

文章编号: 1000-8152(2012)03-0331-06

## 冷带轧机液压伺服位置系统的鲁棒输出反馈控制

李建雄<sup>1</sup>, 方一鸣<sup>1,2</sup>, 石胜利<sup>1</sup>

(1. 燕山大学 电气工程学院 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;

2. 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:** 针对具有参数不确定、不可测状态和未知外负载力的冷带轧机液压伺服位置系统, 提出一种基于未知输入观测器的鲁棒输出反馈控制方法。首先, 将含有外负载力的干扰项视为未知输入, 构造未知输入观测器, 然后基于所构造的观测器设计鲁棒输出反馈控制器。理论分析表明, 所提出的控制方法能够保证闭环系统是一致有界稳定的, 并具有鲁棒  $H_\infty$  性能。最后对某个 650 mm 可逆冷带轧机液压伺服位置系统进行仿真研究, 结果验证了所提出方法的有效性。

**关键词:** 输出反馈控制; 未知输入观测器; 轧机液压伺服位置系统; 一致有界稳定; 鲁棒  $H_\infty$  性能

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Robust output-feedback control for hydraulic servo-position system of cold-strip rolling mill

LI Jian-xiong<sup>1</sup>, FANG Yi-ming<sup>1,2</sup>, SHI Sheng-li<sup>1</sup>

(1. Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China;

2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

**Abstract:** A robust output-feedback control algorithm with unknown input observer is presented for the hydraulic servo-position system in a cold-strip rolling mill with uncertain parameters, immeasurable states and unknown external load forces. The disturbance term containing the unknown external load forces is regarded as an unknown input, for which we build an observer. A robust output-feedback controller is then designed with this observer. Theoretical analysis shows that the resulting closed-loop system is uniformly bounded stable, and has robust  $H_\infty$  performance. A simulation is carried out on the hydraulic servo position system of a 650 mm reversing cold-strip mill, results show the validity of the proposed algorithm.

**Key words:** output-feedback control; unknown input observer; hydraulic servo position system of rolling mill; uniformly bounded stability; robust  $H_\infty$  performance

### 1 引言(Introduction)

电液伺服系统因其具有功率体积比大、响应速度快、控制精度高等优点, 在工业过程中得到了广泛应用。但由于电液伺服系统本身具有较强的非线性特性, 并存在内部参数和外负载扰动等不确定性, 这些因素增加了控制系统设计的难度。

近年来, 为提高液压伺服系统的控制性能, 国内外学者对电液伺服系统控制做了大量的研究, 将非线性控制、鲁棒控制等方法应用到电液伺服系统中, 如反馈线性化<sup>[1]</sup>、滑模变结构控制<sup>[2-4]</sup>、鲁棒  $H_\infty$  控制<sup>[5]</sup>、模糊神经网络控制<sup>[6-7]</sup>等, 并取得了一些成果。另外, 在液压伺服系统中, 通常只有缸位移和压力可以直接测量得到, 因此, 有些文献中提出了基于观测器的电液伺服控制方法<sup>[4-5, 8-10]</sup>和动态输出反馈

控制方法<sup>[11]</sup>。文献[5]考虑只有压力可测的情况下, 构造了全维观测器, 而后, 针对系统中存在参数不确定, 基于线性矩阵不等式方法设计了鲁棒  $H_\infty$  控制器。文献[8]考虑到系统具有非线性和参数不确定性, 基于可测压力构造自适应观测器, 对柱塞速度信号和模型中的一些未知参数进行估计。文献[9]采用 PI 观测器重构系统状态, 然后利用 backstepping 方法设计电液伺服系统的控制器。此外, 在文献[4, 10]中, 观测器分别用来估计液压伺服系统中的非线性摩擦力和干扰。

在冷带轧机轧制过程中, 液压伺服位置系统存在未知外负载力(文献[3]中作用在油缸柱塞上的  $F_L$ ), 考虑只有缸位移和油缸压力可测情况下, 通常的方法是将  $F_L$  或包含  $F_L$  的项视为干扰, 设计基于观测器

的鲁棒输出反馈控制器(observer-based robust output-feedback control, OROC). 然而, 采用这种控制方法, 会因干扰项中包含 $F_L$ 而增加不确定部分的上界, 进而增加控制器设计的保守性, 也将会增大系统输出的稳态误差. 基于此, 本文提出一种基于未知输入观测器的鲁棒输出反馈控制(unknown input observer-based robust output-feedback control, UIOROC)算法, 首先将包含 $F_L$ 的未知干扰项视为未知输入, 构造未知输入观测器<sup>[12-15]</sup>, 估计系统的不可测状态和未知干扰项, 然后基于得到的估计值设计控制器. 在该算法中, 得到的未知项的估计值可以在控制器设计时对未知项进行补偿, 以降低系统输出的稳态误差. 另外, 考虑到包含 $F_L$ 的干扰项与测量输出之间不满足观测器匹配条件<sup>[14]</sup>, 基于文献[15], 本文构造了一个无需满足观测器匹配条件的未知输入观测器.

基于上述分析, 本文针对具有不可测状态、未知外负载力和不确定参数的轧机液压位置伺服系统, 提出了一种基于未知输入观测器的鲁棒输出反馈控制器设计方法, 理论分析表明, 所设计的控制器能够保证闭环系统一致有界稳定, 并具有鲁棒 $H_\infty$ 性能. 最后以某650 mm可逆冷带轧机液压伺服位置控制系统为例进行仿真研究, 并通过与OROC方法比较, 说明本文所提出的UIOROC方法具有更好的动、静态性能.

