵角,  $\alpha$  为非线性项模型系数,  $V_c$  和  $\varphi_c$  分别为定常流速和流向,  $\Delta$  为风浪等外界干扰.

令控制输入  $u = \delta$ , 给定微分同胚变换<sup>[17]</sup>:

$$\begin{cases} x_1 = \varphi + \arcsin(\frac{ky}{\sqrt{1+(ky)^2}}), \\ x_2 = r, \\ x_3 = y, \end{cases} \quad (2)$$

其中设计参数  $k > 0$  为系统响应调节系数, 则如果  $y = 0$  且  $x_1 = 0$ , 那么有  $\varphi = 0$ . 对  $x_1$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{\varphi} + (\arcsin(ky/\sqrt{1+(ky)^2}))' = \\ &r + \frac{ky\sqrt{1+(ky)^2} - ky(\sqrt{1+(ky)^2})'}{\sqrt{1-(ky)^2}/(1+(ky)^2)(1+(ky)^2)} = \\ &r + \frac{ky\sqrt{1+(ky)^2} - ky(\sqrt{1+(ky)^2})^{-\frac{1}{2}} \cdot k^2 y \dot{y}}{\sqrt{1+(ky)^2}} = \\ &r + \frac{ky(1+(ky)^2) - k^3 y^2 \dot{y}}{1+(ky)^2} = r + \frac{ky}{1+(ky)^2}, \end{aligned}$$

因此有

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_3) + x_2 + d_1, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2) + bu + d_2, \\ \dot{x}_3 = U_c \sin(x_1 - \arcsin(\frac{kx_3}{\sqrt{1+(kx_3)^2}})) + V_c \sin \varphi_c. \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_3) &= \\ &\frac{kU_c \sin(x_1 - \arcsin(kx_3/\sqrt{1+(kx_3)^2}))}{1+(kx_3)^2}, \\ f_2(x_2) &= x_2/T - \alpha x_2^3/T, \end{aligned}$$

$$d_1 = kV_c \sin \varphi_c / (1 + (kx_3)^2),$$

$$b = K/T, d_2 = \Delta.$$

可见, 式(3)系统的相对阶为2. 令状态变量  $x_1 = x_2 = 0$ , 可得出系统零动态为

$$\dot{x}_3 = -kUx_3/\sqrt{1+(kx_3)^2} + V_c \sin \varphi_c. \quad (4)$$

文献[17]在未假设  $y$  有界情况下得出式(4)的系统零动态一致最终有界稳定的结论是不够严谨的. 在此假设  $y$  有界, 取Lyapunov函数为  $V_y = y^2/2 = x_3^2/2$  并对其求导, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_y &= -kUx_3^2/\sqrt{1+(kx_3)^2} + x_3 V_c \sin \varphi_c \leqslant \\ &-kUx_3^2/\sqrt{1+(kx_3)^2} + |x_3||V_c| = \\ &-k_1 V_y + k_2, \end{aligned}$$

其中:

$$k_1 = 2kU/\sqrt{1+(kx_3)^2} > 0, k_2 = |x_3||V_c| > 0.$$

根据有界性定理可得

$$V_y(t) \leqslant V_y(0)e^{-k_1 t} + k_2(1 - e^{-k_1 t})/k_1,$$

即式(4)的系统零动态是一致最终有界稳定的.

最后假设  $b > 0$ , 干扰  $d_1, d_2$  有界, 如此在设计控制器时可只考虑如下子系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + x_2 + d_1(t), \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + bu + d_2(t). \end{cases} \quad (5)$$

## 3 控制问题描述(Description of control problem)

把式(5)一般化为如下一类带干扰项的严格反馈不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = f_i(\mathbf{x}_i(t)) + x_{i+1}(t) + d_i(t), & 1 \leqslant i \leqslant n-1, \\ \dot{x}_n(t) = f_n(\mathbf{x}_n(t)) + bu + d_n(t), \\ y_1 = x_1(t), \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $\mathbf{x}_i(t) = [x_1(t) \cdots x_i(t)]$ ,  $f_i(\mathbf{x}_i(t))$  为参数呈下三角结构的并且未知但有界的连续函数,  $u$  和  $y_1$  分别为系统输入和输出,  $b > 0$  为未知控制增益常数,  $d_i(t)$  和  $d_n(t)$  为未知但有界的外部干扰信号. 针对式(6)所示系统, 文献[18]首次提出一种对参数不确定和外界干扰都具有良好鲁棒性的Backstepping控制设计方法. 然而此类方法需要已知被控对象数学模型的结构, 因而在实际应用中受到一定的限制.

模糊控制器是一类不依赖于被控对象数学模型的控制器, 其数学本质是从集合  $U \subset \mathbb{R}^n$  到  $V \subset \mathbb{R}$  的非线性映射. 定义  $U = U_1 \times \cdots \times U_n$ , 其中:  $U_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, n$ . 假设模糊系统存在如下模糊规则:

$$\begin{aligned} R^l : \text{If } x_1 \text{ is } A_1^{l_1} \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^{l_n}, \\ \text{then } \hat{f} \text{ is } B^{l_1, \dots, l_n}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中:  $x_i \in U_i$ ,  $A_i^{l_i}$  和  $B^{l_1, \dots, l_n}$  分别表示在  $U_i$  和  $V$  上的模糊集,  $l = 1, \dots, M$ ,  $l_i = 1, \dots, m_i$ ,  $M = \sum_{i=1}^n m_i$ . 则采用乘积推理机、单值模糊器和中心平均解模糊器的模糊系统可表达为如下形式<sup>[19]</sup>:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{l_1=1}^{m_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{m_n} \bar{y}^{l_1, \dots, l_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))}{\sum_{l_1=1}^{m_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{m_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))}, \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{x} = [x_1 \ \dots \ x_n]^T$ ,  $\bar{y}^{l_1, \dots, l_n}$  为  $B^{l_1, \dots, l_n}$  的峰值. 定义第  $l_1, \dots, l_n$  个模糊基函数为

$$\xi_{l_1, \dots, l_n}(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{m_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{m_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))}, \quad (9)$$

