第 28 卷第 7 期
2011 年 7 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 28 No. 7
Jul. 2011

文章编号: 1000−8152(2011)07−1036−05

非线性机电换能器混沌系统的无源化控制

王 震

(西京学院 基础部, 陕西 西安 710123)

摘要: 针对一类相对阶为2的非线性机电换能器混沌系统, 研究其无源化控制问题. 所分析的系统具有标准链式结构, 利用逆步(Backstepping)方法及无源性与稳定性之间的等价关系, 设计并证明了系统的反馈镇定控制器. 仿真算例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 混沌系统; Duffing方程; 机电换能器系统; 无源化控制

中图分类号: TP273, TM346, O415 **文献标识码**: A

Passivity control of nonlinear electromechanical transducer chaotic system

WANG Zhen

(Department of Foundation, Xijing College, Xi'an Shaanxi 710123, China)

Abstract: The passivity control problem for a nonlinear electromechanical transducer chaotic system with relative 2nd order is studied. It is assumed that the system has a standard chain structure. By using the Backstepping method and the equivalence relation between the passivity and the stability, feedback stabilizing controller of the system is designed and has been proved. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: chaotic system; Duffing equation; electromechanical transducer system; passivity control

1 引言(Introduction)

半个世纪以来，经过无数科学工作者的艰苦研究和探索, 人们对混沌运动的特点, 规律及其在各个学科领域的表现已经有了深刻的理解. 1963年, Lorenz[1]在一个三维自治系统首次发现了混沌吸引子. 1999年, Chen和Ueta[2~4]也发现了一种和Lorenz系统族相似但不同的混沌吸引子. 近年来的大量研究工作表明, 混沌与工程技术联系越来越密切, 它在生物、化学、力学、电子、信息、计算机工程, 以及应用数学和实验物理等领域都具有广泛的前景. 因此, 在一些混沌显得非常重要而且有用的领域, 有目的的产生或强化混沌现象已经成为一个关键性的课题. 又由于混沌运动具有初值敏感性和长时间发展趋势的不可预见性, 混沌控制就成了混沌应用的关键环节. 到目前为止, 国内外的科学工作者基于不同的策略提出了大量的混沌控制方法, 如反馈控制方法, 脉冲控制方法, 自适应控制方法, 非线性反馈控制法等[5~13].

机电换能器[14~16]系统在某些参数及工作条件下会出现混沌现象, 导致系统的控制性能不稳定, 影响到系统的运行质量和可靠性, 同时由于此类系统的数学模型是多变量耦合的非线性系统, 所以可以运用非线性控制理论来分析和设计控制器, 使系统达到稳定[17~20]. 本文基于无源化控制理论, 根据具自激励机电换能器混沌系统的能量耗散特性, 利用系统固有的物理特性设计控制器, 消除了系统中的混沌运动, 实现了混沌系统的快速稳定. 首先提出自激励机电换能器混沌控制问题, 然后用无源化方法来分析和设计该混沌系统的反馈镇定控制器, 最后用计算机仿真来证明该方法的有效性.

2 机电换能器数学模型(Mathematical model of electromechanical transducer)

图1为机电换能器的横截面, 主要由电力和机械两部分构成. 其中电力部分由电容(C)、电感(L)和非线性电阻(RNL), 且RNL具有伏安特性

$$U = -Ri_0[\frac{i}{i_0} - \frac{1}{3}(\frac{i}{i_0})^3], \tag{1}$$

其中: R, i_0为常数. 机械部分由系着可移动线圈的质量为m的杆组成, 刚度为k的弹簧一端固定, 另一端粘着质量为m的杆, 同时缠绕在质量不计的杆上, 且刚度k满足$k = k_0 + k_1y^2$, 其中y为弹簧的伸长长度. 电力部分和机械部分通过永磁铁的空隙相互作

收稿日期: 2010−04−13; 收修改稿日期: 2010−07−11.
基金项目: 西京学院科研基金资助项目(100106).