## 2 问题描述(Problem statement)

冷带轧机液压伺服位置控制系统主要由伺服阀、伺服放大器、液压缸、轧机辊系、传感器和位置控制器等构成<sup>[3]</sup>. 将负载等效到柱塞上, 液压缸的数学模型可由力平衡方程和流量方程来描述. 液压缸的力平衡方程由下式表示:

$$P_L A_p = M_t \ddot{x}_p + B_p \dot{x}_p + k_s x_p + F_L, \quad (1)$$

式中:  $x_p$ 为缸位移(其增/减对应于轧机辊缝的减/增),  $P_L$ 为油缸的负载压力,  $A_p$ 为柱塞面积,  $M_t$ 为柱塞和辊系运动部件的等效总重量,  $B_p$ 为柱塞及负载运动中的粘滞摩擦系数,  $k_s$ 为负载弹性刚度系数,  $F_L$ 为作用在柱塞上的外负载力.

系统的流量方程可表示为

$$A_p \dot{x}_p + C_t P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \dot{P}_L = Q_L, \quad (2)$$

其中:  $C_t$ 为液压缸内泄漏系数,  $\beta_e$ 为体积弹性模量,  $V_t$ 为缸腔及液压缸和伺服阀间的管道的总容积.  $Q_L$ 为液压缸的负载流量, 可由下式给出:

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\frac{P_s - P_L \operatorname{sgn}(x_v)}{\rho}}, \quad (3)$$

式中:  $C_d$ 为阀口流量系数,  $w$ 为伺服阀开口梯度,  $x_v$ 为伺服阀芯位移,  $P_s$ 为供油压力,  $\rho$ 为液压油密度. 这里假定系统的回油压力近似为零.  $\operatorname{sgn}(*)$ 为符号

$$\text{函数, } \operatorname{sgn}(*) = \begin{cases} 1, & \text{if } * \geq 0, \\ -1, & \text{if } * < 0. \end{cases}$$

伺服阀的阀芯位移 $x_v$ 和伺服阀输入电压 $u$ (或输入电流*i*)之间可以近似为比例关系 $x_v = k_v u$ , 其中 $k_v > 0$ 为增益系数. 式(3)可以重写为

$$Q_L = k_q R(P_L) u, \quad (4)$$

$$\text{其中: } k_q = k_v C_d w / \sqrt{\rho}, R(P_L) = \sqrt{P_s - P_L} \operatorname{sgn}(u).$$

对于参数 $C_t$ ,  $\beta_e$ ,  $C_d$ 和 $\rho$ , 其值在不同工作环境、不同系统温度等情况下是不确定的. 由于管路等原因,  $V_t$ 也不能准确测量. 另外, 等效总质量 $M_t$ 不能精确已知, 外负载力 $F_L$ 未知.

设缸位移的期望轨迹为 $y_r$ , 假定 $\dot{y}_r$ 和 $\ddot{y}_r$ 存在且有界.  $y = x_p$ 为缸位移测量值, 则跟踪误差为 $e = y_r - y$ . 取状态变量 $x_1 = e$ ,  $x_2 = \dot{e}$ ,  $x_3 = P_L$ ,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ , 则由式(1)-(4), 整理得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 - a_3 x_3 + \eta + \varepsilon_1 + \delta_1(\mathbf{x}), \\ \dot{x}_3 = a_4 x_2 - a_5 x_3 + b R(x_3) u + \varepsilon_2 + \delta_2(\mathbf{x}), \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $a_1 = k_s/M_{t0}$ ,  $a_2 = B_{p0}/M_{t0}$ ,  $a_3 = A_p/M_{t0}$ ,  $a_4 = 4\beta_{e0} A_p/V_{t0}$ ,  $a_5 = 4\beta_{e0} C_{t0}/V_{t0}$ ,  $b = 4\beta_{e0} k_{q0}/V_{t0}$ . 其中, 下标加标0表示相应参数的标称值. 未知干扰项 $\eta = F_L/M_t$ ,  $\varepsilon_1 = a_1 y_r + a_2 \dot{y}_r + \ddot{y}_r$ ,  $\varepsilon_2 = -a_4 \dot{y}_r$ ,  $\delta_1(\mathbf{x})$ 和 $\delta_2(\mathbf{x})$ 是由参数不确定引起的不确定项, 可表示为

$$\begin{cases} \delta_1(\mathbf{x}) = \Delta_1 \mathbf{x} + \Delta \varepsilon_1, \\ \delta_2(\mathbf{x}) = \Delta_2 \mathbf{x} + \Delta b R(x_3) u + \Delta \varepsilon_2, \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\Delta_1 = [-\Delta a_1 \ -\Delta a_2 \ -\Delta a_3]$ ,  $\Delta_2 = [0 \ \Delta a_4 \ -\Delta a_5]$ ,  $\Delta*$ 表示\*的不确定部分, 并且满足 $|\Delta \varepsilon_i| \leq c_{\varepsilon i}$ ,  $|\Delta a_j| \leq c_{a j}$ ,  $|\Delta b| \leq c_b$ ,  $i = 1, 2$ ,  $j = 1, \dots, 5$ , 其中 $c_{\varepsilon i}$ ,  $c_{a j}$ ,  $c_b$ 为已知正数.

