

不完全量测的误差方差约束下的容许采样频率

陈素娟, 戚国庆, 盛安冬

(南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 本文主要研究了不完全量测的误差方差约束下的传感器所能容许的采样频率这一问题. 分析了不完全量测下的目标跟踪系统的误差方差的稳态特性, 给出了不完全量测下误差协方差阵的一些性质. 在给定探测概率下, 利用线性矩阵不等式(LMI)求解这一问题. 工程意义在于, 在满足给定滤波器的误差方差约束指标下, 可以选择采样间隔较长的传感器, 放宽对传感器的采样频率的要求, 从而降低测量装置成本. 数值算例说明了算法的有效性.

关键词: 不完全量测; 采样频率; 方差约束; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Admissible sampling frequency in measurements with variance-constrained and missing data

CHEN Su-juan, QI Guo-qing, SHENG An-dong

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

Abstract: We investigate the admissible sampling frequency in measurements with variance-constrained and missing data. The steady-state characteristic of error variance in the target tracking system with missing data is analyzed, and some properties are derived by using the linear matrix inequality (LMI) method. The results show that the sampling interval can be extended in practical engineering measurements with variance-constrained, so that the requirements on sampling frequency can be relaxed and the costs of measurement equipment can be reduced. A numerical example illustrates the validity of our conclusions.

Key words: missing measurements; sampling frequency; variance-constrained; LMI

1 引言(Introduction)

经典的卡尔曼滤波是无偏最小方差估计, 它最大化的利用了状态信息、量测信息以及干扰信息, 是一种最优滤波器. 然而最优滤波器对模型误差可能很敏感, 而且最优滤波器都有一些事先假定的条件, 这些假定条件往往与实际工程不能完全匹配. 一些次优的估计方法应运而生, 如约束方差滤波估计^[1]. 在目标跟踪系统中, 滤波误差方差通常被用来作为评价滤波器性能的一个重要指标. 滤波器的设计性能通常选择为估计误差上界的约束形式. 误差协方差分配(ECA)理论通常被用来研究此类基于方差约束的滤波问题^[2-3]. ECA理论的核心思想是将给定的满足实际工程期望指标的滤波误差上界包含在稳态估计误差方差中. 在给定误差方差约束下, 满足期望指标的滤波方差选择范围较大, 可以考虑与之相容的滤波器的其他性能指标. 因而, 可以考虑实际系统期望的多项性能指标相容, 求取满意的控制策略.

在实际目标跟踪系统中, 由于障碍物遮挡、噪声工作环境以及探测设备故障等因素的存在, 跟

踪系统的探测概率通常小于1, 使得相应的估计问题成为不完全量测下的估计问题, 见文献[4-8]. 在不完全量测下, 由于随机探测/丢失序列的引入, 使得相应的估计性能具有随机性, 因而估计模型和算法都将发生变化. 2004年, 文献[4]研究了变增益标准Kalman滤波系统估计误差协方差的统计收敛性. 文献[9], 于2008年研究了带有多数据丢失的离散时间随机线性系统的最优滤波问题, 通过解Riccati方程和一个Lyapunov方程可以得到最优解. 文献[10]研究了不完全量测下的Kalman滤波问题的临界探测概率问题. 文献[11]对不完全量测下非线性系统的模糊滤波问题进行了研究. 文献[12]对不完全量测下的扩展卡尔曼的随机稳定性进行了研究, 当噪声协方差和初始估计误差足够小时, 扩展卡尔曼滤波的估计误差是均方稳定和有界的. 文献[13]对带有不完全量测和马尔科夫链跳跃的离散时延随机系统的指数 H_∞ 滤波器进行了设计. 另外, 自2003年以来, Nakamori研究有色噪声下的不完全量测^[14-15], 利用协方差设计了定条件的次优滤波器^[16]. 以上这些文

献都为不完全量测下滤波问题的研究奠定了良好的基础.

一些工程设计中往往存在依据经验或参照类似产品指标的情形,使得在探测设备的设计过程或选择传感器的过程中带有一定的经验性.为了使设计更加科学,降低研制成本,在选用的误差方差不能大于对设备或传感器的精度要求的前提下,综合性价比因素,放宽系统的误差方差意味着可以降低设计难度或选择精度较低的传感器.本文在观测数据存在丢失的情况下,研究了误差方差约束下,给定传感器探测概率下,传感器所能容许采样频率.这更符合工程实际的情况.

