第29卷第6期　　控 制 理 论 与 应 用　　Vol. 29 No. 6
2012年6月　　Control Theory & Applications　　Jun. 2012

文章编号: 1000−8152(2012)06−0778−07

状态受限的小型无人直升机轨迹跟踪控制

周洪波[1], 裴海龙[2], 贺跃帮[2], 孙太任[2]

(1. 湖南理工学院 机械电子工程系, 湖南 岳阳 414006; 2. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 无人直升机模型阶数比较高, 设计常规反步控制器面临繁琐的对虚拟控制输入信号求导过程. 针对此问题, 设计了一种基于滤波器的反步控制方法. 该方法通过滤波器而非直接解析地对虚拟控制量进行求导, 从而显著简化了反步控制律的计算过程. 在滤波器设计过程中, 通过限制中间虚拟控制信号的幅值, 变化速率以及带宽, 以满足系统对状态变量及控制输入信号的约束要求. 李雅普诺夫稳定性分析证明了直升机补偿跟踪误差全局指数稳定. 仿真研究验证了该方法的有效性.

关键词: 滤波反步法; 无人直升机; 轨迹跟踪; 李雅普诺夫稳定; 状态受限

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Trajectory-tracking control for small unmanned helicopter with state constraints

ZHOU Hong-bo[1], PEI Hai-long[2], HE Yue-bang[2], SUN Tai-ren[2]

(1. School of Mechatronics Engineering, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang Hunan 414006, China;
2. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: Because of the high order of the unmanned helicopter's model, it is very complicated and tedious to calculate derivatives of the virtual control signal in standard backstepping. This paper designs a filtering backstepping controller which uses a filter to calculate the derivatives of the virtual control signal, instead of using the analytical differentiation. Thus, it significantly simplifies the backstepping implementation. In the process of filter design, requirements on system states and control constraints can be satisfied by limiting the magnitude, rate and bandwidth of the virtual control signals. The exponential stability of the compensated tracking errors is proved by using Lyapunov theory. Simulation results illustrate the efficacy of the proposed method.

Key words: filtering backstepping; unmanned helicopter; trajectory-tracking; Lyapunov stability; state constraints

1 引言(Introduction)

相对于传统的固定翼飞机, 无人直升机具有许多独特的优势, 例如: 垂直起降、悬停或者以极慢的速度飞行、超低空飞行、定点转向等. 然而, 无人直升机自身是一个非线性、强耦合、不稳定的欠驱动系统, 所以设计出合适的飞行控制器成了一个很具挑战性的研究领域[1].

近年来, 研究人员为无人直升机设计了许多不同的线性控制方法, 比如PID控制[2]、LQR[3]以及线性H_∞控制[4–5]等. 这些线性控制方法忽略了直升机强耦合、非线性等特性, 只能保证直升机在设定平衡点附近的飞行性能, 当飞行离开设定平衡点时, 直升机性能急剧下降甚至不稳定.

为了克服上述线性控制方法的不足, 许多不同的非线性控制方法被采用, 比如反馈线性化[6]、动态逆[7]、自适应[8]、智能控制[9–10]、滑模控制[11]以及反步法[12]等. 其中文献[12]中Mahony等使用的反步法由于设计步骤系统直观, 同时它能有效避免对消掉系统中有用的非线性项, 所以很受研究人员的青睐. 然而, 反步法递推过程中需要不断对虚拟控制信号求导, 由文献[12]可以看出, 对于无人直升机这种模型阶数比较高的系统, 计算过程变得非常繁琐. 另外, 从实际应用的角度出发, 有时需要对直升机的状态, 特别是姿态及姿态角速度进行限幅, 例如利用无人直升机检查工厂烟囱时, 为了便于机载摄像头对焦, 无人机的姿态角及角速度变化范围不能太大. 同时还要避免系统反馈控制信号过大引起执行器饱和. 这些问题Mahony等在文献[12]中均没有考虑.

本文针对前述无人直升机反步控制方法的不足, 设计了一种基于滤波器反步法的飞行控制器, 该方法避免了反步法递推过程中对中间虚拟控制信号繁琐的求导过程, 大大简化了控制器设计. 同时, 该方

收稿日期: 2011−02−28; 收修改稿日期: 2011−12−12.
基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60736024); 教育部科技创新工程重大项目培育资助项目(708069).

法考虑了无人直升机状态及控制输入受约束问题. 并基于李雅普诺夫稳定性理论, 证明了补偿跟踪误差全局指数稳定.

2 无人直升机模型(Unmanned helicopter model)

小型无人直升机受到重力、空气动力和旋翼力的作用, 可以视为在三维空间内的刚体运动. $\xi=[x\ y\ z]^{\mathrm T}$和$V=[u\ v\ w]^{\mathrm T}$分别为直升机重心在惯性坐标系下的位置和速度. 直升机机体质心上受到的合力及合力矩分别表示为f^b和τ^b, m为直升机质量, $I\in\mathbb{R}^{3\times3}$为直升机自身惯性矩阵. 根据牛顿欧拉方程, 可得直升机刚体运动方程为

$$\dot\xi=V, \tag{1}$$

$$m\dot V=R(\eta)f^b, \tag{2}$$

$$\dot R(\eta)=R(\eta)sk(\Omega), \tag{3}$$

$$I\dot\Omega=-sk(\Omega)(I\Omega)+\tau^b. \tag{4}$$

其中: $\Omega=(p,q,r)^{\mathrm T}$表示相对于机体坐标系下的角速度向量, $sk(\cdot)$为斜对称矩阵, 欧拉角向量$\eta=(\varphi,\theta,\psi)^{\mathrm T}$分别表示滚转角、俯仰角和偏航角. 机体坐标系到惯性坐标系的旋转矩阵$R(\eta)$可表示为

$$R(\eta)=\begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\varphi s_\theta c_\psi-c_\varphi s_\psi & c_\varphi s_\theta c_\psi+s_\varphi s_\psi\\ c_\theta s_\psi & s_\varphi s_\theta s_\psi+c_\varphi c_\psi & c_\varphi s_\theta s_\psi-s_\varphi c_\psi\\ -s_\theta & s_\varphi c_\theta & c_\varphi c_\theta\end{bmatrix}, \tag{5}$$

式中$c_{(\cdot)}, s_{(\cdot)}$分别表示$\cos(\cdot)$, $\sin(\cdot)$.

