

电动助力转向系统多领域鲁棒控制模型的降阶方法

陈慧鹏¹, 陈国金¹, 陈立平², 龚友平¹

(1. 杭州电子科技大学 机械工程学院, 浙江 杭州 310037; 2. 华中科技大学 机械科学与工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 随着人们对汽车操纵舒适性、安全性和节能等方面要求的提高, 鲁棒控制算法越来越广泛的应用于电动助力转向(EPS)控制系统中. 针对高阶鲁棒控制器实时性差、成本高等问题, 提出最优平方积分误差(ISE)模型降阶方法. 应用该方法对EPS系统鲁棒控制器进行降阶, 并与最优Hankel范数降阶法进行比较. 仿真结果表明, 最优ISE降阶方法具有更好的降阶效果, 降阶系统具有很好的鲁棒性.

关键词: 电动助力转向; 多领域; H_∞ 控制; 模型降阶; 鲁棒控制

中图分类号: U463.4

文献标识码: A

Order reduction in robust multi-domain control model for electric power steering system

CHEN Hui-peng¹, CHEN Guo-jin¹, CHEN Li-ping², GONG You-ping¹

(1. School of Mechanical Engineering, HangZhou DianZi University, Hangzhou Zhejiang 310037, China;

2. School of Mechanical Science and Engineering, HuaZhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: To satisfy the demands of driving on cosiness, safety and energy conservation, the robust control algorithm plays an important role in the electrical power steering(EPS) control system. To improve the inherently poor real-time performances and reduce the high cost, we present a reduced-order method based on the optimal integral square-error(ISE) model, and apply this method to reduce the order of the robust controller designed. Both the analysis result and the simulation result show that the ISE method is superior to the Hankel norm reduction method in reduction effect and the robustness of the reduced-order system.

Key words: electric power steering; multi-domain; H-infinity control; model reduction; robust control

1 引言(Introduction)

电动助力转向(electric power steering, EPS)系统^[1,2]是在机械转向系统的基础上, 根据作用在方向盘上的转矩信号和车速信号, 通过电子控制装置使电机产生相应大小和方向的辅助力, 协助驾驶员进行转向操纵, 并获得最佳转向特性的伺服系统. 由于加入了电机伺服系统, 汽车转向系统由单纯的机械系统向多领域耦合系统转变, 使得系统模型变得复杂而且阶数大大增加.

行驶工况、路况的不确定变化以及由于车辆的使用过程中部分元件发生的磨损、老化使得系统固有特性发生不确定性改变, 使得EPS系统在实际使用过程中的动态特性发生变化. 为了在这些不确定性情况下使EPS多领域系统的实际控制输出稳定, 需要采用鲁棒控制方法对EPS系统进行设计^[3,4]. 但当前的成熟的鲁棒控制方法所设计的控制器阶次偏高, 制约了控制器的实时性和应用, 因此, 控制器模

型降阶^[5~7]研究十分必要.

模型降阶问题首先在1966年由Davison^[8]提出, 经过几十年的发展, 出现了各种各样的降阶算法. 到目前为止, 使用这些算法进行降阶时, 并不能保证每一个降阶模型或控制器能够满足性能要求, 因此要获得满意的低阶模型, 需要进行反复试凑. Glover^[9]提出的最优Hankel范数降阶法(optimal Hankel-norm reduction, OHNR)是系统模型降阶中的一种重要算法. 该方法以模型误差的范数为降阶指标, 能够较大程度地降低控制器的阶数且闭环控制性能损失较小. 通过MATLAB编程, 可以方便地实现Hankel范数降阶, 但不能独立地选择降阶模型分子和分母的阶次. 为了解决这一问题, 本文对平均平方积分误差(integrated square error, ISE)模型降阶方法进行改进, 提出一种最优ISE指标降阶方法. 该方法对原单一目标函数进行加权处理, 引入新误差信号, 同时采用Powell算法进行最优求解以

及Astrom算法求取目标函数, 降阶效果良好. 采用本文提出的最优ISE指标降阶方法对EPS多领域系统鲁棒控制器进行降阶, 在保证系统稳定性的情况下, 取得了良好降阶效果.

