

小型无人直升机控制律设计与仿真

于明清¹, 徐锦法², 刘建业¹

(1. 南京航空航天大学 导航研究中心, 江苏 南京 210016;

2. 南京航空航天大学 直升机旋翼动力学重点实验室, 江苏 南京 210016)

摘要: 依据摄动线性化原理, 本文对模型直升机非线性模型在平衡点进行了小摄动线性化处理, 得出了线性化动力学模型, 并对它进行了PID控制律设计, 应用MATLAB/Simulink对控制律作用于线性化模型和非线性模型分别进行了仿真验证, 结果表明作用于线性化模型具有良好控制效果的控制律尚不能有效控制非线性模型. 使用backstepping方法对非线性模型子系统选择相应的李雅普诺夫候选函数, 应用递归方法设计了使型直升机动力学非线性模型镇定的控制律, 确保李雅普诺夫候选函数的导数为负定. 经仿真验证表明利用该设计方法得到的控制律能对非线性模型进行有效控制.

关键词: 小型无人直升机; 小摄动线性化; 李雅普诺夫函数; PID控制律; backstepping控制律

中图分类号: V249.122 **文献标识码:** A

Control design and simulation for small unmanned helicopter

YU Ming-qing¹, XU Jin-fa², LIU Jian-ye¹

(1. Navigation Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China;

2. Key Laboratory of Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: For the nonlinear dynamic model of a small unmanned helicopter (SUH), we employ the small perturbation theory to obtain a linearized dynamic mathematical model, and then, design a PID control law for this linearized model. However, MATLAB/Simulink shows that when this control law is applied to the nonlinear model, the result is not as desirable as when it is applied to the linearized model. As an alternative, we employ the backstepping method and choose relevant Lyapunov function with negative definite derivative for each subsystem of the nonlinear model to design the control law for the nonlinear dynamics model of the SUH. Simulation results show that this control law is effective to stabilize and control the nonlinear model.

Key words: small unmanned helicopter (SUH); small perturbation linearization; Lyapunov function; PID control law; backstepping control law

1 引言(Introduction)

无人直升机除了具备一般直升机的垂直起飞和空中悬停等特点外, 还能够实现“零伤亡”的低速飞行, 使飞行任务的完成灵活机动. 独特的飞行特性使得无人直升机受到越来越多的关注. 尽管如此, 由于无人直升机飞行动力学的复杂性, 系统不仅非线性, 而且是多变量、强耦合, 给飞行控制系统的设计带来了极大的挑战, 难以采用传统的PID方法实现自主飞行控制, 促使人们不断探索新的控制方法.

backstepping设计方法由Kanellakopoulos等人于1991年首先提出. 该设计方法是一种递归设计方法, 通过递归构造闭环系统的Lyapunov函数, 由此来设计反馈控制律, 将高阶系统反馈控制器设计问题降阶为一系列低阶系统的设计问题. backstepping设计方法能用较少的限制条件确定控制律, 有效解决系

统镇定、跟踪和干扰抑制问题.

本文针对前期研究既得的某型航模直升机动力学非线性数学模型, 分别使用PID方法和backstepping方法进行了飞行控制系统控制律设计. 通过对比仿真, 探讨相应控制律设计方法的优劣, 确定样例模型直升机动力学非线性数学模型的有效控制方法, 仿真计算对象模型在垂向和航向通道的指令跟踪响应.

2 模型描述(Model description)

被控对象为一款汽油内燃式模型直升机, 机身重7.5 kg, 主尾桨均为两片桨叶, 旋翼直径分别为1.8 m和0.3 m. 安装在如图1所示的试验台上, 使其只能进行垂向和航向运动.

