

未知多变量非线性系统自适应模糊预测控制

师五喜

(天津工业大学 电气工程与自动化学院, 天津 300160)

摘要: 对一类未知多变量非线性系统提出了直接自适应模糊预测控制方法, 此方法首先对被控对象提出了线性时变子模型加非线性子模型的预测模型, 然后直接用模糊逻辑系统组成的向量来设计预测控制器, 并基于时变死区函数对控制器中的未知向量和广义误差估计值中的未知矩阵进行自适应调整. 文中证明了此方法可使广义误差向量估计值收敛到原点的一个邻域内.

关键词: 未知多变量非线性系统; 自适应模糊控制; 预测控制; 时变死区

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive fuzzy predictive control for unknown multivariable nonlinear systems

SHI Wu-xi

(School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China)

Abstract: We present a direct adaptive fuzzy predictive control method for a class of unknown multivariable nonlinear systems. In this method, the plant is represented by a predictive model consisting of a linear time-varying submodel and a nonlinear submodel; the vector composed of fuzzy logic systems is used to design the predictive controller directly. The unknown vector in the controller and the unknown matrix in estimates of the generalized error are adjusted based on the time-varying function of dead-zone. It is proved that the proposed method can make the estimates of the generalized error vector converge to a neighborhood of the origin.

Key words: unknown multivariable nonlinear systems; adaptive fuzzy control; predictive control; time-varying dead-zone

1 引言(Introduction)

由于预测控制对被控对象的不确定性、时滞变化等有较强的鲁棒性, 使其在工业过程控制中获得了成功的应用. 但最初的预测控制算法是针对线性系统提出的, 如模型算法控制(MAC)^[1]、动态矩阵控制(DMC)^[2]和广义预测控制(GPC)^[3], 而通常的工业过程含有复杂的非线性特性, 因此对于非线性系统的预测控制研究显得尤为重要.

由于模糊逻辑系统(FLS)具有万能逼近性^[4], 近年来对非线性系统提出了大量的基于模糊模型的预测控制方法^[5~14], 但以上算法一般都用高木-关野(T-S)^[15]模糊逻辑系统对非线性系统进行辨识, 使非线性系统表示为多个线性子系统的时变加权组合^[5~12], 或采用线性多模型策略^[13,14], 最后采用线性系统预测控制方法在线求得预测控制律. 文献[16]对一类单变量仿射非线性系统提出了基于神经网络的近似预测模型, 然后对权值进行在线调整, 最后还是采用线性系统预测控制的方法得到控制

量. 可以看出, 以上控制方法首先都是用模糊逻辑系统或人工神经网络对非线性系统进行辨识, 然后在线调整辨识模型中的未知参数, 最后利用线性系统的预测控制方法求得预测控制律, 这不可避免地要在每个时刻计算矩阵的逆或求解非线性优化问题, 使在线计算量较大. 这也如同文献[17]所说, 用模糊逻辑系统建立非线性系统的全局模型是非常复杂的事情, 再结合预测控制算法反而增加了复杂性.

为避免由于利用模糊逻辑系统建立非线性系统全局模型后, 再基于此模型设计预测控制算法时产生的复杂性问题, 文献[18]对一类单变量非线性系统提出线性时变子模型加非线性子模型的预测模型, 然后基于此预测模型提出了直接自适应模糊预测控制方法. 本文在文献[18]的基础上, 对多变量非线性系统提出了线性时变子模型加非线性子模型的预测模型, 然后直接利用模糊逻辑系统设计预测控制器的每个分量. 为补偿设计过程中出现的误差项, 文中基于广义误差向量估计值的时变死区函数对控制器

参数和广义误差估计值中的未知向量进行自适应调整,并对时变死区设计了自适应调节律.文中证明了此方法可使广义误差向量估计值收敛到原点的一个小邻域内.

2 预测模型及预测控制律(Predictive model and predictive control law)

考虑如下的多变量非线性离散时间系统:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= F[\mathbf{y}(t-1), \dots, \mathbf{y}(t-n), \\ &\quad \mathbf{u}(t-1), \dots, \mathbf{u}(t-m)], \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \dots \ y_{k_1}(t)]^T$, $\mathbf{u}(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_{k_2}(t)]^T$ 分别表示系统的输出和输入向量, n 和 m 表示输出和输入阶数, 且已知. $F[\cdot] = [f_1[\cdot] \ \dots \ f_{k_1}[\cdot]]^T$ 是未知的连续可微向量值函数. 对于系统(1), 本文做如下假设:

假设 1 系统(1) 满足广义Lipschitz 条件, 即对任意的 t 和 $\Delta \mathbf{u}(t) \neq 0$ 有 $\|\Delta \mathbf{y}(t+1)\| \leq L \|\Delta \mathbf{u}(t)\|$, 其中 L 是常数, $\Delta = \text{diag}\{1 - z^{-1}\}$ 是相应维数的差分矩阵.