2 模型降阶方法(Order reduction methods)

最优ISE指标降阶法是一种以加权降阶误差信号的ISE指标为目标函数的降阶方法. 首先定义降阶误差信号 $e(t)$, 对其进行加权, 引入新的误差信号 $h(t) = \omega(t)e(t)$, 则可以定义出新的ISE指标, 如式(1). 通过参数寻优, 找出降阶模型.

$$\sigma_h^2 = \int_0^\infty h^2(t)dt = \int_0^\infty \omega^2(t)e^2(t)dt. \quad (1)$$

假设需要降阶的原始模型为

$$G(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n}, \quad (2)$$

则降阶模型可写成

$$G_r(s) = \frac{\beta_1 s^r + \cdots + \beta_r s + \beta_{r+1}}{s^m + \alpha_1 s^{m-1} + \cdots + \alpha_{m-1}s + \alpha_m}, \quad (3)$$

降阶误差信号的Laplace变换表达式为

$$E(s) = [G(s) - G_r(s)]R(s), \quad (4)$$

其中 $R(s)$ 为输入信号 $r(t)$ 的Laplace变换表达式.

若拉氏变换 $H(s)$ 为稳定的有理函数, 则目标函数的值可以由Astrom算法^[10]递推求解. 由于本文研究的EPS多领域系统鲁棒控制器模型均为稳定的有理函数, 因此可以采用该最优ISE指标降阶法进行降阶. 降阶模型的误差信号 $\hat{e}(t, \theta)$, 可以定义出一个最优降阶的目标函数为

$$J = \min_{\theta} \int_0^\infty \omega^2(t)\hat{e}^2(t, \theta)dt, \quad (5)$$

其中待定参数向量 $\theta = (\alpha_1, \cdots, \alpha_m, \beta_1, \cdots, \beta_r)$.

最优化问题可以有多种数值解法, Powell^[10]算法是其中比较行之有效的一种, 这里采用Powell最优化方法求出拉氏变换 $H(s)$, 则式(5)中的无穷积分可由Astrom给出的递推算法求解出来. 假设 $H(s)$ 可以写成稳定的 $H(s) = N(s)/D(s)$, 其中:

$$\begin{cases} D(s) = d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + \cdots + d_p s^p, \\ N(s) = n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + \cdots + n_{p-1} s^{p-1}. \end{cases} \quad (6)$$

根据Astrom算法的求解形式, 引入多项式 $N_k(s)$, $D_k(s)$, 使得

$$\begin{cases} D_k(s) = d_0^k + d_1^k s + d_2^k s^2 + \cdots + d_k^k s^k, \\ N_k(s) = n_0^k + n_1^k s + n_2^k s^2 + \cdots + n_{k-1}^k s^{k-1}, \end{cases} \quad (7)$$

$$d_i^{k-1} = \begin{cases} d_{i+1}^k, & i = 2j, \\ d_{i+1}^k - x_k d_{i+2}^k, & i = 2j + 1, \end{cases} \quad (8)$$

$$n_i^{k-1} = \begin{cases} n_{i+1}^k, & i = 2j, \\ n_{i+1}^k - y_k d_{i+2}^k, & i = 2j + 1. \end{cases} \quad (9)$$

式中: $x_k = d_0^k/d_0^{k+1}$, $y_k = n_0^k/n_0^{k+1}$, $i = 0, \cdots, k-1$, 其中 k 为积分步长. 这时输出信号的积分方差可采用Astrom算法由下式递推求出:

$$J = \sum_{k=1}^p \frac{y_k^2}{2x_k} = \sum_{k=1}^p \frac{(n_1^k)^2}{2d_0^k d_1^k}. \quad (10)$$

3 电动助力转向控制器降阶(Order reduction of EPS controllers)

电动助力转向系统的详细模型见文献[11]. 文献中, 未考虑助力电机轴扭转刚度, 经求解得到刚性EPS多领域系统模型为

$$G_r(s) = s(495.2 + 2.492s + 0.00099s^2)/ \\ (513.1 + 139.6s + 2.192s^2 + \\ 0.005903s^3 + 0.0000182s^4).$$

若考虑助力电机轴扭转刚度, 则助力电机转轴与减速机构输出轴旋转角的线性关系 $\delta_m = i_{ms}\delta_e$ 不成立, 而电机助力力矩表达为 $T_a = i_{ms}(\delta_m - i_{ms}\delta_e)$, 则求解得到柔性EPS模型为

$$G_f(s) = s(61910 + 311.5s + 0.1238s^2)/ \\ (64140 + 17450s + 274.1s^2 + 0.7408s^3 + \\ 0.002293s^4 + 3.511 \times 10^{-8}s^5 + \\ 9.262 \times 10^{-11}s^6).$$

