

文章编号: 1000-8152(2011)09-1105-06

带有伸缩器和饱和器的一类非线性系统模糊自适应控制设计

范永青, 王银河, 罗亮, 章云

(广东工业大学 自动化学院, 广东 广州 510006)

摘要: 本文针对一类带有未知齐次函数的非线性系统, 首先基于伸缩器和饱和器的概念, 将T-S型模糊逻辑系统的输入-输出进行改造而形成扩展模糊逻辑系统, 然后利用扩展模糊逻辑系统给出一种带有可调伸缩因子参数的模糊自适应控制器的设计方法。由于该方法不依赖模糊规则数目, 因而不仅能有效减少在线估计的参数数目, 而且能够保证被控系统的状态一致终极有界。最后所给数值仿真算例说明了该设计方法的有效性。

关键词: 自适应控制; T-S型模糊系统; 伸缩器; 饱和器; 一致终极有界

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Fuzzy adaptive control design for a class of nonlinear systems with scalers and saturators

FAN Yong-qing, WANG Yin-he, LUO Liang, ZHANG Yun

(Faculty of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou Guangdong 510006, China)

Abstract: A class of nonlinear systems with uncertain homogeneous functions is discussed. At first, the inputs and outputs of the T-S fuzzy logic system are constructed to form the extended fuzzy logic system(EFLS) based on the definitions of scalers and saturators; and then a design method of fuzzy adaptive control with adjustable scaler parameters is proposed by using the extended fuzzy logic systems. Because the method does not depend on the number of the rule base, the design method not only reduces the number of on-line parameters but also guarantees the uniformly ultimately bound(UUB) of the system. Finally, the simulation shows the validity of the proposed method.

Key words: adaptive control; T-S type fuzzy system; scaler; saturator; uniformly ultimately bounded(UUB)

1 引言(Introduction)

近年来, 模糊自适应控制已成为非线性系统和复杂系统分析与设计的一个重要工具^[1~6], 它的理论成果受到了许多学者的关注^[7~13]。这些研究成果所使用方法的一个共同特点是将被逼近的非线性项表示为带有误差的某些模糊基函数的线性组合, 然后利用自适应技术估计基函数的线性组合系数和逼近精度来设计自适应控制器, 因此这类方法所涉及的自适应参数的多少完全由模糊规则的数目决定, 然而大量的模糊规则会导致太多的在线调节自适应参数, 这将会引起控制过程延迟而发生失控制现象。

针对上述问题, 文献[14~18]对一类具有严格反馈形式的系统, 利用向量范数将模糊逻辑系统后件输出参数归一化而设计自适应律, 使在线调节自适应参数的数目大幅度减少。不过, 这种方法也有使模糊逻辑系统的输入变量数目增大的缺点。另外, 由于这些研究成果中的自适应律的构造是建立在模糊逻辑系统的输出具有线性化参数的基础上, 所以只适用于常用的一类单点模糊化、乘机推理、中心解模糊的Mamdani型或T-S型模糊逻辑系统, 而不适用于

诸如基于非规则的“推理模糊逻辑系统”^[19]、“正规模糊逻辑系统”^[20]和“三I形式的模糊逻辑系统”^[21], 这些模糊逻辑系统的输出一般不能表示成基函数的线性组合, 因而上述文献所给出的自适应控制方法不适合这些系统。因此, 一个值得研究的问题是: 如何给出一种设计自适应控制的方法, 使其不但适用于那些输出可以表示为某些基函数线性组合的模糊逻辑系统, 而且也适用于其他形式的模糊逻辑系统。

作为解决上述问题的一个尝试, 从计算的角度来看待模糊逻辑系统, 此时模糊逻辑系统可以看作函数逼近器, 不论模糊逻辑系统本身是否拥有规则, 逼近精度是衡量其质量好坏的一个重要定量指标。如果只将逼近精度作为在线估计调节的参数, 那么所构造的自适应律就和模糊逻辑系统的内部逻辑构造无关, 因而自适应律的数目就会大大减少。当然, 仅靠逼近精度作为在线估计调节的参数还不能完全解决自适应控制的设计问题, 如果在模糊逻辑系统输入-输出端引入适当的外部装置, 这些装置带有可调的参数, 通过在线调节这些外部参数和逼近精度就

有可能完成自适应控制的设计任务。

综合以上分析,本文的主要思想是,在模糊逻辑系统的输入端分别串联一个带有可调参数的伸缩器和饱和器,在输出端也串联一个带有可调参数的伸缩器,形成扩展的模糊逻辑系统。由于伸缩器和饱和器的参数与模糊逻辑系统的结构无关,因而所设计的在线参数调节律独立于模糊逻辑系统的输出形式,这种方法适用于更一般形式的模糊逻辑系统。本文以T-S型模糊逻辑系统为例,针对一类具有严格反馈形式的非线性系统设计模糊自适应控制器。