取性能指标函数如下:

$$\begin{aligned} J &= \sum_{j=1}^N \|\mathbf{y}(t+j) - \mathbf{y}_r(t+j)\|^2 + \\ &\quad \sum_{j=1}^{N_u} \|\Delta \mathbf{u}(t+j-1)\|_{\Lambda}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $\|\mathbf{x}\|_{\Lambda}^2 = \mathbf{x}^T \Lambda \mathbf{x}$, $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{k_2}\}$, $\mathbf{y}_r(t)$ 是 $k_1 \times 1$ 维的有界设定值向量, N 是最大预测时域, N_u 是控制时域, Λ 是控制加权矩阵, 当 $j = N_u, \dots, N$ 时, $\Delta \mathbf{u}(t+j) = 0$.

记 $I_i(t) = \{y_i(t), \dots, y_i(t-n+1)\}$ ($i = 1, \dots, k_1$), $J_l(t) = \{u_l(t-1), \dots, u_l(t-m+1)\}$ ($l = 1, \dots, k_2$), 则当 $m \geq 2$ 时, 对系统(1)中的 $y_i(t)$ 有

$$\begin{aligned} y_i(t+1) &= f_i[I_1(t), \dots, I_{k_1}(t), u_1(t), \\ &\quad J_1(t), \dots, u_{k_2}(t), J_{k_2}(t)]. \end{aligned} \quad (3)$$

由于 $f_i[\cdot]$ 连续可微, 利用微分中值定理得

$$y_i(t+1) = [a_{i1}^1(t), \dots, a_{ik_2}^1(t)] \Delta \mathbf{u}(t) + F_{i1}(X(t)), \quad (4)$$

其中: $a_{il}^1(t)$ 是 $f_i[\cdot]$ 对于 $u_l(t)$ 的偏导数 $\frac{\partial f_i}{\partial u_l(t)}$ 在 $u_l(t-1)$ 与 $u_l(t)$ 之间某一点处的值,

$$\begin{aligned} X(t) &= [I_1(t) \ \dots \ I_{k_1}(t) \ J_1(t) \ \dots \ J_{k_2}(t)]^T, \\ F_{i1}(X(t)) &= f_i[I_1(t) \ \dots \ I_{k_1}(t) \ u_1(t-1) \\ &\quad J_1(t) \ \dots \ u_{k_2}(t-1) \ J_{k_2}(t)]. \end{aligned}$$

为研究问题方便, 记 $t+j-r = tj_r$, 递推地, 可以得到 $j(\geq 2)$ 步超前预测输出为

$$\begin{aligned} y_i(t+j) &= \sum_{r=1}^{j-1} [a_{i1}^r(tj_r) \ \dots \ a_{ik_2}^r(tj_r)] \Delta \mathbf{u}(tj_r) + \\ &\quad f_{i(j-1)}[I_1(t) \ \dots \ I_{k_1}(t), u_1(t), \\ &\quad J_1(t) \ \dots \ u_{k_2}(t) \ J_{k_2}(t)], \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $f_{i(j-1)}[\cdot]$ 是把式(3)中的 $y_i(t+1)$ 代入 $F_{i(j-1)}(X(t+j-1))$ 后经整理所得.

利用微分中值定理可得

$$\begin{aligned} y_i(t+j) &= \sum_{r=1}^j [a_{i1}^r(tj_r) \ \dots \ a_{ik_2}^r(tj_r)] \Delta \mathbf{u}(tj_r) + \\ &\quad F_{ij}(X(t)), \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $a_{il}^j(t)$ 是 $f_{i(j-1)}[\cdot]$ 对于 $u_l(t)$ 的偏导数 $\frac{\partial f_{i(j-1)}}{\partial u_l(t)}$ 在 $u_l(t-1)$ 与 $u_l(t)$ 之间某一点处的值, $F_{ij}(X(t)) = f_{i(j-1)}[I_1(t) \ \dots \ I_{k_1}(t) \ u_1(t-1) \ J_1(t) \ \dots \ u_{k_2}(t-1) \ J_{k_2}(t)]$. 由式(6)得

$$\mathbf{y}(t+j) = \sum_{r=1}^j A_{rj}(tj_r) \Delta \mathbf{u}(tj_r) + H_j(X(t)), \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_{rj}(tj_r) &= \begin{bmatrix} a_{i1}^r(tj_r) & \dots & a_{ik_2}^r(tj_r) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ a_{k_21}^r(tj_r) & \dots & a_{k_2k_2}^r(tj_r) \end{bmatrix}, \\ H_j(tj_r) &= \begin{bmatrix} F_{1j}(X(t)) \\ \vdots \\ F_{k_1j}(X(t)) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

