

文章编号: 1000-8152(2011)10-1447-04

## 主-从滤波器设计及其在传递对准中的应用

林 杰, 付梦印, 邓志红, 张继伟

(北京理工大学 自动化学院, 北京 100081)

**摘要:** 本论文研究主-从自适应卡尔曼滤波器的设计及其在动基座传递对准中的应用。对于舰载惯性导航系统, 利用速度加角速度匹配方案能够实现快速对准, 然而该方案对船体挠曲变形比较敏感, 若处理不当将造成对准精度下降。本文将挠曲变形视为对准过程中观测量的不确定性干扰噪声进行处理, 并且利用方差匹配策略设计了主-从自适应滤波器, 这两个滤波器并行运算, 其中主滤波器用于估计惯性导航系统的状态, 从滤波器用于估计噪声的统计特性。仿真结果表明, 在对准模型存在未知的随机系统噪声时, 所设计的滤波器能够快速且准确地估计出失准角, 符合传递对准在快速性和精度方面的需求。

**关键词:** 惯性导航系统; 快速传递对准; 挠曲变形; 主-从自适应滤波器

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Design of master-slave filter and its application to transfer alignment

LIN Jie, FU Meng-yin, DENG Zhi-hong, ZHANG Ji-wei

(School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** A master-slave adaptive filter is designed and its application to shipboard transfer alignment is studied. Although the velocity and angular rate matching scheme offers a rapid transfer-alignment for shipboard inertial navigation systems, it is sensitive to ship flexure. The flexure is modeled as a time-varying noise, of which the stochastic properties are estimated by an adaptive filter. Two Kalman filters are designed, one is the master filter for estimating the dynamic states, the other is for estimating the measurement noise statistics based on the master filter residuals. These two filters exchange information and run simultaneously. Simulation results show that the misalignment angles of slave navigation system can be estimated rapidly and accurately by the proposed filter.

**Key words:** inertial navigation systems; transfer alignment; flexure; master-slave adaptive filter

### 1 引言(Introduction)

传递对准是指载体在运动条件下, 载体上需要对准的子惯导系统利用高精度的主惯导系统信息进行初始对准的方法。对于海上传递对准, 使用速度匹配方案能够实现水平对准。但是在进行方位对准时要求舰船做S形机动, 这对于舰船的操纵控制来说难以实现且容易造成舰载武器丢失跟踪目标。此外, 实际应用也希望传递对准算法能在运载体低动态条件下实现, 即希望能够利用载体低幅度运动来加速传递对准过程并提高传递对准精度。方位角与角速度的耦合关系表明, 只要存在某些纵摇和横摇运动, 方位对准就可以在短时间内完成<sup>[1]</sup>。基于海上对准的这一特点, 本文采用“速度+角速度”匹配的对准方案。船体挠曲变形(由海浪冲击、日晒等引起)的影响易造成对准精度下降<sup>[2,3]</sup>, 克服这一干扰因素的方法主要有两种: 一是通过对船体结构挠曲变形进行精确建模来实现挠曲变形的估计; 另一种方法则通过设计合适的滤波器, 在出现扰动时估计出对准误差<sup>[4]</sup>。

在工程实际中, 受材料特性、机动条件以及载荷大小等诸多不确定因素的影响, 实现精确建模非常复杂。本文采用第2种方法, 即通过滤波器的设计来实现舰载惯导的快速传递对准。传递对准过程中由于海浪冲击、船体变形等不确定因素的影响, 需要对观测噪声的随机特性进行实时的估计。本文采用方差匹配方法设计了主-从自适应滤波器<sup>[5]</sup>, 该滤波器由两个卡尔曼滤波器构成, 其中一个滤波器称为主滤波器, 用于估计惯性导航系统的误差状态, 另一个滤波器称为从滤波器, 用于估计测量系统的噪声特性。这两个滤波器并行计算且相互提供信息。同 Maybeck 提出的自适应卡尔曼滤波方法相比<sup>[6]</sup>, 该滤波器在噪声估计时具有实时的特点, 同窗口大小的选择无关。本文在“速度+角速度”匹配对准模型建立的基础上, 用本文提出的滤波方法对失准角等惯性导航系统的状态进行了估计, 并与卡尔曼滤波的估计效果进行了比较。