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下不完全量测下的系统状态方程^[4]:

$$x_{k+1} = F(\Delta T)x_k + w_k, \quad (1)$$

$$y_k = d_k H x_k + v_k, \quad (2)$$

式中: $x_k \in \mathbb{R}^n$ 为 k 时刻的 n 维目标状态, $F(\Delta T)$ 为采样间隔 ΔT 的适维状态转移矩阵, $w_k \in \mathbb{R}^n$ 为零均值、方差为 Q 的高斯白噪声, $y_k \in \mathbb{R}^m$ 为量测向量, H 为适维量测系数矩阵, $v_k \in \mathbb{R}^m$ 为零均值、协方差为 R 的量测噪声. 式(2)被称为不完全量测方程, 其中: d_k 的取值为0或者1的离散随机变量, 服从二进制Bernoulli随机分布, 则 $\{d_k\}_0^\infty$ 是随机的, 用来表示数据丢失情况; $d_k = 0$ 表示量测数据丢失, $d_k = 1$ 表示接收到量测数据, 满足 $\text{Prob}\{d_k = 1\} = \lambda$, λ 为系统探测概率, 可见量测数据丢失主要体现在 λ 上; 这里的 v_k 与 d_k 满足^[5]

$$P(v_k | d_k) = \begin{cases} N(0, R), & d_k = 1; \\ N(0, \eta^2 I), & d_k = 0. \end{cases}$$

这里 $d_k = 0$ 对应的 η 取极限形式: $\eta \rightarrow \infty$. 定义

$$\begin{cases} \hat{x}_{k|k} = E[x_k | Z_k, D_k], \\ \hat{P}_{k|k} = E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T | Z_k, D_k], \\ \hat{x}_{k+1|k} = E[x_{k+1} | Z_k, D_k], \\ \hat{P}_{k+1|k} = \\ E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^T | Z_k, D_k], \\ \hat{y}_{k+1|k} = E[y_{k+1} | Z_k, D_k], \end{cases} \quad (3)$$

其中: $E(\cdot)$ 表示数学期望, 向量 Z_k, D_k 分别定义为

$$Z_k = [y_1 \cdots y_k]^T, D_k = [d_1 \cdots d_k]^T.$$

可以得到修正的卡尔曼滤波方程^[4]:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1|k} = F(\Delta T)\hat{x}_{k|k}, \\ P_{k+1|k} = F(\Delta T)P_{k|k}F(\Delta T)^T + Q, \\ K_{k+1} = P_{k+1|k}H^T(HP_{k+1|k}H^T + R)^{-1}, \\ \hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + d_{k+1}K_{k+1}(y_{k+1} - H\hat{x}_{k+1|k}), \\ P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - d_{k+1}K_{k+1}HP_{k+1|k}. \end{cases} \quad (4)$$

定义

$$\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k}. \quad (5)$$

由于 $E[\tilde{x}_{k+1}] = 0$, 根据修正的滤波公式(4)可以得到下列修正的卡尔曼滤波误差方程:

$$\begin{aligned} P_{k+1} &= E[\tilde{x}_{k+1}\tilde{x}_{k+1}^T] = \\ &= (1 - d_k)(F(\Delta T)P_kF(\Delta T)^T + Q) + \\ &+ d_k[(I - KH)(F(\Delta T)P_kF(\Delta T)^T + \\ &+ Q)(I - KH)^T + KRK^T]. \end{aligned} \quad (6)$$

考虑到序列 $\{d_k\}_0^\infty$ 是随机的, P_{k+1} 有界当且仅当 $E[P_{k+1}]$ 有界, 因而可以计算式(6)统计的意义. 对式(6)中 d_k 求取期望, 可以得到统计意义下的卡尔曼滤波方程:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k+1} &= E_\lambda[P_{k+1}] = \\ &= (1 - \lambda)(F(\Delta T)P_kF(\Delta T)^T + Q) + \\ &+ \lambda[(I - KH)(F(\Delta T)P_kF(\Delta T)^T + \\ &+ Q)(I - KH)^T + KRK^T]. \end{aligned} \quad (7)$$