式(7)写成向量形式为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}(t) \mathbf{U} + \mathbf{F}, \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(t) &= \begin{bmatrix} A_{11} & & & \\ A_{22} & A_{12} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ A_{N_u N_u} & A_{N_u-1 N_u} & \dots & A_{1 N_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ A_{NN} & A_{N-1 N} & \dots & A_{N-N_u+1 N} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Y} &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t+1) \\ \mathbf{y}(t+2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(t+N) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(t) \\ \Delta \mathbf{u}(t+1) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(t+N_u-1) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} H_1(X(t)) \\ H_2(X(t)) \\ \vdots \\ H_N(X(t)) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

以上矩阵 $\mathbf{G}(t)$ 中, 第1列元素是 t 的函数, 第2列元素是 $t+1$ 的函数, 第 N_u 列元素是 $t+N_u-1$ 的函数.

当 $m = 1$ 时, 亦可得到形如式(8)的预测模型, 只是此时

$$X(t) = [I_1(t) \cdots I_{k_1}(t) \ u_1(t-1) \cdots u_{k_2}(t-1)]^T.$$

式(8)是系统(1)的一个准确预测模型, 由线性时变子模型加非线性子模型构成.

定义 $Y_r = [\mathbf{y}_r^T(t+1) \ \mathbf{y}_r^T(t+2) \ \cdots \ \mathbf{y}_r^T(t+N)]^T$, 则性能指标函数式(2)可写成

$$J = \|Y - Y_r\|^2 + \|U\|_\Gamma^2, \quad (9)$$

其中 $\Gamma = \text{diag}\{\Lambda\}$. 把式(8)代入式(9)可得使 J 取最小值的控制律为

$$U = (G^T(t)G(t) + \Gamma)^{-1}G^T(t)[Y_r - F]. \quad (10)$$

令

$$\mathbf{P}^T(t) = (p_{lh_1})(h_1 = 1, \cdots, k_1 \times N)$$

是 $(G^T(t)G(t) + \Gamma)^{-1}G^T(t)$ 的前 k_2 行, 根据预测控制中滚动优化的思想, 可得预测控制律为

$$\Delta \mathbf{u}(t) = \mathbf{P}^T(t)[Y_r - F], \quad (11)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t-1) + \Delta \mathbf{u}(t). \quad (12)$$

可以证明上述的预测控制律具有如下重要性质:

引理 1 定义广义误差向量

$$E_g(t+N) = \mathbf{P}^T(t)(Y - Y_r) + \mathbf{Q}^T(t)\Gamma U, \quad (13)$$

其中: $\mathbf{Q}^T(t) = (q_{lh_2})(h_2 = 1, \cdots, k_2 \times N_u)$ 是 $(G^T(t)G(t) + \Gamma)^{-1}$ 的前 k_2 行, 则 $E_g(t+N) = 0$ 当且仅当 $\Delta \mathbf{u}(t)$ 由式(11)定义. 证明略.

3 直接自适应模糊预测控制器设计(Design of direct adaptive fuzzy predictive controller)

当被控对象(1)中的向量值函数未知时, 控制器(11)不能实现, 因此本文直接利用与参数成线性关系的模糊逻辑系统 $y = \theta^T \xi(x)$ 来逼近式(10)中的各元素, 得如下的模糊预测控制律:

$$U = \begin{bmatrix} \theta_{11}^T \xi_{11}(X(t)) \\ \vdots \\ \theta_{1k_2}^T \xi_{1k_2}(X(t)) \\ \vdots \\ \theta_{N_u 1}^T \xi_{N_u 1}(X(t)) \\ \vdots \\ \theta_{N_u k_2}^T \xi_{N_u k_2}(X(t)) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

根据滚动优化的思想, 取式(14)的前 k_2 行可得本文所要设计的自适应模糊预测控制律:

$$\Delta \mathbf{u}(t) = \Xi^T(X(t))\Theta, \quad (15)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t-1) + \Delta \mathbf{u}(t), \quad (16)$$

其中:

$$\Xi^T(*) = \begin{bmatrix} \xi_{11}^T(*) & & \\ & \ddots & \\ & & \xi_{1k_2}^T(*) \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \vdots \\ \theta_{1k_2} \end{bmatrix}.$$

以下来研究如何对控制律式(15)中的参数向量 $\Theta(t)$ 设计自适应调节律.