## 2 传递对准动态模型(Transfer alignment state dynamics)

考虑舰载机/舰载武器海上传递对准时的环境特点和海上动平台的机动限制,本文采用“速度+角速度”匹配对准方案。在建立动态模型时,选用的主惯导为高精度平台/捷联惯导系统,因此其导航误差可以忽略。主、子惯导导航坐标系取为东北天地理坐标系,其中:主惯导导航坐标系用 $n$ 表示,子惯导计算导航坐标系用 $n'$ 表示。主、子惯导的载体坐标系分别用 $m$ 和 $s$ 表示,惯性导航系和地球坐标系分别用*i*和*e*表示,结构挠曲运动的影响用注入到模型中的白噪声加以等效。本文所选用的状态和滤波初始值描述如表1所示。

表1 滤波器状态

Table 1 Filter states

状态	描述	滤波器初值		
		初始方差	过程噪声	单位
1~3	速度误差 $\delta V^n$	1	0.04	$\text{m/s}$
4~6	失准角 $\psi$	1	0.01	( $^\circ$ )
7~9	陀螺漂移 $\varepsilon$	1	0.001	( $^\circ/\text{h}$ )
10~12	加速度计偏置 $\nabla$	$10^{-4}\text{g}$	0.001	$\text{m/s}^2$

### 2.1 系统方程(The system equations)

对表1中所列举的状态进行建模,速度误差方程为

$$\delta \dot{V}_s^n = f^n \times \psi - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V_s^n + C_s^{n'} \nabla, \quad (1)$$

式中:  $f^n$ 为主惯导输出比力,  $\omega_{ie}^n = [\omega_E \ \omega_N \ \omega_U]$  表示地球自转角速度在导航坐标系中的投影,  $\omega_{en}^n = [\rho_E \ \rho_N \ \rho_U]$  表示主惯导计算的导航坐标系相对于惯性坐标系旋转角速度,  $C_s^{n'}$  表示子惯导输出的姿态矩阵。

失准角误差方程表示为

$$\dot{\psi} = -\omega_{in}^n \times \psi - C_s^{n'} \varepsilon + \delta \omega_{in}^n, \quad (2)$$

式中:  $\omega_{in}^n$  表示地理坐标系的旋转角速度,  $\delta \omega_{in}^n = \omega_{in}' - \omega_{in}^n$  表示  $\omega_{in}^n$  的计算误差。

陀螺仪和加速度计的零偏为随机常值漂移,故

$$\dot{\varepsilon} = 0, \quad (3)$$

$$\dot{\nabla} = 0. \quad (4)$$

根据式(1)~(4),上述状态误差方程(1)(2)有如下形式:

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + w(t), \quad (5)$$

式中: 系统噪声  $w(t)$  为高斯白噪声(离散化后的取值如表1所示)。系统矩阵

$$F(t) = \begin{bmatrix} -(\omega_{ie}^n + \omega_{in}^n) & f^n & 0_{3 \times 3} & C_s^{n'} \\ F_{21} & F_{22} & -C_s^{n'} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中:

$$F_{21} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_m + h} & 0 \\ \frac{1}{R_t + h} & 0 & 0 \\ \frac{\tan L}{R_t + h} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_{22} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_U + \rho_U & -\omega_N - \rho_N \\ -\omega_U - \rho_U & 0 & \rho_E \\ \omega_N + \rho_N & -\rho_E & 0 \end{bmatrix},$$

$L$  和  $h$  分别表示载体所在的纬度和高程,  $R_m$  和  $R_t$  分别为载体所在地点地球子午圈和卯酉圈曲率半径。

### 2.2 观测方程(Measurement equations)

主、子惯导敏感的角速度在导航坐标系中的投影之差表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{is}^{n'} - \omega_{im}^n &= C_s^{n'} \tilde{\omega}_{is}^s - C_m^n \omega_{im}^m = \\ (I - \psi \times) C_s^n (\omega_{is}^s + \varepsilon) - C_m^n \omega_{im}^m &= \\ C_s^{n'} \varepsilon + \Omega_{im}^n \psi + C_s^{n'} C_m^s \omega_{ms}^m, \end{aligned} \quad (7)$$

式中:  $\Omega_{im}^n$  表示由  $\omega_{im}^n$  构成的反对称矩阵, 载体振动和挠曲效应的干扰项  $C_s^{n'} C_m^s \omega_{ms}^m$  作为白噪声处理。