定义稳态方差为

$$P := \lim_{k \rightarrow \infty} \bar{P}_{k+1} := \lim_{k \rightarrow \infty} E_\lambda[\tilde{x}_{k+1}\tilde{x}_{k+1}^T].$$

相应式(7)的稳态下的误差方差方程为

$$\begin{aligned} P &= (1 - \lambda)(F(\Delta T)PF(\Delta T)^T + Q) + \\ &+ \lambda[(I - KH)(F(\Delta T)PF(\Delta T)^T + \\ &+ Q)(I - KH)^T + KRK^T]. \end{aligned} \quad (8)$$

由式(8)可见, 在给定探测概率下, 采样间隔对统计意义下的稳态方差 P 有影响.

3 不完全量测的误差方差约束下传感器容许采样间隔(Admissible sampling interval with variance-constrained based on missing measurements)

3.1 不完全量测下协方差阵性质(The properties of error variance with missing measurements)

引理 1^[17](Schur补) 设 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 为适维矩阵, 且 $\Omega_2 > 0$, 则以下不等式等价:

$$\Omega_1 - \Omega_3\Omega_2^{-1}\Omega_3^T > 0, \quad \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_3 \\ \Omega_3^T & \Omega_2 \end{bmatrix} > 0.$$

引入函数

$$\begin{aligned} \Gamma_{\Delta T}(X, K) &= \\ &= (1 - \lambda)(F(\Delta T)XF(\Delta T)^T + Q) + \\ &+ \lambda[(I - KH)(F(\Delta T)XF(\Delta T)^T + \\ &+ Q)(I - KH)^T + KRK^T]. \end{aligned} \quad (9)$$

引理 2^[18] 不完全量测下, 若存在滤波增益 K

使系统(5)渐近稳定, 当且仅当矩阵变量 X 的不等式

$$X > \Gamma_{\Delta T}(X, K) \quad (10)$$

有正定解. 相应 K 的稳态状态方差阵 $P = \inf_X \Omega(K)$ 是不等式(10)的解集 Ω 的下确界, 而且 P 可通过求 $\min \{ \text{tr}(X) | X \in \Omega(K) \}$ 得到, 这里

$$\Omega(K) = \{X | X > \Gamma_{\Delta T}(X, K), X > 0\}.$$

定理 1 如果 $(F, Q^{1/2})$ 可控, (F, H) 可观, 那么存在 Z 和 $0 < Y \leq I$ 使得

$$\Psi_{\Delta T}(Y, Z) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

这里:

$$\begin{aligned} A_{11} &= -Y, \quad A_{21} = A_{12}^T, \\ A_{12} &= [\sqrt{1-\lambda}YF(\Delta T) \quad \sqrt{\lambda}(YF(\Delta T) - ZHF(\Delta T)) \\ &\quad \sqrt{1-\lambda}Y \quad \sqrt{\lambda}(Y - ZH) \quad \sqrt{\lambda}Z], \\ A_{22} &= \text{diag}\{-Y, -Y, -Q^{-1}, -Q^{-1}, -R^{-1}\}. \end{aligned}$$

证 由引理1可知存在 $X > 0$ 使得

$$\begin{aligned} X &> \Gamma_{\Delta T}(X, K) = \\ &(1-\lambda)(F(\Delta T)XF(\Delta T)^T + Q) + \\ &\lambda[(I-KH)(F(\Delta T)XF(\Delta T)^T + \\ &Q)(I-KH)^T + KRK^T]. \end{aligned}$$

利用引理1可得

$$\Xi = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

这里:

$$\begin{aligned} B_{11} &= -X, \quad B_{21} = B_{12}^T, \\ B_{12} &= [\sqrt{1-\lambda}F(\Delta T) \quad \sqrt{\lambda}(I-KH)F(\Delta T) \\ &\quad \sqrt{1-\lambda}I \quad \sqrt{\lambda}(I-KH) \quad \sqrt{\lambda}K], \\ B_{22} &= \text{diag}\{-X^{-1}, -X^{-1}, -Q^{-1}, -Q^{-1}, -R^{-1}\}. \end{aligned}$$