根据第2类拉格朗日方程原理, 由系统动能、势能和广义非保守外力之间的关系建立被控对象的数

学模型. 针对特定安置的航模直升机, 选定广义坐标分别为直升机“外部动态”状态量的垂向高度 z 、偏航角 ψ 和“内部动态”状态量的桨叶方位角 γ , 得到数学模型式(1). 桨叶方位角状态量是由建模过程中动能计算而引入的, 使用拉格朗日方法建立直升机动力学数学模型的详细推导过程参见文献[1].

$$\begin{cases} \ddot{z} = \frac{1}{c_0} [c_8 \dot{\gamma}^2 u_1 + c_9 \dot{\gamma} + c_{10} - c_7], \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{D(\gamma)} \{ c_5 [c_{11} \dot{\gamma}^2 u_2 - 2c_6 \sin(2c_3 \gamma) \dot{\gamma} \dot{\psi}] - \\ c_4 [(c_{12} \dot{\gamma} + c_{13}) u_1 + c_6 \sin(2c_3 \gamma) \dot{\psi}^2 + \\ c_{14} \dot{\gamma}^2 + c_{15}] \}, \\ \ddot{\gamma} = \frac{1}{D(\gamma)} \{ -c_4 [c_{11} \dot{\gamma}^2 u_2 - 2c_6 \sin(2c_3 \gamma) \dot{\gamma} \dot{\psi}] + \\ [c_1 + c_2 \cos^2(c_3 \gamma)] [(c_{12} \dot{\gamma} + c_{13}) u_1 + \\ c_6 \sin(2c_3 \gamma) \dot{\psi}^2 + c_{14} \dot{\gamma}^2 + c_{15}] \}, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $D(\gamma) = c_1 c_5 - c_4^2 + c_2 c_5 \cos^2(c_3 \gamma)$, 常数 c_i 的参数值见表1, u_1, u_2 分别为主、尾旋翼自动倾斜器不动环移动的位移量^[2], 其与总距角 φ 的数学关系为(如图2所示)

$$\varphi = \arctan\left(\frac{u_j}{bl_i}\right) \approx \frac{u_j}{bl_i}. \quad (2)$$

引入状态变量 $x = (z, \psi, \gamma, \dot{z}, \dot{\psi}, \dot{\gamma})^T$, 方程组(1)所示的样例直升机的三自由度动力学非线性模型可表示成如下通式:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \quad (3)$$



图1 直升机垂直试验台

Fig. 1 Helicopter vertical Testbed

表1 c_i 参数值

Table 1 c_i parameter value

c_0	7.5 kg	c_8	3.41 kg
c_1	$0.431 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	c_9	$0.601 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
c_2	$3 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	c_{10}	3.68 N
c_3	-4.143	c_{11}	$-0.153 \text{ kg} \cdot \text{m}$
c_4	$0.108 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	c_{12}	$12.01 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
c_5	$0.499 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	c_{13}	$1 \times 10^5 \text{ N}$
c_6	$-6.21 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	c_{14}	$1.21 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
c_7	-73.6 N	c_{15}	2.64 N · m

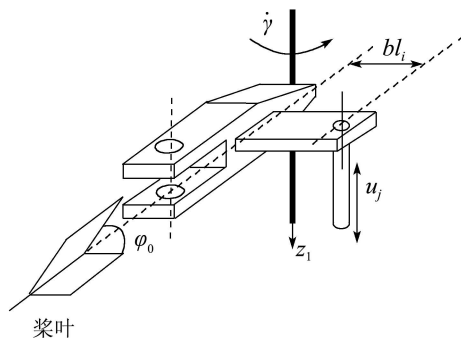


图2 自动倾斜器操纵力臂

Fig. 2 Arm of Force in Swash-plate Control

对于非线性系统, 采用状态反馈线性化非线性模型的方法比只采用一点处近似线性化数学模型的方法要精确, 设计所得到的控制律能使相应的受控对象获得较好的稳定性能和动态品质. 当一个非线性系统满足由Frobenius定理引出的状态反馈精确线性化条件时, 那么就可以将这个非线性模型在它的整个状态空间上或者状态空间的一个足够大的域中精确线性化^[3]. 针对式(1)所示的样例模型直升机动力学非线性数学模型, 计算输出函数 $h_i(x)$ 对 $g_i(x)$ 的李导数发现 $L_{g_i} h_i(x) \neq 0$, 不满足状态反馈线性化的条件, 因此, 只能根据小扰动线性化原理对非线性模型进行近似线性化. 近似的线性化模型虽然不够准确, 但该方法使用限制条件少, 并且当非线性函数在所研究的区域内没有时间断点, 并在所选择的平衡点附近没有多值关系或急骤曲折时, 完全可以用这种方法进行近似线性化.