则式(8)可简化表达为

$$\hat{f}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}), \quad (10)$$

其中:  $\boldsymbol{\theta} = [\bar{y}^1 \ \dots \ \bar{y}^M]$ ,  $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) = [\xi_1(\mathbf{x}) \ \dots \ \xi_M(\mathbf{x})]$ .

根据模糊系统的万能逼近定理<sup>[20]</sup>, 假设  $f(\mathbf{x})$  是定义在集合  $U$  上的连续函数, 则对于任意小的常数  $\varepsilon > 0$ , 都存在式(10)所示的模糊系统, 使其满足不等式  $\sup_{\mathbf{x} \in U} |f(\mathbf{x}) - \hat{f}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})| < \varepsilon$ . 因此, 如果引入模糊系统到Backstepping控制设计中, 则可克服Backstepping方法对被控对象数学模型结构的依赖, 从而能够对式(6)所示系统进行更有效地控制. 如此控制器设计目标可描述为: 针对式(6)所示一类严格反馈不确定非线性系统, 基于Backstepping方法设计自适应模糊控制器, 保证闭环系统在所有信号一致最终有界意义下具有稳定性和特定的跟踪性能.

## 4 自适应模糊控制器设计(Design of adaptive fuzzy controller)

### 4.1 Backstepping模糊控制器结构(Structure of Backstepping fuzzy controller)

Backstepping方法的设计思想是视每一个子系统中的  $x_{i+1}(t)$  为虚拟被控量, 通过引入适当的虚拟反馈  $x_{i+1}(t) = \alpha_i$  使得系统的前面状态达到渐近稳定. 但一般系统的解并不满足  $x_{i+1}(t) = \alpha_i$ . 因此, 可首先定义  $n$  个误差变量:

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - y_d, \\ z_i = x_i - \alpha_{i-1}(x_i(t)), \quad i = 2, \dots, n, \end{cases} \quad (11)$$

其中  $y_d$  为有界参考输入信号. 式(6)在式(11)的变换下可转化为

$$\begin{cases} \dot{z}_i = z_{i+1} + \alpha_i + f_i(\mathbf{x}_i) - \dot{\alpha}_{i-1} + d_i, \\ \quad i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{z}_n = f_n(\mathbf{x}_n) + bu - \dot{\alpha}_{n-1} + d_n, \quad a_0 = y_d. \end{cases} \quad (12)$$

然后再在每一步构造一个Lyapunov函数, 并设计适当的虚拟控制量  $\alpha_i$  和实际控制输入  $u$ , 使式(12)系统得到镇定. 由于式(11)的实质为一微分同胚, 因此如果系统(12)得到镇定, 则式(6)的原系统也将达到稳定. 根据文献[21], 可利用式(10)形式的模糊系统  $\hat{f}_i(\mathbf{x}_i|\boldsymbol{\theta}_i)$  逼近式(12)中的未知函数  $f_i(\mathbf{x}_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , 以设计其Backstepping模糊控制器.

首先给定最优模糊逼近误差为

$$w_i^* \triangleq f_i(\mathbf{x}_i) - \hat{f}_i(\mathbf{x}_i|\boldsymbol{\theta}_i^*), \quad (13)$$

其中  $\boldsymbol{\theta}_i^*$  为如下定义的最优参数向量:

$$\boldsymbol{\theta}_i^* \triangleq \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_i^* \in \mathbb{R}^M} (\sup_{\mathbf{x} \in U} |f_i(\mathbf{x}_i) - \hat{f}_i(\mathbf{x}_i|\boldsymbol{\theta}_i)|). \quad (14)$$

记参数误差向量为  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i = \boldsymbol{\theta}_i^* - \boldsymbol{\theta}_i$ . 假设下文用到的设计参数  $\lambda_i > 0.5$ ,  $\gamma_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ . 以下给出基于模糊系统的Backstepping控制器设计步骤.

**步骤1** 当  $i = 1$  时, 根据式(12)可选取虚拟控制量为

$$\alpha_1 = -\lambda_1 z_1 - \hat{f}_1(\mathbf{x}_1|\boldsymbol{\theta}_1) + \dot{y}_d, \quad (15)$$

其中:  $\hat{f}_1(\mathbf{x}_1|\boldsymbol{\theta}_1)$  用于逼近  $f_1(\mathbf{x}_1)$ , 并定义总体逼近误差  $w_1 \triangleq w_1^* + d_1$ , 则相应的误差方程变为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -\lambda_1 z_1 + z_2 + f_1(\mathbf{x}_1) - \hat{f}_1(\mathbf{x}_1|\boldsymbol{\theta}_1) + d_1 = \\ &\quad -\lambda_1 z_1 + z_2 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1^T \boldsymbol{\xi}_1(\mathbf{x}_1) + w_1, \end{aligned} \quad (16)$$