用, 应用牛顿第二定律和Kirchhoff电压定律, 经过适当的参数换算, 换能器系统可描述为

$$\begin{aligned}&\ddot{x}-\varepsilon_1(1-x^2)\dot{x}+\omega_1^2x+p\ddot{y}=0,\\&\ddot{y}+\varepsilon_2\dot{y}+\omega_2^2y+cy^3-qx=0,\end{aligned}\tag{2}$$

其中x, y分别表示电容电荷和质量为m的杆的位移. 如果$p=q=0$, 系统(2)变为Vanderpol振子和自治的Duffing方程, 由于Vanderpol振子具有自激励振子性质, 所以系统(2)也称为具自激励换能器.

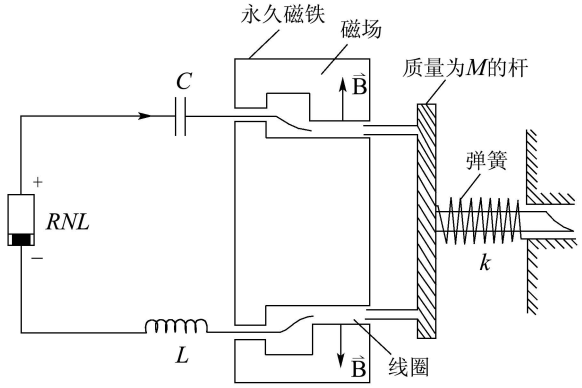


图 1　自激励机电换能器横截图

Fig. 1　Transversal section of a self-sustained electromechanical transducer

3　标准链式结构(Standard chain structure)

为了便于分析并控制系统(2), 考虑SISO仿射非线性控制系统

$$\begin{aligned}&\dot{Z}=f(Z)+g(Z)u,\\&y=h(Z).\end{aligned}\tag{3}$$

其中:

$$f(Z)=\begin{pmatrix}z_2\\-(\omega_1^2+pq)z_1+\varepsilon_1(1-z_1^2)z_2+p\omega_2^2z_3+pcz_3^3+p\varepsilon_2z_4\\z_4\\qz_1-\varepsilon_2z_4-\omega_2^2z_3-cz_3^3\end{pmatrix},$$

u为外部输入, $h(Z)=z_1$, $g(Z)=(0,1,0,0)^{\mathrm{T}}$, $Z=(x,\dot{x},y,\dot{y})$.

对系统(3), 考察输出信号y对时间的微分

$$\dot{y}=L_fh(Z)+L_gh(Z)u,$$

其中: $L_fh(Z)=z_2$, $L_gh(Z)=0$. 由于对于任意的Z, $L_gh(Z)=0$, 则对$\dot{y}$继续进行微分, 可得

$$\ddot{y}=L_f^2h(Z)+L_gL_fh(Z)u,$$

其中

$$\begin{aligned}L_f^2h(Z)=&-(\omega_1^2+pq)z_1+\varepsilon_1(1-z_1^2)z_2+\\&p\omega_2^2z_3+pcz_3^3+p\varepsilon_2z_4,\\L_gL_fh(Z)=&\ 1.\end{aligned}$$

又由于对于任意的Z, $L_gL_fh(Z)\neq 0$, 所以系统相对阶$\gamma=2$, 则可得变换方程组

$$\begin{cases}L_g\eta_i(Z)=0,\\L_{[f,g]}\eta_i(Z)=0,\\i=1,2,\end{cases}$$

其中

$$\begin{aligned}[f,g](x)=&\ L_fg(x)-L_gf(x)=\\&(-1,-\varepsilon_1(1-z_1^2),0,0)^{\mathrm{T}}.\end{aligned}$$

该方程组有解$\eta_1(Z)=z_3$, $\eta_2(Z)=z_4$. 选择变换

$$(\xi,\eta)^{\mathrm{T}}=\varPhi(Z)=(h(Z),L_fh(Z),\eta_1(Z),\eta_2(Z))^{\mathrm{T}},$$

其Jacobian矩阵$J_\varPhi=\dfrac{\partial\varPhi(Z)}{\partial Z}=E$为单位矩阵, 对任意的$Z$有$\det(J_\varPhi)=1\neq 0$, 则$\varPhi(Z)$是全局微分同胚, 且为恒等变换.