由于系统(5)中存在不可测状态 $x_2$ 和未知干扰项 $\eta$ , 因此在控制器设计前需要构造观测器对不可测状态进行估计. 通常采用的方法是, 先将系统(5)进行状态变换, 消去 $x_2$ 动态中的 $\eta + \varepsilon_1$ 项, 如令 $z_1 = x_1$ ,  $z_2 = x_2$ ,  $z_3 = x_3 - a_3^{-1}(\eta + \varepsilon_1)$ ,  $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ , 则式(5)可写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = A \mathbf{z} + B (b v + \theta_\eta + \theta_{\varepsilon 1} + \varepsilon_2) + \sigma'(\mathbf{z}), \\ e = C \mathbf{z}, \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ 0 & a_4 & -a_5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \sigma'(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_1(\mathbf{z}) \\ \sigma_2(\mathbf{z}) \end{bmatrix},$$

$$\sigma_i(\mathbf{z}) = \delta_i(\mathbf{x}), \quad i = 1, 2, \quad C = [1 \ 0 \ 0], \quad v = R(x_3) u, \quad \theta_\eta = a_3^{-1} a_5 \eta, \quad \theta_{\varepsilon 1} = a_3^{-1} a_5 \varepsilon_1.$$

由于 $\eta$ 未知, 因此变换后的状态 $z_3$ 也需要估计. 对系统(7)构造如下全维观测器:

$$\dot{\tilde{z}} = A\tilde{z} + B(bv + \theta_{\varepsilon 1} + \varepsilon_2) + L_c(e - C\tilde{z}), \quad (8)$$

$\tilde{z}$ 为 $z$ 的估计值,  $L_c \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为观测器增益. 令估计误差为 $\tilde{z} = z - \hat{z}$ , 则有

$$\dot{\tilde{z}} = (A - L_c C)\tilde{z} + B\theta_\eta + \sigma'(z). \quad (9)$$

然后基于观测器(8), 设计控制器

$$v = b^{-1}(K_c\tilde{z} - \theta_{\varepsilon 1} - \varepsilon_2), \quad (10)$$

其中 $K_c \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ 为控制器增益.

此时, 如果所设计的 $L_c$ 和 $K_c$ , 能够使由式(8)和式(9)组成的增广系统鲁棒稳定, 则观测器(8)和控制器(10)就能够使原系统鲁棒稳定. 然而, 从上述设计过程可以看出, 估计误差动态(9)和控制器(10)与原系统(7)组成的闭环系统中都存在未知项 $\theta_\eta$ , 这将导致在观测器收敛性分析和整个闭环系统稳定性分析中加大不确定项的上界, 使控制器具有一定的保守性, 且还将会增大系统的稳态误差.

基于上面的分析, 本文将干扰项 $\eta$ 视为未知输入, 在状态变换前先对系统(5)构造未知输入观测器, 然后再设计控制器. 具体如下节所述.

### 3 鲁棒输出反馈控制器设计(Robust output-feedback controller design)

令 $z_{12} = [x_1 \ x_2]^\top$ , 则系统(5)可写为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{z}_{12} = A_{11}z_{12} + A_{12}x_3 + B_1(\eta + \varepsilon_1 + \delta_1), \\ \dot{x}_3 = A_{21}z_{12} + A_{22}x_3 + bv + \varepsilon_2 + \delta_2, \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 \end{bmatrix}$ ,  $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ -a_3 \end{bmatrix}$ ,  $B_1 = [0 \ 1]^\top$ ,  $A_{21} = [0 \ a_4]$ ,  $A_{22} = -a_5$ .

将 $\eta$ 视为未知输入, 从式(11)中可以看出,  $\eta$ 与可测输出 $e = x_1 = C_1 z_{12}$ 之间并不满足文献[12-13]中所需要的 $\text{rank}(B_1) = \text{rank}(C_1 B_1)$ , 这个观测器匹配条件<sup>[14]</sup>. 因此不能采用文献[12-13]的未知输入观测器设计方法.

若记 $\tilde{A}_{11} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $C = [C_1 \ 0]$ , 可以验证,

$(\tilde{A}_{11}, C)$ 是可观测的. 因此, 构造如下观测器:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_{12} = \tilde{A}_{11}\tilde{z}_{12} + A_{12}x_3 + B_1(\hat{\eta} + \varepsilon_1) + L_1C_1\tilde{z}_{12}, \\ \dot{\hat{\eta}} = L_2C_1\tilde{z}_{12}, \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\hat{z}_{12}$ 和 $\hat{\eta}$ 分别为 $z_{12}$ 和 $\eta$ 的估计值, 估计误差为 $\tilde{z}_{12} = z_{12} - \hat{z}_{12}$ 和 $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$ ,  $C_1 = [1 \ 0]$ ,  $L_1 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ 和 $L_2 \in \mathbb{R}$ 为观测器增益, 并记 $L = [L_1^\top \ L_2]^\top$ .