因此可选取如下Lyapunov函数:

$$V_1 = z_1^2/2 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1/2\gamma_1, \quad (17)$$

并对其进行求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_1/2\gamma_1 = \\ &\quad -\lambda_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1 w_1 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1^T (z_1 \boldsymbol{\xi}_1(\mathbf{x}_1) - \dot{\boldsymbol{\theta}}_1/\gamma_1). \end{aligned}$$

**步骤2** 当  $i = 2$  时, 根据式(12)及上式可选取虚拟控制量为

$$\alpha_2 = -\lambda_2 z_2 - z_1 - \hat{f}_2(\mathbf{x}_2|\boldsymbol{\theta}_2) + \dot{\alpha}_1, \quad (18)$$

其中:  $\hat{f}_2(\mathbf{x}_2|\boldsymbol{\theta}_2)$  用于逼近  $f_2(\mathbf{x}_2)$ , 并定义  $w_2 \triangleq w_2^* + d_2$ , 则相应的误差方程可变为

$$\dot{z}_2 = -\lambda_2 z_2 - z_1 + z_3 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_2^T \boldsymbol{\xi}_2(\mathbf{x}_2) + w_2. \quad (19)$$

选取如下Lyapunov函数:

$$V_2 = V_1 + z_2^2/2 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_2^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_2/2\gamma_2, \quad (20)$$

并对其进行求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \\ \dot{V}_1 &+ z_2(-\lambda_2 z_2 - z_1 + z_3 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_2^T \boldsymbol{\xi}_2(\mathbf{x}_2) + w_2) = \\ &\quad -\sum_{i=1}^2 \lambda_i z_i^2 + z_2 z_3 + \sum_{i=1}^2 z_i w_i + \\ &\quad \sum_{i=1}^2 \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T (z_i \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_2) - \dot{\boldsymbol{\theta}}_i/\gamma_i). \end{aligned}$$

**步骤3** 以此类推, 当 $i = n - 1$ 时, 可选择虚拟控制量为

$$\alpha_{n-1} = -\lambda_{n-1}z_{n-1} - z_{n-2} - \hat{f}_{n-1}(\mathbf{x}_{n-1}|\boldsymbol{\theta}_{n-1}) + \dot{\alpha}_{n-2}, \quad (21)$$

其中:  $\hat{f}_{n-1}(\mathbf{x}_{n-1}|\boldsymbol{\theta}_{n-1})$  用于逼近  $f_{n-1}(\mathbf{x}_{n-1})$ , 并定义  $w_{n-1} \triangleq w_{n-1}^* + d_{n-1}$ , 则相应的误差方程变为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{n-1} &= -\lambda_{n-1}z_{n-1} - z_{n-2} + z_n + \\ &\quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{n-1}^T \boldsymbol{\xi}_{n-1}(\mathbf{x}_{n-1}) + w_{n-1}. \end{aligned} \quad (22)$$

选取如下Lyapunov函数:

$$V_{n-1} = V_{n-2} + z_{n-1}^2/2 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{n-1}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{n-1}/2\gamma_{n-1}, \quad (23)$$

并对其进行求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n-1} &= -\sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i z_i^2 + z_{n-1} z_n + \sum_{i=1}^{n-1} z_i w_i + \\ &\quad \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T (z_i \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i) - \dot{\boldsymbol{\theta}}_i / \gamma_i). \end{aligned}$$

**步骤4** 当 $i = n$ 时, 选取实际控制器为

$$u = -\lambda_n z_n - z_{n-1} - \hat{f}_n(\mathbf{x}_n|\boldsymbol{\theta}_n), \quad (24)$$

其中:  $\hat{f}_n(\mathbf{x}_n|\boldsymbol{\theta}_n)$  用于逼近  $(f_n(\mathbf{x}_n) - \dot{\alpha}_{n-1})/b$ , 并定义  $w_n \triangleq w_n^* + d_n/b$ , 则相应的误差方程变为

$$\dot{z}_n = b(-\lambda_n z_n - z_{n-1} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_n^T \boldsymbol{\xi}_n(\mathbf{x}_n) + w_n). \quad (25)$$

选取如下Lyapunov函数:

$$V_n = V_{n-1} + z_n^2/2b + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_n^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_n/2\gamma_n, \quad (26)$$

并对其进行求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \\ \dot{V}_{n-1} &+ z_n (-\lambda_n z_n - z_{n-1} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_n^T \boldsymbol{\xi}_n(\mathbf{x}_n) + w_n) = \\ &- \sum_{i=1}^n \lambda_i z_i^2 + \sum_{i=1}^n z_i w_i + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T (z_i \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i) - \dot{\boldsymbol{\theta}}_i / \gamma_i). \end{aligned} \quad (27)$$

并且由于  $z_i^2 + w_i^2 \geq 2z_i w_i$ , 即有

$$-z_i^2/2 + z_i w_i \leq w_i^2/2. \quad (28)$$

把式(27)中  $\lambda_i$  分解为  $\lambda_i = a_i + 1/2$ , 其中  $a_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ , 并结合式(28), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq -\sum_{i=1}^n a_i z_i^2 + \sum_{i=1}^n w_i^2/2 + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T (z_i \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i) - \dot{\boldsymbol{\theta}}_i / \gamma_i). \end{aligned} \quad (29)$$

## 4.2 模糊系统参数自适应律(Parameter adaptive laws of fuzzy systems)

令式(12)系统的误差向量为  $\mathbf{z} = [z_1 \ \dots \ z_n]^T$ , 并定义其均方意义跟踪误差如下<sup>[22]</sup>:

$$E(t) \triangleq \frac{1}{t} \int_0^t \mathbf{z}^T(\tau) \mathbf{z}(\tau) d\tau, \quad t > 0. \quad (30)$$

根据文献[23, 24]有如下引理.