令

$$\begin{aligned}u=&(\omega_1^2+pq)\xi_1-\varepsilon_1(1-\xi_1^2)\xi_2-\\&p\omega_2^2\eta_1-pc\eta_1^3-p\varepsilon_2\eta_2+v,\end{aligned}\tag{4}$$

其中v为新的控制输入信号. 由前面分析, 显然系统(3)具有标准链式结构:

$$\dot{\eta}=f_0(\eta,\xi_1),\ \dot{\xi}_1=\xi_2,\ \dot{\xi}_2=v,\ y=\xi_1.\tag{5}$$

其中:

$$f_0(\eta,\xi_1)=\begin{pmatrix}\eta_2\\q\xi_1-\varepsilon_2\eta_2-\omega_2^2\eta_1-c\eta_1^3\end{pmatrix},$$

$$\eta=(\eta_1,\eta_2)^{\mathrm{T}}.$$

4　反馈镇定控制器(Feedback stabilizing controller)

引理 1　相对阶为1的系统

$$\begin{aligned}&\dot{x}=f_0(x,y),\\&\dot{y}=v.\end{aligned}\tag{6}$$

如果存在函数$\beta(x)$和正定函数$W(x)$, 使得对于任意的$x\neq 0$, 有$\dot{W}=L_{f_0}W(x)<0$, 则系统(6)在原点$(x,y)=(0,0)$处渐进稳定, 同时反馈控制器

$$v=\frac{\partial\beta}{\partial x}f_0(x,y)-L_{\tilde{f}_0}W(x)-y+\beta(x).$$

由于系统(5)的相对阶为2, 所以不能直接应用引理, 为此需要通过Backstepping方法, 从位于积分器链末端的积分器的理想信号开始, 沿信号传递的逆向逐步构造理想控制输入, 并重复应用引理递推, 得到积分器链输入端的镇定反馈律v. 即首先视积分器ξ_1的输入ξ_2为假想控制信号, 利用η子系统与积分器ξ_1的串联结构, 根据引理1得到(η,ξ_1)坐标的子系

统对应的镇定控制器$\beta_2(\eta,\xi_1)$, 同时进行坐标变换得到新的子系统,然后再次根据引理得到新的子系统所对应的镇定控制器v, 利用坐标变换的微分同胚特性, 知道该控制器同样也是原系统(5)的镇定控制器.

定理 1 相对阶为2的系统(5), 如果存在函数$\beta_2(\eta,\xi_1)$和正定函数$\tilde{W}(\eta,\tilde{\xi}_1)$, 使得对于任意的$\eta$, $\xi_1,\tilde{\xi}_1\neq 0$, 有$\dot{\tilde{W}}<0$, 则系统(5)在原点处渐进稳定, 同时根据式(4)知系统(3)的控制输入u为

$$u=(\omega_1^2+pq)\xi_1-\varepsilon_1(1-\xi_1^2)\xi_2-p\omega_2^2\eta_1-pc\eta_1^3-p\varepsilon_2\eta_2+v,$$

其中v为系统(5)的反馈镇定控制器, 且

$$v=(\frac{3c}{q}\eta_1^2+\varepsilon_2)(q\tilde{\xi}_1-(q+\varepsilon_2)\eta_2-\omega_2^2\eta_1)+\frac{6c}{q}\eta_1\eta_2^2+\omega_2^2\eta_2-(q+2)\tilde{\xi}_2+q(q+1)\eta_2+q\tilde{\xi}_1.$$

证 令$\beta_1(\eta)=\dfrac{c}{q}\eta_1^3-\eta_2$和正定函数$W(\eta)=\dfrac{1}{2}\omega_2^2\eta_1^2+\dfrac{1}{2}\eta_2^2$, 则对于$\forall\eta\neq 0$有

$$\frac{\partial W}{\partial\eta_1}\dot{\eta}_1+\frac{\partial W}{\partial\eta_2}\dot{\eta}_2=-(q+\varepsilon_2)\eta_2^2<0.$$

