

## 离散事件系统拟同余关系的改进算法

张仁远, 甘永梅, 晁武杰, 王兆安

(西安交通大学 电气工程学院, 陕西 西安 710049)

**摘要:** 针对离散事件系统, 本文主要研究计算最优拟同余关系时减少时间复杂度的算法. 基于Paige & Tarjan提出且Fernandez修改的、可有效计算最粗粒度划分问题的算法, 本文给出一种时间复杂度为 $O(m \log n)$ 的计算最优拟同余关系的算法. 该算法适用于离散事件系统比较复杂, 尤其是可观事件很少的情况. 与Ramadge和Wonham提出的时间复杂度为 $O(mn)$ 的算法相比, 该算法计算过程耗时较短. 本文还讨论了计算拟同余关系的边界情况的改进方法. 仿真结果表明所提出算法的有效性.

**关键词:** 离散事件系统; 最粗粒度划分问题; 最优拟同余关系

**中图分类号:** TP301      **文献标识码:** A

### Improved algorithm of quasi-congruence in discrete-event system

ZHANG Ren-yuan, GAN Yong-mei, CHAO Wu-jie, WANG Zhao-an

(School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China)

**Abstract:** We investigate the algorithm for reducing the time-complexity in computing the optimal quasi-congruence of discrete-event system (DES). Based on the algorithms provided by Paige, Tarjan and Fernandez, the algorithm related to the relational coarsest partition problem is adopted to figure out the optimal quasi-congruence with time complexity  $O(m \log n)$ . This algorithm is applicable when the DES is complicated, especially when the number of observable events is small. Compared with the algorithm with time complexity  $O(mn)$  proposed by Ramadge and Wonham, this algorithm is less time-consuming. In addition, the improvement of boundary conditions in computing the optimal quasi-congruence is discussed. The effectiveness of the proposed algorithm is validated by simulation results.

**Key words:** discrete-event system; relational coarsest partition problem; quasi-congruence

### 1 引言(Introduction)

Ramadge和Wonham建立了基于自动机模型的离散事件系统监督控制理论(supervisory control theory of discrete-event systems, SCTDES)<sup>[1-4]</sup>. Lawford和Feng Lei等人介绍了观测器的概念, 并阐述了其在分散控制和递阶控制中是保证系统非阻塞的重要作用<sup>[5-6]</sup>. 同时, 为了判定分散控制中观测器是否对系统的阻塞特性造成影响, Feng Lei和Wonham引入拟同余关系, 并得到在最优拟同余关系下的简约离散事件系统(discrete-event system, DES), 并根据该DES的确定性判定观测器对系统的阻塞特性的影响. Lawford和Wong设计了用于计算最优拟同余关系的算法, 在本文中称为初始算法, 该算法的复杂度为 $O(n^3k)$ , 其中:  $n$ 是指系统的状态数,  $k$ 是指系统经过映射后的转移关系的个数, 计算过程包括计算映射后的自动机的转移函数闭包和在该自动机基础上的最优拟同余关系, 其中计算最优拟同余关系的算法时间复杂度为 $O(nk)$ <sup>[5,7]</sup>. 当系统变得复杂, 尤其

是可观事件数量很少时,  $k$ 急剧增大, 导致该算法用于计算的时间会难以满足要求.

Paige和Tarjan建立了一种算法用于解决最粗粒度划分问题, 该算法的时间复杂度为 $O(m \log n)$ , 其中:  $m$ 代表DES的总的转移函数个数,  $n$ 代表DES的总的状态个数(下文同)<sup>[8]</sup>. Fernandez说明了最粗粒度划分问题和标记迁移系统中共模拟等价关系问题的联系, 并改进算法后, 成功地解决了有效计算共模拟等价关系的问题<sup>[9]</sup>. 事实上, 共模拟等价关系就是最优拟同余关系, 因此, 本文将该改进算法引入SCTDES, 用于计算最优拟同余关系, 将时间复杂度 $O(mn)$ 提高为 $O(m \log n)$ , 这种算法可作为对初始算法的补充, 在本文中称为改进算法, 并且讨论了边界情况(可观事件数量为1)的有效计算转移函数闭包的方法.