2 预备知识与问题描述(Preliminary knowledge and problem description)

考虑一个T-S型模糊逻辑系统 F ,它带有如下 q 条模糊规则,第 l 条规则为

$$\begin{aligned} l: & \text{ If } x_1 \text{ is } A_1^l \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^l \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^l \\ & \text{Then } y^l = a_0^l + a_1^l(x_1 - r_1^l) + \\ & \quad a_2^l(x_2 - r_2^l) + \cdots + a_n^l(x_n - r_n^l). \end{aligned} \quad (1)$$

定义1 一个 \mathbb{R}^n 到 \mathbb{R}^n 的映射 $f: z \mapsto \lambda z$ 称为伸缩器(scaler), $f(z) = \lambda z$,其中: $z \in \mathbb{R}^n$,实数 λ 称为伸缩因子。

定义2 一个 \mathbb{R}^n 到 \mathbb{R}^n 的映射 $\text{sat}: z \mapsto \text{sat}(z)$ 称为(矢量)饱和器,其中: $z = (z_1, \dots, z_n)^T \in \mathbb{R}^n$, $\text{sat}(z) = (\text{sat}(z_1), \dots, \text{sat}(z_n))^T$,

$$\text{sat}(z_i) = \begin{cases} -\beta_i, & z_i < -\beta_i \\ z_i, & -\beta_i \leq z_i \leq \beta_i, i = 1, \dots, n \\ \beta_i, & z_i > \beta_i, \end{cases}$$

这里 β_i 为正常数。记 $\beta = \min_{1 \leq i \leq n} \beta_i$ 。 β 称为(矢量)饱和器 $\text{sat}(z)$ 的最小饱和度。

利用伸缩器和饱和器将常规的T-S型模糊逻辑系统改造得到如图1所示的扩展T-S型模糊逻辑系统。

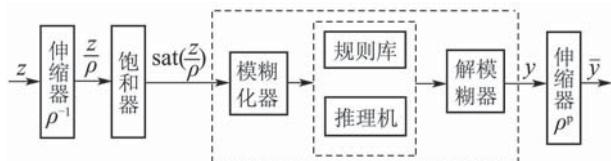


图1 带有伸缩器和饱和器的模糊逻辑系统结构图

Fig. 1 The structure of a fuzzy logic system with scalers and saturator

图1中:输入端伸缩器的伸缩因子为 $\frac{1}{\rho}$;输出端的伸缩器的伸缩因子为 ρ^0 , ρ 是非零实数;输入端矢量饱和器的最小饱和度为 β 。

定义3 图1所示的系统称为模糊逻辑系统 F 的 p 次扩张模糊逻辑系统(expanded fuzzy logic system),

简记为EFLS(F, p)。

如果采用单点模糊化、乘积推理与中心解模糊,图1所示EFLS(F, p)的输出为

$$\bar{y} = \rho^p F[\text{sat}(\frac{z}{\rho})] = \rho^p \frac{\sum_{l=1}^q y^l \prod_{i=1}^n A_i^l[\text{sat}(\frac{z_i}{\rho})]}{\sum_{l=1}^q \prod_{i=1}^n A_i^l[\text{sat}(\frac{z_i}{\rho})]}, \quad (2)$$

其中 $y^l = a_0^l + a_1^l(x_1 - r_1^l) + a_2^l(x_2 - r_2^l) + \cdots + a_n^l(x_n - r_n^l)$.

注1 1) 图1所示的模糊逻辑系统的工作原理为:左端输入量通过伸缩因子的作用将其大小控制在饱和器的要求范围内,然后输入到模糊逻辑系统中产生一个输出量,该输出量再通过伸缩因子的作用进行适当恢复产生最终输出量。

2) 伸缩因子 ρ 的变化会影响整个扩展模糊逻辑系统的输出,通过调整伸缩因子 ρ 使系统的输出按希望的目的变化,整个系统就只需要调整一个参数,这就减少了以往因引入模糊逻辑系统所带来的众多被调节参数的数目。

3 系统描述与基本假定(System description and basic assumptions)

本文考虑如下的单输入单输出系统:

$$x^{(n)} = g(z, t) + h[u + \Delta h(z, t)], \quad (3)$$

其中:系统输出 $y = x$; u 为控制输入;系统状态矢量 $z = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \tilde{V} \subseteq \mathbb{R}^n$ 是有界闭集; $g(z, t)$ 是未知连续的实函数; h 是未知正常数; $\Delta h = \Delta h(z, t)$ 是未知连续的实函数。