然后令 $\xi_3 = x_3 - a_3^{-1}(\hat{\eta} + \varepsilon_1)$ , 则变化后的 $\xi_3$ 不再需要估计. 令 $\xi = [\tilde{z}_{12}^\top \ \xi_3]^\top$ ,  $\varphi = [\tilde{z}_{12}^\top \ \tilde{\eta}]^\top$ , 再根

据式(11)和式(12), 可得到如下增广系统:

$$\dot{\varphi} = (\tilde{A}_{11} - LC)\varphi + D\delta_1, \quad (13)$$

$$\dot{\xi} = A\xi + B(bv + \varepsilon_2 + A_{22}a_3^{-1}(\hat{\eta} + \varepsilon_1)) + \tilde{L}_A\tilde{z}_{12} + B\delta_2, \quad (14)$$

$$\text{式中: } \tilde{L}_A = \begin{bmatrix} L_1C_1 \\ A_{21} - a_3^{-1}L_2C_1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

这样具有不确定性和部分状态不可测的系统(11)的鲁棒稳定问题就等价为求取观测器增益 $L$ , 以及设计控制器

$$v = b^{-1}[K\xi - \varepsilon_2 - A_{22}a_3^{-1}(\hat{\eta} + \varepsilon_1)], \quad (15)$$

使增广系统(13)-(14)鲁棒镇定. 而观测器增益 $L$ 和控制器增益 $K \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ 存在的条件和求取由如下定理给出.

**定理 1** 基于观测器(12)的控制器(15)能够鲁棒镇定增广系统(13)-(14), 并使由控制器(15)和增广系统(13)-(14)组成的闭环系统一致有界稳定, 并且具有鲁棒 $H_\infty$ 性能, 如果存在正定对称矩阵 $P \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和 $X \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , 矩阵 $M \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 和 $N \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ 以及正数 $\gamma_i$ 和 $\lambda_i(i = 1, 2)$ , 使得对于给定的正数 $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ 和适当维数的正定矩阵 $\Lambda_i(i = 1, 2)$ , 有如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} + \gamma_1^2 \bar{\Delta}_{11}^\top \bar{\Delta}_{11} + \Lambda_1 & * \\ D^\top P & -3^{-1}\gamma_1^2 \end{bmatrix} \leq 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & * & * & * & * & * \\ B^\top & -\gamma_2^2 & * & * & * & * \\ \bar{\Delta}_2 X & 0 & -\lambda_1 & * & * & * \\ c_b b^{-1} N & 0 & 0 & -\lambda_2 & * & * \\ X & 0 & 0 & 0 & -\Lambda_2^{-1} & * \\ \bar{\Delta}_1 X & 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma_1^{-2} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (17)$$

式中: \*表示对称项的转置,  $\bar{\Delta}_1 = [c_{a1} \ c_{a2} \ c_{a3}]$ ,  $\bar{\Delta}_2 = [0 \ c_{a4} \ c_{a5}]$ ,  $\bar{\Delta}_{11} = [c_{a1} \ c_{a2} \ c_{a3}a_3^{-1}]$ ,

$$\Xi_{11} = \tilde{A}_{11}^\top P + P\tilde{A}_{11} - C^\top M^\top - MC + \alpha_1 P,$$

$$\begin{aligned} \Pi_{11} = & XA^\top + AX + N^\top B^\top + BN + \alpha_2 X_2 + \\ & (\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_2^{-1})BB^\top + \beta_1^{-1}\tilde{L}_A\tilde{L}_A^\top. \end{aligned}$$

进一步, 观测器增益 $L = P^{-1}M$ 和控制器增益 $K = NX^{-1}$ 由求解如下问题得出:

$$\min_{P, M, \gamma_1^2} \gamma_1^2 \quad \text{s.t. 式(16)}, \quad (18)$$

$$\min_{X, N, \gamma_2^2, \lambda_1, \lambda_2} \gamma_2^2 \quad \text{s.t. 式(17)}. \quad (19)$$

**证** 考虑Lyapunov候选函数

$$V(\varphi, \xi) = V_\varphi(\varphi) + V_\xi(\xi),$$

其中:  $V_\varphi(\varphi) = \varphi^\top P\varphi$ ,  $V_\xi(\xi) = \xi^\top Q\xi$ ,  $Q = Q^\top > 0$ .

首先对 $V_\varphi$ 沿式(13)的轨迹求时间导数

$$\begin{aligned}\dot{V}_\varphi &= \varphi^T [(\tilde{A}_{11} - LC)^T P + P(\tilde{A}_{11} - LC)] \varphi + \\ &\quad 2\varphi^T P D \delta_1.\end{aligned}\quad (20)$$

将式(6)中的 $\delta_1$ 写成 $\delta_1 = \rho_{\delta 1} + \Delta_1 \xi + \Delta_{11} \varphi$ , 其中:

$$\begin{aligned}\rho_{\delta 1} &= \Delta \varepsilon_1 - \Delta a_3 a_3^{-1} (\varepsilon_1 + \eta), \\ \Delta_{11} &= [-\Delta a_1 \quad -\Delta a_2 \quad \Delta a_3 a_3^{-1}].\end{aligned}$$

对任意 $\gamma_1 > 0$ , 有如下不等式成立:

$$\begin{aligned}2\varphi^T P D \delta_1 &\leq 3\gamma_1^{-2} \varphi^T P D D^T P \varphi + \gamma_1^2 \bar{\rho}_{\delta 1}^2 + \\ &\quad \gamma_1^2 \xi^T \bar{\Delta}_1^T \bar{\Delta}_1 \xi + \gamma_1^2 \varphi^T \bar{\Delta}_{11}^T \bar{\Delta}_{11} \varphi,\end{aligned}\quad (21)$$

式中:  $\bar{\rho}_{\delta 1} = \sup \{\rho_{\delta 1}\}$ ,  $\bar{\Delta}_{11} = [c_{a1} \ c_{a2} \ c_{a3} a_3^{-1}]$ .