本文余下各部分的组织结构如下. 第2部分给出了拟同余关系的概念和性质, 并介绍了计算最优拟同余关系的操作符 $\Phi$ . 第3部分给出了解决共模拟关

系问题的改进算法,用于获取DES状态集合 $Q$ 的最优拟同余关系.同时,以一个简单例子用于说明该算法的具体步骤,通过测量运行时间给出了该算法的特性.第4部分讨论了计算最优拟同余关系的边界情况,第5部分给出了仿真结果并做出了数据分析.最后,在第6部分得出了本文的结论.

## 2 拟同余概念(Concept of quasi-congruence)

### 2.1 DES自动机模型(Automaton model of DES)

离散事件系统可用有穷自动机来表示(自动机包括有穷自动机和无穷自动机,本文只研究有穷自动机,下文中自动机均指有穷自动机).通常,用1个5元组形式的自动机模型来描述离散事件系统<sup>[1,4,6-7]</sup>.定义5元组 $G = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m)$ ,其中: $Q$ 为状态集合代表离散的状态; $\Sigma$ 是事件集合,代表动态发生的事件; $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ 用于描述系统中状态间的转移关系; $q_0 \in Q$ 是指系统的初始状态; $Q_m \subseteq Q$ 是标识状态集合.一般情况下,可以将状态转移函数扩展为 $\delta: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$ ,该函数为部分定义函数,同时,用 $\delta(q, s)!$ 表示 $\delta(q, s)$ 有定义.

为表示自动机产生的事件序列,定义 $L(G) = \{s | \delta(q_0, s)!\}$ 为自动机模型 $G$ 产生的语言,定义 $L_m(G) = \{s | \delta(q_0, s) \in Q_m\}$ 为自动机标识的语言,定义语言 $L$ 的前缀 $\bar{L} = \{t | t \leq s, s \in L\}$ .如果自动机 $G$ 满足以下两个条件,称 $G$ 是整齐(trim)自动机:

1) 状态集合 $Q$ 中所有的状态均为从初始状态可到达的;

2) 自动机 $G$ 产生的语言 $L(G)$ 中的任一事件串 $s$ 均可构成 $G$ 的标识语言 $L_m(G)$ 中某一事件串的前缀.

本文中,假定 $G$ 是整齐的.

DES中的事件集合 $\delta$ 包括可观事件和不可观事件,用 $\Sigma_o$ 代表可观事件集合, $\Sigma_{uo}$ 代表不可观事件集合且 $\Sigma = \Sigma_o \cup \Sigma_{uo}$ .定义 $P: \Sigma^* \rightarrow \Sigma_o^*$ 为自动机的自然映射,其定义如下:

$$\begin{cases} P(\varepsilon) = \varepsilon, \\ P(\alpha) = \begin{cases} \varepsilon, & \alpha \notin \Sigma_o, \\ \alpha, & \alpha \in \Sigma_o, \end{cases} \\ P(s\alpha) = P(s)P(\alpha). \end{cases} \quad (1)$$

注:式中 $\varepsilon$ 指空字符串.

定义非确定型自动机<sup>[1,7]</sup>:

$$H = (Q, \Sigma_o, \eta, q_0, Q_m),$$

其中除转移函数,其他项目定义均与 $G$ 相同,转移函数为 $\eta: Q \times \Sigma_o^* \rightarrow Pwr(Q)$ ,

$$\eta(q, s_0) = \{\delta(q, s) | s \in \Sigma^*, \delta(q, s)!, Ps = s_0\}, \quad (2a)$$

$$\eta(q, \varepsilon) = \{\delta(q, s) | s \in \Sigma^*, \delta(q, s)!, Ps = \varepsilon\}. \quad (2b)$$

对所有的状态 $q \in Q$ 和 $\forall s, t \in \Sigma_o^*$ ,

$$\eta(q, st) = \cup\{\eta(q', t) | q' \in \eta(q, s)\}. \quad (3)$$

### 2.2 拟同余与最优拟同余(Quasi-congruence and optimal quasi-congruence)

对于自动机 $H$ ,在其状态集合 $Q$ 上,用 $\varepsilon(Q)$ 表示 $Q$ 上的所有等价关系的集合,假定 $\pi \in \varepsilon(Q)$ 为 $Q$ 上任一等价关系,定义 $P_\pi: Q \rightarrow Q/\pi$ 为标准映射, $Q/\pi$ 为集合 $Q$ 关于关系 $\pi$ 的商集<sup>[1,6]</sup>.