参考文献[6, 13]的模型简化方法, 设$T_{\mathrm M}$和$T_{\mathrm T}$分别表示主旋翼和尾旋翼产生的总的推力, a和b分别为主旋翼的纵向和横向挥舞角. 记$\vec T_{\mathrm M}$和$\vec T_{\mathrm T}$分别为主旋翼和尾旋翼产生的作用于机体坐标系上的空气动力向量, 则

$$\vec T_{\mathrm M}=\begin{bmatrix}X_{\mathrm M}\\ Y_{\mathrm M}\\ Z_{\mathrm M}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-s_a c_b\\ c_a s_b\\ -c_a c_b\end{bmatrix}T_{\mathrm M}\approx\begin{bmatrix}-a\\ b\\ -1\end{bmatrix}T_{\mathrm M}. \tag{6}$$

在挥舞角较小的情况下, 上式中应用了近似表达式$\cos(\cdot)\approx1, \sin(\cdot)\approx(\cdot)$.

$$\vec T_{\mathrm T}=[0\ \ Y_{\mathrm T}\ \ 0]^{\mathrm T}=[0\ \ -1\ \ 0]^{\mathrm T}T_{\mathrm T}, \tag{7}$$

所以, 机体受到的总外力

$$f^b=\begin{bmatrix}X_{\mathrm M}\\ Y_{\mathrm M}+Y_{\mathrm T}\\ Z_{\mathrm M}\end{bmatrix}+R(\eta)^{\mathrm T}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ mg\end{bmatrix}. \tag{8}$$

当直升机低速飞行时, 挥舞角a和b较小, 所以$X_{\mathrm M}\approx0$, $Y_{\mathrm M}$与$Y_{\mathrm T}$近似相消, 从而

$$f^b=-T_{\mathrm M}e_3+R(\eta)^{\mathrm T}[0\ 0\ mg]^{\mathrm T}, \tag{9}$$

式中$e_3=[0\ \ 0\ \ 1]^{\mathrm T}$. 记$\vec h_{\mathrm M}=(x_{\mathrm m},y_{\mathrm m},z_{\mathrm m})^{\mathrm T}$和$\vec h_{\mathrm T}=(x_{\mathrm t},y_{\mathrm t},z_{\mathrm t})^{\mathrm T}$分别为主旋翼、尾旋翼轴与直升机质心在机体坐标系上的相对位置向量, 则$\vec T_{\mathrm M}$, $\vec T_{\mathrm T}$产生的力矩可分别表示为$\tau^b_{\mathrm M}=\vec h_{\mathrm M}\times\vec T_{\mathrm M}$和$\tau^b_{\mathrm T}=\vec h_{\mathrm T}\times\vec T_{\mathrm T}$. 从而直升机机体受到的总外力矩为

$$\tau^b=\tau_{\mathrm M}+\tau^b_{\mathrm M}+\tau^b_{\mathrm T}, \tag{10}$$

其中:

$$\begin{cases}\tau_{\mathrm M}=[R_{\mathrm M}\ M_{\mathrm M}\ N_{\mathrm M}]^{\mathrm T},\\ R_{\mathrm M}=c_{\mathrm m}b-Q_{\mathrm M}s_a c_b,\\ M_{\mathrm M}=c_{\mathrm m}a+Q_{\mathrm M}s_b c_a,\\ N_{\mathrm M}=-Q_{\mathrm M}c_a c_b,\\ Q_{\mathrm M}=C^M T_{\mathrm M}^{1.5}+D^M.\end{cases} \tag{11}$$

上式中: $c_{\mathrm m}$是主旋翼刚度系数, $Q_{\mathrm M}$为主旋翼反扭矩, C^M和D^M为与主旋翼反扭矩计算相关的系数, 前面涉及的物理参数均可通过测量和实验的方法获取. 由方程式(6)–(11)可得

$$\tau^b=A(T_{\mathrm M})v_{\mathrm c}+B(T_{\mathrm M}), \tag{12}$$

式中: $v_{\mathrm c}=(a,b,T_{\mathrm T})^{\mathrm T}$, $A(T_{\mathrm M})\in\mathbb{R}^{3\times3}$, $B(T_{\mathrm M})\in\mathbb{R}^{3\times1}$.

无人直升机实际控制输入为旋翼总距δ_{col}、尾桨距δ_{tr}、纵向周期变距δ_{lon}和横向周期变距δ_{lat}. 在低速飞行的情况下, 有如下近似方程[14]:

$$\begin{aligned}&T_{\mathrm M}=c_{\mathrm{M1}}\delta_{\mathrm{col}}+c_{\mathrm{M3}}\delta^3_{\mathrm{col}},\\ &T_{\mathrm T}=c_{\mathrm{T1}}\delta_{\mathrm{tr}}+c_{\mathrm{T3}}\delta^3_{\mathrm{tr}},\\ &a=-\delta_{\mathrm{lon}}, b=\delta_{\mathrm{lat}}.\end{aligned}$$

在后文中, 为简单起见, 将直接视$[T_{\mathrm M}\ \ T_{\mathrm T}\ \ a\ \ b]$为直升机的控制输入量.