由文献[19]知, 由有限项正交多项式作为基函数, 其线性组合可以近似任意一个定义在闭区间上的连续函数. 本文取 $L(t) = [L_0(t) \ L_1(t) \ \cdots \ L_s(t)]^T$ 为基函数, 则式(13)中的时变参数 $p_{lh_1}(t)$ 和 $q_{lh_2}(t)$ 可以表示为

$$p_{lh_1}(t) = \sum_{s=0}^S a_{lh_1 s} L_s(t) + \epsilon_{plh_1}(t), \quad (17)$$

$$q_{lh_2}(t) = \sum_{s=0}^S b_{lh_2 s} L_s(t) + \epsilon_{qlh_2}(t), \quad (18)$$

其中: $a_{lh_1 s}$ 和 $b_{lh_2 s}$ 是常数, $\epsilon_{plh_1}(t)$ 和 $\epsilon_{qlh_2}(t)$ 是逼近误差. 记

$$A = \begin{bmatrix} a_{110} & \cdots & a_{11S} & \cdots & a_{1(k_1 \times N)0} & \cdots & a_{1(k_1 \times N)S} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{k_2 10} & \cdots & a_{k_2 1S} & \cdots & a_{k_2(k_1 \times N)0} & \cdots & a_{k_2(k_1 \times N)S} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{110} & \cdots & b_{11S} & \cdots & b_{1(k_2 \times N_u)0} & \cdots & b_{1(k_2 \times N_u)S} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{k_2 10} & \cdots & b_{k_2 1S} & \cdots & b_{k_2(k_2 \times N_u)0} & \cdots & b_{k_2(k_2 \times N_u)S} \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t-N+1) - \mathbf{y}_r(t-N+1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_r(t) \\ \vdots \\ \Lambda \Delta \mathbf{u}(t-N) \\ \vdots \\ \Lambda \Delta \mathbf{u}(t-N+N_u-1) \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} L_0(t) \\ \vdots \\ L_S(t) \end{bmatrix}.$$

把式(17)和式(18)代入式(13)得

$$E_g(t) = \bar{\Theta}_{ab}^T Z(t-N) + \omega_E(t-N), \quad (19)$$

其中:

$$\bar{\Theta}_{ab}^T = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}, \quad Z(t-N) = \begin{bmatrix} L \\ \ddots \\ L \end{bmatrix} M,$$

$$\omega_E(t-N) = [(\epsilon_{plh_1}(t-N))_{l \times h_1} \ (\epsilon_{qlh_2}(t-N))_{l \times h_2}] Z(t-N).$$

考虑到

$$\mathbf{P}^T(t)G(t)U + \mathbf{Q}^T(t)\Gamma U = \Xi^T(X(t))\Theta,$$

把式(14)代入式(8),再代入式(13)得

$$E_g(t+N) = \Xi^T(X(t))\Theta - P^T(t)(Y_r - F). \quad (20)$$

定义

$$\Theta^* = \arg \min_{\Theta \in \bar{\Omega}} \{ \sup \|\Xi^T(X(t))\Theta - P^T(t)[Y_r - F]\| \},$$

其中: $\bar{\Omega}$ 是参数 Θ 的约束集, 并记 $\Phi = \Theta - \Theta^*$, 最佳逼近误差向量 $\omega(t) = \Xi^T(X(t))\Theta^* - P^T(t)[Y_r - F]$, 则由式(20)得 t 时刻的广义误差向量:

$$E_g(t) = \Xi^T(X(t-N))\Phi(t-N) + \omega(t-N). \quad (21)$$

当被控对象中的向量值函数已知时, 由引理1知, 式(11)的控制律将使 $E_g(t+N) = 0$, 因此如果基于广义误差向量 $E_g(t)$ 对控制器参数 $\Theta(t)$ 进行自适应调节, 使得能够保证序列 $\{\|E_g(t)\|\}$ 的收敛性, 就可达到控制目的. 但现在被控对象中的向量值函数未知, 由式(19)知, 广义误差向量 $E_g(t)$ 无法算出, 因此本文基于广义误差向量估计值 $\hat{E}_g(t)$ 的死区函数对参数 $\Theta(t)$ 进行自适应调节, 然后通过保证序列 $\{\|\hat{E}_g(t)\|\}$ 收敛到原点的邻域内来达到控制目的. 为此定义广义误差向量估计值 $\hat{E}_g(t)$ 为