令$\tilde{\xi}_1=\xi_1-\beta_1(\eta)$, 则$(\eta,\xi_1)$子系统变为

$$\begin{cases}\dot{\eta}_1=\eta_2,\\ \dot{\eta}_2=q(\tilde{\xi}_1+\dfrac{c}{q}\eta_1^3-\eta_2)-\varepsilon_2\eta_2-\omega_2^2\eta_1-c\eta_1^3,\\ \dot{\tilde{\xi}}_1=\xi_2-\dfrac{3c}{q}\eta_1^2\eta_2+q(\tilde{\xi}_1+\dfrac{c}{q}\eta_1^3-\eta_2)-\\ \qquad\varepsilon_2\eta_2-\omega_2^2\eta_1-c\eta_1^3.\end{cases}\tag{7}$$

若将ξ_2看作是该子系统的假想控制输入, 令$\tilde{f}=(0,q)^{\mathrm{T}}$, 可得$(\eta,\xi_1)$子系统的镇定控制器$\beta_2(\eta,\xi_1)$有

$$\begin{aligned}&\beta_2(\eta,\xi_1)=\\&\frac{\partial\beta_1}{\partial\eta_1}\dot{\eta}_1(\eta,\xi_1)+\frac{\partial\beta_1}{\partial\eta_2}\dot{\eta}_2(\eta,\xi_1)-\\&L_{\tilde{f}}W(\eta)-\xi_1+\beta_1(\eta)=\\&\frac{3c}{q}\eta_1^2\eta_2-(q\xi_1-\varepsilon_2\eta_2-\omega_2^2\eta_1-c\eta_1^3)-\\&q\eta_2-\xi_1+\frac{c}{q}\eta_1^3-\eta_2=\\&\frac{c}{q}\eta_1^2(3\eta_2+q\eta_1+\eta_1)+\omega_2^2\eta_1+\\&(\varepsilon_2-q-1)\eta_2-(q+1)\xi_1.\end{aligned}\tag{8}$$

令

$$\tilde{W}(\eta,\tilde{\xi}_1)=W(\eta)+\frac{1}{2}\tilde{\xi}_1^2,$$

所以对于$\forall\eta$, $\tilde{\xi}_1\neq 0$

$$\frac{\partial\tilde{W}(\eta,\tilde{\xi}_1)}{\partial\eta_1}\dot{\eta}_1+\frac{\partial\tilde{W}(\eta,\tilde{\xi}_1)}{\partial\eta_2}\dot{\eta}_2+\frac{\partial\tilde{W}(\eta,\tilde{\xi}_1)}{\partial\tilde{\xi}_1}\dot{\tilde{\xi}}_1=-(q+\varepsilon_2)\eta_2^2-\tilde{\xi}_1^2<0.$$

取$\tilde{\xi}_2=\xi_2-\beta_2(\eta,\tilde{\xi}_1)$, 且$\tilde{f}_1=(0,0,1)^{\mathrm{T}}$. 根据定理条件, 则当

$$\begin{aligned}&v=\\&\frac{\partial\beta_2(\eta,\tilde{\xi}_1)}{\partial\eta_1}\dot{\eta}_1+\frac{\partial\beta_2(\eta,\tilde{\xi}_1)}{\partial\eta_2}\dot{\eta}_2+\frac{\partial\beta_2(\eta,\tilde{\xi}_1)}{\partial\tilde{\xi}_1}\dot{\tilde{\xi}}_1-\\&L_{\tilde{f}_1}\tilde{W}(\eta,\tilde{\xi}_1)-\xi_2+\beta_2(\eta,\tilde{\xi}_1)=\\&(\frac{3c}{q}\eta_1^2+\varepsilon_2)(q\tilde{\xi}_1-(q+\varepsilon_2)\eta_2-\omega_2^2\eta_1)+\\&\frac{6c}{q}\eta_1\eta_2^2+\omega_2^2\eta_2-(q+2)\tilde{\xi}_2+q(q+1)\eta_2+q\tilde{\xi}_1\end{aligned}$$

时, 系统(5)渐进稳定到原点, 即当系统(3)的控制输入u为

$$u=(\omega_1^2+pq)\xi_1-\varepsilon_1(1-\xi_1^2)\xi_2-p\omega_2^2\eta_1-pc\eta_1^3-p\varepsilon_2\eta_2+v.\tag{9}$$

证毕.