3 基于滤波反步法的轨迹跟踪控制(Trajectory tracking control via filtering backstepping)

3.1 滤波器设计(Filter design)

为了避免直接对理想中间虚拟控制信号$x^0_{\mathrm c}$解析求导, 本文将使$x^0_{\mathrm c}$通过图1所示的滤波器滤波, 从而得到幅值、变化速率以及带宽均受约束的中间虚拟控制信号$x_{\mathrm c}$及其导数$\dot x_{\mathrm c}$. 该滤波器状态空间表示式如下[15]:

$$\begin{bmatrix}\dot q_1(t)\\ \dot q_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q_2\\ 2\zeta\omega_n(S_R(\frac{\omega_n^2}{2\zeta\omega_n}(S_M(x^0_{\mathrm c})-q_1))-q_2)\end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix}x_{\mathrm c}\\ \dot x_{\mathrm c}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\end{bmatrix}, \tag{14}$$

式中$S_M(\cdot)$和$S_R(\cdot)$分别表示幅值和变化速率受限函数, 其定义为

$$S_M(x)=\begin{cases}M, & x\geqslant M,\\ x, & |x|<M,\\ -M, & x\leqslant -M.\end{cases}$$

S_R定义与S_M相似.

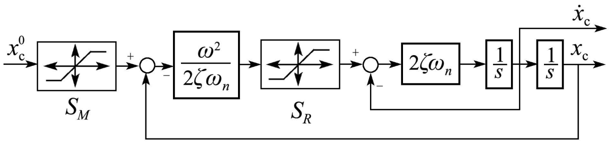


图 1 滤波器结构图

Fig. 1 The structure of filter

在受限函数S_R和S_M的线性变化区间内, 滤波器状态空间表示式为

$$\begin{bmatrix}\dot{q}_1(t)\\ \dot{q}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \omega_n^2\end{bmatrix}x_c^0, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix}x_c\\ \dot{x}_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\end{bmatrix}. \quad (16)$$

很容易看出, 式(15)–(16)所示系统为线性稳定系统. 所以, 当x_c^0有界, 则x_c, $\dot{x}_c$有界且连续. 从输入信号x_c^0到输出信号x_c的传递函数为

$$\frac{X_c(s)}{X_c^0(s)}=H(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}. \quad (17)$$

从上式可知, 该传递函数阻尼比为ζ, 自然频率为ω_n. 在受限函数不起作用的情况下, 如果信号x_c^0的带宽低于$H(s)$, 那么误差$|x_c^0(t)-x_c(t)|$将会很小. 假设已知x_c^0带宽的情况下, 要得到x_c和$\dot{x}_c$的值, 且保证$|x_c^0(t)-x_c(t)|$很小, 只需选择足够大的自然频率ω_n. 当受限函数有效时, 误差项$|x_c^0(t)-x_c(t)|$也是有界的, 因为信号x_c和x_c^0都是有界的. 同时, 由于式(17)所示方程为稳定的线性低通滤波器, 所以该方法可以大大减少测量噪声(高频信号)对x_c, $\dot{x}_c$的影响.

3.2 轨迹跟踪控制(Trajectory tracking control)

对于方程(1)–(9)所示直升机动力学模型, 本节将要设计基于滤波器的反步控制, 使其在状态和输入受限的情况下, 跟踪参考轨迹ξ_c及航向ψ_c. 具体控制器设计过程分为如下几步:

Step 1 定义位置误差项

$$\tilde{\xi}=\xi-\xi_c. \quad (18)$$

对上式求导, 并将方程式(1)代入, 得

$$\dot{\tilde{\xi}}=V-\dot{\xi}_c. \quad (19)$$

设计如下理想虚拟控制信号:

$$V_c^0=-k_1\tilde{\xi}+\dot{\xi}_c-\varsigma_2, \quad (20)$$

式中ς_2在第2步中定义.

让V_c^0通过图1所示滤波器得到幅值, 速率和带宽均受约束的信号V_c及其导数$\dot{V}_c$.

定义补偿位置误差项

$$v_1=\tilde{\xi}-\varsigma_1, \quad (21)$$

其中ς_1满足方程

$$\dot{\varsigma}_1=-k_1\varsigma_1+(V_c-V_c^0), \quad (22)$$

上式中k_1为正常数, $\varsigma_1(0)=0$.

Step 2 定义速度误差项

$$\tilde{V}=V-V_c. \quad (23)$$

对上式求导并将式(2)(9)代入得

$$\dot{\tilde{V}}=ge_3-\frac{1}{m}R(\eta)T_{\rm M}e_3-\dot{V}_c=$$
$$ge_3-\frac{1}{m}X-\dot{V}_c. \quad (24)$$

设计如下理想虚拟控制信号:

$$X_c^0=-m(-k_2\tilde{V}+\dot{V}_c-ge_3-v_1)-\varsigma_3, \quad (25)$$

式中ς_3在Step 3中定义.

让X_c^0通过图1所示滤波器得到幅值, 速率和带宽均受约束的信号X_c及其导数$\dot{X}_c$.

定义补偿误差项

$$v_2=\tilde{V}-\varsigma_2, \quad (26)$$

其中ς_2满足方程

$$\dot{\varsigma}_2=-k_2\varsigma_2-\frac{1}{m}(X_c-X_c^0), \quad (27)$$

上式中k_2为正常数, $\varsigma_2(0)=0$.

Step 3 定义误差项

$$\tilde{X}=X-X_c. \quad (28)$$

对上式求导并将式(3)代入得

$$\dot{\tilde{X}}=\dot{X}-\dot{X}_c=$$
$$\dot{T}_{\rm M}R(\eta)e_3+T_{\rm M}R(\eta)sk(\varOmega)e_3-\dot{X}_c=$$
$$Y-\dot{X}_c. \quad (29)$$

设计如下理想虚拟控制信号:

$$Y_c^0=-k_3\tilde{X}+\dot{X}_c+\frac{1}{m}v_2-\varsigma_4, \quad (30)$$

式中ς_4在第4步定义.