在本文中,利用加载了伸缩器和饱和器的T-S型模糊逻辑系统作为非线性系统(3)的镇定控制器,通过设计伸缩因子和逼近精度估计值的调节规律完成系统的镇定任务。需要将系统(3)改写为如下形式:

$$\dot{z} = Az + B[g(z, t) + h(u + \Delta h(z, t))], \quad (4)$$

其中: $A = \begin{bmatrix} O & I_{n-1} \\ 0 & O^T \end{bmatrix}$, $B = [O^T \ 1]^T$, O 表示元素全为0的 $n-1$ 阶列矢量, I_{n-1} 表示 $n-1$ 阶单位矩阵。从式(4)中知矩阵对 (A, B) 是可控的,因此存在 $1 \times n$ 阶矩阵 K 使 $A+BK$ 是Hurwitz矩阵,并对任意给定的正定矩阵 Q ,下列Lyapunov方程有唯一正定矩阵解 P :

$$(A+BK)^T P + P(A+BK) = -Q. \quad (5)$$

假设1 i) 在有界闭集 \tilde{V} 上, $g(z, t) = \sum_{i=1}^k g_{p_i}(z) + s(z, t)$; $g_{p_i}(z)$ 为次数已知的 p_i 次齐次连续函数,即对任意实数 α 满足 $g_{p_i}(\alpha z) = \alpha^{p_i} g_{p_i}(z)$; $s(z, t)$ 为连续函数并满足 $|s(z, t)| \leq \phi(z, t)$, $\phi(z, t)$ 是已知连续函数;ii) 在有界闭集 \tilde{V} 上,存在已知正常数 h_{\min} , h_{\max} 使 $0 < h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$;存在已知非负连续函数 $\varphi(z, t)$ 满足 $|\Delta h| \leq \varphi(z, t) < \eta$,其中 η 是正常数。

注 2 函数 $\sum_{i=1}^k g_{p_i}(z) + s(z, t)$ 可以看做是某个非线性光滑函数 $g(z, t)$ 在 $z = 0$ 点的泰勒展开式, $\sum_{i=1}^k g_{p_i}(z)$ 是有限截取项, $s(z, t)$ 是余项.

假设 2 i) 针对系统(4), 具有最小饱和度 β 的饱和器满足 $\{y \mid \|y\| \leq \beta\} \subseteq \tilde{V}$. ii) 在假设1成立的前提下, 在有界论域 \tilde{V} 上存在 k 个模糊逻辑系统 F_j 和未知正实数 N_j 满足

$$\sup_{y \in \tilde{V}} |\Delta_j(z) - F_j(z)| \leq N_j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, k,$$

这里:

$$\begin{aligned} \Delta_0(z) &= -\frac{h_{\max}}{h} K z, \\ \Delta_i(z) &= \frac{h_{\max}}{h} g_{p_i}(z), \quad i = 1, 2, \dots, k, \end{aligned}$$

矩阵 K 是能保证 $A + BK$ 为 Hurwitz 稳定的矩阵.

注 3 在假定2中可以看出, $\Delta_i(z)$ 是 p_i 次齐次连续函数, $\Delta_0(z)$ 是1次齐次连续函数. 如果这些函数是光滑的, 那么有如下欧拉公式^[22]:

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial \Delta_j(z)}{\partial z_k} z_k = p_j \Delta_j(z), \quad j = 0, 1, 2, \dots, k. \quad (6)$$

式(6)可以用来辅助构造形如式(1)的T-S型模糊逻辑系统的规则(细节见仿真算例).

引理 1 考虑在 \mathbb{R}^n 上连续的 p_j 次齐次函数 $\psi_j(z)$, 如果存在 j 个如假设2中的模糊逻辑系统 F_j 以逼近精度 N_j 逼近 $\psi_j(z)$, 则在紧致域 $\tilde{V} = \{z \mid \|z\| \leq |\rho|\beta, z \in \mathbb{R}^n\}$ 上, 对于图1所示的EFLS(F, p_j)的输出满足

$$\sup_{\|z\| \leq |\rho|\beta} |\psi_j(z) - \rho^{p_j} F_j(\frac{z}{\rho})| \leq |\rho|^{p_j} N_j. \quad (7)$$

证 由引理的前提条件 $\psi_j(z) - \rho^{p_j} (\frac{z}{\rho}) = 0$, 则当 $z \in \{z \mid \|z\| \leq |\rho|\beta, z \in \mathbb{R}^n\}$ 时, 下列不等式成立:

$$\begin{aligned} |\psi_j(z) - \rho^{p_j} F_j(\frac{z}{\rho})| &\leq \\ |\psi_j(z) - \rho^{p_j} \psi_j(\frac{z}{\rho})| + |\rho|^{p_j} |\psi_j(\frac{z}{\rho}) - F_j(\frac{z}{\rho})| &= \\ |\rho|^{p_j} |\psi_j(\frac{z}{\rho}) - F_j(\frac{z}{\rho})| &\leq |\rho|^{p_j} N_j. \end{aligned} \quad (8)$$

由式(8)可知引理1得证. 证毕.