在状态集合 $Q$ 上,假定 $\pi \in \varepsilon(Q)$ , $P_\pi: Q \rightarrow Q/\pi$ 如上所述.对所有状态 $q, q' \in Q$ ,如果

$$\begin{aligned} P_\pi(q) &= P_\pi(q') \Rightarrow \\ (\forall \alpha \in \Sigma_o) P_\pi \eta(q, \alpha) &= P_\pi \eta(q', \alpha), \end{aligned} \quad (4)$$

则 $\pi$ 就是关于自动机的拟同余关系.在此关系的基础上,计算 $H$ 关于拟同余关系的简约 $\bar{H}$ <sup>[1,6]</sup>.

标记 $L_m = L_m(G)$ , $L = L(G)$ , $P_L := P|L: L \rightarrow \Sigma_o^*$ ,如果

$$\begin{aligned} (\forall t \in PL_m)(\forall s \in L) Ps \leq t \Rightarrow \\ (\exists u \in \Sigma_o^*) su \in L_m \& P(su) = t, \end{aligned} \quad (5)$$

则称 $P_L$ 是一个 $L_m$ -观测器.如果观测器 $P_L$ 是一个 $L_m$ -观测器,则 $P_L$ 不影响系统的阻塞特性<sup>[1,6]</sup>.

记 $QC = \{\pi \in \varepsilon(Q) | \pi \text{是} H \text{上的拟同余关系}\}$ ,集合 $QC$ 在运算 $\vee$ 下是闭的<sup>[1]</sup>,因此 $QC$ 在运算 $\vee$ 下构成了一个向上的半网格,且在 $QC$ 中存在一个最优拟同余关系 $\rho := \sup QC$ .

假定 $\pi_0$ 为 $Q$ 上的一个关系,对所有 $n \geq 1$ ,计算 $\rho_n = \rho_{n-1} \wedge \wedge \{\rho_{n-1} \circ \eta(\cdot, \alpha) | \alpha \in \Sigma_o\}$ ,然后,经过迭代,计算 $\rho_\infty := \lim \rho_n (n \rightarrow \infty)$ ,本文讨论的自动机模型为有限自动机,因此该算法可以在有限迭代步数内使得 $\rho_n = \rho_{n-1}$ ,即 $\rho_\infty = \rho_n$ ,此时 $\rho_\infty$ 即是 $Q$ 上的最优拟同余关系.

假定 $\pi$ 是自动机 $H$ 上的最优拟同余关系,计算相应的简约 $\bar{H}$ ,则 $P$ 是一个 $L_m$ -观测器,当且仅当 $\bar{H}$ 是一个确定型自动机<sup>[1,6]</sup>.

说明了拟同余关系在研究非阻塞控制问题中的作用后,本文从下一节开始描述计算最优拟同余关系的算法.

## 3 计算最优拟同余关系的改进算法(Improved algorithm of computing quasi-congruence)

### 3.1 最优拟同余关系问题(Optimal quasi-congruence problem)

最优拟同余关系问题和最粗粒度划分问题是不同领域的同一概念,在给出最优拟同余关系问题前,定义下面的记号和运算规则.

以 $DES_G = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m)$ 为例, 用 $Q$ 上的一个划分 $\lambda = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ 代表一个等价关系, 其中 $B_i (i \in N)$ 代表一个等价类,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ . 给定另一个等价关系 $\lambda'$ , 如果 $\forall B' \in \lambda', \exists B \in \lambda$ , 使得 $B' \subseteq B$ , 则 $\lambda'$ 是一个比 $\lambda$ 更细的划分, 即 $\lambda' \leq \lambda$ . 对每一个事件 $\alpha \in \Sigma$ , 将转移函数 $\delta$ 注记为二进制关系 $T_\alpha$ ,  $T_\alpha = \{(p, q) | \delta(p, \alpha) = q\}$ ,  $T_\alpha[p] = \{\delta(p, \alpha) | \delta(p, \alpha)!\}$ ,  $T_\alpha^{-1}[q] = \{p | \delta(p, \alpha) = q\}$ ,  $T_\alpha^{-1}[B] = \{T_\alpha^{-1}(q) | q \in B\}$ .