让Y_c^0通过图1所示滤波器得到幅值, 速率和带宽均受约束的信号Y_c及其导数$\dot{Y}_c$.

定义补偿误差项

$$v_3=\tilde{X}-\varsigma_3, \quad (31)$$

其中ς_3满足方程

$$\dot{\varsigma}_3=-k_3\varsigma_3+(Y_c-Y_c^0), \quad (32)$$

上式中k_3为正常数, $\varsigma_3(0)=0$.

Step 4 定义误差项

$$\tilde{Y}=Y-Y_c. \quad (33)$$

对上式求导得

$$\dot{\tilde{Y}}=\dot{Y}-\dot{Y}_c=$$
$$\ddot{T}_{\rm M}R(\eta)e_3-T_{\rm M}R(\eta)sk(e_3)\dot{\varOmega}+$$

$$2\dot{T}_{\mathrm{M}}R(\eta)sk(\Omega)e_3-\dot{Y}_{\mathrm{c}}. \tag{34}$$

由式(4), 记

$$\dot{\Omega}=-I^{-1}sk(\Omega)(I\Omega)+I^{-1}\tau^b=\tilde{w}, \tag{35}$$

则有

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{Y}}=&\ddot{T}_{\mathrm{M}}R(\eta)\mathrm{e}_3-T_{\mathrm{M}}R(\eta)sk(e_3)\tilde{w}+\\&2\dot{T}_{\mathrm{M}}R(\eta)sk(\Omega)e_3-\dot{Y}_{\mathrm{c}}=\\&u_i+2\dot{T}_{\mathrm{M}}R(\eta)sk(\Omega)e_3-\dot{Y}_{\mathrm{c}}.\end{aligned} \tag{36}$$

取理想控制输入信号

$$u_i^0=-k_4\tilde{Y}+\dot{Y}_{\mathrm{c}}-2\dot{T}_{\mathrm{M}}R(\eta)sk(\Omega)e_3-v_3. \tag{37}$$

设理想控制输入信号u_i^0经过限幅后得到u_i. 定义补偿误差项

$$v_4=\tilde{Y}-\varsigma_4, \tag{38}$$

式中: k_4为正常数, ς_4满足方程(其中$\varsigma_4(0)=0$)

$$\dot{\varsigma}_4=-k_4\varsigma_4+(u_i-u_i^0). \tag{39}$$

由方程(36)可得

$$\begin{bmatrix}0&T_{\mathrm{M}}&0\\-T_{\mathrm{M}}&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{w}^1\\\tilde{w}^2\\\ddot{T}_{\mathrm{M}}\end{bmatrix}=R^{-1}u_i, \tag{40}$$

从而可求得变量$\tilde{w}^1$, $\tilde{w}^2$及$\ddot{T}_{\mathrm{M}}$的值. $\tilde{w}^3$的值在Step 5, Step 6中求解.

Step 5　航向控制. 由文献[12]可知, 无人直升机航向动态模型也可用如下方程表示:

$$\dot{\psi}=\frac{s_\varphi}{c_\theta}q+\frac{c_\varphi}{c_\theta}r. \tag{41}$$

定义偏航误差

$$\tilde{\psi}=\psi-\psi_{\mathrm{c}}. \tag{42}$$

对上式求导并将式(41)代入得

$$\dot{\tilde{\psi}}=\dot{\psi}-\dot{\psi}_{\mathrm{c}}=\frac{s_\varphi}{c_\theta}q+\frac{c_\varphi}{c_\theta}r-\dot{\psi}_{\mathrm{c}}. \tag{43}$$

设计理想虚拟控制信号

$$r_{\mathrm{c}}^0=\frac{c_\theta}{c_\varphi}(-k_5\tilde{\psi}+\dot{\psi}_{\mathrm{c}}-\frac{s_\varphi}{c_\theta}q)-\varsigma_6, \tag{44}$$

式中ς_6在Step 6中定义.

让r_{c}^0通过图1所示滤波器得到幅值, 速率和带宽均受约束的信号r及其导数$\dot{r}$.

定义补偿偏航误差

$$v_5=\tilde{\psi}-\varsigma_5, \tag{45}$$

其中ς_5满足方程

$$\dot{\varsigma}_5=-k_5\varsigma_5+\frac{c_\varphi}{c_\theta}(r_{\mathrm{c}}-r_{\mathrm{c}}^0), \tag{46}$$

上式中k_5为正常数, $\varsigma_5(0)=0$.

Step 6　定义偏航速率误差

$$\tilde{r}=r-r_{\mathrm{c}}. \tag{47}$$

对上式求导并将方程式(35)第3项代入得

$$\dot{\tilde{r}}=\dot{r}-\dot{r}_{\mathrm{c}}=\tilde{w}^3-\dot{r}_{\mathrm{c}}. \tag{48}$$

取理想控制信号

$$\tilde{w}_0^3=-k_6\tilde{r}+\dot{r}_{\mathrm{c}}-\frac{c_\varphi}{c_\theta}v_5. \tag{49}$$

设理想控制信号$\tilde{w}_0^3$经过限幅后得到$\tilde{w}^3$. 定义补偿误差

$$v_6=\tilde{r}-\varsigma_6, \tag{50}$$

上式中: k_6为正常数, ς_6满足方程(其中$\varsigma_6(0)=0$)

$$\dot{\varsigma}_6=-k_6\varsigma_6+(\tilde{w}^3-\tilde{w}_0^3). \tag{51}$$

由Step 4和Step 6可得到系统控制输入量为

$$T_{\mathrm{M}}=\int_0^t\int_0^t\ddot{T}_{\mathrm{M}}\mathrm{d}\tau\mathrm{d}\tau, \tag{52}$$

$$\tau^b=I\tilde{w}+sk(\Omega)(I\Omega). \tag{53}$$

3.3　稳定性分析(Stability analysis)

定理 1　考虑由方程式(1)–(9)所描述的无人直升机系统, 设系统初始状态有界, 参考跟踪轨迹及其一阶导数连续且有界, 那么在式(52)–(53)所示的系统反馈控制作用下, 补偿误差$v_i(i=1,2,\cdots,6)$指数收敛于零.