$$\hat{E}_g(t) = \Theta_{ab}^T(t-N)Z(t-N), \quad (22)$$

其中 $\Theta_{ab}(t)$ 是 $\bar{\Theta}_{ab}$ 的估计值. 由式(19)(21)和(22)得

$$\hat{E}_g(t) = \Xi^T(X(t-N))\Phi(t-N) + \Phi_{ab}^T(t-N)Z(t-N) + \Omega(t-N), \quad (23)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Phi_{ab}(t) &= \Theta_{ab}(t) - \bar{\Theta}_{ab}, \\ \Omega(t-N) &= \omega(t-N) - \omega_E(t-N). \end{aligned}$$

由文献[4]中模糊逻辑系统的万能逼近性和文献[19]中正交基函数线性组合的逼近性能可知 $\Omega(t)$ 有界, 本文作如下假设:

假设2 对所有的 $t > 0$, $\Omega(t)$ 有界.

由此可令 $|\Omega(t-N)| \leq \rho^*$, ρ^* 是大于零的未知常数, 并假设 $\rho(t)$ 是其估计值.

为补偿式(23)中的误差项, 本文采用广义误差向量估计值的时变死区函数 $E_\Delta(t)$ 来设计未知参数的自适应律, 定义

$$E_\Delta(t) = \|\hat{E}_g(t)\| - \rho(t-N)\text{Sat}, \quad (24)$$

其中

$$\text{Sat} = \begin{cases} 1, & \|\hat{E}_g(t)\| > \rho(t-N), \\ \frac{\|\hat{E}_g(t)\|}{\rho(t-N)}, & \|\hat{E}_g(t)\| \leq \rho(t-N). \end{cases}$$

采用如下的自适应律来调节参数 $\Theta(t)$, $\Theta_{ab}(t)$ 和

$\rho(t)$:

$$\begin{aligned} \Theta(t) &= \\ \Theta(t-N) &- \\ &\frac{\alpha \Xi(X(t-N))\hat{E}_g(t)E_\Delta(t)}{(1 + \|Z(t-N)\|)^2(E_\Delta(t) + \rho(t-N))}, \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Theta_{ab}(t) &= \\ \Theta_{ab}(t-N) &- \\ &\frac{\beta Z(t-N)\hat{E}_g^T(t)E_\Delta(t)}{(1 + \|Z(t-N)\|)^2(E_\Delta(t) + \rho(t-N))}, \quad (26) \end{aligned}$$

$$\rho(t) = \rho(t-N) + \frac{\gamma E_\Delta(t)}{(1 + \|Z(t-N)\|)^2}. \quad (27)$$

其中 α , β 和 γ 是自适应学习率.

对以上所设计的自适应模糊预测控制方案的性能, 由如下的定理描述:

定理1 对被控对象(1), 其自适应模糊预测控制律为式(15)(16), 未知参数的自适应调节律为式(25)~(27), 则当 $\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0$ 且 $\alpha + \beta + \gamma < 2$ 时, $\|\hat{E}_g(t)\|$ 收敛到原点的一个邻域内.

证 记

$$\begin{aligned} \bar{\Xi}(X(t)) &= \frac{\Xi(X(t))}{1 + \|Z(t)\|}, \quad \bar{Z}(X(t)) = \frac{Z(t)}{1 + \|Z(t)\|}, \\ \bar{\hat{E}}_g(t) &= \frac{\hat{E}_g(t)}{1 + \|Z(t-N)\|}, \quad \rho^* - \rho(t) = \bar{\rho}(t). \end{aligned}$$

取函数

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{\alpha} \Phi^T(t)\Phi(t) + \frac{1}{\beta} \text{tr}(\Phi_{ab}^T(t)\Phi_{ab}(t)) + \\ &\frac{1}{\gamma} \bar{\rho}^T(t)\bar{\rho}(t). \quad (28) \end{aligned}$$