选择 $x_1 = (\dot{z}, \dot{\psi}, \dot{\gamma})^T$ 为内回路状态变量, $x_2 = (z, \psi, \gamma)^T$ 为外回路状态变量, 对内回路进行小扰动线性化处理, 得到线性模型一般形式为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = Ax_1 + Bu, \\ y = Cx_1 + Du. \end{cases} \quad (4)$$

选定状态 $\dot{z} = c, \dot{\psi} = 0$ (c 表示常数), 对非线性方程进行配平求解, 得到模型的平衡状态为 $x = (0, 0, -124.634)^T$, $u = (-4.581 \times 10^{-5}, 0)^T$, 在该平衡状态下线性化非线性模型, 得到线性化模型矩阵分别为

$$\begin{aligned} A = [A_{ji}] &= \left[\frac{\partial}{\partial x_i} f_j(x, u, t) \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0852 \\ 0 & A_{22} & 0.0163 \\ 0 & A_{32} & -0.0648 \end{bmatrix}, \\ B = [B_{ji}] &= \left[\frac{\partial}{\partial u_i} f_j(x, u, t) \right] = \begin{bmatrix} 706 & 0 \\ -52328.29 & 591.8 \\ 208586.33 & 125.84 \end{bmatrix}, \\ C = [C_{ji}] &= \left[\frac{\partial}{\partial x_i} g_j(x, u, t) \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$D=[D_{ji}]=\left[\frac{\partial}{\partial u_i}g_j(x,u,t)\right]=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

其中 A_{22} 和 A_{32} 的取值与外回路状态变量中的旋翼方位角 γ 有关。

3 控制律设计与仿真(Control law design and simulation)

3.1 PID控制律设计与仿真(PID control law design and simulation)

PID控制律已经成为应用最为广泛的控制律设计方法^[4]。控制结构如图3所示,控制律为

$$u(t) = k_p(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + \frac{T_d de(t)}{dt}).$$

拉氏变换后的传递函数形式为

$$G(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s),$$

式中: k_p 为比例系数, T_i 为积分时间系数, T_d 为微分时间系数。

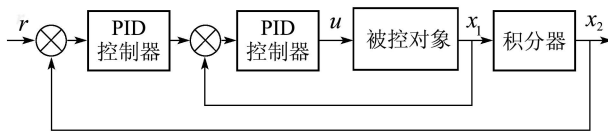


图3 PID控制的基本结构图

Fig. 3 PID control structure block diagram

针对式(4)所示的线性模型,在主旋翼旋转平面坐标的4个象限中,任取4个不同的旋翼方位角 $\gamma = 27^\circ, 136^\circ, 243^\circ, 318^\circ$,作为系统的4个全局预置点,对应 $A_{23} = -0.262, 0.275, -0.204, 0.347$ 和 $A_{32} = 0.0568, -0.0595, 0.0442, -0.0754$ 。在Simulink环境下,闭环系统垂向高度和航向角分别跟踪1m和1°的阶跃信号,整定得到的参数为垂向通道内回路 $k_p = 0.05$,外回路 $T_D = 0.01, k_p = 2$ 。航向通道内回路 $k_p = 2$,外回路 $T_D = 0.01, k_p = 5$ 。仿真结果如图4—5所示。再将整定好的PID控制器应用于模型直升机动力学非线性数学模型模型,仿真结果见图6—7。