根据刚性和柔性EPS多领域系统的结构特点, 分别选取3个加权函数^[12], 得到刚性EPS多领域系统的加权函数为

$$W_{1r}(s) = 60/(s + 0.0996),$$

$$W_{2r}(s) = 0.01,$$

$$W_{3r}(s) = s/(0.001s + 100),$$

得到柔性EPS多领域系统的加权函数为

$$W_{1f}(s) = 60/(s + 0.09993605208004),$$

$$W_{2f}(s) = 0.01,$$

$$W_{3f}(s) = s/(0.001s + 100),$$

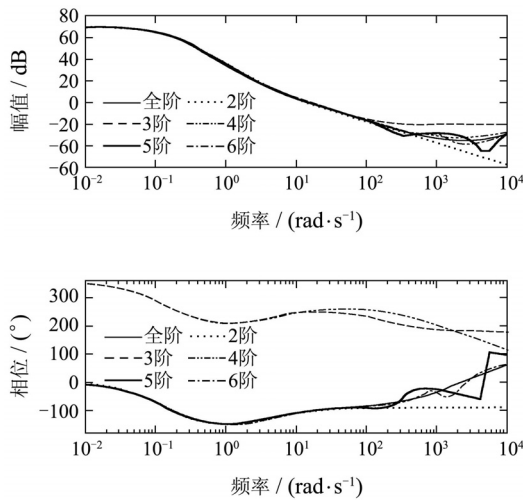
并采用MATLAB鲁棒控制工具箱, 求得刚性、柔性EPS多领域系统的 H_∞ 混合灵敏度控制器 $K_{Erh}(s)$, $K_{Efh}(s)$ 为

$$K_{Erh}(s) = \frac{275796.7001(s + 100000)(s + 71.01)}{(s + 54430000)(s + 2300)(s + 217.5)} \cdot \frac{(s + 3.913)(s^2 + 249.6s + 101500)}{(s + 109.2)(s + 0.0205)(s + 0.0996)}, \quad (11)$$

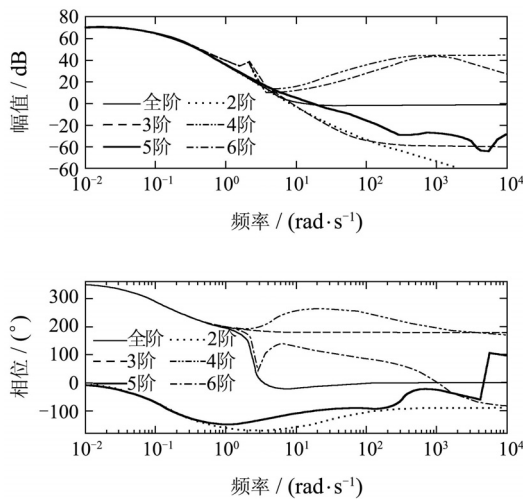
$$K_{Efh}(s) =$$

$$\frac{275803.1698(s+1 \times 10^5)(s+71.01)}{(s+128500)(s+2300)(s+217.5)} \cdot \frac{(s+3.913)(s^2+249.4s+101300)}{(s+109.3)(s+0.2006)(s+0.09994)} \cdot \frac{(s^2+54.72s+2.462 \times 10^7)}{(s^2+119200s+1.04 \times 10^{10})}. \quad (12)$$

分别使用Hankel范数降阶方法和最优ISE降阶方法对刚性和柔性EPS系统 H_∞ 控制器 $K_{\text{Erh}}(s)$, $K_{\text{Efh}}(s)$ 进行降阶, 得到6阶以下的 H_∞ 降阶控制器, 为比较降阶效果, 得出它们的频域特性曲线, 如图1(a), 1(b).



(a) 最优ISE降阶



(b) Hankel 范数降阶

图1 柔性EPS系统 H_∞ 控制器频率特性
Fig. 1 H_∞ controllers frequency characteristics of flexible EPS system

比较图1(a), 1(b)可知, 最优ISE降阶法在柔性EPS多领域系统 H_∞ 控制器 $K_{\text{Efh}}(s)$ 降阶中取得了比Hankel范数降阶法更好的拟合效果. 由最优ISE降阶