由此可得速度与角速度匹配的观测方程为

$$\begin{aligned} z_k &= \begin{bmatrix} V_s^{n'} \\ \tilde{\omega}_{is}^{n'} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_m^n \\ \omega_{im}^n \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \Omega_{im}^n & C_s^{n'} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} X_k + V_k = \\ H_k X_k + V_k, \end{aligned} \quad (8)$$

$V_k$  表示量测噪声。

在每个滤波周期内对  $F(t)$  进行更新后必须对状态方程(5)进行离散化, 离散步骤详见文献[7]。

### 3 主-从自适应滤波器设计(Design of master-slave adaptive filter)

由于系统模型及噪声特性不能准确地获知而导致滤波估计不是最优的,甚至可能引起滤波发散。在传递对准过程中,受挠曲形变等因素的影响,观测噪声的统计特性具有时变的特点。为估计观测噪声的均值和方差,本文利用Celso等提出的方差匹配策略来设计滤波器。该滤波器包含主、从两个Kalman滤波器,其中主滤波器用于估计系统的状态,从滤波器用于估计观测噪声的均值和方差,这两个滤波器并行工作且相互提供信息。

考虑离散系统

$$x_{k+1} = F_{k-1}x_{k-1} + w_k, \quad (9)$$

$$z_k = H_k x_k + R_k, \quad (10)$$

其中:  $x_k$ ,  $F_k$ ,  $z_k$  和  $H_k$  分别为  $k$  时刻系统状态、状态转移阵、观测量和观测矩阵, 系统噪声  $w_k$  服从均值为 0, 方差为  $Q_k$  的高斯白噪声分布, 测量噪声  $R_k$  的统计特性未知。以下通过从滤波器的设计来估计  $R_k$  的均值和方差。

在满足随机游走的条件下, 观测噪声系统状态方程表示为<sup>[5]</sup>

$$x_{k+1}^R = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} x_k^R + w_k^R, \quad (11)$$

式中:  $x_k^R = \begin{bmatrix} M_k^R \\ \text{diag}\{C_k^R\} \end{bmatrix}$ ,  $M_k^R$  和  $C_k^R$  表示观测噪声的均值和方差,  $w_k^R$  表示均值为 0, 方差为  $Q^R$  的高斯白噪声,  $\text{diag}\{\cdot\}$  表示“.”的对角线元素,  $I$  为相应维数的单位阵。

观测噪声状态方程(11)的观测量取为

$$z_k^R = \begin{bmatrix} z_k - H_k \hat{x}_k^- \\ \text{diag}\{C_k - H_k P_k^- H_k^T\} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中:  $z_k^R = \begin{bmatrix} \tilde{M}_k^R \\ \text{diag}\{\tilde{C}_k^R\} \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{M}_k^R$  和  $\tilde{C}_k^R$  分别表示主滤波器观测噪声均值和方差的观测量,  $z_k$  和  $H_k$  已经在公式(8)中定义,  $\hat{x}_k^-$  和  $P_k^-$  分别表示主滤波器状态一步预测及其相应的方差矩阵, 残差  $C_k$  满足

$$C_k = (\tilde{M}_k^R - \hat{M}^R(k))(\tilde{M}_k^R - \hat{M}^R(k))^T, \quad (13)$$

式(13)可进一步整理为

$$z_k^R = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_k^R \\ \text{diag}\{C_k^R\} \end{bmatrix} + v_k^R, \quad (14)$$

其中  $v_k^R$  表示均值为 0、方差为  $R^R$  的高斯白噪声序列。

根据系统方程(11)和观测方程(14), 从滤波器的形式可表示为

$$\hat{x}_k^{R-} = \hat{x}_{k-1}^R, \quad (15)$$

$$P_k^{R-} = P_{k-1}^R + Q^R, \quad (16)$$

$$K_k^R = P_k^{R-} (P_k^{R-} + R^R)^{-1}, \quad (17)$$

$$\hat{x}_k^R = \hat{x}_k^{R-} + K_k^R (z_k^R - \hat{x}_k^{R-}), \quad (18)$$

$$P_k^R = P_k^{R-} - K_k^R P_k^{R-}. \quad (19)$$

结合  $R_k$  的统计特性估计, 对离散系统(9)(10)中状态的估计可表示为

$$\hat{x}_k^- = F_{k-1} \hat{x}_{k-1}, \quad (20)$$

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1} F_{k-1}^T + Q_k, \quad (21)$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + \hat{M}_k^R)^{-1}, \quad (22)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - F_{k-1} \hat{x}_k^- - \hat{C}_k^R), \quad (23)$$