由仿真结果可知,在任取的不同预置点上,对线性模型采用PID控制,垂向、航向通道均能准确及时地跟踪输入信号,且仿真曲线基本重合,说明线化过程引入的方位角变量,对控制律的设计没有影响。当整定好的PID控制律作用于非线性模型时,控制效果就没有那么理想了,尽管垂向通道控制器仍有很好的控制效果,但是航向通道则无法进行有效控制,很快发散。这是由于垂向高度不受内部动态方位角影响,而航向角与内部动态方位角存在较强的非线

性关系,在近似线化过程中忽略了方位角的高阶项,使得线化模型并不能完全反映原系统动力学特性,因此基于线化模型得到的航向PID控制律不能控制非线性模型的航向角,表明PID控制器鲁棒性不好。

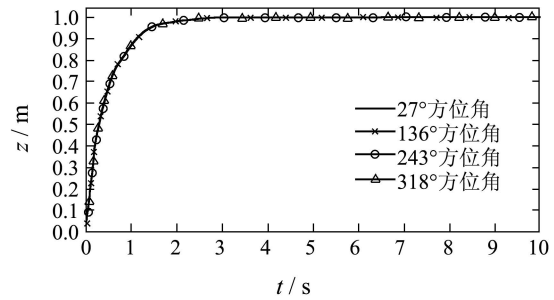


图4 线性模型垂向通道PID控制时间响应历程图

Fig. 4 Time response of vertical axis from linear model PID control

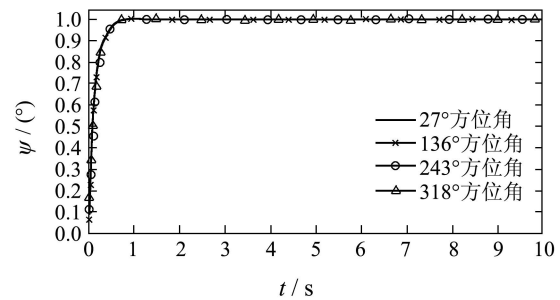


图5 线性模型航向通道PID控制时间响应历程图

Fig. 5 Time response of yaw axis from linear model PID control

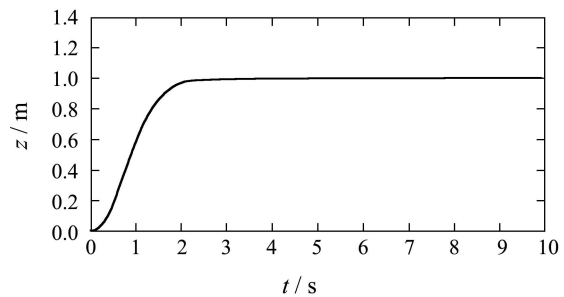


图6 非线性模型垂向通道PID控制时间响应历程图

Fig. 6 Time response of vertical axis from nonlinear model PID control

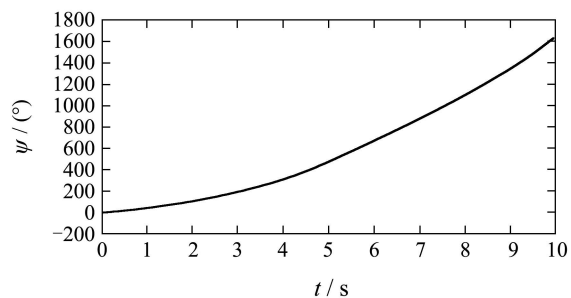


图7 非线性模型航向通道PID控制时间响应历程图

Fig. 7 Time response of yaw axis from nonlinear model PID control

3.2 backstepping控制律设计与仿真(backstepping control law design and simulation)

backstepping设计方法是将复杂非线性系统分解成不超过系统阶数的子系统, 通过引入虚控制概念, 从系统最低阶次微分方程开始, 依据Lyapunov稳定性原理设计满足各子系统要求的虚控制, 然后一直“反推”到整个系统, 最后将使各子系统镇定的虚控制律整合起来完成整个非线性系统反馈镇定控制律的设计^[5].