**引理1** 式(12)系统的误差向量  $\mathbf{z}: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$  具有  $\mu$ -小邻域的均方意义稳定性, 如果  $\mathbf{z} \in S(\mu)$ ,  $\forall t, T \geq 0$ , 其中

$$S(\mu) = \{\mathbf{z} \in L_{2e} \mid \int_t^{t+T} \mathbf{z}^T(\tau) \mathbf{z}(\tau) d\tau \leq \mu T + c\}, \quad (31)$$

其中  $\mu > 0$  和  $c > 0$  为有限常数.

上节基于模糊系统给出了 Backstepping 控制器的结构, 但从式(29)可以看出, 该控制器并没有保证闭环系统的稳定性. 由于无法直接消除总体逼近误差  $w_i$  对系统的影响而使闭环系统达到渐近稳定, 故可在不等式(29)右端构造  $V_n$  的表达式(26), 然后通过引理1获得闭环系统输入输出意义上的均方意义稳定性. 因此, 根据式(29)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= -\sum_{i=1}^n 2a_i z_i^2/2 - \sum_{i=1}^n \kappa_i \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i / 2\gamma_i + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2/2 + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \kappa_i \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i / 2\gamma_i + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T (z_i \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i) - \dot{\boldsymbol{\theta}}_i / \gamma_i), \end{aligned}$$

其中设计参数  $\kappa_i > 0$ . 令  $a_0 = \min\{2a_i, \kappa_i, i = 1, \dots, n\}$ , 则上式可变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq -a_0 V_n + \sum_{i=1}^n \kappa_i \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i / 2\gamma_i + \sum_{i=1}^n w_i^2/2 + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T (z_i \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i) - \dot{\boldsymbol{\theta}}_i / \gamma_i). \end{aligned} \quad (32)$$

并且由于

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i / 2 &= (\boldsymbol{\theta}_i^{*T} \boldsymbol{\theta}_i^* - 2\boldsymbol{\theta}_i^{*T} \boldsymbol{\theta}_i + \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i) / 2 \leq \\ &\quad \boldsymbol{\theta}_i^{*T} \boldsymbol{\theta}_i^* + \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i, \end{aligned}$$

因此有

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i / 2 &\leq 2\boldsymbol{\theta}_i^{*T} \boldsymbol{\theta}_i^* + 2\boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_i^{*T} \boldsymbol{\theta}_i^* - \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i \leq \\ &\quad 2\boldsymbol{\theta}_i^{*T} \boldsymbol{\theta}_i^* - 2(\boldsymbol{\theta}_i^{*T} - \boldsymbol{\theta}_i^T) \boldsymbol{\theta}_i, \end{aligned}$$

如此可得

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i / 2 \leq 2\boldsymbol{\theta}_i^{*T} \boldsymbol{\theta}_i^* - 2\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \boldsymbol{\theta}_i. \quad (33)$$

把式(33)代入式(32), 即有

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq -a_0 V_n + \sum_{i=1}^n 2\kappa_i \boldsymbol{\theta}_i^{*T} \boldsymbol{\theta}_i^* / \gamma_i + \sum_{i=1}^n w_i^2/2 + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T (z_i \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i) - 2\kappa_i \boldsymbol{\theta}_i / \gamma_i - \dot{\boldsymbol{\theta}}_i / \gamma_i). \end{aligned} \quad (34)$$

根据式(34)可以直观地给出参数向量  $\boldsymbol{\theta}_i$  的自适应律, 因此有如下定理.

**定理1** 对于式(6)所示系统, 采用式(24)的控制器以及如下相应的参数自适应律:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_i = \gamma_i z_i \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i) - 2\kappa_i \boldsymbol{\theta}_i, \quad (35)$$

并且假设  $w_i$  存在上确界  $\varepsilon_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . 则闭环系统在所有信号一致最终有界意义下, 跟踪性能指标满足如下均方意义跟踪误差:

$$E(t) \leq 2V(0)/a_0 t + 2b_0/a_0, \quad t > 0, \quad (36)$$

其中  $b_0 = \sum_{i=1}^n 2\kappa_i \boldsymbol{\theta}_i^{*\top} \boldsymbol{\theta}_i^*/\gamma_i + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2/2$ , 并且闭环系统具有  $\mu = 2b_0/a_0$  小邻域的均方意义稳定性.

**证** 把式(35)代入式(34)并由  $b_0$  的定义, 可得

$$\dot{V}_n \leq -a_0 V_n + b_0. \quad (37)$$

对上式两端积分可得

$$\begin{aligned} V_n(t) &\leq V_n(0)e^{-a_0 t} + b_0 e^{-a_0 t} (e^{a_0 t} - 1)/a_0 = \\ &= (V_n(0) - b_0/a_0)e^{-a_0 t} + b_0/a_0 \leqslant \\ &\leq V_n(0) + b_0/a_0, \forall t > 0. \end{aligned}$$