令 $M = PL$ , 将式(21)代入式(20), 如果不等式(16)成立, 则有

$$\dot{V}_\varphi \leq -\alpha_1 V_\varphi - \varphi^T \Lambda_1 \varphi + \gamma_1^2 (\bar{\rho}_{\delta 1}^2 + \xi^T \bar{\Delta}_1^T \bar{\Delta}_1 \xi), \quad (22)$$

在式(22)中:  $\bar{\rho}_{\delta 1}^2 + \xi^T \bar{\Delta}_1^T \bar{\Delta}_1 \xi$  是由不确定项 $\delta_1$ 引起的, 最小化 $\gamma_1^2$ , 可将由参数不确定引起的对观测器的扰动影响抑制到最小.

然后, 由式(14)和式(15),  $V_\xi$  的时间导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}_\xi &= \xi^T [(A + BK)^T Q + Q(A + BK)] \xi + \\ &\quad 2\xi^T Q \tilde{L}_A \tilde{z}_{12} + 2\xi^T Q B \delta_2,\end{aligned}\quad (23)$$

对任意的 $\beta_1 > 0$ , 有如下不等式成立:

$$2\xi^T Q \tilde{L}_A \tilde{z}_{12} \leq \beta_1^{-1} \xi^T Q \tilde{L}_A \tilde{L}_A^T Q \xi + \beta_1 \varphi^T \varphi. \quad (24)$$

将式(6)中的 $\delta_2$ 写为如下形式:

$$\delta_2 = \rho_{\delta 2} + \Delta_2 \xi + \Delta b b^{-1} K \xi + \Delta_{21} \varphi,$$

式中:  $\rho_{\delta 2} = \Delta \varepsilon_2 - a_3^{-1} (\Delta b b^{-1} a_5 - \Delta a_5) (\varepsilon_1 + \eta)$ ,  $\Delta_{21} = [0 \ \Delta a_4 \ (\Delta a_5 - \Delta b b^{-1} a_5) a_3^{-1}]$ .

则对于任意的 $\lambda_1 > 0$ ,  $\lambda_2 > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$  和  $\beta_2 > 0$ , 有如下不等式成立:

$$\begin{aligned}2\xi^T Q B \delta_2 &\leq (\gamma_2^{-2} + \lambda_1 + \lambda_2 + \beta_2^{-1}) \xi^T Q B B^T Q \xi + \\ &\quad \gamma_2^2 \bar{\rho}_{\delta 2}^2 + \lambda_2^{-1} c_b^2 b^{-2} \xi^T K^T K \xi + \\ &\quad \lambda_1^{-1} \xi^T \bar{\Delta}_2^T \bar{\Delta}_2 \xi + \beta_2 \varphi^T \bar{\Delta}_{21}^T \bar{\Delta}_{21} \varphi,\end{aligned}\quad (25)$$

式中:  $\bar{\Delta}_{21} = [0 \ c_{a4} \ |c_{a5} - c_b b^{-1} a_5| a_3^{-1}]$ ,  $\bar{\rho}_{\delta 2} = \sup \{\rho_{\delta 2}\}$ .

令 $X = Q^{-1}$ ,  $N = KX$ , 并将不等式(24)和式(25)代入式(23), 得

$$\begin{aligned}\dot{V}_\xi &\leq \xi^T Q [X A^T + A X + N^T B^T + B N + \\ &\quad \beta_1^{-1} \tilde{L}_A \tilde{L}_A^T + (\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_2^{-1} + \gamma_2^{-2}) B B^T + \\ &\quad \lambda_1^{-1} X \bar{\Delta}_2^T \bar{\Delta}_2 X + \lambda_2^{-1} c_b^2 b^{-2} N^T N] Q \xi + \\ &\quad \gamma_2^2 \bar{\rho}_{\delta 2}^2 + \beta_1 \varphi^T \varphi + \beta_2 \varphi^T \bar{\Delta}_{11}^T \bar{\Delta}_{11} \varphi.\end{aligned}$$

如果不等式(17)成立, 则有

$$\begin{aligned}\dot{V}_\xi &\leq -\alpha_2 V_\xi - \xi^T \Lambda_2 \xi + \varphi^T (\beta_1 I + \beta_2 \bar{\Delta}_{11}^T \bar{\Delta}_{11}) \varphi + \\ &\quad \gamma_2^2 \bar{\rho}_{\delta 2}^2 - \gamma_1^2 \xi^T \bar{\Delta}_1^T \bar{\Delta}_1 \xi.\end{aligned}\quad (26)$$

结合式(22)和式(26), 经整理可得

$$\dot{V} \leq -\alpha V - \varphi^T \Gamma_1 \varphi - \xi^T \Gamma_2 \xi + \gamma_2^2 \varpi, \quad (27)$$

式中:  $\Gamma_1 = \Lambda_1 - \beta_1 I - \beta_2 \bar{\Delta}_{11}^T \bar{\Delta}_{11}$ ,  $\Gamma_2 = \Lambda_2 - \bar{\Delta}_1^T \bar{\Delta}_1$ ,  $\alpha = \min \{\alpha_1, \alpha_2\}$ ,  $\varpi = \gamma_1^2 \gamma_2^{-2} \bar{\rho}_{\delta 1}^2 + \bar{\rho}_{\delta 2}^2$ .