线性矩阵不等式(12)两侧同时乘以 $\text{diag}(X^{-1}, I, I, I, I)$ 得

$$\Delta = \begin{bmatrix} X^{-1} & 0_{1 \times 5} \\ 0_{5 \times 1} & I_{5 \times 5} \end{bmatrix} \Xi \begin{bmatrix} X^{-1} & 0_{1 \times 5} \\ 0_{5 \times 1} & I_{5 \times 5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} < 0,$$

这里:

$$\begin{aligned} C_{11} &= -X^{-1}, \quad C_{21} = C_{12}^T, \\ C_{12} &= [\sqrt{1-\lambda}X^{-1}F(\Delta T) \quad \sqrt{\lambda}X^{-1}(I-KH)F(\Delta T) \\ &\quad \sqrt{1-\lambda}X^{-1} \quad \sqrt{\lambda}X^{-1}(I-KH) \quad \sqrt{\lambda}X^{-1}K], \\ C_{22} &= \text{diag}\{-X^{-1}, -X^{-1}, -Q^{-1}, -Q^{-1}, -R^{-1}\}. \end{aligned}$$

令 $Y = X^{-1} > 0$, $Z = YK$, 则可得式(11). 又因

为 $\Psi_{\Delta T}(\alpha Y, \alpha Z) = \alpha \Psi_{\Delta T}(Y, Z)$, 故 Y 可以限定为 $Y \leq I$.

定理 2 设 (Y, Z) 是LMI(11)的约束极大值问题 $\max_{((Y, Z) \in \Psi_{\Delta T}(Y, Z))} \text{tr}(Y)$ 相应极值点, 则系统(1)和(3)组成的稳态Kalman滤波误差方差及增益分别为

$$P_{\text{kal}} = Y^{-1}, \quad K_{\text{kal}} = YZ.$$

证 记

$$\Omega = \{(P, K) | \Gamma_{\Delta T}(P, K) < P, P > 0\}.$$

由于Kalman滤波的误差方差阵 P_{kal} 最小, 所以对所有的 $(P, K) \in \Omega$ 均有 $P_{\text{kal}} < P$, 且 P_{kal} 是 Ω 的下确界, 故 $(P_{\text{kal}}, K_{\text{kal}})$ 是约束极值问题

$$\begin{aligned} &\min(\text{tr}(P)), \\ &\Gamma_{\Delta T}(P, K) - P < 0 \end{aligned} \quad (13)$$

相应极小点. 由定理1知

$$P_{\text{kal}}^{-1} = Y, \quad K_{\text{kal}} = YZ.$$

式(13)有解对应于LMI式(11)有解, 等价于

$$\begin{aligned} &\max(\text{tr}(Y)), \\ &\Psi_{\Delta T}(Y, Z) < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

有解.

3.2 在误差方差约束下传感器容许采样间隔求取算法 (The algorithm of admissible sampling interval with variance-constrained)

在给定采样间隔下, 可以用定理2解得系统的最小误差方差 P_0 , 当放宽对误差方差的要求时, 本文可以求得满足要求方差约束指标 $\text{diag}\{P_L\} \leq \sigma^2$ 下, 系统所容许的最大采样间隔. 定义 $P_1 = \gamma_{\sigma^2}(P_0)$ 表示 $\text{diag}\{P_1\} = \sigma^2$, 且 P_1 与 P_0 具有相同的非对角线元素.

误差方差约束下传感器容许最大采样间隔求取算法1:

$$\begin{aligned} &\max\{\Delta T\}, \\ &\text{s.t. } \Psi_{\Delta T}(Y, Z) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} < 0, \\ &\quad \begin{bmatrix} -P_1 & I \\ I & -Y \end{bmatrix} < 0, \end{aligned}$$

这里 $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ 同定理1. 在满足上述两个不等式成立的情况下, 利用LMI方法, 在不同误差方差 P_1 约束下, 利用二分法, 经过数次即可找到满足上述不等式约束下的最大采样间隔 ΔT .

为表明对传感器采样时间的容许能力的扩大, 取原标准差的2倍, 即方差扩大为原来的4倍, 则有 $\sigma^2 = 4 \times \text{diag}\{P_0\}$, 算法流程图如图1所示.