现在, 最优拟同余关系问题可描述为:

给定一个自动机 $G$ 上的初始划分 $\lambda$ 和定义在其上的二进制关系 $T_\alpha$ , 求出关于 $G$ 的最优拟同余关系 $\lambda'$ .

为了计算最优拟同余关系, 首先定义下面3个操作符:

- 1)  $\Phi_{\alpha, B}(\lambda) = \{X \cap T_\alpha^{-1}[B] | X \in \lambda\} \cup \{X - T_\alpha^{-1}[B] | X \in \lambda\}$ ;
- 2)  $\Phi_B(\lambda) = (\Phi_{\alpha_1, B} \circ \Phi_{\alpha_2, B} \circ \dots \circ \Phi_{\alpha_n, B})(\lambda)$ ,  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 是 $\Sigma$ 中的元素;
- 3)  $\Phi(\lambda, \lambda') = (\Phi_{B_1} \circ \Phi_{B_2} \circ \dots \circ \Phi_{B_n})(\lambda')$ .

令 $\hat{\Phi}(X) = \Phi(X, X)$ , 则不动点 $\lambda_{\hat{\Phi}}$ 就是序列 $\lambda_0 = \lambda$ ,  $\lambda_{n+1} = \hat{\Phi}(\lambda_n)$ 的极限.

给定一个自动机 $G = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m)$ 和一个初始划分 $\lambda_0 = \{Q\}$ , 不动点 $\lambda_{\hat{\Phi}}$ 就是 $G$ 上的最优拟同余关系<sup>[5,7,9]</sup>.

### 3.2 改进算法(Improved algorithm)

Paige & Tarjan建立的算法有很好的性能, 时间复杂度为 $O(m \log n)$ . Fernandez有效的解决了标记迁移系统中的共模拟关系问题. 本文将修改后用于解决SCTDES中的最优拟同余关系问题.

假定自动机模型 $G = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m)$ ,  $\lambda_I$ 是状态集合 $Q$ 的一个划分,  $n = |Q|$ 表示DES中状态的个数,  $m = |\delta|$ 代表DES中转移函数的个数. 操作符 $\hat{\Phi}$ 的不动点 $\lambda_{\hat{\Phi}}$ 是序列 $\lambda_0 = \lambda$ ,  $\lambda_{n+1} = \hat{\Phi}(\lambda_n)$ 的极限. 引入符号 $W$ , 用于存储序列 $\lambda$ 的中间状态, 令 $W_I = \lambda_I$ . 可用如下的迭代关系, 来求取 $\hat{\Phi}$ 的不动点:

$$\lambda_0 = \lambda_I, W_0 = W_I,$$

$$\lambda_{n+1} = \Phi(W_n, \lambda_n), W_{n+1} = \lambda_{n+1} - \lambda_n.$$

通常情况下, 可以用如下算法来进行计算:

repeat

remove any element in  $W$

for each  $\alpha \in \Sigma$

$$I_{\alpha, B} = \{X \in \lambda | X \cap T_\alpha^{-1}[B] \neq \emptyset \wedge X \not\subseteq T_\alpha^{-1}[B]\}$$

$$I_{\alpha, B}^{1,2} = \{X \cap T_\alpha^{-1}[B] | X \in I_{\alpha, B}\} \cup \{X - T_\alpha^{-1}[B] | X \in I_{\alpha, B}\}$$

$$\lambda = \lambda - I_{\alpha, B} \cup I_{\alpha, B}^{1,2}$$

$$W = W - I_{\alpha, B}^{1,2}$$

end for

until  $W = \emptyset$

该算法的时间复杂度为 $O(mn)$ . Paige & Tarjan的算法的时间复杂度为 $O(m \log n)$ , 空间复杂度为 $O(mn)$ <sup>[5]</sup>. 主要思路是记录细分每个划分中每个块的过程. 为方便计算, 需要引入另一个概念分割, 一个分割是一个等价类(简单分割)或是等价类的并(复合分割). 如果一个分割是复合的, 则称此时划分相对于该分割是稳定的, 前文中的符号 $B$ 代表每个划分中的一个等价类, 一个分割是一个简单等价类或等价类的并, 故也可用符号 $B$ 代表一个分割. 称一个划分 $\lambda$ 相对于一个分割 $B$ 是稳定的, 当且仅当对每个事件 $\alpha, \forall X \in \lambda$ 等式