证　定义如下的李雅普诺夫函数:

$$S=\sum_{i=1}^6 S_i(v_i),$$

其中: $S_i=\frac{1}{2}v_i^2$. 接下来, 分3步证明本定理.

步骤 1　首先, 求跟踪误差项的导数

$$\begin{aligned}&\dot{\tilde{\xi}}=V-\dot{\xi}_{\mathrm{c}}=\\&V_{\mathrm{c}}^0-\dot{\xi}_{\mathrm{c}}+(V_{\mathrm{c}}-V_{\mathrm{c}}^0)+(V-V_{\mathrm{c}})=\\&-k_1\tilde{\xi}-\varsigma_2+(V_{\mathrm{c}}-V_{\mathrm{c}}^0)+\tilde{V},\\&\dot{\tilde{V}}=\dot{V}-\dot{V}_{\mathrm{c}}=\mathrm{g}e_3-\frac{1}{m}X-\dot{V}_{\mathrm{c}}=\\&\mathrm{g}e_3-\frac{1}{m}X_{\mathrm{c}}^0-\dot{V}_{\mathrm{c}}-\frac{1}{m}(X_{\mathrm{c}}-X_{\mathrm{c}}^0)-\\&\frac{1}{m}(X-X_{\mathrm{c}})=\\&-k_2\tilde{V}-v_1+\frac{1}{m}\varsigma_3-\frac{1}{m}(X_{\mathrm{c}}-X_{\mathrm{c}}^0)-\frac{1}{m}\tilde{X},\\&\dot{\tilde{X}}=\dot{X}-\dot{X}_{\mathrm{c}}=Y-\dot{X}_{\mathrm{c}}=\\&Y_{\mathrm{c}}^0-\dot{X}_{\mathrm{c}}+(Y_{\mathrm{c}}-Y_{\mathrm{c}}^0)+(Y-Y_{\mathrm{c}})=\\&-k_3\tilde{X}+\frac{1}{m}v_2+(Y_{\mathrm{c}}-Y_{\mathrm{c}}^0)+\tilde{Y}-\varsigma_4,\\&\dot{\tilde{Y}}=\dot{Y}-\dot{Y}_{\mathrm{c}}=\\&u_i+2\dot{T}_{\mathrm{M}}R(\eta)sk(\Omega)e_3-\dot{Y}_{\mathrm{c}}+u_i^0-u_i^0=\\&-k_4\tilde{Y}-v_3+(u_i-u_i^0),\\&\dot{\tilde{\psi}}=\dot{\psi}-\dot{\psi}_{\mathrm{c}}=\frac{s_\varphi}{c_\theta}q+\frac{c_\varphi}{c_\theta}r-\dot{\psi}_{\mathrm{c}}=\\&\frac{s_\varphi}{c_\theta}q-\dot{\psi}_{\mathrm{c}}+\frac{c_\varphi}{c_\theta}r_{\mathrm{c}}^0+\frac{c_\varphi}{c_\theta}(r_{\mathrm{c}}-r_{\mathrm{c}}^0)+\frac{c_\varphi}{c_\theta}(r-r_{\mathrm{c}})=\end{aligned}$$

$$-k_5\tilde{\psi}+\frac{c_\varphi}{c_\theta}(r_c-r_c^0)+\frac{c_\varphi}{c_\theta}\tilde{r}-\frac{c_\varphi}{c_\theta}\varsigma_6,$$
$$\dot{\tilde{r}}=\dot{r}-\dot{r}_c=\tilde{w}^3-\dot{r}_c+\tilde{w}_0^3-\tilde{w}_0^3=$$
$$-k_6\tilde{r}-\frac{c_\varphi}{c_\theta}v_5+\tilde{w}^3-\tilde{w}_0^3.$$

步骤 2 然后, 求补偿误差项的导数

$$\dot{v}_1=\dot{\tilde{\xi}}-\dot{\varsigma}_1=$$
$$-k_1\tilde{\xi}+(V_c-V_c^0)+\tilde{V}-$$
$$\varsigma_2-(-k_1\varsigma_1+V_c-V_c^0)=-k_1v_1+v_2,$$
$$\dot{v}_2=\dot{\tilde{V}}-\dot{\varsigma}_2=$$
$$-k_2\tilde{V}-v_1-\frac{1}{m}(X_c-X_c^0)-\frac{1}{m}\tilde{X}+$$
$$\frac{1}{m}\varsigma_3+k_2\varsigma_2+\frac{1}{m}(X_c-X_c^0)=$$
$$-k_2v_2-v_1-\frac{1}{m}v_3,$$
$$\dot{v}_3=\dot{\tilde{X}}-\dot{\varsigma}_3=$$
$$-k_3\tilde{X}+\frac{1}{m}v_2+(Y_c-Y_c^0)+\tilde{Y}-$$
$$\varsigma_4-(-k_3\varsigma_3+Y_c-Y_c^0)=$$
$$-k_3v_3+\frac{1}{m}v_2+v_4,$$
$$\dot{v}_4=\dot{\tilde{Y}}-\dot{\varsigma}_4=-k_4v_4-v_3,$$
$$\dot{v}_5=\dot{\tilde{\psi}}-\dot{\varsigma}_5=$$
$$-k_5\tilde{\psi}+\frac{c_\varphi}{c_\theta}(r_c-r_c^0)+\frac{c_\varphi}{c_\theta}\tilde{r}+k_5\varsigma_5-$$
$$\frac{c_\varphi}{c_\theta}(r_c-r_c^0)-\frac{c_\varphi}{c_\theta}\varsigma_6=-k_5v_5+\frac{c_\varphi}{c_\theta}v_6,$$
$$\dot{v}_6=\dot{\tilde{r}}-\dot{\varsigma}_6=$$
$$-k_6\tilde{r}-\frac{c_\varphi}{c_\theta}v_5+\tilde{w}^3-\tilde{w}_0^3+k_6\varsigma_6-$$
$$(\tilde{w}^3-\tilde{w}_0^3)=-k_6v_6-\frac{c_\varphi}{c_\theta}v_5.$$