5 数值仿真(Numerical simulation)

和文献[14]相同, 取参数

$$\varepsilon_2=0.00987,\ \varepsilon_1=2.466,\ \omega_1=\omega_2=1,$$
$$c=0,\ p=3.518,\ q=0.808,$$

可得系统有最大Lyapunov指数

$$L_{\max}=\lambda_1=0.02,\ \lambda_2=0,$$
$$\lambda_3=-0.17,\ \lambda_4=-2.04.$$

此时系统显然为混沌系统, 系统运动状态和Lyapunov指数见图2和图3. 同时根据定理知系统(3)快速稳定, 仿真结果见图4.

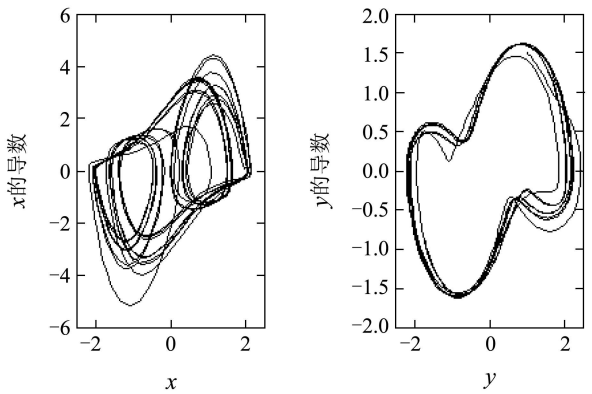


图 2 系统(2)的混沌运动

Fig. 2 Chaos of system (2)

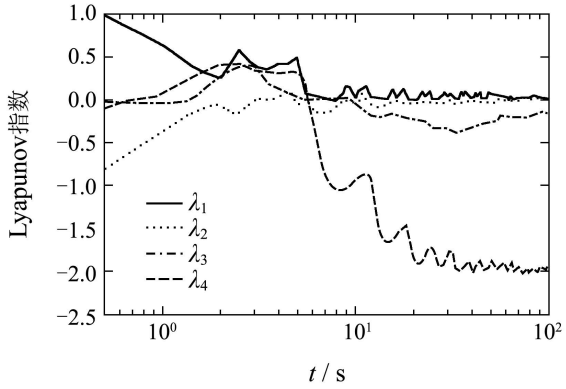


图 3 系统(2)的Lyapunov指数

Fig. 3 Lyapunov exponent of system (2)

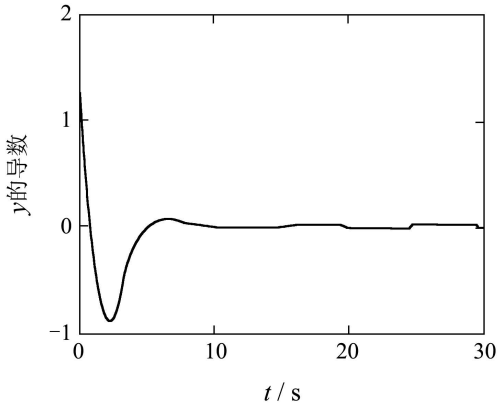
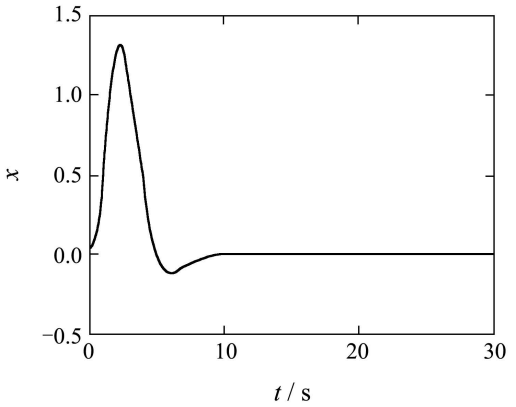
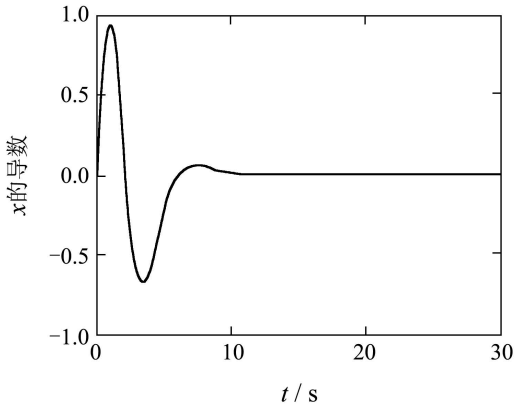
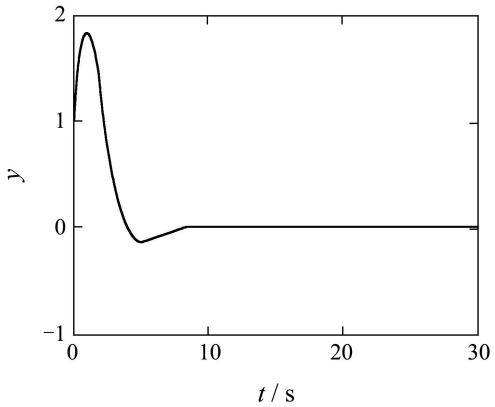