$$X \cap T_\alpha^{-1}[B] = \Phi \vee X \subseteq T_\alpha^{-1}[B] \quad (6)$$

成立. Paige & Tarjan的算法与上述算法的不同在于其中的每个细分的步骤, 本文将在Fernandez算法的基础上做出修改. 首先, 下面两个规则给出了指标集 $I$ 的计算方法:

1) 如果 $\lambda$ 相对于分割 $B$ 是稳定的, 即 $B$ 是一个复合分割, 则对每个集合 $X \in \lambda \wedge X \subseteq T_\alpha^{-1}[B]$ , 计算指标集 $I = \{X_1, X_2, X_3\}$ ,

$$X_1 = (X \cap T_\alpha^{-1}[B_1]) - T_\alpha^{-1}[B - B_1],$$

$$X_2 = (X \cap T_\alpha^{-1}[B - B_1]) - T_\alpha^{-1}[B_1],$$

$$X_3 = (X \cap T_\alpha^{-1}[B_1]) \cap T_\alpha^{-1}[B - B_1].$$

2) 如果 $\lambda$ 相对于分割 $B$ 是不稳定的, 即 $B$ 是一个简单分割, 则计算指标集

$$I = \{X_1 | \exists X \in \lambda \wedge T_\alpha^{-1}[B] \neq \emptyset\}.$$

在描述算法前, 先定义分割 $B$ 的数据结构, 每个分割由两个数据域和一个标识位构成, 数据域为 $B$ 和 $B_1$ , 标识位用于标识该分割为简单分割还是复合分割. 如果一个分割为简单分割, 则数据域 $B_1$ 为空,  $B$ 为一个等价类. 如果分割为复合分割, 则 $B$ 和 $B_1$ 为两个等价类, 且 $B_1 \subseteq B$ .

该算法主要是重复每个等价类 $B_1$ 和每个事件 $\alpha$ 的细分步骤, 直到 $W = \emptyset$ (定义 $W$ 为由分割组成的链表). 首先初始化每个对象,  $B_0 = \{Q\}$ ,  $W = \{B_0\}$ 和一个初始划分 $\lambda = \{B_0\}$ . 细分过程可描述如下:

取出 $W$ 中的每个分割(同时从分割链表中删除):

1) 如果 $B$ 是一个简单分割.

对每个事件 $\alpha \in \Sigma$ , 按如下步骤计算:

**Step 1** 按上面对应的方法计算指标集, 即 $I = \{X_1 | \exists X \in \lambda \wedge X_1 \cap T_\alpha^{-1}[B] \neq \emptyset\}$ .

**Step 2** 重新计算 $\lambda$ 和 $W$ , 如果 $X = X_1$ 或 $X = X_2$ , 转至Step 1的下一个事件. 如果 $X \neq X_1$ , 将 $X$

从 $\lambda$ 中删除, 并将 $X_1, X_2$ 加入 $\lambda$ 中. 同时, 建立一个新的复合分割, 并令其中 $B = X$ , 如果 $|X_1| \leq |X_2|$ , 则 $B_1 = X_1$ , 否则 $B_1 = X_2$ , 然后将该分割加入分割链表 $W$ .

2) 如果 $B$ 是一个复合分割.

对每个事件 $\alpha \in \Sigma$ , 按如下步骤计算:

**Step 1** 对每个 $\{X | X \in \lambda \wedge X_1 \subseteq T_\alpha^{-1}[B]\}$ , 按相应方法计算指标集 $I = \{X_1, X_2, X_3\}$ .

**Step 2** 如果 $X = X_i$ , 对 $i = 1, 2$ 或 $3$ , 转至Step 1中的下一个事件. 如果 $I$ 中某一个 $X_i = \emptyset$ , 则按1)中Step 2计算. 如果 $I$ 中每个元素均不为空, 则将 $X$ 从 $\lambda$ 中删除, 并将 $X_1, X_2$ 和 $X_3$ 插入 $\lambda$ 中. 同时, 新建两个分割, 其一,  $B = X, B_1 = X_1$  (假定 $X_1$ 是 $I$ 中长度最小的元素), 其二,  $B = X_2 \cup X_3$ , 如果 $|X_2| \leq |X_3|$ , 则 $B_1 = X_2$ , 否则 $B_1 = X_3$ , 然后将这两个分割插入分割链表中.