步骤 3 最后, 对李雅普诺夫函数S求导

$$\dot{S}=v_1\dot{v}_1+v_2\dot{v}_2+v_3\dot{v}_3+v_4\dot{v}_4+v_5\dot{v}_5+v_6\dot{v}_6=$$
$$-k_1v_1^2-k_2v_2^2-k_3v_3^2-k_4v_4^2-k_5v_5^2-k_6v_6^2\leqslant$$
$$-\underline{k}\,\|v\|_2^2=-2\underline{k}S,$$

式中$\underline{k}=\min_i(k_i)$. 由文献[16]可知, v_i全局指数收敛于平衡点零. 证毕.

注 1 上述定理只证明了补偿误差v_i指数收敛于零值. 由滤波器设计过程可知, 当选择足够大的自然频率ω_n, 且中间虚拟控制信号未进入受限区间时, $|x_c^0(t)-x_c(t)|$将会任意的小, 由于ς_i微分方程式为一阶稳定线性方程, 所以ς_i将趋近于零. 从而, 系统跟踪误差($\tilde{\xi},\tilde{V},\tilde{X}$等)趋近零. 当中间虚拟控制信号进入受限区间时, 期望的理想虚拟控制信号不能被系统所执行, 在图1所示滤波器作用下, 得到的实际中间虚拟控制信号x_c将与理想值x_c^0存在偏差. 由前文分析可知, x_c^0有界时, 则x_c有界, 所以$|x_c^0(t)-x_c(t)|$有界. 由ς_i微分方程式知, ς_i也将有界, 所以系统跟踪误差将保持稳定有界(因v_i指数收敛于零值). 另外, 由式(20)(25)(30)和(44)知, 通过利用ς_i修正理想虚拟控制信号的值, 使之进入非受限区间时, 系统跟踪误差最终将逼近零值.

4 仿真结果(Simulation results)

为验证文中控制方法的性能, 定义如下螺旋上升参考飞行轨迹:

$$\xi_c=\begin{pmatrix}3\sin(0.3t)\\3\cos(0.3t)\\2+2t\end{pmatrix},\psi_c=0,$$

无人直升机相关物理参数参考文献[17], 滤波反步法控制器参数取为: $k_1=0.5$, $k_2=1$, $k_3=2$, $k_4=5$, $k_5=1$, $k_6=5$, $\omega_n=30\,\mathrm{rad/s}$, $\zeta=0.9$. 直升机初始位置$\xi_0=(0,0,2)\,\mathrm{m}$, 初始姿态角$\eta=(0,0,\pi/20)\,\mathrm{rad}$. 仿真过程中, 假设在$t=10\,\mathrm{s}$时, 直升机沿机体坐标$x$和$y$方向分别受到$15N$的外界扰动力作用, 持续时间为1 s.

无人直升机轨迹跟踪仿真结果如图2–图8所示. 由图2–图4可以看出, 基于滤波器反步法设计的控制器, 在避免了对中间虚拟控制量解析求导的情况下, 几乎达到了Mahony等基于常规反步法设计的控制器的性能. 当x, y方向受到持续1秒的大扰动作用时, 在文中提到的3种控制律作用下, 跟踪轨迹均出现了较大的偏差值, 但随后都收敛到期望值附近. 图5–6显示, 在状态约束滤波反步法控制下, 无人直升机轨迹跟踪过程中姿态角及角速度变化幅值相比Mahony方法及无约束滤波反步控制作用下显著减少, 且变化较为平缓. 图7–8显示, 在状态无约束滤波反步控制器作用下, 当参考轨迹与系统实际轨迹偏差较大时, 系统控制输入信号幅值有可能超过直升机执行器正常工作范围. 本文提出的方法通过限制中间控制输入信号的幅值, 得到了在执行器饱和工作区间以内的直升机控制信号.