图 4 受控系统(3)的运动状态

Fig. 4 States of controlled system (3)







6 结论(Conclusion)

自激励机电换能器系统是一个从电学系统接收波, 而向一个力学系统输送波, 或反过来做的一种非线性换能器系统, 同时将机械能与电能进行互换, 在某些参数及工作条件下会出现混沌现象. 因此分析换能器的动力学行为, 避免混沌现象, 对换能器进行控制, 使换能器能够稳定运行具有重要的意义. 本文基于无源化控制理论, 根据自激励机电换能器混沌系统的能量耗散特性, 利用系统固有的物理特性设计了控制器, 消除了系统中的混沌运动, 实现了混沌系统的快速稳定. 同时控制量容易测量, 控制原理也容易实现, 具有较好的工程应用价值.

参考文献(References):

[1] LORENZ E N. Deterministic nonperiodic flow[J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1963, 20(2): 130 – 141.

[2] CHEN G R, UETA T. Yet another chaotic attractor[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1999, 9(7): 1465 – 1466.

[3] UETA T, CHEN G R. Bifurcation analysis of Chen's attractor[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2000, 10(8): 1917 – 1931.

[4] CHEN G R, UETA T. *Chaos in Circuits and Systems*[M]. Singapore: World Scientific, 2002.

[5] WANG Z. Existence of attractor and control of a 3D differential system[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2010, 60(3): 369 – 373.

[6] 王震, 毛鹏伟. 一类三维混沌系统的分叉及稳定性分析[J]. 动力学与控制学报, 2008, 6(1): 16 – 21.
(WANG Zhen, MAO Pengwei. Bifurcation and stability analysis of a 3D chaotic system[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1): 16 – 21.)

[7] 谭拂晓, 关新平, 刘德荣, 等. 调节L_2增益抑制耦合发电机组的混沌现象[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 1016 – 1020.
(TAN Fuxiao, GUAN Xinping, LIU Derong, et al. Chaos suppression in the coupled dynamo-system by adjusting the L-two-gain[J]. *Control Theory & Application*, 2008, 25(6): 1016 – 1020.)

[8] 张侃健, 冯纯伯.一类非线性系统的自适应无源化控制[J]. 控制与决策, 2008, 23(4): 435 – 438.

(ZHANG Kanjian, FENG Chunbo. Adaptive passivation for a class of nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(4): 435 – 438.)

[9] 毛鹏伟, 蔺小林, 王震. 不同阶混沌Colpitts电路系统的同步[J]. 通信技术, 2010, 43(2): 131 – 133.
(MAO Pengwei, LIN Xiaolin, WANG Zhen. Synchronization of chaotic Colpitts circuit system with different orders[J]. *Communications Technology*, 2010, 43(2): 131 – 133.)

[10] 王震, 毛鹏伟. jerk电路混沌系统的同步与追踪控制[J]. 微计算机信息, 2009, 25(5-3): 269 – 270.
(WANG Zhen, MAO Pengwei. Synchronization and tracking control of jerk circuit chaotic system[J]. *Microcomputer Information*, 2009, 25(5/3): 269 – 270.)

[11] 周蕊, 王震, 毛鹏伟, 等. 一类三维混沌系统的自适应同步[J]. 陕西科技大学学报, 2008, 26(4): 123 – 126.
(ZHOU Rui, WANG Zhen, MAO Pengwei, et al. Adaptive synchronization of a 3D chaotic system[J]. *Journal of Shaanxi University of Science and Technology*, 2008, 26(4): 123 – 126.)