可见  $V_n(t) \in L_\infty$ . 结合式(26)可知,  $\boldsymbol{\theta}_i, z_i \in L_\infty, i = 1, \dots, n$ . 再根据式(11)(15)(21)(24), 可得闭环系统所有信号一致最终有界, 即  $\boldsymbol{\theta}_i, \alpha_{i-1}, x_i, u \in L_\infty, i = 1, \dots, n$ . 并且, 根据式(37)有

$$\dot{V}_n \leq -a_0 \sum_{i=1}^n z_i^2/2 + b_0. \quad (38)$$

对式(38)两端在  $[0, t]$  上积分并作适当变换, 可得式(36)成立. 对式(38)两端在  $[t, t+T]$  上积分并作适当变换, 可得

$$\int_t^{t+T} \mathbf{z}^\top(\tau) \mathbf{z}(\tau) d\tau \leq 2b_0 T/a_0 + 2V_n(t)/a_0. \quad (39)$$

令  $\mu = 2b_0/a_0, c = 2V_n(t)/a_0$ , 由定理1即有, 系统具有  $\mu = 2b_0/a_0$  小邻域的均方意义稳定性.

证毕.

由于式(3)的船舶系统第一个方程结构已知, 可将  $f_1(\mathbf{x}_1)$  分解为  $f_1(\mathbf{x}_1) = \boldsymbol{\theta}_1^\top f'_1(x_1)$ , 其中:

$$\boldsymbol{\theta}_1 = U_c,$$

$$f'_1(x_1) = \frac{k \sin(x_1 - \arcsin(kx_3/\sqrt{1+(kx_3)^2}))}{1+(kx_3)^2},$$

故控制器设计的第一步可采用常规Backstepping方法<sup>[17]</sup>. 如此可得出以下推论.

**推论1** 针对式(5)所示的欠驱动船舶系统, 选取虚拟控制量为

$$\alpha_1 = -\lambda_1(x_1 - y_d) - \boldsymbol{\theta}_1^\top f'_1(x_1) + \dot{y}_d, \quad (40)$$

实际控制器为

$$u = -\lambda_2(x_2 - \alpha_1) - (x_1 - y_d) - \hat{f}_2(\mathbf{x}_2 | \boldsymbol{\theta}_2), \quad (41)$$

参数自适应律为

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 = \gamma_1(x_1 - y_d)f'_1(x_1) - 2\kappa_1\boldsymbol{\theta}_1, \quad (42a)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 = \gamma_2(x_2 - \alpha_1)\xi_2(\mathbf{x}_2) - 2\kappa_2\boldsymbol{\theta}_2, \quad (42b)$$

则闭环系统在所有信号一致最终有界意义下具有均方意义稳定性, 即实现式(36)的直线航迹跟踪性能.

## 5 应用实例(Application example)

### 5.1 控制器设计(Controller design)

设置控制器参数为

$$\lambda_1 = 0.6, \lambda_2 = 200, \gamma_1 = 0.05,$$

$$\gamma_2 = 0.5, \kappa_1 = 0.5, \kappa_2 = 5.$$

系数  $k$  的选择与系统响应的关系为: 选取较大的  $k$  可以加快  $y$  的响应速度, 但选取过大则会造成系统振荡和控制舵角  $\delta$  饱和. 在此选取  $k = 0.005$ . 假设  $y$  的论域为  $[-200, 200]$ . 令式(2)中  $\varphi = 0$ , 则  $y = 200$  对应  $x_1 = \pi/4$ , 如此可将  $y$  的模糊划分映射到  $x_1$  上. 故  $x_1$  的论域可定义为  $[-\pi/4, \pi/4]$ , 对应隶属度函数为

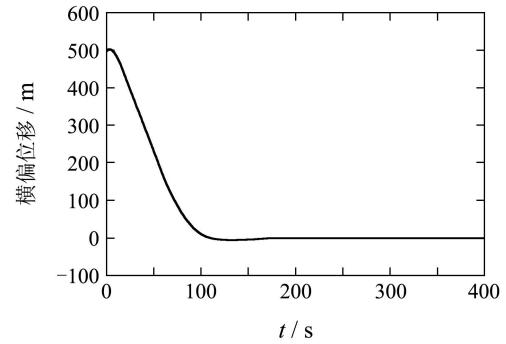
$$\begin{cases} \mu_{A_1^1} = 1/(1 + \exp(36(x_1 + 3\pi/16))), \\ \mu_{A_1^5} = 1/(1 + \exp(-36(x_1 - 3\pi/16))), \\ \mu_{A_1^i} = \exp(-(x_1 + \pi/8(i-3))^2/0.045), \\ i = 2, 3, 4. \end{cases}$$

由于  $x_2 = r$  且  $5^\circ = \pi/36 \text{ rad}$ , 因此  $x_2$  的论域可定义为  $[-\pi/36, \pi/36]$ , 对应隶属度函数为

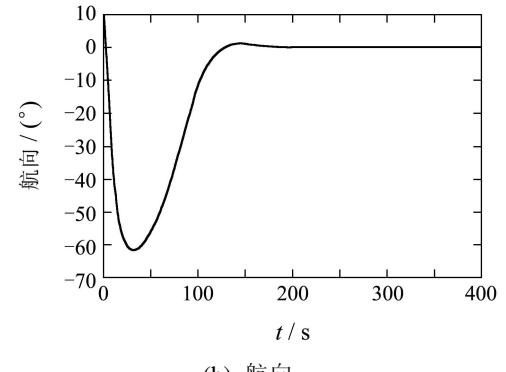
$$\begin{cases} \mu_{A_2^1} = 1/(1 + \exp(280(x_2 + 3\pi/144))), \\ \mu_{A_2^5} = 1/(1 + \exp(-280(x_2 - 3\pi/144))), \\ \mu_{A_2^i} = \exp(-(x_2 + \pi/72(i-3))^2/(5.78 \times 10^{-4})), \\ i = 2, 3, 4. \end{cases}$$