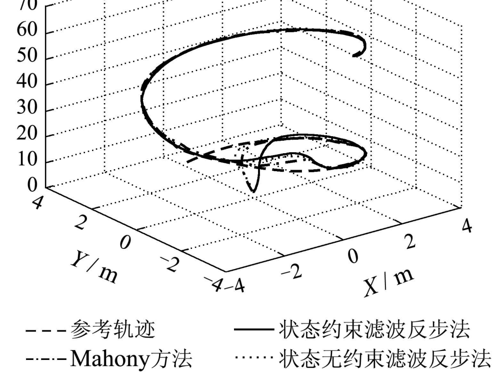


图 2 三维跟踪轨迹

Fig. 2 3D trajectory following

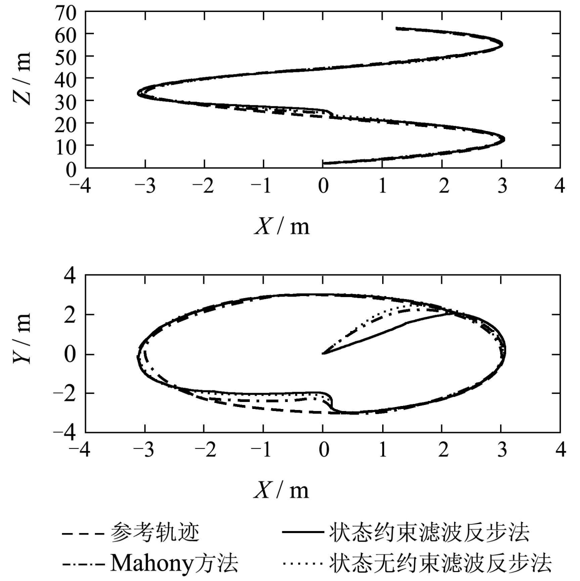


图 3 二维跟踪轨迹

Fig. 3 2D trajectory following

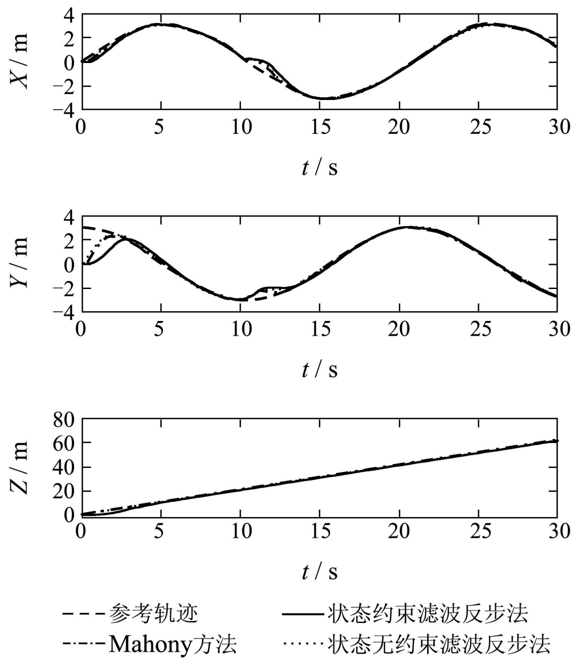
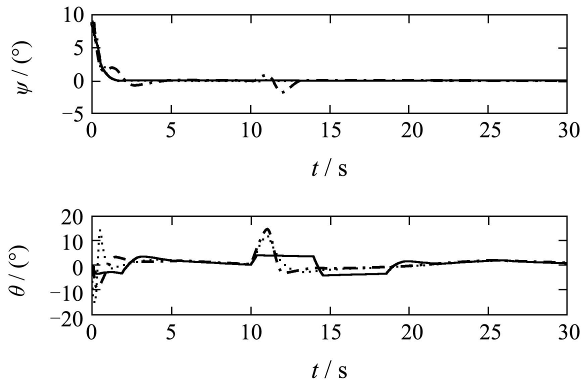