针对式(1)的三自由度比例模型直升机, 选取状态变量 $x_1 = (z, \psi, \gamma)$, $x_2 = (\dot{z}, \dot{\psi}, \dot{\gamma})$, 则非线性系统写成如下一般形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)w, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (5)$$

对 x_1 子系统选取Lyapunov候选函数为 $V_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$. 则 $\dot{V}_1(x_1) = x_1\dot{x}_1 = x_1x_2$. 将 x_2 看成是 x_1 子系统的虚控制^[6], 令 $x_2 = z_2 + \alpha_1(x_1)$, z_2 为引入的新的虚控制, 并选取 $\alpha_1(x_1) = -k_1x_1$, 式中 $k_1 > 0$ 为可调整的控制器参数. 这时Lyapunov候选函数的时间导数为

$$\dot{V}_1(x_1) = x_1x_2 = x_1(z_2 - k_1x_1) = x_1z_2 - k_1x_1^2.$$

对 (x_1, z_2) 子系统, 写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 = z_2 - k_1x_1, \\ \dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1(x_1). \end{cases} \quad (6)$$

选取Lyapunov候选函数为

$$V_2(x_2) = V_1(x_1) + \frac{1}{2}z_2^2, \quad (7)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x_2) &= \dot{V}_1(x_1) + z_2\dot{z}_2 = x_1z_2 - k_1x_1^2 + z_2\dot{z}_2 = \\ &= x_1z_2 - k_1x_1^2 + z_2(\dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1(x_1)) = \\ &= x_1z_2 - k_1x_1^2 + z_2(f(x_1, x_2) + \\ &+ g(x_1, x_2)w + k_1x_2). \end{aligned} \quad (8)$$

选取控制律

$$w = g^{-1}(x_1, x_2)(-f(x_1, x_2) - k_1x_2 - x_1), \quad (9)$$

代入式(8)有

$$\dot{V}_2(x_2) = -k_1x_1^2 \leq 0. \quad (10)$$

根据Lyapunov稳定性原理, 由式(7)和式(10)可知引入状态反馈的闭环系统是渐进稳定的^[7].

至此, 反馈控制律已由式(9)给出, 在MATLAB/Simulink仿真环境中, 调节控制器参数 $k_1 = 0.1$, 使垂向、航向分别跟踪1 m和1°的阶跃信号, 仿真结果如图8及图9所示.

仿真结果表明对于非线性系统被控对象, 使用backstepping方法设计的状态反馈控制律, 无论是垂

向通道, 还是航向通道均具有良好的控制效果, 能及时准确的跟踪参考输入指令信号. 仿真过程中, 根据实际物理意义限定了旋翼和尾桨自动倾斜器不动环移动范围分别为 $l_{M\max} = -0.0112$ m和 $l_{T\max} = \pm 0.005$ m, 使操纵量的大小在合理范围之内^[3]. 此外, 令模型跟踪不同的垂向、航向指令信号, 发现旋翼转速最后都收敛稳定在 $\dot{\gamma} = -124.634$ rad/s(如图10所示), 与前文直升机配平分析时得到的旋翼转速值一致, 说明在样例模型直升机飞行过程中, 其旋翼转速值应该保持一个常量, 即 $\dot{\gamma} = -124.634$ rad/s, 而这也与笔者的实际工程经验相吻合.