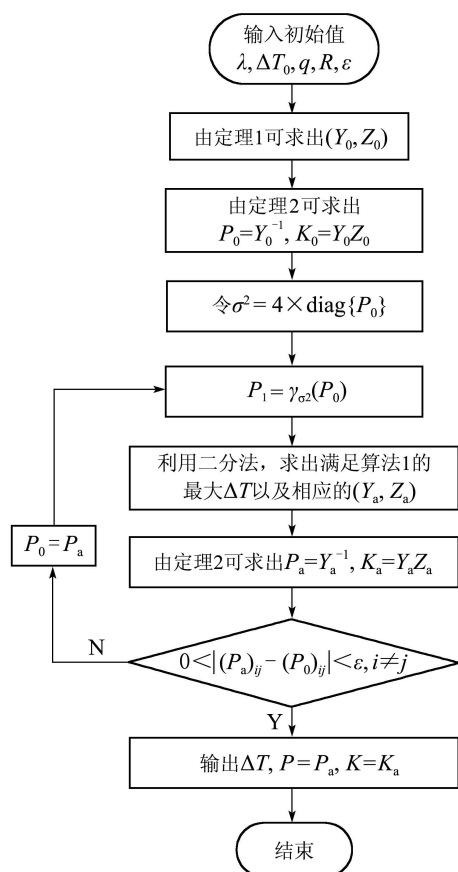


图1 误差方差约束下容许采样间隔求取算法流程图

Fig. 1 Algorithm flow chart of admissible biggest sampling interval with variance-constrained

4 仿真分析(Simulation analysis)

假设雷达跟踪系统的目标运动系统方程为

$$\begin{cases} x_{k+1} = F(\Delta T)x_k + w_k, \\ y_k = d_k H x_k + v_k, \end{cases}$$

其中:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, Q = q \begin{bmatrix} \frac{(\Delta T)^3}{3} & \frac{(\Delta T)^2}{2} \\ \frac{(\Delta T)^2}{2} & \Delta T \end{bmatrix},$$

$H = [1 \ 0]$; $x_k = [r_k \ \dot{r}_k]^T$ 为目标状态向量; ΔT 为采样周期; w_k 为零均值、方差为 Q 的高斯白噪声; q 为加速度强度; d_k 服从 $0-1$ 分布, y_k 为量测距离; v_k 为零均值, 方差为 R 的高斯白噪声. 取雷达探测率为 $\lambda = 0.8$, $\Delta T = 2 \text{ s}$, $q = 0.1$, $R = 100^2$.

根据定理2, 利用MATLAB-ToolBox中的LMI软件, 首先可以算得稳态Kalman滤波增益及误差方差为

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1524.4 & 47.8 \\ 47.8 & 3.1 \end{bmatrix}, K_0 = \begin{bmatrix} 0.1473 \\ 0.0046 \end{bmatrix}.$$

在给定方差上界 $\sigma^2 = 4 \times \text{diag}\{P_0\} = \text{diag}\{6097.6, 12.4\}$ 的约束下, 可得满足设计要求的滤波增益为

$$K_L = [0.5059 \ 0.0093]^T,$$

传感器允许最大采样间隔为13.97 s. 此时对应的误差方差为

$$P_L = \begin{bmatrix} 6095.2 & 111.9 \\ 111.9 & 4.7 \end{bmatrix}.$$

由数值仿真结果可以看出, 在传感器探测概率为0.8下, 当表征系统精度的误差方差阵的主对角元素放大到原来的4倍, 传感器的最大容许的采样间隔可以扩大到13 s.

表1 $\Delta T = 2 \text{ s}$ 时, 不同 λ 下的滤波方差和增益Table 1 The filter variance and filter gain with different λ when $\Delta T = 2 \text{ s}$

探测概率 λ	卡尔曼滤波方差	滤波增益
0.6	$\begin{bmatrix} 1.975 & 0.0569 \\ 0.0569 & 0.0034 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.1814 \\ 0.0052 \end{bmatrix}$
0.7	$\begin{bmatrix} 1.7177 & 0.0518 \\ 0.0518 & 0.0032 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.1623 \\ 0.0049 \end{bmatrix}$
0.8	$\begin{bmatrix} 1.5244 & 0.0478 \\ 0.0478 & 0.0031 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.1473 \\ 0.0046 \end{bmatrix}$
0.9	$\begin{bmatrix} 1.3724 & 0.0445 \\ 0.0445 & 0.0030 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.1352 \\ 0.0044 \end{bmatrix}$
1.0	$\begin{bmatrix} 1.2519 & 0.0418 \\ 0.0418 & 0.0029 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.1252 \\ 0.0042 \end{bmatrix}$

