

连续系统的基于状态重置的动态量化反馈控制器

鲁仁全¹, 吴芳¹, 薛安克¹

(1. 杭州电子科技大学 信息与控制研究所, 浙江 杭州 310018)

摘要: 数据量化是网络控制系统解决带宽有限问题的主要解决方法. 但是量化数据时可能产生的量化跳变又对系统的可靠性产生影响. 本文主要针对如何抑制量化跳变对系统的影响的问题, 研究了一种基于状态重置的动态量化反馈控制器. 首先设计了状态重置观测器使发生量化跳变的系统可靠性不变. 然后基于状态重置后的特性, 结合概率论和随机过程, 得到一种动态量化反馈控制器. 并进一步验证基于状态重置的动态量化反馈控制系统是渐近稳定的. 而且通过MATLAB/LMI工具箱, 还能得到控制器增益. 最后根据数值仿真例子, 验证了所提出的基于状态重置的动态量化反馈控制的算法是行之有效的.

关键词: 对数量化器; 状态重置观测器; 概率论; 随机过程

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

A Reset Quantized State Controller for Linear Systems

LU Renquan¹, WU Fang¹, XUE Anke¹

(1. Institute of School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Zhejiang Hangzhou 310018, China)

Abstract: The quantitative data plays an important role to deal with network control system with limited bandwidth communication channels. Unavoidably, there exists the phenomenon of quantitative data jumping when the data is quantized in the segment. In this paper, we present the approach of controller design to suppress the jumped quantitative data effects. Firstly, a reset state observer based on the standard quantizer is introduced to guaranteed the performance of the closed loop control systems when the quantized jumping occurs in the segment. Secondly, combing the probability theory and stochastic process with character of reset quantized state, a reset quantized state controller is introduced to improve the performance of the system, which leads to the fact that the reset system is still asymptotically stable. Furthermore, the controller gain can be obtained by solving a class of convex linear matrix inequalities. Finally, a numerical example to be illustrated the effectiveness of the proposed approach.

Key words: logarithmic quantization; a reset quantized observer; probability theory; stochastic

1 引言(Introduction)

随着网络技术的不断发展, 出现了网络控制系统. 所谓网络控制系统是由控制器, 被控对象, 传感器和执行器构成并通过网络连接起来的一个反馈系统 [1]. 针对网络控制系统信道有限的问题, 量化器应运而生 [2]. Shannon 提出失真率的概念 [3], 促进了量化器发展. 但是在反馈控制系统中引进量化解决宽带有限的同时, 量化也破坏了系统的可靠性. 卡尔曼最早指出量化反馈控制系统可能出现混沌现象 [4]. 因此, 针对怎样降低量化误差的研究越来越广泛. Widrow 发现量化本身的非线性特性 [5]. 这些理论指导现在的研究者把量化问题抽象为一种不确定的或者非线性的问题.

根据结构不同, 量化器可分为线性量化器和对数量化器; 根据设计技术不同, 量化器又可分为静态量化器和动态量化器. 线性量化器又称均有量化器, 其

特点是量化器的量化步长都是相等的 [6] [7]. [8] 研究了离散时不变系统的量化稳定问题. [9] 证明了离散单输入单输出线性时不变系统里的最优量化器是对数量化器. 由于对数量化器具有密度小的优点. [10] 用上行界的方法也得到离散线性时不变系统的最优量化器是对数量化器, 并证实对数量化器不仅适用单输入单输出的系统而且适用于多输入多输出的系统. 动态量化器可以通过输入来调节量化器的量化步长. [11] 提出动态反馈控制系统中对数量化器的最优步长. 但是 [10] 显示动态量化器具有实际处理复杂的弊端.

系统中引进的量化器可以看做是一个分段函数. 而当连续信号在分段边界时, 由于无法准确认定量化值而产生的误差, 我们称为量化跳变误差. 为了解决量化跳变误差, 我们引进状态重置观测器来重新估计量化后的系统状态. [12] 证明了用状态重置的

状态观测器可以改进系统的状态估计.

本文研究了连续系统的基于状态重置的动态量化反馈控制器. 根据 [12] 提出的重要结论, 在系统中引入状态重置观测器. 该状态重置观测器针对量化跳变可能产生的量化过估计或者低估的状态, 分别重置了系统的状态. 在此基础上设计的控制器会出现问题: 一个控制器无法同时控制两种状态; 如果设计两个控制器, 我们又无法估计何时用何种控制器. 针对这个问题, 本文引入概率论和随机过程, 通过分析量化器跳变过程中出现的过估计, 低估和正确估计各自的概率, 把不同情况的重置状态汇总为一个函数. 这样我们即可以通过一个控制器控制状态重置后的系统. 最后 Matlab 仿真, 证实了我们所提出的基于状态重置的动态量化反馈控制器能够更好的抑制量化误差.