在工程实践中, 逼近精度 N_j 一般未知. 记 $\hat{N}_j = \hat{N}_j(t)$ 是 N_j 的估计值, 估计误差 $\tilde{N}_j = \hat{N}_j - N_j$; 为方便起见, 引入参数向量 $N = (N_0, N_1, \dots, N_k)^T$, 估计误差向量 $\tilde{N} = \hat{N} - N$, 估计值向量 $\hat{N} = (\hat{N}_0, \hat{N}_1, \dots, \hat{N}_k)^T$.

现在, 考虑如下的扩展(闭环)系统:

$$\dot{z} = Az + B[g + h(u + \Delta h)], \quad (9)$$

$$\dot{\rho} = \theta(z, \rho, \hat{N}), \quad (10)$$

$$\dot{\hat{N}} = \chi(z, \rho, \hat{N}), \quad (11)$$

$$u = u(z, \rho). \quad (12)$$

扩展系统的状态 $Z = (z^T, \rho, \hat{N}^T)^T$, $\theta(*)$ (伸缩因子调节律), $\chi(*)$ (逼近精度参数估计自适应律)与控制器 $u = u(z, \rho)$ 是根据下列控制任务而设计的.

控制任务: 设计合适的控制器(12)、伸缩因子调节律(10)、参数估计自适应律(11), 使状态变量 $Z = (z^T, \rho, \hat{N}^T)^T$ 一致终极有界.

4 主要结论(Main results)

针对系统(3), 提出下列由形如图1所示带有伸缩器和饱和器的模糊逻辑系统构成的控制器

$$u = \begin{cases} 0, & \|z\| > |\rho|\beta, \\ -\frac{1}{h_{\max}} \sum_{j=0}^k \rho^{p_j} F_j(\frac{z}{\rho}), & \|z\| \leq |\rho|\beta \end{cases} \quad (13)$$

及伸缩因子调节律

$$\rho \dot{\rho} = \begin{cases} \frac{1}{2\beta^2} \{l + 2\sqrt{n-1}\|z\|^2 + \pi_1\}, & \|z\| > |\rho|\beta, \\ -\frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)} \rho - \pi_2, & \|z\| \leq |\rho|\beta, \end{cases} \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 2\|z\| [\sum_{i=1}^k \hat{N}_i + \sum_{i=1}^k |\psi_i(z)| + \phi(z, t) + h_{\max} \cdot \eta], \\ \pi_2 &= 2\lambda\beta\rho \|PB\| (\sum_{j=0}^k |\rho|^{p_j} \hat{N}_j) \widehat{\operatorname{sgn}} \rho + \\ &\quad 2\lambda\rho\beta \widehat{\operatorname{sgn}} \rho \|PB\| [\phi(z, t) + h_{\max} \eta]. \end{aligned}$$

模糊逻辑系统 F_j 逼近精度参数估计自适应律

$$\dot{\hat{N}}_j = \begin{cases} 2\varepsilon\|z\| \widehat{\operatorname{sgn}} j, & \|z\| > |\rho|\beta, \\ -\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} \hat{N}_j + \pi_3, & \|z\| \leq |\rho|\beta, \end{cases} \quad (15)$$

其中: $\pi_3 = 2\delta\beta\rho \|PB\| \cdot |\rho|^{p_j} \widehat{\operatorname{sgn}} \rho$,

$$\widehat{\operatorname{sgn}} \rho = \begin{cases} 1, & \rho > 0, \\ -1, & \rho < 0, \end{cases}$$

l, ε, δ 是可调正常数.

定理 1 如果假设1和2成立, 则系统(3)与控制器(13)、伸缩因子调节律(14)和自适应律(15)形成的扩展系统(9)~(12)的状态 $Z = (z^T, \rho, \hat{N}^T)^T$ 一致终极有界.

证 针对控制任务, 分两种情形设计相应的控制器、伸缩因子的调节律及关于估计量的自适应律以保证 $Z = (z^T, \rho, \hat{N}^T)^T$ 一致终极有界.