图 4 位置

Fig. 4 Position



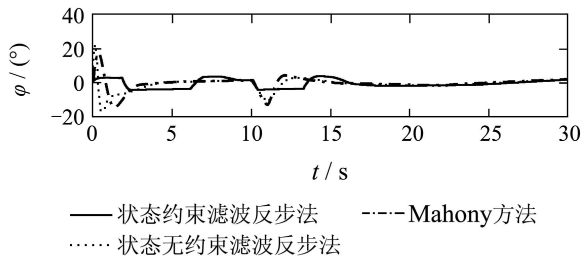


图 5 姿态角

Fig. 5 Attitude angles

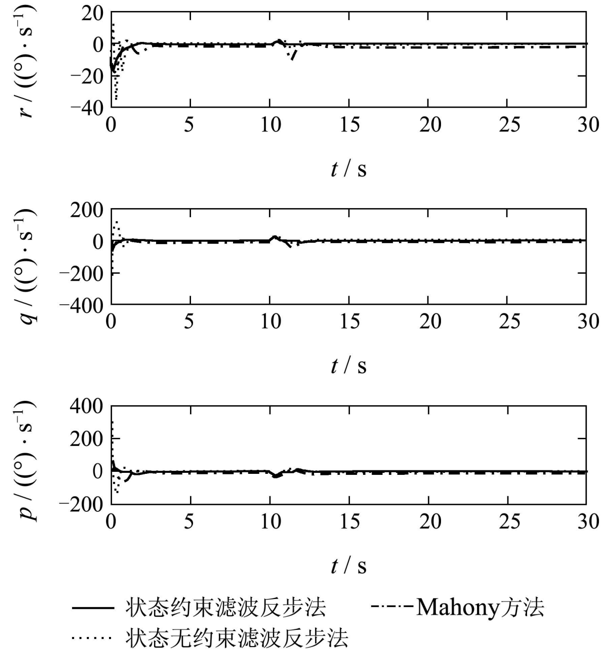


图 6 姿态角速度

Fig. 6 Attitude angle rate

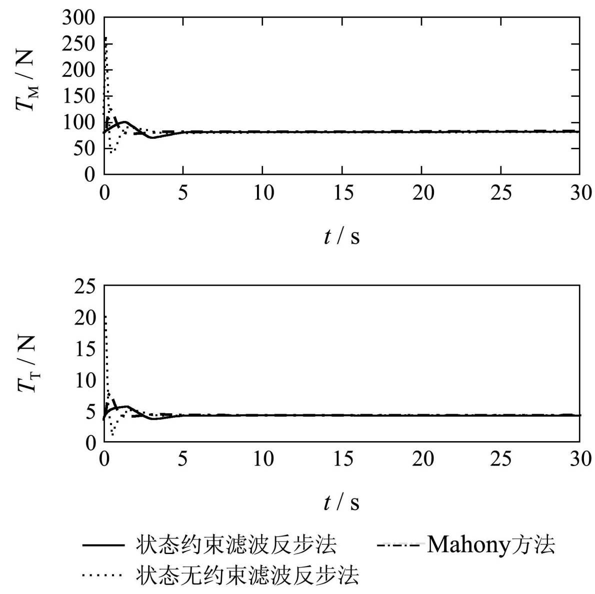


图 7 旋翼力

Fig. 7 Rotor forces

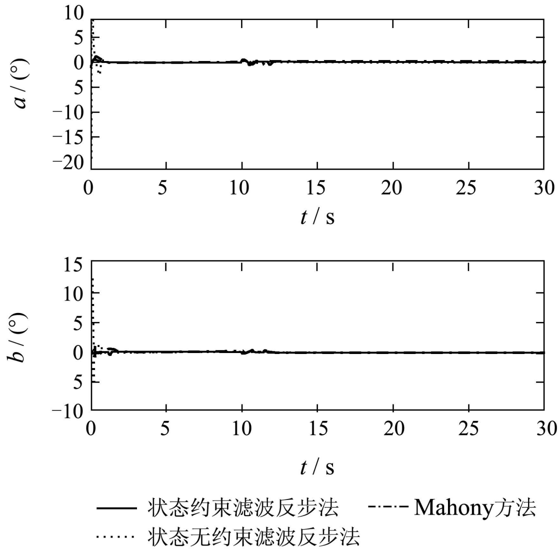


图 8 挥舞角

Fig. 8 Flapping angles

5 结论(Conclusions)

本文针对常规反步法在无人直升机这种数学模型阶数较高的系统中应用的不足, 设计了一种基于滤波器的新型反步控制方法. 该方法综合了反步法设计步骤系统直观的优点, 同时又避免了在高阶系统中面临的对中间虚拟控制信号繁琐的求导过程. 在滤波器设计过程中, 通过限制中间虚拟控制信号的幅值、变化速率及带宽, 无人直升机状态变化及输入受限问题得到了较好的解决. 由于状态导数是通过积分过程而非微分得到, 降低了测量噪声的影响, 为下一步将反步法应用到实际飞行实验中创造了条件. 然后基于李雅普诺夫稳定性理论证实了该方法的稳定性. 仿真结果表明, 文中提出的控制方法在保证无人直升机姿态角及角速度变化较小, 且控制输入信号未超过执行器饱和幅值的情况下, 能使无人直升机较好地跟踪参考飞行轨迹.

参考文献(References):

[1] PADFIELD G D. *Helicopter Flight Dynamics: the Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling* [M]. Washington: Blackwell, 2007.

[2] KIM H J, SHIM D H. A flight control system for aerial robots: Algorithms and experiments [J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(2): 1389 – 1400.

[3] BUDIYONO A, WIBOWO S S. Optimal tracking controller design for a small scale helicopter [J]. *Journal of Bionic Engineering*, 2007, 4(4): 271 – 280.

[4] LA CIVITA M, PAPAGEORGIOUS G, MESSNER W C, et al. Design and flight testing of an Hinf controller for a robotic helicopter [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2006, 29(2): 485 – 494.

[5] GADEWADIKAR J, LEWIS F, et al. Structured H-Infinity command and control-loop design for unmanned helicopters [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2008, 31(4): 1093 – 1102.

[6] KOO T J, SASTRY S. Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization [C] //*Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*. Tampa, Florida: IEEE, 1998, 4: 3635 – 3640.

[7] REINER J, BALAS G J. Robust dynamic inversion for control of highly maneuverable aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1995, 18(1): 18 – 24.

[8] JOHNSON E, KANNAN S. Adaptive trajectory control for autonomous helicopters [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, 28(3): 524 – 538.

[9] LEE C A, TSAI C C. Improved nonlinear trajectory tracking using RBFNN for a robotic helicopter [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, 20(10): 1079 – 1096.

[10] PIETER A, ADAM C, ANDRW Y N. Autonomous helicopter aerobatics through apprenticeship learning [J]. *International Journal of Robotics Research*, 2010, 29(13): 1 – 31.

[11] IFASSIOUEN H, GUISSER M, MEDROMI H. Robust nonlinear control of a miniature autonomous helicopter using sliding mode control structure [J]. *Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 2007, 4(1): 31 – 36.

[12] MAHONY R, HAMEL T. Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2004, 14(12): 1035 – 1059.

[13] MARCONI L, NALDI R. Robust full degree of freedom tracking control of a helicopter [J]. *Automatica*, 2007, 43(11): 1909 – 1920.

[14] KOO T J. *Hybrid system design and embedded controller synthesis for multi-modal control* [D]. Berkeley: University of California, 2000.

[15] FARRELL J, SHARMA M, POLYCARPOU M. Backstepping-based flight control with adaptive function approximation [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, 28(6): 1089 – 1102.

[16] HASSAN K K. 非线性系统 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 105 – 110.
(HASSAN K K. *Nonlinear Systems* [M]. Beijing: Publishing House of Eletronics Industry, 2005: 105 – 110.)

[17] GAVRILETS V. *Autonomous aerobatic maneuvering of miniature helicopters* [D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2003.

作者简介:

周洪波 (1981–), 男, 博士研究生, 研究方向为无人直升机建模及非线性控制, E-mail: zhouhbo@gmail.com;

裴海龙 (1965–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为非线性控制及人工神经网络, E-mail: auhlpei@scut.edu.cn;

贺跃帮 (1983–), 男, 博士研究生, 研究方向为鲁棒控制, E-mail: 5358332@qq.com;

孙太任 (1984–), 男, 博士研究生, 研究方向为环境边界跟踪控制, E-mail: suntren@gmail.com.