表2 不同探测概率下, 误差方差约束下传感器容许最大采样间隔, 滤波方差和增益

Table 2 The biggest admissible sampling interval, filter variance and filter gain with variance-constrained and different λ

探测概率 λ	卡尔曼滤波方差	滤波增益	最大容许采样间隔
0.6	$\begin{bmatrix} 7.8969 & 0.1363 \\ 0.1363 & 0.0052 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.5384 \\ 0.0093 \end{bmatrix}$	11.23 s
0.7	$\begin{bmatrix} 6.8688 & 0.1228 \\ 0.1228 & 0.0050 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.5189 \\ 0.0093 \end{bmatrix}$	12.52 s
0.8	$\begin{bmatrix} 6.0952 & 0.1119 \\ 0.1119 & 0.0050 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.5059 \\ 0.0093 \end{bmatrix}$	13.97 s
0.9	$\begin{bmatrix} 5.4923 & 0.1028 \\ 0.1028 & 0.0046 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.4994 \\ 0.0093 \end{bmatrix}$	15.71 s
1.0	$\begin{bmatrix} 5.0062 & 0.0948 \\ 0.0948 & 0.0046 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.5006 \\ 0.0095 \end{bmatrix}$	17.98 s

从表1和表2可以看出:

1) 采样间隔相同时, 滤波误差方差随着传感器探测概率的上升而减小. 当探测概率为1时, 即在完全量测下, 所得的滤波误差方差最小. 在测量装置条

件容许情况下, 选择探测概率较大的传感器可以降低目标跟踪误差。

2) 在对应误差方差约束均为Kalman滤波方差4倍的条件下, 均可以选择较长传感器的采样间隔。随着探测概率的上升, 而相对应的滤波方差变小。因此在满足误差方差要求下, 根据传感器的探测概率选择符合要求的传感器采样间隔。图2给出了不同探测概率下, 误差方差约束下传感器容许最大采样间隔。

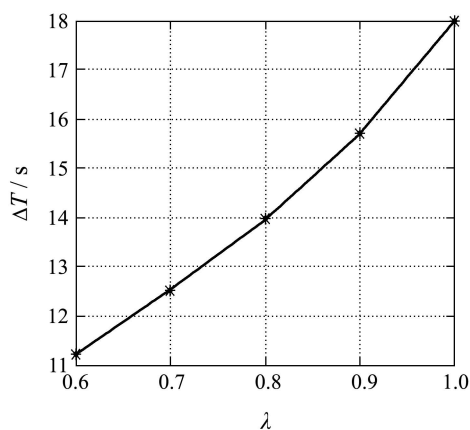


图2 误差方差约束下不同探测概率 λ 下容许最大采样间隔

Fig. 2 The biggest admissible sampling interval under different detection probabilities λ with the same variance-constrained

在探测概率为0.8情况下, 表3给出了不同方差约束下传感器容许最大采样间隔及对应的滤波方差和滤波增益。从表3可以看出当表征系统精度的误差方差阵的对角元素放大, 即如果要求的精度指标不是原来的最小方差要求, 那么相应地根据本文的定量计算, 就可以知道允许选取传感器的最大数据采样间隔, 避免了依据经验选取的一些不足。图3给出了探测概率为0.8情况下, 不同误差方差约束下传感器容许最大采样间隔。

表3 探测概率为0.8时, 不同误差方差约束下传感器容许最大采样间隔, 滤波方差和增益

Table 3 The biggest admissible sampling interval, filter variance and filter gain with different variance-constrained when $\lambda = 0.8$