情形 1 $\|z\| > |\rho|\beta$. 采用开环控制, 即 $u = 0$. 用模糊逻辑系统 F_j 逼近 p_j 次齐次连续函数 $\Delta_j(z)$, 记

$$s = s(z, \rho, \tilde{N}) = \|z\|^2 - \rho^2 \beta^2 + 0.5\varepsilon^{-1} \tilde{N}^T \dot{\tilde{N}},$$

知 $s > 0$. 考虑关于 s 的正定函数 $V = \frac{1}{2}s^2$, 因为 $\|A\| = \sqrt{n-1}$, $\|B\| = 1$, 由调节律(13)和自适应律(14), 则

V 沿扩展系统(9)~(12)的轨道导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = s\dot{s} &\leqslant \\ &s\{2\sqrt{n-1}\|z\|^2 + 2\|z\|\sum_{i=1}^k \hat{N}_i + 2\|z\|[\sum_{i=1}^k |F_i(z)| + \\ &\phi(z, t)] + 2\|z\|h_{\max}\eta - 2\rho\dot{\rho}\beta^2 + \\ &\varepsilon^{-1}\sum_{i=1}^k \tilde{N}_i(\dot{\hat{N}}_i - 2\|z\|\varepsilon) + \varepsilon^{-1}\tilde{N}_0\dot{\hat{N}}_0\} = -ls. \quad (16) \end{aligned}$$

此时式(16)意味着扩展系统(9)~(12)的状态 $Z = (z^T, \rho, \hat{N}^T)^T$ 能够在有限时间内到达曲面 $s = 0^{[23]}$.

情形2 $\|z\| \leqslant |\rho|\beta$. 采用形如图1的带有伸缩器和饱和器的模糊逻辑系统EFLS(F_j, p_j). 考虑正定函数

$$V(t) = z^T P z + \frac{1}{2\lambda} \rho^2 + \frac{1}{2\delta} \sum_{j=0}^k \tilde{N}_j^2,$$

如果假设1和假设2成立, 则 $V(t)$ 沿扩展系统(9)~(12)的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leqslant \\ &-\lambda_{\min}(Q)\|z\|^2 - \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}\lambda^{-1}\rho^2 + \\ &\lambda^{-1}\rho[\frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)} + 2\beta\lambda\widehat{\operatorname{sgn}}\rho\|PB\|\sum_{j=0}^k |\rho|^{p_j}\hat{N}_j + \dot{\rho}] - \\ &\delta^{-1}\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}\sum_{j=0}^k \tilde{N}_j\hat{N}_j + \sum_{j=0}^k \tilde{N}_j[\delta^{-1}\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}\hat{N}_j - \\ &2\beta\rho\widehat{\operatorname{sgn}}\rho\|PB\||\rho|^{p_j} + \delta^{-1}\dot{\hat{N}}_j] + \\ &2\beta\rho\widehat{\operatorname{sgn}}\rho\|PB\|[\phi(z, t) + h_{\max}\eta]. \quad (17) \end{aligned}$$

由于 $\tilde{N}_j\hat{N}_j = \frac{1}{2}(\hat{N}_j^2 + \tilde{N}_j^2 - N_j^2)$, 由伸缩因子调节律(14)自适应律(15), 可以得到

$$\dot{V}(t) \leqslant -\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}V(t) + \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\delta\lambda_{\max}(P)}\sum_{j=0}^k N_j^2. \quad (18)$$

由上面不等式(18)可以得有如下不等式成立:

$$V(t) \leqslant \mu + \frac{1}{2\delta} \sum_{j=0}^k N_j^2, \quad (19)$$

其中 $\mu = e^{-\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}t}V(0)$. 由式(19)可以看出, 对于任意给定的实数 $\mu > 0$, 关于点 $z = 0, \rho = 0, \hat{N}_j = 0$ 的邻域

$$\Omega = \{(z^T \rho \hat{N}) | V(t) \leqslant \mu + \frac{1}{2\delta} \sum_{j=0}^k N_j^2\},$$

容易验证当时间 $t \geqslant t - \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} \ln \frac{\mu}{V(0)}$ 时, $V(t) \in \Omega$, 这意味着此时有

$$\begin{aligned} \|z\| &\leqslant \sqrt{(\mu + 0.5\delta^{-1} \sum_{j=0}^k N_j^2)/\lambda_{\min}(P)}, \\ |\rho| &\leqslant \sqrt{2\lambda(\mu + 0.5\delta^{-1} \sum_{j=0}^k N_j^2)}, \end{aligned}$$

$$\sum_{j=0}^k \tilde{N}_j^2 \leqslant 2\delta(\mu + 0.5\delta^{-1} \sum_{j=0}^k N_j^2).$$

综合上述两种情形, 可知扩展系统(9)~(12)的状态 $Z = (z^T, \rho, \hat{N}^T)^T$ 是一致有界的. 证毕.

针对非线性系统(3)进行带有伸缩器及饱和器的模糊自适应控制设计的主要步骤如下:

步骤1 针对系统(3), 验证假设1是否成立, 若成立, 执行下一步, 否则本文方法失效.