2 问题描述(Problem Statement)

系统模型如图1: 首先系统对象的观察输出 $y(t)$ 通过量化器量化成信号 $y_q(t)$. 然后 $y_q(t)$ 通过状态重置观测器输出重置信号 $\hat{y}(t)$, 接着 $\hat{y}(t)$ 通过控制器产生控制信号 $u(t)$, 最终由控制信号 $u(t)$ 对系统对象进行调节控制.

考虑如下线性时不变动态系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), & x(0) = x_0 \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $x(t) \in \mathcal{R}^n$ 为状态向量, $u(t) \in \mathcal{R}^m$ 为控制输入向量, $y(t) \in \mathcal{R}$ 为测量输出向量, A, B, C 分别为适当维数的常数矩阵. 并且 (A, C) 是可观测对.

量化器的描述如下:

$$y_q(t) = Q(y(t)) \quad (2)$$

对称函数 $Q(\cdot)$ 代表量化器, 具有性质 $Q(-y(t)) = -Q(y(t))$. 在这篇文章中, 我们感兴趣的是静态对数量化器, 静态对数量化器的量化步长集合可以描述如下:

$$\mathcal{V} = \{\mu_i = \rho^i \mu_0 : i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{0\}, \quad \mu_0 > 0 \quad (3)$$

其中 $\rho \in (0, 1)$ 代表量化密度. ρ 值小的话就代表量化的粗略, ρ 值大的话就代表量化的精密. 并且每一个步长 μ_i 对应一个区间, 而这些区间构成实数域, 即表示这些步长的交集为空集, 且它们的并集构成整个实数域 \mathcal{R} .

下面是对数量化器的函数表达式:

$$Q(y) = \begin{cases} \rho^i \mu_0 & \text{如果 } \frac{\rho^i \mu_0}{1 + \delta} < y \leq \frac{\rho^i \mu_0}{1 - \delta} \\ 0 & \text{如果 } y = 0 \\ -Q(-y) & \text{如果 } y < 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\delta = \frac{1 - \rho}{1 + \rho}. \quad (5)$$

$$Q(y(t)) = (1 + \Delta(t))y(t) \quad (6)$$

Δ 表示量化误差. [13] 把 Δ 看成在 $[-\delta, \delta]$ 扇形区间约束的不确定量.

3 状态重置观测器(Reset quantized estimator)

下面引入状态重置观测器:

第一种情况:

$$t_1 : y_q(t_1) \neq y_q(t_1^-) \quad (7)$$

其中 t_1 表示量化器的输出跳变的时刻. 由公式知, t_1 时刻的跳变量 $y_q(t_1)$ 不与临近的量化值 $y_q(t_1^-)$ 相等. 即此刻没有跳变到临近的量化值上. 也就表示此刻量化没有发生跳变.

这时状态重置为

$$\hat{x}(t_1) = \hat{x}(t_1^-) - H[\hat{y}(t_1^-) - \frac{1}{2}(\frac{y_q(t_1^-)}{1 + \delta} + \frac{y_q(t_1)}{1 - \delta})] \quad (8)$$

其中正交投影矩阵 $H \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ [14]

$$H = R^{-1}C^T(CR^{-1}C^T)^{-1} \quad (9)$$

并且 $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是来自下面李雅普诺夫函数的正定矩阵(*i.e.* $R > 0$).

$$V(t) = x(t)^T P x(t) + e(t)^T R e(t) \quad (10)$$

因为没发生跳变可知

$$y(t_1) = \frac{y_q(t_1^-)}{1 + \delta}, \quad y(t_1) = \frac{y_q(t_1)}{1 - \delta} \quad (11)$$

把(11)代入(8), 再通过一些简单的计算可得

$$\hat{y}(t_1) = C\hat{x}(t_1) = y(t_1) \quad (12)$$

第二种情况:

$$t_2 : \hat{y}_q(t_2^-) > \frac{y_q(t_2)}{1 - \delta} \quad (13)$$

其中 t_2 表示量化器的输出量从一个步长跳变到另一个步长的时刻. 由公式知, t_2 时刻的输出量 $\hat{y}_q(t_2^-)$ 大于原本应该量化的值 $y_q(t_2)$ 的上界值. 即此刻发生了过估计.