### 5.2 仿真分析(Simulation analysis)

**情况1** 设置状态变量约束为  $r \in [-5^\circ/\text{s}, 5^\circ/\text{s}]$ , 控制输入约束为  $\delta \in [-35^\circ, 35^\circ]$ . 在文献[17]的参数设置下进行仿真实验, 其中初始状态设置为  $y(0) = 500 \text{ m}, \varphi(0) = 10^\circ, r(0) = 0$ . 图1的仿真结果显示式(1)系统的3个状态都可以收敛到原点, 横偏位移  $y$  的调节时间  $\approx 110 \text{ s}$ (2%误差范围). 可见在满足状态变量和控制输入约束条件的前提下, 本文控制器的调节时间比文献[17]中的( $\approx 220 \text{ s}$ )明显要快.



(a) 横偏位移  $y$



(b) 航向  $\varphi$

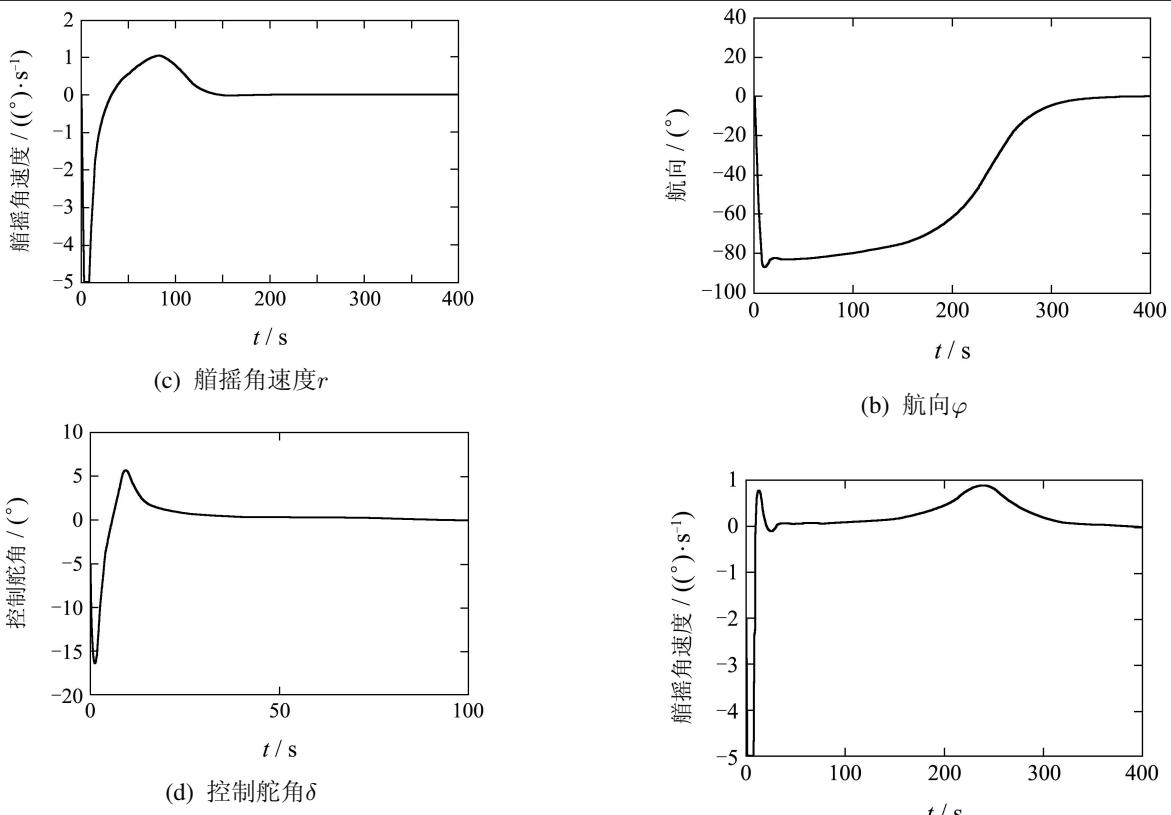
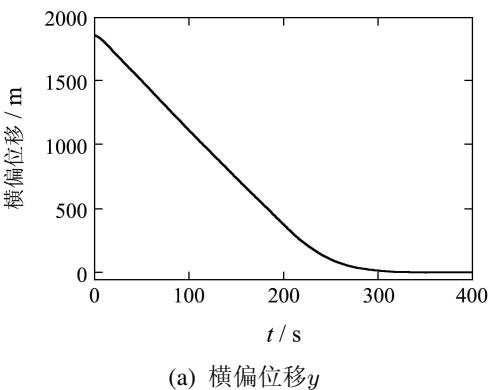


图1 情况1航迹控制响应曲线

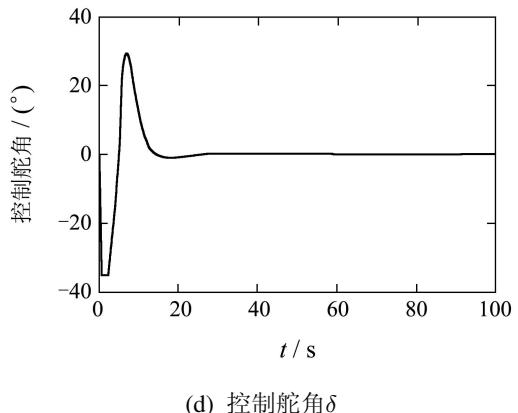
Fig. 1 Response curve of track-keeping control in case 1