[12] 霍学红, 王震, 李相峰. 多涡卷混沌系统的仿真与非线性观测器[J]. 自动化技术与应用, 2009, 28(2): 9 – 11.
(HUO Xuehong, WANG Zhen, LI Xiangfeng. Simulation and nonlinear design of multi-scroll chaotic system[J]. *Techniques of Automation and Applications*, 2009, 28(2): 9 – 11.)

[13] YAMAPI R, CHABI OROU J B, WOAFO P. Synchronization of the regular and chaotic states of electromechanical devices with and without delay[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2004, 14(1): 171 – 181.

[14] WANG Z, WU Y T, LI Y X, et al. Adaptive Backstepping control of a nonlinear electromechanical system with unknown parameters[C] //*Proceedings of the 4th International Conference on Computer Science and Education*. Xiamen: Xiamen University Press, 2009: 441 – 444.

[15] WOAFO P, YAMAPI R, CHABI OROU J B. Dynamics of a Nonlinear Electromechanical system with multiple functions in series[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2005, 10(3): 229 – 251.

[16] YAMAPI R, AZIZ-ALAOUI M A. Vibration analysis and bifurcations in the self-sustained electromechanical system with multiple functions[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2007, 12(8): 1534 – 1549.

[17] YAMAPI R, CHABI OROU J B. Harmonic oscillations, stability and chaos control in a nonlinear electromechanical system[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259(5): 1253– 1264.

[18] YAMAPI R, CHABI OROU J B, WOAFO P. Harmonic dynamics and transition to chaos in a nonlinear electromechanical system with parametric coupling[J]. *Physica Scripta*, 2003, 67(4): 269 – 275.

[19] TAFO W E, YAMAPI R. Chaos synchronization of resistively coupled duffing system: numerical and experimental investigations[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14(4): 1439 – 1453.

[20] ASFAR K R, MASOUD K K. Damping of parameterically excited single degree of freedom systems[J]. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 1994, 29(3): 421 – 428.

作者简介:

王 震 (1981—), 男, 硕士研究生, 主要研究领域为混沌动力系统及其控制, E-mail: williamwangz@126.com.

(上接第1035页)

[11] 王永富, 柴天佑, 佟绍成. 一类非线性不确定系统的鲁棒自适应模糊跟踪控制[J]. 模糊系统与数学, 2004, 18(4): 92 – 98.
(WANG Yongfu, CHAI Tianyou, TONG Shaocheng. Robust adaptive fuzzy tracking control of uncertain nonlinear systems[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics,* 2004, 18(4): 92 – 98.)

[12] 唐涧涛, 佟绍成. 基于神经网络的一类非线性系统自适应H_∞控制[J]. 控制与决策, 1999, 14(4): 297 – 302.
(TANG Jiantao, TONG Shaocheng. Adaptive H_∞ control of nonlinear systems based on neural networks[J]. *Control and Decision,* 1999, 14(4): 297 – 302.)

[13] 陈谋, 姜长生, 吴庆宪, 等. 基于RBF神经网络的一类不确定非线性系统自适应H_∞控制[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 27 – 32.
(CHEN Mou, JIANG Changsheng, WU Qingxian, et al. Adaptive H_∞ control of a class of uncertain nonlinear systems based on RBF neural networks[J]. *Control Theory & Applications,* 2003, 20(1): 27 – 32.)

[14] VAPNIK V N. An overview of statistical learning theory[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1999, 10(5): 988 – 999.

作者简介:

谢春利 (1972—), 男,讲师, 博士研究生, 研究方向为非线性系统自适应控制理论与方法, E-mail: chunlix@dlnu.edu.cn;

邵 诚 (1958—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域包括复杂工业过程建模与集成优化控制、非线性系统鲁棒自适应控制理论与方法、先进控制技术, E-mail: cshao@dlut.edu.cn;

赵丹丹 (1975—), 讲师, 硕士, 研究领域包括电子商务和语义网等, E-mail: zhaodd@dlnu.edu.cn.