这时观测器的状态重置为

$$\hat{x}(t_2) = \hat{x}(t_2^-) - H[\hat{y}(t_2^-) - \frac{y_q(t_2)}{1 - \delta}] \quad (14)$$

考虑(9)和(14)得

$$\hat{y}(t_2) = C\hat{x}(t_2) = \frac{y_q(t_2)}{1 - \delta} \quad (15)$$

第三种情况:

$$t_3 : \hat{y}(t_3^-) > \frac{y_q(t_3)}{1 + \delta} \quad (16)$$

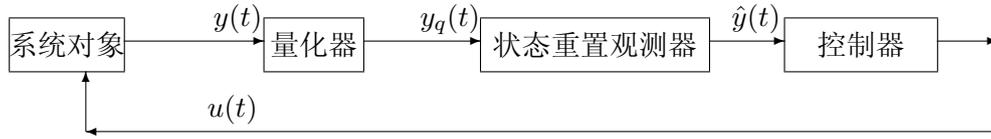


图 1 动态量化反馈控制模型

其中 t_3 表示量化器的输出量从一个步长跳变到另一个步长的时刻. 由公式知, t_3 时刻的输出量 $\hat{y}_q(t_3)$ 小于原本应该量化的值 $y_q(t_3)$ 的下界值. 即此刻发生了低估计.

这时估计器的状态重置为

$$\hat{x}(t_3) = \hat{x}(t_3^-) - H[\hat{y}(t_3^-) - \frac{y_q(t_3)}{1+\delta}] \quad (17)$$

把(9)代入(17)得

$$\hat{y}(t_3) = C\hat{x}(t_3) = \frac{y_q(t_3)}{1+\delta} \quad (18)$$

为了确定基于状态重置的闭环系统是稳定性和可控的. 定义估计误差

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (19)$$

根据上述相关方程可得三种情况的估计误差分别如下:

$$\begin{aligned} e(t_1) &= (I - HC)e(t_1^-) \\ t_1: \quad &y_q(t_1) \neq y_q(t_1^-) \\ e(t_2) &= (I - HC)e(t_2^-) + H(y(t_2) - \frac{y_q}{1-\delta}) \\ t_2: \quad &\hat{y}(t_2^-) - y_q > \frac{\delta}{1-\delta}y_q \\ e(t_3) &= (I - HC)e(t_3^-) + H(y(t_3) - \frac{y_q}{1+\delta}) \\ t_3: \quad &y_q - \hat{y}(t_3^-) > \frac{\delta}{1+\delta}y_q \end{aligned} \quad (20)$$

为了证明闭环系统是稳定的, 我们先要证明在基于状态重置的三种量化状态情况下, 李雅普诺夫函数是非增的, 即 $t \in \{t_1, t_2, t_3\}$, 则 $V(t) - V(t^-) \leq 0$.

首先, 考虑 $t \in \{t_1\}$ 的情况

$$\begin{aligned} &V(x(t_1)) - V(x(t_1^-)) \\ &= x^T(t_1)Px(t_1) + e^T(t_1)Re(t_1) \\ &\quad - x^T(t_1^-)Px(t_1^-) - e^T(t_1^-)Re(t_1^-) \\ &= e^T(t_1^-)[(I - HC)^T R(I - HC) - R]e(t_1^-) \\ &= -e^T(t_1^-)[C^T(CR^{-1}C^T)^{-1}C]e(t_1^-) \leq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

然后, 我们讨论 $t \in \{t_2\}$ 的情况

$$\begin{aligned} &V(x(t_2)) - V(x(t_2^-)) \\ &= x^T(t_2)Px(t_2) + e^T(t_2)Re(t_2) \\ &\quad - x^T(t_2^-)Px(t_2^-) - e^T(t_2^-)Re(t_2^-) \\ &= e^T(t_2^-)[(I - HC)^T R(I - HC) - R]e(t_2^-) + \\ &\quad [y(t_2^-) - \frac{y_q}{1-\delta}]^T H^T R H [y(t_2^-) - \frac{y_q}{1-\delta}] \\ &= -(CR^{-1}C^T)^{-1}[(y(t_2) - \hat{y}(t_2^-))^2 \\ &\quad - (y(t_2) - \frac{y_q}{1-\delta})^2] \\ &= -(CR^{-1}C^T)^{-1}[\hat{y}(t_2^-) - \frac{y_q}{1-\delta}] \\ &\quad \times [\hat{y}(t_2^-) + \frac{y_q}{1-\delta} - 2y(t)] \end{aligned} \quad (22)$$

从定义(13)可知 $\hat{y}(t_2^-) - \frac{y_q}{1-\delta} > 0$ 和 $\hat{y}(t_2^-) - y(t) > 0$, 再由量化器的定义有 $\frac{y_q}{1-\delta} - y(t) \geq 0$, 所以可得 $V(x(t_2)) - V(x(t_2^-)) \leq 0$.