### 3.3 示例(Examples)

下面以一个实际的DES模型为例来简单说明拟同余关系的计算过程:

$$G = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m), q_0 = 0, Q_m = \{1, 5\},$$

$$Q = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \Sigma = \{1, 2, 3, 5, m\},$$

$$\delta = [[0, 1, 2], [0, 3, 1], [1, m, 1], [2, 2, 4], [2, 2, 6],$$

$$[2, 5, 1], [2, 5, 5], [3, 2, 4], [3, 5, 1], [4, 3, 1],$$

$$[4, 5, 1], [4, 5, 7], [5, m, 5], [6, 5, 7], [7, 5, 5]].$$

根据转移函数可以计算对于每个事件 $\alpha$ 的二进制关系 $T_\alpha$ , 初始化 $\lambda$ 和 $W$ .

令

$$B_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \lambda = \{B_0\}, W = \{B_0\}.$$

1) 以事件1为例, 细分 $\lambda = \{B_0\}, B = B_0$  ( $B$ 是一个简单分割). 首先计算 $T_1^{-1}[B_0] = \{0\}, B_1 = \{0\}, B_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , 则 $\lambda = \{B_1, B_2\}, W = \{(B_0, B_1)\}$ . 然后, 对 $\Sigma$ 中每个事件重复计算, 得到

$$\lambda = \{\{0\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{4\}, \{6, 7\}\}.$$

2) 以事件1为例, 细分 $\lambda = \{\{0\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{4\}, \{6, 7\}\}$ , 取 $B = (B_0, B_1)$  (复合分割). 计算得 $X = X_2$ , 不用改变 $\lambda$ , 从 $W$ 中删除 $(B_0, B_1)$ .

重复以上步骤直到 $W = \emptyset$ , 最后可以得到

$$\lambda = \{\{0\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{4\}, \{6\}, \{7\}\}.$$

该划分所代表的等价关系即是相对于 $G$ 的最优拟同余关系.

相对于Fernandez的算法, 新的算法改动了分割 $B$ 的表示:

1) 当 $B$ 是一个简单分割,  $X \neq X_1$ 且 $X \neq X_2$ 时, Fernandez的算法将得到一个如图1中左图所示的分

割, 本文得到图1中右图所示的分割.

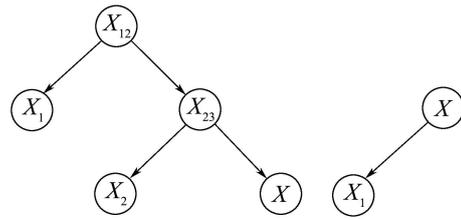


图1 简单分割

Fig. 1 Simple splitter

2) 当 $B$ 是一个复合分割, 且指标集 $I$ 中元素均不为空时, Fernandez的算法将得到如图2中左图所示的分割, 本文得到如图2中右图所示的两个分割.

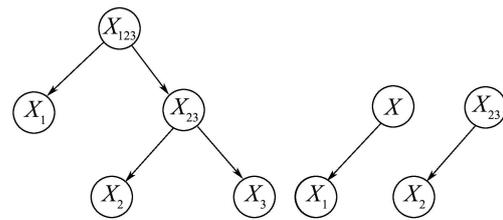


图2 复合分割

Fig. 2 Compound splitter

图2中,  $X_{123} = X = X_1 \cup X_2 \cup X_3, X_{23} = X_2 \cup X_3, X_{12} = X_1 \cup X_2$ .

改动后会影晌算法的空间复杂度, 但简化了思路, 改变分割 $B$ 的数据结构, 减少了每次遍历链表的时间, 一定程度上降低了时间复杂度.