步骤2 确定饱和器的饱和度 β_j 及最小饱和度 β 使 $\{z | \|z\| \leqslant \beta\} \subseteq \tilde{V}$.

步骤3 利用齐次函数的特性在有界论域 \tilde{V} 上构造 k 个T-S型模糊逻辑系统 F_j 分别逼近 k 个齐次连续函数 $\Delta_j(z)$, 满足 $\sup_{z \in \tilde{V}} |\Delta_j(z) - F_j(z)| \leqslant N_j$.

步骤4 构造控制器(13)、伸缩因子调节律(14)、自适应律(15).

5 仿真算例(Simulation example)

考虑如下二阶系统:

$$\ddot{x} = g_2(z) + g_{-1}(z) + s(z, t) + u + \Delta h, \quad (20)$$

其中:

$$\begin{aligned} g_2(z) &= -7(x^2 + x\dot{x}), \quad g_{-1}(z) = \frac{5x^2 + 0.2\dot{x}^2}{x^3 + \dot{x}^3}, \\ s(z, t) &= 10 \sin t, \quad \Delta h = 0.6 \cos t. \end{aligned}$$

假设 $h = 1$ 是未知的, 但 h 是满足 $h_{\min} \leqslant h \leqslant h_{\max}$, $h_{\min} = 0.5$, $h_{\max} = 10$ 是已知的; $g_2(z)$ 与 $g_{-1}(z)$ 分别是2次和-1次光滑非线性未知齐次函数; 并且 $z = 0$ 不是系统(20)的平衡点.

利用3个形如图1的T-S型模糊逻辑系统 F_0, F_1, F_2 分别逼近齐次函数: $\Delta_0(z) = -\frac{h_{\max}}{h}Kz$, 选取 $K = (-200, -100)$; $\Delta_1(z) = g_2(z)$; $\Delta_2(z) = g_{-1}(z)$. 采用文献[24]中的方法可以构造模糊逻辑系统 F_0 精确表示 $\Delta_0(z)$, 即 $F_0(z) = \Delta_0(z) = -\frac{h_{\max}}{h_{\min}}Kz$. 由文献[25]可知, 如果T-S型模糊逻辑系统的后件写成带有以前件的输入样本点为中心的多项式, 则通过特殊的隶属函数选择, 该多项式的系数正是被逼近函数的泰勒展开式的系数—被逼近函数的偏导数值. 受此启发, 根据齐次函数的欧拉公式(6)来确定T-S型模糊逻辑系统(1)的输出后件的系数. 具体做法如下(记 $r_1 = x, r_2 = \dot{x}$):

在区域 \tilde{V} 内选定 M 个输入变量 $(r_1, r_2)^T$ 的采样点 $\{r^l = (r_1^l, r_2^l)^T | l = 1, 2, \dots, M\}$, 再以每一个采样点 $(r_1^l, r_2^l)^T$ 为中心的小邻域内任意选取 m_l 个其他采样点 $\{(r_1^{lm}, r_2^{lm})^T | m = 1, 2, \dots, m_l\}$, 对于固定的 l, m_l 个采样点处的偏导数值近似等于在采样点 $(r_1^l, r_2^l)^T$ 处的偏导数值. 取 $s = 1, 2$, 利用欧拉公式(6)

可以得如下求点 $(r_1^l, r_2^l)^\top$ 处偏导数值的方程组:

$$r_1^{lm} \frac{\partial_s(z)}{\partial r_1}|_{r_1} + r_2^{lm} \frac{\partial_s(z)}{\partial r_2}|_{r_2} = p_s \Delta_s(r_1^{lm}, r_2^{lm}). \quad (21)$$

对式(21), 用下式求广义逆的方法^[26]可以得到被逼近函数在每一个采样点 $(r_1^l, r_2^l)^\top$ 处的偏导数值

$$G = (C^T C)^{-1} C^T D, \quad (22)$$

其中:

$$\begin{aligned} C &= [r_1^{lm} \ r_2^{lm}], \quad D = p_s \Delta_s(r_1^{lm}, r_2^{lm}), \\ G &= [\frac{\partial_s(z)}{\partial r_1}|_{r_1^l} \ \dots \ \frac{\partial_s(z)}{\partial r_2}|_{r_2^l}]^\top, \end{aligned}$$

由此可分别逼近未知齐次非线性函数 $\Delta_1(z)$ 和 $\Delta_2(z)$; 选定输入论域 $\tilde{V}_1 = I_1 \times I_2 = [-6, 6] \times [-6, 6]$, 形如式(1)的T-S型模糊逻辑系统 F_1 含的规则为($l = 1, \dots, 5$)

If x is A_1^l and \dot{x} is A_2^l ,

$$\text{Then } \Delta_1 = a_0^l + a_1^l(x - r_1^l) + a_2^l(\dot{x} - r_2^l). \quad (23)$$

如果选取参数 $c = 100$, 则 I_1 和 I_2 相应的隶属度函数分别为:

$$\mu_{A_1^l}(\zeta_1) = e^{-c(\zeta_1 - r_1^l)}, \quad \mu_{A_2^l}(\zeta_2) = e^{-c(\zeta_2 - r_2^l)},$$

其中: $r_1^l = 5, -4, -4, 2, 0$; $r_2^l = 5, 5, -3, -1, 0$.