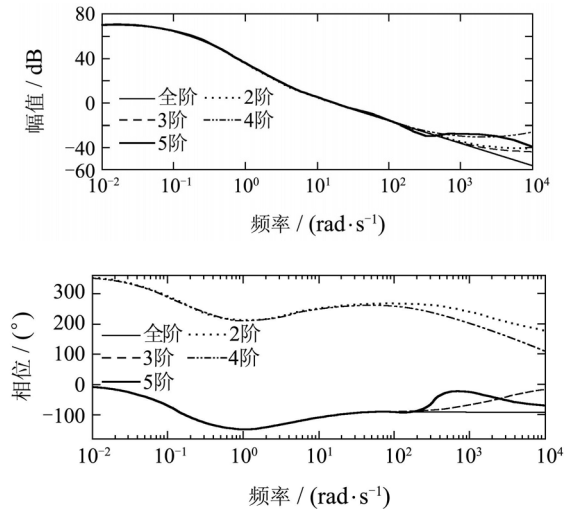
法得到的降阶控制器模型中, 除三阶、四阶模型在相位上与全阶模型有较大超前(约 360°)外, 降阶模型频率曲线在小于 150 rad/s 的频域范围内与全阶模型有良好的重合度. 而Hankel范数降阶法得到的降阶模型除个别情况外, 在幅值和相位上与全阶模型均有很大的差距, 如图1(b)所示.

刚性EPS多领域系统 H_∞ 控制器 $K_{\text{Erh}}(s)$ 降阶的情况与 $K_{\text{Efh}}(s)$ 相似. 由最优ISE降阶法得到的降阶模型中, 如图2(a)所示, 除二阶、四阶模型在相位上与全阶模型有较大超前(约 360°)外, 降阶模型频率曲线在小于 300 rad/s 的频域范围内与全阶模型有良好的重合度. 而Hankel范数降阶法得到的降阶模型除个别情况外, 降阶模型在幅值和相位上与全阶模型均有很大的差距, 如图2(b)所示. 根据降阶结果分析, 最优ISE降阶法在对控制器模型降阶中取得了比较好的拟合效果. 其中, 控制器 $K_{\text{Efh}}(s)$ 的二阶降阶模型、 $K_{\text{Erh}}(s)$ 的三阶降阶模型具有与全阶模型最好的拟合效果, 降阶后的模型为

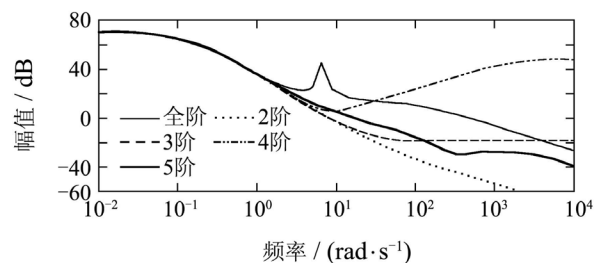
$$K_{\text{Erh.hr3}}(s) = \frac{1800862.74298(s+3.877)}{(s+7.198 \times 10^7)(s+0.2027)} \cdot (s+2722)/(s+0.09957), \quad (13)$$

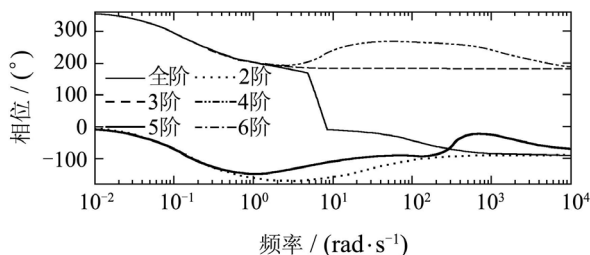
$$K_{\text{Efh.hr2}}(s) = \frac{65.3551(s+4.012)}{(s+0.2011)(s+0.1)}, \quad (14)$$

其中: $K_{\text{Efh.hr2}}(s)$ 表示总体控制器 $K_{\text{Efh}}(s)$ 的二阶降阶模型, $K_{\text{Erh.hr3}}(s)$ 表示总体控制器 $K_{\text{Erh}}(s)$ 的三阶降阶模型.