令 $V(t) - V(t-N) = \Delta V(t)$, 当 $\|\hat{E}_g(t)\| \leq \rho(t-N)$ 时 $E_\Delta(t) = 0$, 此时 $\Delta V(t) = 0$, 所以以下只研究 $\|\hat{E}_g(t)\| > \rho(t-N)$ 的情况, 此时由式(24)得

$$\|\hat{E}_g(t)\| = E_\Delta(t) + \rho(t-N). \quad (29)$$

由式(25)~(27)得

$$\begin{aligned} \Delta V(t) &= \\ &-2\bar{\hat{E}}_g^T(t)(\bar{\Xi}^T(X(t-N))\Phi(t-N) + \\ &\Phi_{ab}^T(t-N)\bar{Z}(t-N))\frac{E_\Delta(t)}{E_\Delta(t) + \rho(t-N)} + \\ &\bar{\hat{E}}_g^T(t)(\alpha\bar{\Xi}^T(X(t-N))\bar{\Xi}(X(t-N)) + \\ &\beta\|\bar{Z}(t-N)\|^2 I)\bar{\hat{E}}_g(t)\frac{E_\Delta^2(t)}{(E_\Delta(t) + \rho(t-N))^2} - \\ &\frac{2\bar{\rho}(t-N)E_\Delta(t)}{(1 + \|Z(t-N)\|)^2} + \frac{\gamma E_\Delta^2(t)}{(1 + \|Z(t-N)\|)^4}, \quad (30) \end{aligned}$$

其中 I 是单位矩阵. 又由式(23)得

$$\bar{\Xi}^T(X(t-N))\Phi(t-N)+\Phi_{ab}^T(t-N)\bar{Z}(t-N)=\bar{\hat{E}}_g(t)-\bar{\Omega}(t-N). \quad (31)$$

将式(31)代入式(30)并考虑式(29)得

$$\Delta V(t) \leq -\Gamma \frac{E_{\Delta}^2(t)}{(1+\|Z(t-N)\|)^2}, \quad (32)$$

其中 $\Gamma = 2 - \alpha - \beta - \gamma$. 由于 $\alpha + \beta + \gamma < 2$, 所以

$$\Delta V(t) \leq 0. \quad (33)$$

由式(33)知 $V(t)$, $\|\Theta(t)\|$, $\|\Theta_{ab}(t)\|$ 和 $\rho(t)$ 均有界. 由式(32)得

$$V(t) \leq V(t-N) - \Gamma \frac{E_{\Delta}^2(t)}{(1+\|Z(t-N)\|)^2}. \quad (34)$$

对式(34), 当 t 从 N 到 l 时, 各式相加并利用级数的性质得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma \frac{E_{\Delta}^2(t)}{(1+\|Z(t-N)\|)^2} = 0. \quad (35)$$

由基函数的定义知, 对任一 $t > 0$, 均有 $\|\xi_{1i}(X(t))\| < 1$, 由式(15)知, $\|\Delta u(t)\|$ 有界, 而

$$\|u(t)\| =$$

$$\|\Delta u(t) + \Delta u(t-1) + \cdots + \Delta u(1) + u(0)\|,$$

所以 $\|u(t)\|$ 有界. 由假设1知 $\|y(t+1)\|$ 有界. 由此知 $\{\|u(t)\|\}$ 和 $\{\|y(t)\|\}$ 是有界序列, 所以 $\|Z(t)\|$ 有界, 由式(36)得 $\lim_{t \rightarrow \infty} E_{\Delta}(t) = 0$. 由式(24)知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\|\hat{E}_g(t)\| \leq \rho(t-N)$. 综上可知, $\|\hat{E}_g(t)\|$ 收敛到原点的邻域内.

注 1 只要 $\rho(t)$ 的初始值 $\rho(0), \dots, \rho(-N+1)$ 大于零, 则由式(27)知 $\rho(t)$ 大于零.

至此, 得到如下自适应模糊预测控制算法:

首先选择设计参数 $N, N_u, \lambda_1, \lambda_2, \alpha, \beta, \gamma$ 和模糊逻辑系统的隶属函数, 并且初始化系统参数, 然后按以下步骤计算:

Step 1 由式(22)计算广义误差向量估计值 $\hat{E}_g(t)$;

Step 2 由式(24)计算时变死区函数 $E_{\Delta}(t)$;

Step 3 由式(25)(26)和(27)计算 $\Theta(t), \Theta_{ab}(t)$ 和 $\rho(t)$;

Step 4 由式(16)计算控制律 $u(t)$, 并施加于被控对象(1);

Step 5 如果达到最终的仿真步数, 计算停止; 否则 $t = t + 1$, 返回Step 1.

注 2 由于 $\Theta_{ab}(t), \rho(t)$ 变化较慢, 在计算时一般选择较小的 β, γ . 由FLS的万能逼近性知 $\rho(t)$ 很小, 所以一般选择更小的 γ .