放大倍数	卡尔曼滤波方差	滤波增益	容许最大采样间隔
1.5	$\begin{bmatrix} 2.2858 & 0.0619 \\ 0.0619 & 0.0035 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.2166 \\ 0.0059 \end{bmatrix}$	3.51 s
2	$\begin{bmatrix} 3.0450 & 0.0740 \\ 0.0740 & 0.0039 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.2823 \\ 0.0069 \end{bmatrix}$	5.25 s
3	$\begin{bmatrix} 4.5719 & 0.0947 \\ 0.0947 & 0.0044 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.4028 \\ 0.0083 \end{bmatrix}$	9.33 s
4	$\begin{bmatrix} 6.0952 & 0.1119 \\ 0.1119 & 0.0047 \end{bmatrix} \times 10^3$	$\begin{bmatrix} 0.4994 \\ 0.0093 \end{bmatrix}$	13.97 s

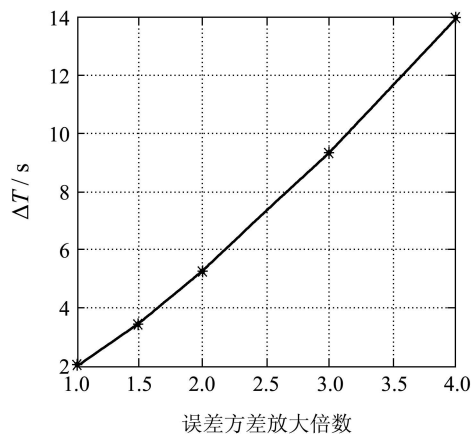


图3 $\lambda = 0.8$ 时, 误差约束下容许最大采样间隔

Fig. 3 The biggest admissible sampling interval with variance-constrained when $\lambda = 0.8$

为了进一步说明数值仿真的有效性, 本文给出了不完全量测下航迹辨识系统的Monte Carlo仿真图。通过500次Monte Carlo仿真, 图4给出了探测概率 $\lambda = 0.8$, T 分别为2s和13s时滤波的位置均方误差。图5给出了探测概率 $\lambda = 0.8$, T 分别为2s和13s时滤波的速度均方误差对比仿真图。从Monte Carlo仿真中可以看出, 本文所提LMI方法是有效的。

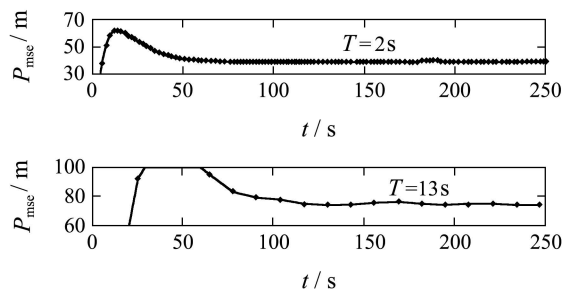


图4 $\lambda = 0.8$, T 分别为2s和13s时滤波的位置均方误差
Fig. 4 The mean square error of position when $T = 2$ s and $T = 13$ s respectively with $\lambda = 0.8$

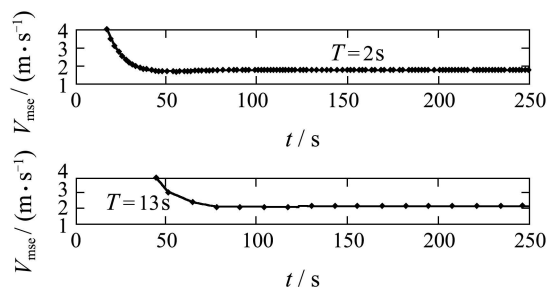


图5 $\lambda = 0.8$, T 分别为2s和13s时滤波的速度均方误差
Fig. 5 The mean square error of velocity when $T = 2$ s and $T = 13$ s respectively with $\lambda = 0.8$

5 结论(Conclusion)

在探测概率小于1的情况下, 滤波方差是一个随机过程。在量测数据足够多的情况下, 统计意义下的稳态滤波方差通常用来评价滤波器性能。在目标跟

踪系统中,传感器的探测概率、系统模型噪声和传感器量测噪声对滤波方差均有影响.在实际工程中,传感器的采样频率的提高受到技术、成本等多种因素的制约.本文在不完全量测下,设计了一种新的滤波器,其在误差方差约束指标下,能够容许尽可能大的采样间隔,放宽对传感器采样频率的要求,具有一定的工程应用价值.