$$P_k = P_k^- - K_k H_k P_k^-. \quad (24)$$

通过以上步骤可以看出, 利用主滤波器(20)~(24)和从滤波器(15)~(19)的协同工作可对观测噪声统计特性未知的情形进行系统状态的估计。其原理如图1所示。

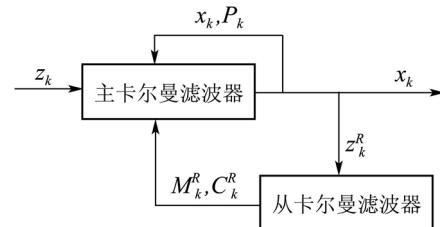


图1 自适应滤波器框图

Fig. 1 Scheme of the adaptive Kalman filter

#### 4 仿真实验(Simulation)

分别采用本文所提出的主-从自适应滤波算法和卡尔曼滤波算法进行海上对准的仿真。为方便比较实验结果, 以上两种方法均采用相同的仿真条件, 仿真时采用轨迹发生器产生载体的运动数据。

子惯导的性能参数和仿真条件设置如下:

陀螺仪常值零偏:  $1^\circ/\text{h}$ ;

陀螺仪随机漂移:  $0.01^\circ/\text{h}$ ;

加速度计常值零偏:  $1 \times 10^{-4} \text{ g}$ ;

加速度计随机漂移:  $1 \times 10^{-5} \text{ g}$ .

舰船在海浪激励下分别绕方位轴、纵摇轴和横摇轴以正弦进行三轴摆运动, 舵摇、纵摇和横摇的运动模型如下:

$$\begin{cases} \varphi = 45^\circ + 0.8^\circ \cos\left(\frac{\pi}{10}t + \frac{\pi}{3}\right), \\ \theta = 0.6^\circ \cos\left(\frac{\pi}{10}t + \frac{\pi}{4}\right), \\ \gamma = 5^\circ \cos\left(\frac{\pi}{10}t + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases} \quad (25)$$

舰船机动和海浪冲击等所诱发的挠曲角速度

$\omega_{\text{ms}}^s$  为二阶 Gauss-Morkov 模型<sup>[8]</sup>, 即

$$\omega_{\text{ms}}^s(k) = -0.2\omega_{\text{ms}}^s(k-1) - 0.5\omega_{\text{ms}}^s(k-2) + \eta(k),$$

$$\text{E}[\eta^2(k)] = 0.04.$$

舰船的行驶速度为 15 节, 滤波器的初始值设置如表1 所示。

采用自适应滤波器和卡尔曼滤波器的区别在于, 卡尔曼滤波器假设观测噪声的特性已知, 而自适应滤波器则通过不断地估计测量噪声的统计特性来提高系统状态的估计精度。将这两种滤波器用于以上机动条件下舰船的传递对准, 图2~4 分别给出了东向失准角、北向失准角和航向失准角的估计误差结果。