**情况2** 在与情况1相同的约束条件下, 改变仿真参数为文献[16]中的设置, 其中初始状态为 $y(0) = 1852 \text{ m}$ ,  $\varphi(0) = 10^\circ$ ,  $r(0) = 0$ . 仿真结果如图2所示. 可见此时除了由于前向合速度 $U$ 的减小导致的系统响应变慢之外, 系统状态同样可以基本保持平滑收敛至原点的小邻域. 在外界干扰的影响下, 航向 $\varphi$ 在稳态时并未出现偏差, 而控制舵角 $\delta$ 出现了轻微振荡. 而在相同条件下文献[16]中的 $\varphi$ 出现大幅偏差,  $\delta$ 出现大幅振荡.

**情况3** 干扰参数加强为 $d = -2 \times 10^{-3} + 2 \times 10^{-3} \sin(\pi t / 30)$ , 其余参数保持与情况2一致, 仿真结果如图3所示. 可见此时横偏位移 $y$ 仍能收敛到零. 为了抵御强正弦干扰, 控制舵角 $\delta$ 出现正弦振荡, 并且航向 $\varphi$ 和艏摇角速度 $r$ 在原点邻域也出现轻微振荡, 但总体上仍能满足控制要求.



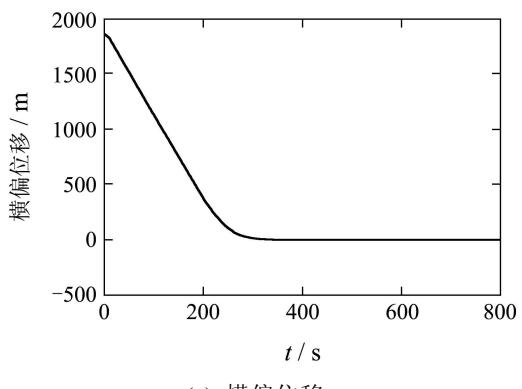
(a) 横偏位移y



(d) 控制舵角δ

图2 情况2航迹控制响应曲线

Fig. 2 Response curve of track-keeping control in case 2



(a) 横偏位移y

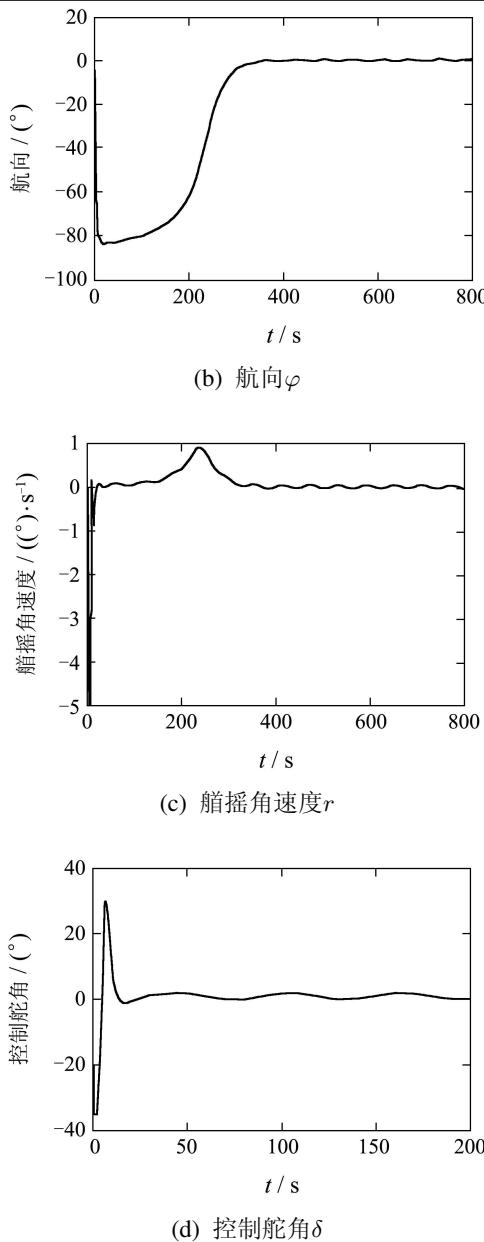


图3 情况3航迹控制响应曲线

Fig. 3 Response curve of track-keeping control in case 3

## 6 结论(Conclusions)

本文针对欠驱动船舶直接航迹控制问题,把直线航迹控制数学模型转化为严格反馈不确定非线性系统的形式。基于此类不确定非线性系统,本文提出一种新的Backstepping自适应模糊控制器设计方法。在逼近误差存在未知上确界的假设条件下,基于Lyapunov稳定性理论证明了闭环系统在所有信号一致最终有界意义下具有均方意义稳定性。相比文献[17],本文控制器不仅更加简洁直观,而且在保证对参数摄动和外界干扰具有良好鲁棒性的前提下,可以实现更快的调节速度。在状态变量和控制输入共同约束下的直线航迹控制仿真实验验证了该控制器的有效性和良好性能。