### 4 边界情况讨论(Discussion on boundary case)

在第2节中, 需要首先将自动机 $G$ 映射到 $H$ , 并计算 $H$ 上的转移函数闭包<sup>[1,7]</sup>, 然后计算 $H$ 上的最优拟同余关系. 直接计算 $H$ 的转移函数的算法的时间复杂度为 $O(m^3)$ <sup>[5,7]</sup>, 因此需要一个更高效的算法来计算 $H$ . 为此, 本文给出了一种方法, 来减少转移函数的计算时间. 为了作比较, 首先给出初始算法中转移函数闭包的计算方法:

$$\text{Eta} : (Pwr(Q), \Sigma) \rightarrow Pwr(Q \times \Sigma \times Q),$$

其中:

$$\text{Eta}(P, \sigma) = \{(q, \sigma, q') | q \in P \subseteq Q, q' = \eta(q, \sigma)\},$$

$s = t\sigma w$ ,  $t$ 和 $w$ 由任意数量的不可观事件 $e$ 构成.

观察函数的结构不难发现, 当可观事件较少时, 由不可观事件构成的转移路径(转移函数关系图中的前向通路)将变得很长, 造成计算时间很长. 本文提出的方法是首先将这些不可观的路径切断, 然后将新增的可观事件设定为不可观进行同样的计算, 重复上述过程, 直到得到正确的结果. 下面通过一个例子来说明新的方法.

给定如图3所示的自动机的状态转移图, 其中 $e$ 代表不可观的事件, 20为可观事件.

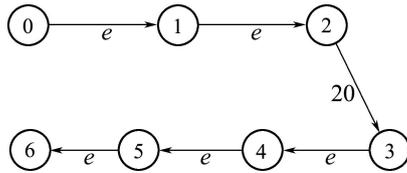


图 3 自动机模型的状态转移图

Fig. 3 Transition diagram of automaton model

如果直接计算该函数的状态转移函数闭包, 将会得到 $\text{Eta}((0, 1, 2), 20) = \{(q, 20, q') | q = 0, 1, 2, q' = \eta(q, s)\}$ , 其中,  $s = e^*20e^*(e^*$ 代表任意个数的 $e$ 组成的事件序列).

$$\begin{aligned} \text{Eta}((0, 1, 2), 20) = \{ & (0, 20, 3), (0, 20, 4), (0, 20, 5), \\ & (0, 20, 6), (1, 20, 3), (1, 20, 4), \\ & (1, 20, 5), (1, 20, 6), (2, 20, 3), \\ & (2, 20, 4), (2, 20, 5), (2, 20, 6)\}. \end{aligned}$$

总的计算步数为 $3 \times 4 = 12$ . 如果采用新的方法来计算, 首先增加一个可观事件 $ee$ , 如图4所示, 那么

$$\begin{aligned} \text{Eta}((0, 1, 2), 20) = \{ & (0, 20, 3), (0, 20, 4), (1, 20, 3), \\ & (1, 20, 4), (2, 20, 3), (2, 20, 4)\}, \\ \text{Eta}((3, 4), ee) = \{ & (3, ee, 5), (3, ee, 6), \\ & (4, ee, 5), (4, ee, 6)\}. \end{aligned}$$

总的计算步数为 $3 \times 2 + 2 \times 2 = 10$ .

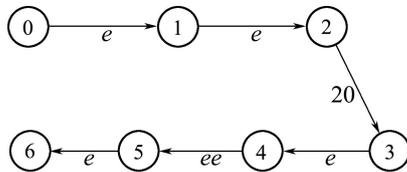


图 4 增加可观事件 $ee$ 后的状态转移图

Fig. 4 Transition diagram of automaton model by adding observable event  $ee$

比较发现, 新的方法能将计算的步数减少, 当转移函数更加复杂, 可观事件为一个的时候更为明显. 下一节的仿真结果可以更好的说明该问题.

### 5 仿真结果(Simulation result)

该算法实现于软件XPTCT<sup>[10]</sup>中, 该软件是主要由SCTDES理论中各种指令构成的应用软件, 能实现基于自动机的离散事件系统的监督控制器的设计. 通过用一些DES例子对初始算法和改进算法进行仿真, 得到如表1所示的结果. 用于仿真的自动机模型状态数为1362, 转移函数个数为6365. 其中 $\text{Image}(\cdot)$ 是指事件集中的可观事件.