最后, 考虑 $t \in \{t_3\}$ 的情况

$$\begin{aligned} &V(x(t_3)) - V(x(t_3^-)) \\ &= x^T(t_3)Px(t_3) + e^T(t_3)Re(t_3) \\ &\quad - x^T(t_3^-)Px(t_3^-) - e^T(t_3^-)Re(t_3^-) \\ &= e^T(t_3^-)[(I - HC)^T R(I - HC) - R]e(t_3^-) \\ &\quad + [y(t_3^-) - \frac{y_q}{1+\delta}]^T H^T R H [y(t_3^-) - \frac{y_q}{1+\delta}] \\ &= -(CR^{-1}C^T)^{-1}[(y(t_3) - \hat{y}(t_3^-))^2 - (y(t_3) \\ &\quad - \frac{y_q}{1+\delta})^2] \\ &= -(CR^{-1}C^T)^{-1}[\hat{y}(t_3^-) - \frac{y_q}{1+\delta}] \\ &\quad \times [\hat{y}(t_3^-) + \frac{y_q}{1+\delta} - 2y(t)] \end{aligned} \quad (23)$$

由定义(16)得 $\hat{y}(t_3^-) - \frac{y_q}{1+\delta} \leq 0$ 和 $\hat{y}(t_3^-) - y(t) < 0$, 再考虑量化器的定义可得 $\frac{y_q}{1+\delta} - y(t) \leq 0$, 所以 $V(x(t_3)) - V(x(t_3^-)) \leq 0$.

4 控制器(controller)

状态重置观测器和标准观测器的区别是, 在三种特殊的情况下前者可更新观测器的信息, 从而有效

的抑制了出现过估计和低估计导致的系统可靠性问题. 于此同时, 这也为控制器设置了一个难题. 即一个控制器无法同时控制多个状态, 而多个控制器分别控制三种状态又不清楚何时采用哪种控制器控制相应状态.

针对三种随机状态, 我们引入随机系统和概率论的方法去解决上述的难题. 由此得到下面的方程

$$\hat{y}(t) = (1 - \theta_t) \frac{y_q(t)}{1 - \delta} + \theta_t \frac{y_q(t)}{1 + \delta} \quad (24)$$

随机变量 $\theta_t \in \mathcal{R}$ 是取值为“0”或者“1”的贝努力分布, 当量化器量化后的值发生低估时, 则 $\theta_t = 1$; 否则 $\theta_t = 0$. 即发生了过估计或者未跳变.

$$\begin{cases} \text{Prob}\{\theta_t = 1\} \equiv \mathcal{E}\{\theta_t\} = \theta \\ \text{Prob}\{\theta_t = 0\} \equiv \mathcal{E}\{1 - \theta_t\} = 1 - \theta \end{cases} \quad (25)$$

其中 $\theta \in [0, 1]$ 是已知常数. 这里 θ 的获取依靠大量实验的概率统计. 主要思想就是统计量化跳变这种随机过程发生的频率, 利用概率论得到我们需要的低估计的概率.

下面是我们设计的控制器

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + Bu(t) + \hat{B}\hat{y}(t), \tilde{x}(0) = 0 \\ u(t) = -K\tilde{x}(t) \end{cases} \quad (26)$$

其中 $\tilde{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ 是观测器的状态, $\hat{y}(t) \in \mathbb{R}$ 是状态重置观测器的输出, $\hat{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 是状态重置观测器的增益, $K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ 是控制器的增益.

为了证明的需要, 定义系统的估计误差

$$\tilde{e}(t) = x(t) - \tilde{x}(t) \quad (27)$$

可推导得到

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \frac{2\delta\theta_t - 1 - \delta}{1 - \delta^2} \hat{B}(1 + \Delta(t))Cx(t) + A\tilde{e}(t) \quad (28)$$

从而得到了闭环系统稳定的充分条件

定理 1 给定量化器的密度 $\rho > 0$, 如果存在矩阵 $P > 0, R > 0, K$ 和 \hat{B} 满足下面的矩阵不等式, 则所设计的系统是渐进稳定的.

$$\begin{bmatrix} \Theta_1 & * \\ \Theta_2 & RA + A^T R \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= PA + A^T P - PBK - K^T B^T P \\ \Theta_2 &= K^T B^T P + \frac{2\delta\theta - \delta - 1}{1 - \delta^2} R\hat{B}(1 + \Delta(t))C \end{aligned} \quad (30)$$

证明: 已知

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\tilde{e}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ \frac{2\delta\theta_t - \delta - 1}{1 - \delta^2} \hat{B}(1 + \Delta(t))C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{e}(t) \end{bmatrix} \quad (31)$$

和李雅普诺夫函数的正定矩阵

$$V(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{e}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{e}(t) \end{bmatrix} \quad (32)$$

经过计算得

$$\xi[\dot{V}(t)] = \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{e}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Theta_1 & * \\ \Theta_2 & RA + A^T R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{e}(t) \end{bmatrix} \quad (33)$$

由于式(31)含有不确定项 $\Delta(t)$, 所以控制器参数不能通过Matlab/LMI工具箱直接得到. 为了解决不确定问题, 我们引入下面的定理和引理.