4 仿真(Simulation)

考虑如下平面运动的两关节刚性机械手, 其动态方程为^[20]

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \right\},$$

其中 $M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}, h$ 等见文献[20].

本文中系统输出 $y = [y_1 \ y_2]^T = [q_1 \ q_2]^T$, 输入 $u = [u_1 \ u_2]^T$. 参考序列 $y_{r1}(t), y_{r2}(t)$ 取 $y_{r1}(t) = \sin t, y_{r2}(t) = \cos t$.

本文首先设计模糊逻辑系统, 为此使 $y_1(t), y_2(t), \dot{y}_1(t), \dot{y}_2(t)$ 和 $u_1(t-1), u_2(t-1)$ 的取值在一定范围内, 进行如下——映射^[16]: $\bar{y}_1(t) = \frac{y_1(t)}{|y_1(t)|+1}$, 这样对于任意的 $y_1(t), \bar{y}_1(t) \in (-1, 1)$. 对 $y_2(t)$ 等可做同样的映射. 因此, 模糊逻辑系统 $\hat{f}(X(t)|\theta_{1i})$ 中, $X(t) = [\bar{y}_1(t) \ \bar{y}_2(t) \ \bar{\dot{y}}_1(t) \ \bar{\dot{y}}_2(t) \ \bar{u}_1(t-1) \ \bar{u}_2(t-1)]^T$, 每个输入隶属函数取 $\mu_1 = \exp(-(\frac{x+1}{0.7})^2)$, $\mu_2 = \exp(-(\frac{x}{0.7})^2)$, $\mu_3 = \exp(-(\frac{x-1}{0.7})^2)$. 取Fourier级数^[19] $L(t) = [1, \sin(\pi t/0.5), \cos(\pi t/0.5)]^T$ 为基函数.

控制算法中: $N = 2, N_u = 1, \lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.1$, 采样周期为0.01. 被控对象的初始位置 $y(-1) = [0 \ 0]^T$, $y(0) = [0.8 \ 0.6]^T, \dot{y}(-1) = \dot{y}(0) = [0 \ 0]^T$. 自适应率 $\alpha = 1.5, \beta = 0.1, \gamma = 0.01$. 参数向量初值 $\Theta(-1), \Theta(0)$ 的各元素在区间 $[-2, 2]$ 内随机选取, 参数矩阵初值 $\Theta_{ab}^T(-1), \Theta_{ab}^T(0)$ 中, 前24列的所有元素在 $[1, 3]$ 内随机选取, 后6列的所有元素在 $[-0.1, 0.1]$ 内随机选取. 参数 $\rho(-1) = 0.01, \rho(0) = 0.01$.

图1是系统输出 $y_1(t)$ 跟踪参考序列 $y_{r1}(t)$ 的情况, 图2是系统输出 $y_2(t)$ 跟踪参考序列 $y_{r2}(t)$ 的情况, 从仿真结果可以看出, 本文方法使系统的输出很好地跟踪参考序列.

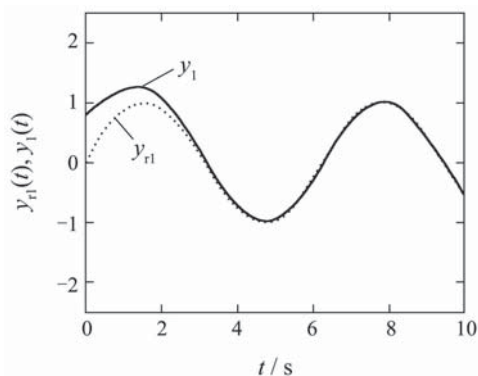


图 1 参考序列 $y_{r1}(t)$ 和输出 $y_1(t)$

Fig. 1 Reference sequence $y_{r1}(t)$ and output $y_1(t)$

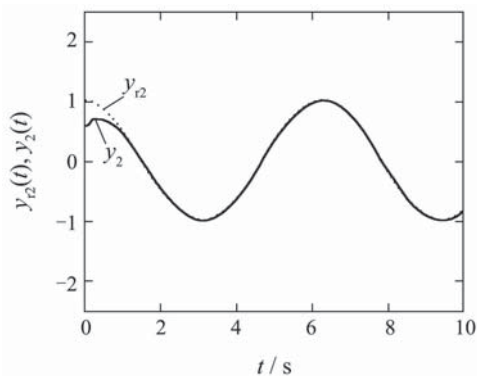


图2 参考序列 $y_{r2}(t)$ 和输出 $y_2(t)$

Fig. 2 Reference sequence $y_{r2}(t)$ and output $y_2(t)$

5 结论(Conclusion)