由式(27)可以看出, 如果选择适当的 $\Lambda_i$ 和 $\beta_i$ , 使得 $\Gamma_i > 0$ ( $i = 1, 2$ ), 则 $\varphi$ 和 $\xi$ 以指数收敛到由 $\gamma_1^2$ 和 $\gamma_2^2$ 决定的有限界内. 即由控制器(15)和增广系统式(13)和式(14)组成的闭环系统是一致有界稳定的. 另外, 由于 $\gamma_1^2$ 已经确定, 如果将 $\gamma_1^2 \gamma_2^{-2} \bar{\rho}_{\delta 1}^2 + \bar{\rho}_{\delta 2}^2$ 项视为干扰, 那么由式(27)可以得出闭环系统具有鲁棒 $H_\infty$ 性能 $\gamma_2$ , 最小化 $\gamma_2^2$ 可将由不确定参数引起的扰动影响抑制到最小. 定理1得证. 证毕.

**注 1** 由于 $x_3$ 可测, 若将OROC算法中对 $z_3$ 的估计值写成 $\hat{z}_3 = x_3 - a_3^{-1} (\hat{\eta} + \varepsilon_1)$ , 那么可将其看作是对未知干扰项 $\eta$ 的估计, 因此, 在构造观测器方面, OROC算法和本文提出的UIOROC算法是一致的. 然而, 由于状态变换和观测器设计顺序的不同, 使得在OROC算法中的干扰项 $\theta_\eta$ , 在UIOROC算法中由于直接对 $\eta$ 的估计而消失了, 从而避免了不确定项上界的增大. 另外, OROC算法中的观测器还包含非线性项 $R(x_3)$ , 而在UIOROC算法中的观测器中却不包含, 因此, UIOROC算法的观测器相对较为简单.

最后, 还原到原系统(11), 所设计的控制器为

$$u = R^{-1}(x_3) b^{-1} [K \xi - \varepsilon_2 - A_{22} a_3^{-1} (\hat{\eta} + \varepsilon_1)]. \quad (28)$$

#### 4 仿真研究(Simulation)

为验证所给出的控制方法的有效性, 下面以某650 mm可逆冷带轧机单侧缸液压伺服位置系统为例进行仿真. 仿真中所用的主要物理参数标称值如下:  $B_{p0} = 2.25 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $M_{t0} = 1500 \text{ kg}$ ,  $\beta_{e0} = 7 \times 10^8 \text{ Pa}$ ,  $V_{t0} = 3.768 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $C_{t0} = 5 \times 10^{-16} \text{ m}^5 / (\text{N} \cdot \text{s})$ ,  $\rho_0 = 850 \text{ kg/m}^3$ ,  $C_{d0} = 0.61$ ,  $A_p = 0.1256 \text{ m}^2$ ,  $k_v = 0.01 \text{ m/A}$ ,  $F_L = 8 \times 10^5 \text{ N}$ ,  $P_s = 24 \text{ MPa}$ ,  $w = 0.025$ .

轧机的负载刚度系数若在上下工作辊全辊身接触时为 $2.5 \times 10^9 \text{ N/m}$ , 折算到单侧缸的轧机负载刚度系数应为其一半, 即 $k_s = 1.25 \times 10^9 \text{ N/m}$ , 若在两辊中间有带钢时, 折算到单侧缸的刚度系数为 $k_s = 10^9 \text{ N/m}$ , 本文考虑的是有带钢的情况.

不确定参数的上界为 $c_{a1} = 10^2$ ,  $c_{a2} = 2$ ,  $c_{a3} = 10^{-7}$ ,  $c_{a4} = 10^3$ ,  $c_{a5} = 10^{-6}$ ,  $c_b = 10^2$ .

在该仿真中, 假定在有带钢时压下1 mm, 即 $y_r = 1 \text{ mm}$ , 则有 $e(0) = 0.001 \text{ m}$ , 因此初始状态为 $\mathbf{x}(0) = [0.001 \ 0 \ 0]^T$ . 另外, 由于 $x_1$ 可以通过测量得出, 降维观测器初值为 $\hat{z}_{12}(0) = [0.001 \ 0]^T$ ,  $\hat{\eta}(0) = 0$ . 根据定理1, 仿真中给定数据为:  $\alpha_1 = 0.5$ ,  $\Lambda_1 = \text{diag}(200, 20, 0.3)$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta_1 = 0.2$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\Lambda_2 = \text{diag}(11000, 5, 10^{-9})$ . 求解式(18)和式(19), 得