选定输入论域 $\tilde{V}_2 = \tilde{I}_1 \times \tilde{I}_2 = [-6, 6] \times [-6, 6]$, 形如式(1)的T-S型模糊逻辑系统 F_2 含的规则为

If x is B_1^l and \dot{x} is B_2^l ,

$$\text{Then } \Delta_2 = b_0^l + b_1^l(x - \bar{r}_1^l) + b_2^l(\dot{x} - \bar{r}_2^l), \quad (24)$$

其中 \tilde{I}_1 和 \tilde{I}_2 相应的隶属度函数分别为:

$$\mu_{B_1^l}(\xi_1) = e^{-(\xi_1 - \bar{r}_1^l)}, \quad \mu_{B_2^l}(\xi_2) = e^{-(\xi_2 - \bar{r}_2^l)},$$

其中: $\bar{r}_1^l = 5, -4, -2, 1, 0.001$; $\bar{r}_2^l = 4, 3, -3, -2, 0.0001$. 取最小饱和度 $\beta = 6$, 并选取参数 $\lambda = 0.1$, $\phi = 10$, $l = 15$, $\varepsilon = 0.0005$, $\delta = 0.02$, $\eta = 0.6$, 状态初始值分别为 $x(0) = -2$, $\dot{x}(0) = 1.5$, $\rho(0) = 1$, $\hat{N}_0(0) = 0.2$, $\hat{N}_1(0) = 0.4$, $\hat{N}_2(0) = 1$, 相应的仿真如图2, 3, 4所示.

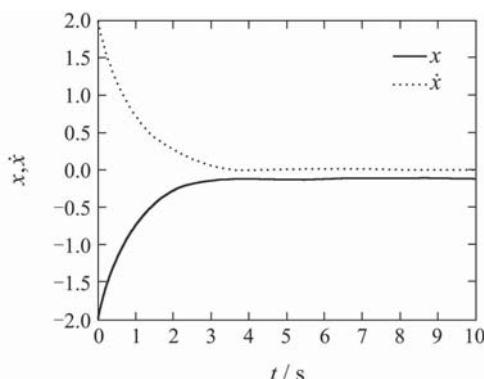


图2 系统状态的时间响应

Fig. 2 The state response of the system

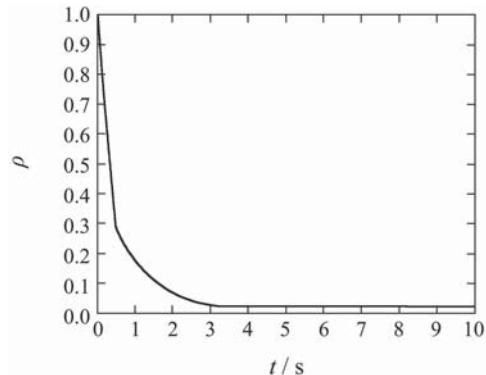


图3 伸缩因子的时间响应

Fig. 3 The time response of scalar parameter

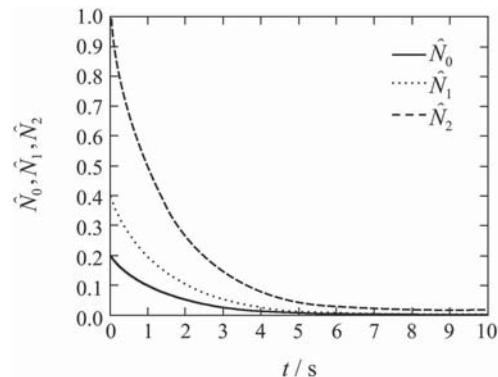


图4 估计逼近精度的时间响应

Fig. 4 The time response of estimate values of approximate accuracies

从上面仿真的结果中可以看出, 利用齐次函数的欧拉公式可以辅助构造T-S型模糊逻辑系统的规则去逼近非线性系统(20). 因为 $z = 0$ 不是系统(20)的平衡点, 所以它的状态不能一致收敛到0, 但是控制器(13)与参数调节律(14)(15)能保证系统(20)的状态一致终极有界.