本文对一类未知多变量非线性离散时间系统提出了直接自适应模糊预测控制方法,此方法的主要特点是:1)对被控对象提出了线性时变子模型加非线性子模型的预测模型;2)没有直接对预测模型进行辨识,而是基于此模型用模糊逻辑系统设计预测控制器的每个分量;3)为补偿设计过程中出现的误差项,文中基于广义误差向量估计值的时变死区函数对控制器参数和广义误差估计值中的未知向量进行自适应调整,并对时变死区设计了自适应调节律。

参考文献(References):

- [1] ROUHANI R, MEHRA R K. Model algorithmic control, basic theoretical properties[J]. *Automatica*, 1982, 18(4): 401 – 414.
- [2] CUTLRE C R, RAMAKRE B L. Dynamic matrix control-A computer control algorithm[C] //1980 Joint Automatic Control Conference. New York: AICHE, 1980: WP5 – B.
- [3] CLARKE D W, MOHTADI C, TUFFS P S. Generalized predictive control, Part I and Part II[J]. *Automatica*, 1987, 23(2): 137 – 160.
- [4] WANG L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146 – 155.
- [5] FISCHER M, NELLES O, ISERMANN R. Predictive control based on linear fuzzy models[J]. *International Journal of Systems Science*, 1998, 29(7): 679 – 697.
- [6] STANIMIR M, TON VAN DEN B, FEDERICO C, et al. Robust stability constraints for fuzzy model predictive control[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2002, 10(1): 50 – 63.
- [7] MAHDI M, MAYSAM F, DEREK A. Online elicitation of mamdani-type fuzzy rules via TSK-based generalized predictive control[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2003, 33(3): 465 – 475.
- [8] STANIMIR M, ROBERT B, JANOS A, et al. Effective optimization for fuzzy model predictive control[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2004, 12(5): 661 – 675.
- [9] SU B L, CHEN Z Q, YUAN Z Z. A novel algorithm of constrained multivariable fuzzy generalised predictive control for nonlinear systems[J]. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2007, 2(2): 120 – 129.
- [10] HARALAMBOS S, GEORGE B. Fuzzy model predictive control of non – linear processes using genetic algorithms[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 139(1): 59 – 80.
- [11] JANOS A, LAJOS N, FERENC S. Fuzzy model-based predictive control by instantaneous linearization[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 120(1): 109 – 122.
- [12] LIAO Q F, LI N, LI S Y. Type-II T-S fuzzy model-based predictive control[C] //The Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE, 2009: 4193 – 4198.
- [13] LI N, LI S Y, XI Y G. Multi-model predictive control based on the Takagi-Sugeno fuzzy models: a case study[J]. *Information Sciences*, 2004, 165(3/4): 247 – 263.
- [14] HE M, CAI W J, LI S Y. Multiple fuzzy model-based temperature predictive control for HVAC systems[J]. *Information Sciences*, 2005, 169(1/2): 155 – 174.
- [15] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 1985, 15(1): 116 – 132.
- [16] LIU G P, KADIRKAMANATHAN V, BILLINGS S. Predictive control for nonlinear systems using neural networks[J]. *International Journal of Control*, 1998, 71(6): 1119 – 1132.
- [17] 李少远, 李柠. 复杂系统的模糊预测控制及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 1 – 10.
(LI Shaoyuan, LI Ni. *Fuzzy Predictive Control and Application for Complex System*[M]. Beijing: Science Press, 2003: 1 – 10.)
- [18] 师五喜, 霍伟, 吴宏鑫. 一类未知非线性离散系统的直接自适应模糊预测控制[J]. 自动化学报, 2004, 30(5): 664 – 670.
(SHI Wuxi, HUO Wei, WU Hongxin. Direct adaptive fuzzy predictive control for a class of unknown nonlinear discrete systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(5): 664 – 670.)
- [19] HUANG A C, CHENY C. Adaptive multiple-surface sliding control for non – autonomous systems with mismatched uncertainties[J]. *Automatica*, 2004, 40(11): 1939 – 1945.
- [20] SLOTINE J E, LI W. *Applied Nonlinear Control*[M]. Engle-wood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991: 211 – 213.

作者简介:

师五喜 (1964—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为模糊预测控制、模糊控制, E-mail: shiwuxi@163.com.