## 参考文献(References):

- [1] LEFEBER E, PETTERSEN K Y, NIJMEIJER H. Tracking control of an underactuated ship[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003, 11(1): 52 – 61.
- [2] 郭晨, 汪洋, 孙富春, 等. 欠驱动水面船舶运动控制研究综述[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 321 – 329.  
(GUO Chen, WANG Yang, SUN Fuchun, et al. Survey for motion control of underactuated surface vessels[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(3): 321 – 329.)
- [3] JIANG Z P. Global tracking control of underactuated ships by Lyapunov's direct method[J]. *Automatica*, 2003, 38(2): 301 – 309.
- [4] DO K D, JIANG Z P, PAN J. Underactuated ship global tracking under relaxed conditions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(9): 1529 – 1536.
- [5] DO K D, JIANG Z P, PAN J. Universal controllers for stabilization and tracking of underactuated ships[J]. *Systems & Control Letters*, 2002, 47(4): 299 – 317.
- [6] DO K D, JIANG Z P, PAN J. Global partial-state feedback and output-feedback tracking controllers for underactuated ships[J]. *Systems & Control Letters*, 2005, 54(10): 1015 – 1036.
- [7] DO K D, PAN J. Global tracking control of underactuated ships with nonzero off-diagonal terms in their system matrices[J]. *Automatica*, 2005, 41(1): 87 – 95.
- [8] DO K D, PAN J. Robust path-following of underactuated ships: theory and experiments on a model ship[J]. *Ocean Engineering*, 2006, 33(10): 1354 – 1372.
- [9] DO K D, PAN J. Global robust adaptive path following of underactuated ships[J]. *Automatica*, 2006, 42(10): 1713 – 1722.
- [10] LI J, LEE P, JUN B, et al. Point-to-point navigation of underactuated ships[J]. *Automatica*, 2008, 44(12): 3201 – 3205.
- [11] 寒冰, 赵国良. 基于微分平滑的欠驱动船舶航迹控制[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2004, 25(6): 709 – 713.  
(HAN Bing, ZHAO Guoliang. Path tracking control of underactuated surface vessels based on the differential flatness[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2004, 25(6): 709 – 713.)
- [12] 李铁山, 杨盐生, 郑云峰. 不完全驱动船舶非线性控制[J]. 交通运输工程学报, 2003, 3(4): 39 – 42.  
(LI Tieshan, YANG Yansheng, ZHEN Yunfeng. Nonlinear control of underactuated ships[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2003, 3(4): 39 – 42.)
- [13] 李铁山, 杨盐生, 洪碧光. 船舶直线航迹控制的鲁棒自适应非线性设计[J]. 大连海事大学学报, 2004, 30(4): 1 – 5.  
(LI Tieshan, YANG Yansheng, HONG Biguang. Robust adaptive nonlinear design for ship linear track-keeping control[J]. *Journal of Dalian Maritime University*, 2004, 30(4): 1 – 5.)
- [14] 李铁山, 杨盐生, 郑云峰. 不完全驱动船舶航迹控制输入输出线性化设计[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(7): 945 – 948.  
(LI Tieshan, YANG Yansheng, ZHENG Yunfeng. Input-output linearization designs for straight-line tracking control of underactuated ships[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(7): 945 – 948.)

- [15] 周岗, 姚琼荟, 陈永冰, 等. 不完全驱动船舶直线航迹控制稳定性研究[J]. 自动化学报, 2007, 33(4): 378 – 384.  
(ZHOU Gang, YAO Qionghui, CHEN Yongbing, et al. A study of stability of straight-line tracking control system for underactuated ship[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(4): 378 – 384.)
- [16] 卜仁祥, 刘正江, 李铁山. 船舶航迹迭代非线性滑模增量反馈控制算法[J]. 交通运输工程学报, 2006, 6(4): 75 – 79.  
(BU Renxiang, LIU Zhengjiang, LI Tieshan. Increment feedback control algorithm of ship track based on nonlinear sliding mode[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2006, 6(4): 75 – 79.)
- [17] 李铁山, 杨盐生, 洪碧光, 等. 船舶航迹控制鲁棒自适应模糊设计[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 445 – 448.  
(LI Tieshan, YANG Yansheng, HONG Biguang, et al. Robust adaptive fuzzy design for ships track-keeping control[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 445 – 448.)
- [18] KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V, MORSE A S. A toolkit for nonlinear feedback design[J]. *Systems & Control Letters*, 1992, 18(2): 83 – 92.
- [19] WANG L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146 – 155.
- [20] WANG L X. Fuzzy systems are universal approximators[C] //Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Fuzzy Sys-tems. New York: IEEE, 1992: 1163 – 1170.
- [21] ZOU A M, HOU Z G, TAN M. Adaptive control of a class of non-linear pure-feedback systems using fuzzy Backstepping approach[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2008, 16(4): 886 – 896.
- [22] DATTA A, IOANNOU P A. Performance analysis and improvement in model reference adaptive control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(12): 2370 – 2387.
- [23] ZHANG Y, IOANNOU P A. Robustness and performance of a modified adaptive Backstepping controller[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 1998, 12(3): 247 – 265.
- [24] FARRELL J A, POLYCARPOU M M. *Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches*[M]. Hoboken, USA: John Wiley & Sons, 2006.

### 作者简介:

**潘永平** (1982—), 男, 博士研究生, 研究方向为模糊系统及模糊控制、非线性自适应控制, E-mail: pan.yp@email.scut.edu.cn;

**黄道平** (1961—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为智能检测与智能控制, E-mail: audhuang@scut.edu.cn;

**孙宗海** (1974—), 男, 副研究员, 研究方向为复杂系统建模与控制, E-mail: sunzh@scut.edu.cn.