$$L = [-19.073 \ 2.6818 \times 10^5 \ 3.1153 \times 10^7]^T,$$

$$K = [6.1123 \times 10^{10} \ -1.2035 \times 10^{11} \ -41739],$$

$$\gamma_1 = 0.9786, \gamma_2 = 0.6736.$$

然后利用求得的 $L$ 和 $K$ 分别应用到观测器(12)和控制器(15),再作用到原系统,得到观测器输出曲线和系统响应曲线,如图1所示。

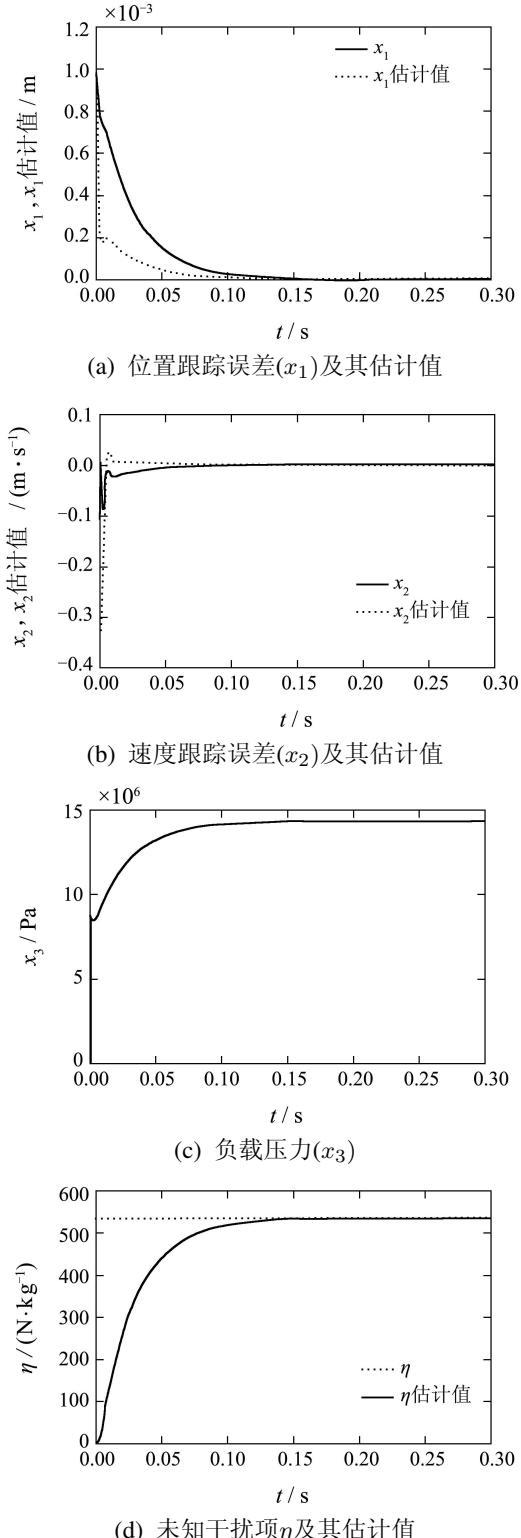


图1 采用本文所提出UIOROC方法的仿真结果  
Fig. 1 The simulation results by the proposed UIOROC method

系统(5)存在的不确定参数在仿真中假定为 $\Delta a_1 = 80, \Delta a_2 = 2, \Delta a_3 = 10^{-7}, \Delta a_4 = -500, \Delta a_5 = 10^{-6}, \Delta b = 50$ , 未知参数 $\eta$ 的真实值为 $\eta = F_L/M_t = 533.33$ . 从图1可以看出,所设计的观测器可以快速有效地估计被观测信号,系统所有状态也快速趋于稳定,说明了本文所提出的方法的有效性和对参数扰动具有较强的鲁棒性。

为了说明在注1中所表述的本文提出的UIOROC与常规的OROC两种方法的不同,本文采用OROC方法做了同样参数时的仿真,并对两种方法进行了比较,仿真结果如图2所示。

从图2(a)中可以看出,采用OROC方法,系统输出存在一定的稳态误差,而采用本文提出的UIOROC方法,稳态误差大大减小. 另外,在OROC中,间接的对未知项 $\eta$ 的估计可表示为 $\hat{\eta}_c = a_3(x_3 - \hat{z}_3) - \varepsilon_1$ ,从图2(b)中的比较图可以看出,两种方法对 $\eta$ 的估计值稳态后差距不大,但是在调整过程中,采用OROC方法有很大的波动,而本文采用的UIOROC方法直接对 $\eta$ 的估计的动态过程则非常平稳. 产生波动的原因主要是在OROC的观测器(8)中包含非线性项 $R(x_3)$ ,而本文构造的观测器(12)则不包含.

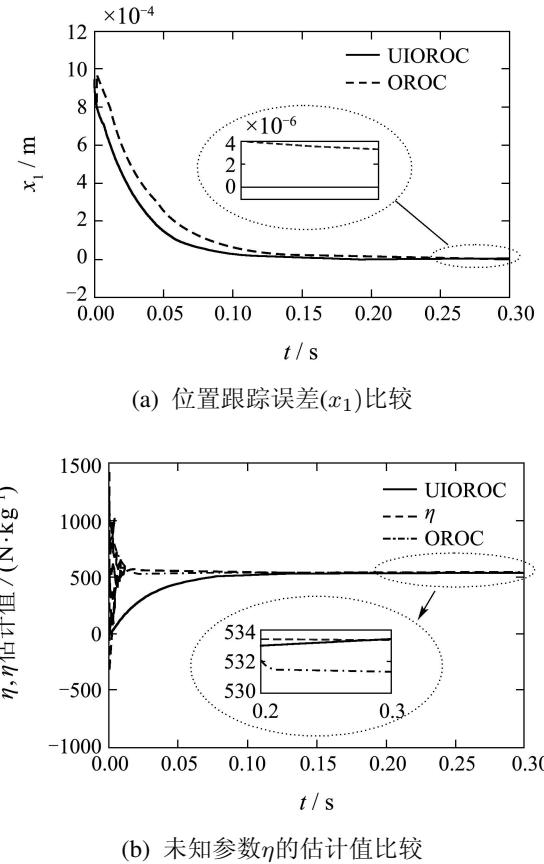


图2 本文所提出UIOROC方法与OROC方法的比较  
Fig. 2 Comparison between the proposed UIOROC method with the OROC method