6 结论(Conclusion)

本文通过扩展T-S型模糊逻辑系统对一类非线性系统设计了一种模糊自适应控制方法, 在控制器的设计过程中, 模糊逻辑系统的逼近精度和伸缩因子的可调参数可以通过自适应律在线自动调节. 本文所给的扩展模糊逻辑系统可以逼近任意仅知道次数的未知齐次非线性光滑函数, 规则构造具有较高的语言可解释性. 仿真中所给齐次方程的欧拉定理可以确定T-S型模糊逻辑系统后件中的参数值, 为T-S模糊规则的构造提供了一种新方法. 从仿真中可以看出, 该方法能使得被控系统的状态及参数估计误差一致终极有界.

参考文献(References):

- [1] WANG L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146 – 155.

- [2] TONGS C, LI Q G, CHAI T Y. Fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 101(1): 31–39.
- [3] CHAI Tianyou, TONG Shaoheng. Fuzzy direct adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 103(3): 379–387.
- [4] TANG Yuezhong, ZHANG Naiyao, LI Yanda. Stable fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 104(2): 279–288.
- [5] KOO T John. Stable model reference adaptive fuzzy control of a class of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2001, 9(4): 624–636.
- [6] LI H X, MIAO Z H, LEE E S. Variable universe stable adaptive fuzzy control of a nonlinear system[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2002, 44(5/6): 799–815.
- [7] 王立新. 模糊系统与模糊控制教程[M]. 王迎军译. 北京: 清华大学出版社, 2003.
(Wang Lixin. *A Course in Fuzzy Systems and Control*[M]. Wang Yingjun translate. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.)
- [8] 佟绍成著. 非线性系统的自适应模糊控制[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [9] CHEN Bing. Delay-dependent robust H-infinity control for T-S fuzzy systems with time delay[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2005, 13(4): 544–556.
- [10] CHEN Bing, LIU Xiaoping, TONG Shaoheng. Adaptive fuzzy output tracking control of MIMO nonlinear uncertain systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2007, 15(2): 287–300.
- [11] TONG Shaoheng, LI Yongming. Observer-based fuzzy adaptive control for strict-feedback nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2009, 160(12): 1749–1764.
- [12] LIU Y J, WANG W. Adaptive fuzzy control for a class of uncertain nonaffine nonlinear systems[J]. *Information Sciences*, 2007, 177(18): 3901–3917.
- [13] TONG S C, HE X L, ZHANG H G. A combined backstepping and small-gain approach to robust adaptive fuzzy output feedback control[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, 17(5): 1059–1069.
- [14] LIU Y J, WANG W, TONG S C, et al. Robust adaptive tracking control for nonlinear systems based on bounds of fuzzy approximation parameters[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2010, 40(1): 170–184.
- [15] YANG Y S, ZHOU C, REN J S. Model reference adaptive robust fuzzy control for ship steering autopilot with uncertain nonlinear systems[J]. *Applied Soft Computing*, 2003, 3(4): 305–316.
- [16] YANG Y S, FENG G, REN J S. A combined backstepping and small-gain approach to robust adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2004, 34(3): 406–420.
- [17] YANG Yansheng, ZHOU Changjiu. Adaptive fuzzy H-infinity stabilization for strict-feedback canonical nonlinear systems via backstepping and small-gain approach[J]. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 2005, 1(1): 104–114.
- [18] CHEN B, LIU X P, LIN C. Direct adaptive fuzzy control of nonlinear strict-feedback systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(6): 1530–1535.
- [19] CASTRO J L, DELGADO M. Fuzzy systems with defuzzification are universal approximators[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 1996, 26(1): 149–153.
- [20] IRINA Perfilieva. Normal forms for fuzzy logic functions and their approximation ability[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 124(3): 372–384.
- [21] 王国俊. 非经典数理逻辑与近似推理[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [22] BEICKELL F. A theorem on homogeneous functions[J]. *Journal of the London Mathematical Society*, 1967, s42(1): 325–329.
- [23] JEAN-JACQUES E Slotine, LI Weiping. 应用非线性控制[M]. 程代展译. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [24] ZENG X J, SINGH M G. Approximation accuracy analysis of fuzzy systems as function approximators[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 44–63.
- [25] MARWAN Bikdash. A highly interpretable form of Sugeno inference systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1999, 7(6): 686–696.
- [26] 戴华. 矩阵分析[M]. 北京: 科学出版社, 2001.

作者简介:

范永青 (1978—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为非线性控制; E-mail: yongq-f@163.com;

王银河 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为控制理论与工程, E-mail: yinhewang@sina.com;

罗亮 (1981—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为非线性控制, E-mail: Liangluo825@163.com;

章云 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为控制理论与工程, E-mail: yz@gdut.cn.