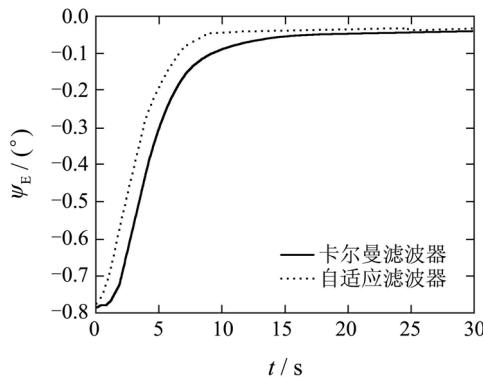


图2 东向失准角估计误差

Fig. 2 Errors of the pitch estimation

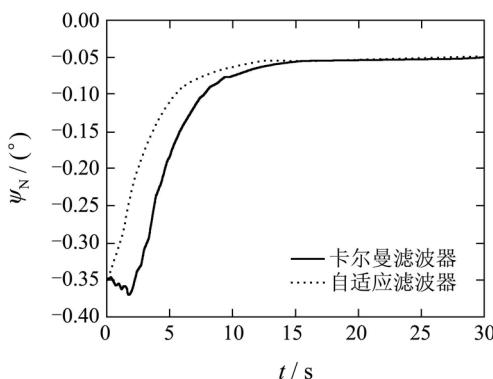


图3 北向失准角估计误差

Fig. 3 Errors of the roll estimation

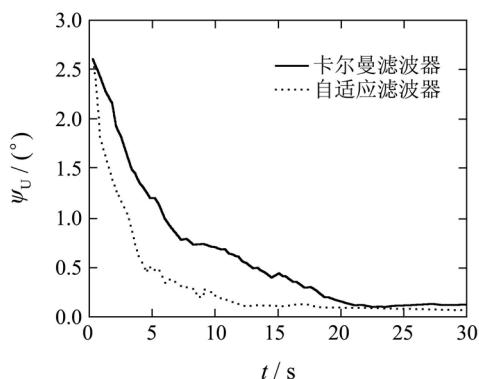


图4 天向失准角估计误差

Fig. 4 Errors of the yaw estimation

图2~4的比较结果说明主-从自适应滤波器在失准角的估计中较卡尔曼滤波器更快, 在10 s左右即可实现对准。水平失准角的估计精度二者相当, 但是在方位失准角的估计中, 主-从自适应滤波器的估计精度比卡尔曼滤波器高, 其原因在于方位失准角的估计依赖于角速度的匹配, 由于舰船摇晃等因素造成

噪声时变而使卡尔曼滤波器的估计精度有所损失。表2给出了这两种滤波方法的估计结果。

## 5 结论(Conclusions)

本文针对舰船机动方式和机动强度有限的特点, 在建立“速度+角速度”匹配的传递对准模型基础上, 提出了主-从自适应滤波器以解决船体结构变形和挠曲变形导致测量噪声特性为时变的情形。从滤波器对各个时刻的测量噪声统计特性进行估计并反馈到主滤波器中, 主滤波器为从滤波器提供测量噪声均值和方差的观测量, 这两个滤波器并行运算实现了测量噪声和子惯导误差状态的实时估计。传递对准模型的建立和自适应滤波器的设计充分考虑了海上环境的特点, 能够有效地借助海浪冲击而不必施加特定的机动来实现快速传递对准。仿真实验结果表明该方法能够有效地抑制观测噪声对对准过程的影响。提高航向失准角的估计精度, 同时加快了传递对准的流程。

## 参考文献(References):

- [1] SUN C Y. *Transfer alignment for strapdown inertial navigation systems*[D]. Haerbin: Harbin Institute of Technology, 2009.
- [2] FU M Y, DENG Z H, ZHANG J W. *Theory of Kalman Filter with Its Application in Navigation System*[M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [3] TITTERTON D H, WESTON J L. *Strapdown Inertial Navigation Technology*[M]. London: Peter Peregrinus Ltd, 2006.
- [4] SPALDING K. An efficient rapid transfer alignment filter[C] // *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992: 1276 – 1286.
- [5] MENDON C B, HEMERLY E M. Adaptive stochastic filtering for online aircraft flight path reconstruction[J]. *Journal of Aircraft*, 2007, 44(5): 1546 – 1558.
- [6] MAYBECK P S. *Stochastic Models, Estimation, and Control*[M]. New York: Academic Press, 1979.
- [7] SIMON D. *Optimal State Estimation-Kalman, H<sub>∞</sub>, and Nonlinear Approaches*[M]. New York: Wiley, 2006.
- [8] SCHNEIDER A M. Kalman filter formulations for transfer alignment of strapdown inertial units[J]. *Navigation*, 1983, 30(1): 72 – 89.

## 作者简介:

**林杰** (1977—), 男, 博士研究生, 主要从事组合导航与智能导航中动基座传递对准相关研究, E-mail: linjason@bit.edu.cn;

**付梦印** (1964—), 男, 博士生导师, 院长, 主要从事组合导航与智能导航相关研究, E-mail: fmy@bit.edu.cn;

**邓志红** (1974—), 女, 教授, 主要从事捷联惯性导航系统技术、组合导航技术以及滤波理论研究, E-mail: dzh\_deng@bit.edu.cn;

**张继伟** (1977—), 男, 讲师, 主要从事组合导航与智能导航相关研究, E-mail: hellozjw@bit.edu.cn, 通讯作者。