## 5 结论(Conclusion)

本文主要针对轧机液压伺服位置系统中存在的参数不确定、未知外负载力和部分状态不可测的问题,提出了一种基于观测器的鲁棒输出反馈控制方法。首先将包含未知外负载力的干扰项视为未知输入,构造未知输入观测器,然后基于观测器设计鲁棒输出反馈控制器。通过分析表明,所提出的控制算法能够保证闭环系统一致有界稳定,并具有鲁棒 $H_{\infty}$ 性能。最后通过实例仿真验证了所提出方法能够有效地实现位置跟踪,对参数不确定性具有良好的鲁棒性,并通过与通常的OROC方法相比,本文所提出的方法具有更好的动、静态性能。

## 参考文献(References):

- [1] SEO J, VENUGOPAL R, KENNE J P. Feedback linearization based control of a rotational hydraulic drive[J]. *Control Engineering Practice*, 2007, 15(12): 1495 – 1507.
- [2] GUAN C, PAN S X. Adaptive sliding mode control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters[J]. *Control Engineering Practice*, 2008, 16(11): 1275 – 1284.
- [3] 方一鸣, 王志杰, 解云鹏, 等. 轧机液压伺服位置系统多模型切换滑模变结构控制[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(5): 91 – 97。  
(FANG Yiming, WANG Zhijie, XIE Yunpeng, et al. Sliding mode variable structure control of multi-model switching for rolling mill hydraulic servo position system[J]. *Electric Machines and Control*, 2010, 14(5): 91 – 97.)
- [4] BONCHIS A, CORKE P I, RYE D C, et al. Variable structure methods in hydraulic servo systems control[J]. *Automatica*, 2001, 37(4): 589 – 595.
- [5] MILIC V, SITUM Ž, ESSERT M. Robust  $H_{\infty}$  position control synthesis of an electro-hydraulic servo system[J]. *ISA Transactions*, 2010, 49(4): 535 – 542.
- [6] KALYONCU M, HAYDIM M. Mathematical modelling and fuzzy logic based position control of an electrohydraulic servosystem with internal leakage[J]. *Mechatronics*, 2009, 19(6): 847 – 858.
- [7] 仲伟峰, 何小溪. 电液位置伺服系统的模糊神经网络控制[J]. 电机与控制学报, 2007, 12(4): 478 – 482。  
(ZHONG Weifeng, HE Xiaoxi. Fuzzy neural network control of electro-hydraulic position servo system[J]. *Electric Machines and Control*, 2007, 12(4): 478 – 482.)
- [8] GARIMELLA P, YAO B. Nonlinear adaptive robust observer for velocity estimation of hydraulic cylinders using pressure measurement only[C] //ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. New Orleans: ASME, 2002, 907 – 916.
- [9] MAKKARAT P, KUNTANAPREEDA S. Observer-based backstepping force control of an electro-hydraulic actuator[J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(8): 895 – 902.
- [10] 刘强, 冯培恩, 潘双夏. 基于干扰观测器的非对称液压缸鲁棒运动控制[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(4): 594 – 598。  
(LIU Qiang, FENG Peien, PAN Shuangxia. Disturbance observer based robust motion control for single rod hydraulic actuators[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2006, 40(4): 594 – 598.)
- [11] 赵琳琳, 方一鸣, 范志远, 等. 冷带轧机厚控系统自适应鲁棒输出反馈动态控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(4): 787 – 790。  
(ZHAO Linlin, FANG Yiming, FAN Zhiyuan, et al. Design of adaptive robust output feedback dynamic controller for thickness control in a cold strip rolling mill[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(4): 787 – 790.)
- [12] MODAL S, CHAKRABORTY G, BHATTACHARYYA K. LMI approach to robust unknown input observer design for continuous systems with noise and uncertainties[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2010, 8(2): 210 – 219.
- [13] 朱淑倩, 冯俊娥, 程兆林. 含未知输入的时滞系统的函数观测器及输出反馈镇定[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 295 – 300。  
(ZHU Shuqian, FENG June, CHENG Zhaolin. Functional observer for time-delay systems with unknown inputs and output feedback stabilization[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(2): 295 – 300.)
- [14] KALSI K, LIAN J M, HUI S, et al. Sliding-mode observers for systems with unknown inputs: a high-gain approach[J]. *Automatica*, 2010, 46(2): 347 – 353.
- [15] ORJUELA R, MARX B, TAGO J, et al. Estimating the state and the unknown inputs of nonlinear systems using a multiple model approach[C] //The 16th Mediterranean Conference on Control and Automation. Ajaccio: IEEE, 2008: 1375 – 1380.

## 作者简介:

- 李建雄** (1980—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为自适应鲁棒控制理论与应用、预测控制等, E-mail: jxli@ysu.edu.cn;
- 方一鸣** (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应鲁棒控制理论与应用、冶金自动化等, E-mail: fyming@ysu.edu.cn;
- 石胜利** (1979—), 男, 博士研究生, 讲师, 主要研究方向为非线性系统自适应控制、多模型切换控制等, E-mail: ssl@ysu.edu.cn.