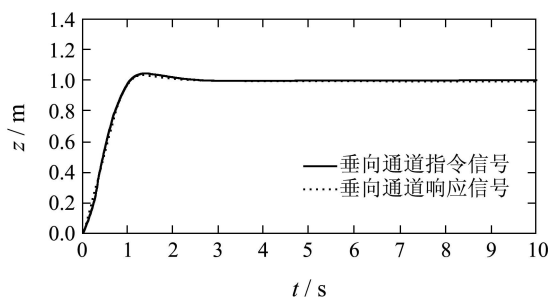


图8 垂向通道指令跟踪时间响应历程图

Fig. 8 Time response of vertical axis following command

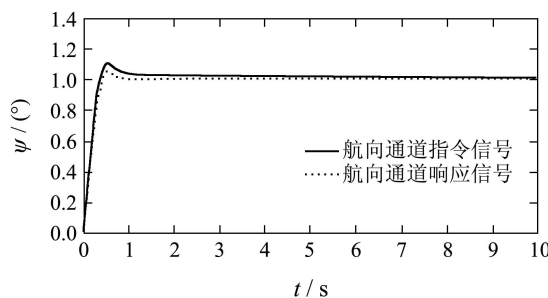


图9 航向通道指令跟踪时间响应历程图

Fig. 9 Time response of yaw axis from nonlinear model PID control

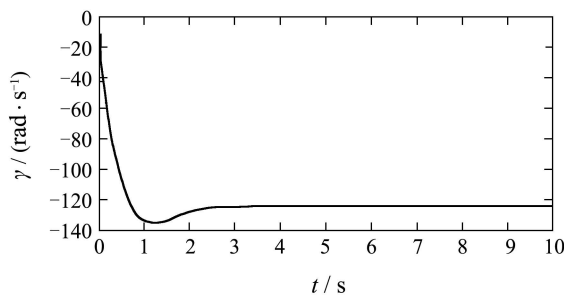


图10 旋翼转速时间历程图

Fig. 10 Time response of rotor rotation speed

4 小结(Conclusions)

本文针对安装在特殊试验台上的航模直升机, 运用拉格朗日方法建立以垂向、航向以及主桨叶方位角为状态变量的三自由度非线性动力学数学模

型.在此基础上,在平衡点处对非线性模型进行小扰动线性化,并针对线性化模型进行了PID控制律设计. MATLAB/Simulink仿真试验验证了PID控制律对线性化模型具有良好的控制效果,但对非线性模型则不能进行完全有效控制.采用backstepping方法能够实现非线性动力学模型完全有效控制,通过构造航模直升机非线性模型的李雅普诺夫候选函数,选择控制参数确保李雅普诺夫候选函数负定,使用递归方法可实现航模直升机非线性控制律设计,仿真试验结果表明,该控制律完全能够使航模直升机很好的实现垂向和航向指令响应跟踪.在下一步研究工作中,将实现航模直升机实物试验验证.

参考文献References):

- [1] 尹协文, 徐锦法. 小型无人直升机动力学建模与控制律设计 [C] //第26届全国直升机年会. [S.l]: [S.n.], 2010: 518 – 522.
(YIN Xiewen, XU Jinfu. Dynamics modeling and control law design for small unmanned helicopter [C] //The Chinese Helicopter Society the 26th Annual Forum. [S.l]: [S.n.], 2010, 8: 518 – 522.)
- [2] 高正, 陈仁良. 直升机飞行动力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
(GAO Zheng, CHEN Renliang. Helicopter Flight Dynamics [M].

Beijing: Science Press, 2003.)

- [3] KRISTIC M, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: Wiley, 1995.
- [4] HU Shousong. *Principles of Automatic Control* [M]. Beijing: Science Press, 2002.
- [5] JIAO Xiaohong, GUAN Xinping. *Nonlinear System Analysis and Design* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008.
- [6] FARRELL J, SHARMA M, POLYCARPOU M. Backstepping based flighted control with adaptive function approximation [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, 28(6): 1089 – 1102.
- [7] SONNEVELDT L, MULDER Q P J A. Nonlinear flight control design using constrained adaptive Backstepping [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2007, 30(2): 322 – 336.

作者简介:

于明清 (1965–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为导航制导与控制, E-mail: xyymq@yahoo.com.cn;

徐锦法 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为直升机飞行控制与导航, E-mail: xjfae@nuaa.edu.cn;

刘建业 (1957–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为惯性技术和组合导航, E-mail: ljyac@nuaa.edu.cn.