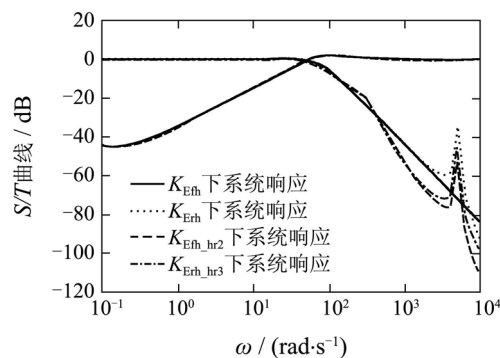


(a) 最优ISE降阶





(b) Hankel范数降阶

图 2 刚性EPS系统 H_∞ 控制器频率特性Fig. 2 H_∞ Controllers frequency characteristics of rigid EPS system图 4 各控制器下EPS系统 S/T 特性曲线Fig. 4 EPS S/T characteristic curves of controllers

4 仿真及结果分析(Simulation and results analysis)

为验证降阶控制器的控制效果, 对EPS多领域系统 H_∞ 鲁棒控制器 $K_{Erh}(s)$, $K_{Efh}(s)$ 及其降阶控制器 $K_{Efh_hr2}(s)$, $K_{Erh_hr3}(s)$ 进行仿真分析, 得到EPS系统在方向盘阶跃力输入下的扭矩响应曲线图3及闭环系统灵敏度函数 S 及补灵敏度函数 T 频域特性曲线图4.

如图3, 降阶控制器的响应快速性略有下降, 即上升时间由全阶的0.0346 s延长到0.0361 s, 调节时间由全阶的0.0732 s延长到0.0859 s; 降阶控制器的超调量有少量增加, 即由原来的4.35%增加到6.33%. 这说明降阶控制器的时域性能与全阶控制器十分接近.

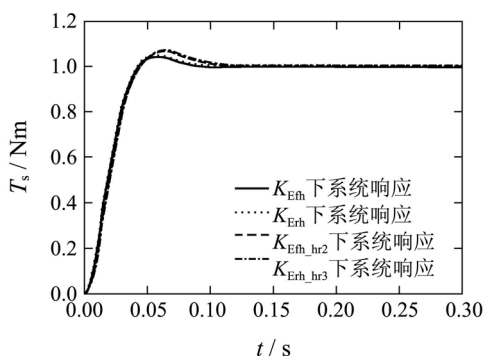


图 3 各控制器下EPS系统阶跃响应曲线

Fig. 3 EPS step response curves of controllers

如图4, S/T 曲线在主工作频域(100 rad/s)范围中几乎完全重合, 虽然系统带宽比全阶控制器系统有所下降, 均由原来的76 rad/s下降为71 rad/s左右, 但仍然满足大于50 rad/s的系统带宽要求; 补灵敏度函数高频渐近线比较明显地分为两段, 300 rad/s范围以外的曲线较陡一些, 具有较好的抑制测量噪声能力, 虽然在频率5000 rad/s左右的小范围内有一个波动, 但波动峰值在-45.134 dB以下, 完全满足系统的高频增益(< -40 dB)要求, 这说明降阶控制器仍然具有与全阶控制器十分接近鲁棒性能和鲁棒稳定性.

以上的系统仿真结果说明, 降阶控制器具有与全阶控制器十分接近的良好控制性能, 其阶数已经大大降低, 容易在实际使用中实现并使制造成本显著下降, 具有非常重要的工程意义. 但必须指出, 要得到低阶的控制器, 首先应该建立尽量简化的低阶对象模型, 这种模型应该是通过研究分析各种实际因素对系统影响的权重, 忽略对系统影响微小的因素而建立的, 而不是通过降阶算法对非简化模型进行数学变换降阶得到的. 实际上, 控制器 $K_{Erh}(s)$ 是对 $K_{Efh}(s)$ 的简化, 只是这种简化不是通过数学降阶方法而是通过建立低阶控制对象模型得到的. 由图2(a)可见, $K_{Efh}(s)$, $K_{Erh}(s)$ 的频域曲线的拟合程度非常理想, 在2000 rad/s的频域范围内幅值曲线基本重合, 4200 rad/s的频域范围内相位曲线基本重合; 由图3可见, 闭环系统时域仿真结果基本重合; 由图4可见, 2000 rad/s的频域范围内 S/T 曲线基本重合, 这样良好的重合度通过纯数学降阶方法是难以达到的. 这是因为, 从数学上进行的降阶无法考虑实际影响因素的权重, 因而不能很好的逼近非简化模型, 而且, 目前并没有统一的降阶算法能够简单地得到稳定的、拟合效果好的降阶模型, 需要进行大量的分析演算和反复的试凑. 因此, 通过考察系统影响因素进行模型降阶比数学方法降阶在工程应用中更为重要, 只有当最终得到的控制器阶数仍然高于实际使用中要求的阶数时, 再考虑使用各种降阶算法来降阶.