表 1 仿真结果

Table 1 Simulation result

可观事件	初始算法/ms	改进算法/ms
$\text{Image}(10,33,15,35,55)$	1363	2033
$\text{Image}(10,15)$	4877	1373
$\text{Image}(55)$	9310	1925
$\text{Image}(50)$	11124	2104
$\text{Image}(45)$	8320	1917
$\text{Image}(40)$	8970	2089
$\text{Image}(35)$	7242	1870
$\text{Image}(33)$	9891	11249
$\text{Image}(30)$	7622	2095
$\text{Image}(25)$	6332	1875
$\text{Image}(21)$	7757	10257
$\text{Image}(20)$	6050	1972

观察仿真结果可以发现, 当可观事件较少时, 改进后的算法能更有效的实现拟同余关系的计算. 该算法的边界情况(可观事件数量为1时)已经用c语言实现并集成到了XPTCT软件中.

### 6 结论(Conclusion)

本文在Raige & Tarjan提出并由Fernandez修改的算法基础上, 描述了用于解决最优拟同余关系问题的算法, 并给出了算法具体步骤和实例, 然后在此基础上提出了有效计算转移函数闭包的方法. 仿真结果表明, 该算法能有效解决离散事件系统中拟同余关系的计算问题, 特别适用于可观事件为1的边界情况. 但是, 当可观事件较多时, 算法的效率没有得到明显提高, 而拟同余关系的计算在离散事件系统非阻塞问题的研究中有着重要的作用, 因此, 继续寻找更有效的方法是一个很有意义的努力方向.

### 参考文献(References):

- [1] WONHAM W M. *Supervisory Control of Discrete-Event Systems, ECE 1636F/1637S*[M]. Toronto: Department of Electrical & Computer Engineering, University of Toronto, 2010.
- [2] HOPCROFT J E, MOTWANI R, ULLMAN J D. *Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation*[M]. 3rd Edition. Boston, MA: Addison-Wesley Logman Inc., 2007.
- [3] 郑大钟, 赵千川. 离散事件动态系统[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001. (ZHENG Dazhong, ZHAO Qianchuan. *Discrete Event Dynamic Systems*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.)
- [4] 蒋智平, 吴智铭. 一种新的离散事件系统监督器综合方法[J]. 控制理论与应用, 1993, 10(5): 563 - 566. (JIANG Zhiping, WU Zhiming. A new method of supervisor synthesis for discrete event systems[J]. *Control Theory & Applications*, 1993, 10(5): 563 - 566.)
- [5] LAWFORDE M, WONHAM W M, OSTROFF J S. State-event observers for labeled transition systems[C] // *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*. New York: IEEE, 1994, 4: 3642 - 3648

- [6] FENG L, WONHAM W M. On the computation of natural observers in discrete-event systems[C] // *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. Piscataway: IEEE, 2006: 428 – 433.
- [7] WONG K C, WONHAM W M. On the computation of observers in discrete-event systems[J]. *Discrete Event Dynamic Systems-Theory and Applications*, 2004, 14 (1): 55 – 107.
- [8] PAIGE R, TARJAN R E. Three partition refinement algorithms[J]. *SIAM Journal on Computing*, 1987, 16 (6): 973 – 989.
- [9] FERNANDEZ J C. An implementation of an efficient algorithm for bisimulation equivalence[J]. *Science of Computer Programming*, 1990, 13(2/3): 219 – 236.
- [10] WONHAM W M. *Design software: XPTCT*[EB/OL]. Toronto: Systems Control Group, Department of Electrical & Computer Engineering, University of Toronto, Version 137, Windows XP, updated July 1, 2010. <http://www.control.utoronto.ca/~wonham>.

#### 作者简介:

**张仁远** (1985—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为离散事件系统监督控制理论及其分布式控制, E-mail: zryxjtu@163.com;

**甘永梅** (1971—), 女, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为离散事件系统监督控制和现场总线技术及其应用, E-mail: ymgan@mail.xjtu.edu.cn;

**晁武杰** (1983—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为离散事件系统监督控制理论及其状态树结构的研究, E-mail: Chaowujie1013@163.com;

**王兆安** (1945—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为电力电子变流技术、电能质量控制技术等, E-mail: zawang@mail.xjtu.edu.cn.