参考文献(References):

- [1] ZHANG D J, WU J. Robust H_∞ filtering for Delta operator formulated uncertain systems with error variance constraints[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(2): 307 – 311.
- [2] 刘立恒, 邓正隆, 王广雄. 离散系统约束方差鲁棒 H_2/H_∞ 滤波的新算法[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(3): 435 – 438.
(LIU Liheng, DENG Zhenglong, WANG Guangxiong. New algorithm for robust H_2/H_∞ filtering with variance constraints for discrete-time systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(3): 435 – 438.)
- [3] 费为银, 丁德锐, 夏登峰. 不确定系统D稳定与方差约束的鲁棒 H_∞ 可靠控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(5): 917 – 919.
(FEI Weiyin, DING Derui, XIA Dengfeng. H_∞ control of uncertain systems with D-stability and variance constraints[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(5): 917 – 919.)
- [4] SINOPOLI B, SCHENATO L, FRANCESCHETTI L M, et al. Kalman filtering with intermittent observations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1453 – 1464.
- [5] WANG Z D, HO D, LIU X. Variance-constrained control for uncertain stochastic systems with missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2005, 35(5): 746 – 753.
- [6] WANG Z D, HO D W C, LIU Y R. Robust H_∞ control for a class of nonlinear discrete time-delay stochastic systems with missing measurements[J]. *Automatica*, 2009, 45(3): 684 – 691.
- [7] JIN Z P, KO C K, MURRAY R M. Estimation for nonlinear dynamical systems over packet-dropping networks[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. New York: IEEE, 2007: 5037 – 5042.
- [8] LIANG J L, WANG Z D. Distributed state estimation for discrete-time sensor networks with randomly varying nonlinearities and missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22(3): 486 – 496.
- [9] SUN S L, XIE L H, XIAO W D, et al. Optimal filtering for systems with multiple packet dropouts[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems, II: Express Briefs*, 2008, 55(7): 695 – 699.
- [10] PLARRE K, BULLO F. On Kalman filtering for detectable systems with intermittent observations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(2): 386 – 390.
- [11] GAO H J, ZHAO Y, LAM J, et al. H_∞ fuzzy filtering of nonlinear systems with intermittent measurements[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, 17(2): 291 – 300.
- [12] KLUGE S, REIF K, BROKATE M. Stochastic stability of the extended Kalman filter with intermittent observations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(2): 514 – 518.
- [13] MA L, DA F P, ZHANG K J. Exponential H_∞ filter design for discrete time-delay stochastic systems with Markovian jump parameters and missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems, I: Regular Papers*, 2011, 58(5): 994 – 1007.
- [14] NAKAMORI S, CABALLERO A, CARAZO A H, et al. Linear estimation from uncertain observations with white plus coloured noises using covariance information[J]. *Digital Signal Processing*, 2003, 13(3): 552 – 568.
- [15] NAKAMORI S, HERMOSO-CARAZO A, LINARES-PEREZ J, et al. Fixed-interval smoothing problem from uncertain observations with correlated signal and noise[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2004, 154(1): 239 – 255.
- [16] NAKAMORI S, CARAZO A H, PEREZ J L. Suboptimal estimation of signals from uncertain observations using approximations of mixtures[J]. *Digital Signal Processing*, 2007, 17(1): 4 – 16.
- [17] BOYLE S, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, Siam Series in Systems and Control[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [18] 许志刚, 盛安冬. 不完全量测下航迹辨识系统中滤波方差的期望收敛性问题[J]. 兵工学报, 2010, 31(2): 261 – 267.
(XU Zhigang, SHENG Andong. Statistical properties of filtering variance in trajectory identification system with incomplete measurements[J]. *Acta Armamentar*, 2010, 31(2): 261 – 267.)

作者简介:

陈素娟 (1984—), 女, 博士研究生, 主要研究领域为机动目标跟踪, E-mail: chensujuan2010@126.com;

戚国庆 (1977—), 男, 讲师, 博士, 主要研究领域为随机状态估计与多传感器数据融合, E-mail: qiguoging@mail.njust.edu.cn;

盛安冬 (1964—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究领域为多源信息融合理论及应用、机动目标跟踪、非线性估计理论及应用、现代火控理论及应用等, E-mail: shengandong@mail.njust.edu.cn.