5 结论(Conclusions)

本文研究了最优Hankel范数降阶法和最优ISE指标降阶法在电动助力转向控制系统中的应用. 控制器模型频域仿真分析表明, 本文所提出的最优ISE指标降阶法能获得具有更好拟合度的低阶控制器模型. 闭环系统时频仿真结果表明, 控制器降阶使系统性能略微下降但仍然完全满足系统性能要求. 控制器阶数大大降低, 有利于控制器实现和成本降

低,而且具有良好的鲁棒性能和鲁棒稳定性.对刚性EPS系统和柔性EPS系统控制器在降阶中的时频曲线图进行分析,笔者认为,考察系统影响因素进行模型降阶比数学方法降阶在工程应用中更为重要,只有当最终得到的控制器阶数仍然高于实际使用中要求的阶数时,再考虑使用各种降阶算法来降阶.

参考文献(References):

- [1] 林逸, 施国标. 汽车电动助力转向技术的发展现状与趋势[J]. 公路交通科技, 2001, 18(3): 79 – 82.
(LIN Yi, SHI Guobiao. Development status and tendency of electric power steering[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2001, 18(3): 79 – 82.)
- [2] KIM J H, SONG J B. Control logic for an electric power steering system using assist motor[J]. *Mechatronics*, 2002, 12(3): 447 – 459.
- [3] MORADKHANI M, HAIRI-YAZDI M R, SALAMSI F R. H_∞ loop-shaping control of an electric power steering system[C] //2007 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Piscataway, NJ: IEEE, 2007, 9: 1 – 6.
- [4] 朱彦伟, 杨乐平. 航天器近距离相对运动的鲁棒约束模型预测控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(11): 1273 – 1276.
(ZHU Yanwei, YANG Leping. Spacecraft proximity relative motion under robust constrained model predictive control[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(11): 1273 – 1276.)
- [5] 曹新军, 李华. 基于鲁棒降阶模型的内模控制研究[J]. 电气传动自动化, 2009, 31(3): 8 – 11.
(CAO Xinjun, LI Hua. Research on internal model control based on the robust reduction model[J]. *Electric Drive Automation*, 2009, 31(3): 8 – 11.)
- [6] 解学军, 白延宁, 刘海宽. 降阶的鲁棒分散自适应反推控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 396 – 400.
(XIE Xuejun, BAI Yanning, LIU Haikuan. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 396 – 400.)
- [7] 盛严. 考虑频域不确定性的结构 H_∞ 鲁棒控制[J]. 噪声与振动控制, 2008, 8(2): 15 – 18.
(SHENG Yan. Structural H_∞ robust control with frequency domain uncertainties[J]. *Noise and Vibration Control*, 2008, 8(2): 15 – 18.)
- [8] DAVISON E J. A method for simplifying linear dynamic systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1966, 11(1): 93 – 101.
- [9] GLOVER K. All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their L_∞ -error bounds[J]. *International Journal of Control*, 1984, 39(6): 1115 – 1193.
- [10] XUE D, ATHERTON D P. A suboptimal reduction algorithm for linear systems with a time delay[J]. *International Journal of Control*, 1994, 60(2): 181 – 196.
- [11] 陈慧鹏, 陈立平, 王君明. 电动助力转向系统性能优化及参数研究[J]. 机械科学与技术, 2010, 29(2): 146 – 152.
(CHEN Huipeng, CHEN Liping, WANG Junming. Optimization of the parameters and performance of an electric power steering system[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*. 2010, 29(2): 146 – 152.)
- [12] 周克敏, DOLYE J C, GLOVER K. 鲁棒与最优控制[M]. 毛剑琴, 译. 北京: 国防工业出版社, 2002.
(ZHOU Kemin, DOLYE J C, GLOVER K. *Robust and Optimal Control*[M]. MAO Jianqin, translated. Beijing: National Defense Industry Press, 2002.)

作者简介:

陈慧鹏 (1978—), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为汽车电子控制系统、鲁棒控制、多领域统一建模及仿真分析, E-mail: hpchen@hdu.edu.cn;

陈国金 (1961—), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为机电系统智能检测、控制与设计, 多领域建模与仿真, E-mail: chenguojin@163.com;

陈立平 (1964—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为车辆动力学与控制、多领域统一建模及仿真分析, E-mail: chenlp@hustcad.com;

龚友平 (1978—), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为数字化设计与仿真、计算机图形学, E-mail: gypcad@163.com.