引理 1 [15]给出恰当维数的矩阵 $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ 且 $\Sigma_1^T = \Sigma_1$, 那么对于任意 $\Delta(t)$ 满足不等式 $\Delta^T(t)\Delta(t) \leq I$ 并且满足不等式

$$\Sigma_1 + \Sigma_3\Delta(t)\Sigma_2 + \Sigma_2^T\Delta^T(t)\Sigma_3^T < 0 \quad (34)$$

则存在某一个 $\varepsilon > 0$ 使得下式成立.

$$\Sigma_1 + \varepsilon^{-1}\Sigma_3\Sigma_3^T + \varepsilon\Sigma_2^T\Sigma_2 < 0 \quad (35)$$

假设 1 矩阵 B 是列满秩的, 即 $\text{rank}(B) = m$. 存在正交矩阵 $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $V \in \mathbb{R}$ 满足

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix} = UB V \quad (36)$$

其中 $\sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m\}$, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$ 是矩阵 B 的非零奇异值.

假设 2 矩阵 P 是实对称矩阵的充分必要条件是存在正交矩阵 $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 使得

$$P = U^T \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} U \quad (37)$$

其中 $P_{11} \in \mathbb{R}^{m \times m} > 0, P_{22} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$.

定理 2 [16]对于满秩矩阵 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 和实对称矩阵 P , 存在非奇异矩阵 $P_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 满足 $BP_1 = PB$. 根据引理1, (27)式可以写成

$$\Sigma_1 + \Sigma_3 \frac{\Delta(t)}{1 - \delta^2} \Sigma_2 + \Sigma_2^T \frac{\Delta^T(t)}{1 - \delta^2} \Sigma_3^T < 0 \quad (38)$$

其中

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= \begin{bmatrix} \Theta_1 & * \\ \Theta_{21} & RA + A^T R \end{bmatrix}, \Sigma_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ (2\delta\theta - \delta - 1)R\hat{B} \end{bmatrix} \\ \Sigma_2 &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}, \Theta_{21} = K^T B^T P + \frac{2\delta\theta - \delta - 1}{1 - \delta^2} R\hat{B}C \end{aligned} \quad (39)$$

从而可以找到某个 $\varepsilon > 0$ 使得(36)等价于如下不等式

$$\begin{bmatrix} \Theta_1 & * & * & * \\ \Theta_{21} & RA + A^T R & * & * \\ 0 & -(2\delta\theta - \delta - 1)(R\hat{B})^T & -\varepsilon I & * \\ -\varepsilon C & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (40)$$

通过假设和定理2, 可以找到一个存在的矩阵 P_1 使得 $PB = BP_1$. 再根据对下式的计算

$$U^T \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} UU^T \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix} V^T = U^T \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix} V^T P_1 \quad (41)$$

得到 $P_1 = (V^T)^{-1} \sigma^{-1} P_{11} \sigma V^T$. 设 $P_1 K = M$ 和 $R \hat{B} = N$, 并把 M, N 代入(38)则得到

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & * & * & * \\ \Omega_2 & RA + A^T R & * & * \\ 0 & -(2\delta\theta - \delta - 1)N^T & -\varepsilon I & * \\ -\varepsilon C & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (42)$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= PA + A^T P - BM - M^T B^T \\ \Omega_2 &= M^T B^T + \frac{2\delta\theta - \delta - 1}{1 - \delta^2} NC \\ K &= V^{-T} \sigma^{-1} P_{11}^{-1} \sigma V^T M, \hat{B} = R^{-1} N \end{aligned} \quad (43)$$

我们得到了与定理1中的(27)式等价的不等式(40). 所以只要验证存在矩阵 $M, N, P > 0, R > 0$ 和正有理数 ε 满足(40)式, 则我们所设计的系统就是渐进稳定的.

5 数值例子(Numerical Examples)

设系统参数为

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0.3 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

设

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0.3565 \\ 0.4662 \\ 0.2356 \end{bmatrix} \quad (45)$$

为了使系统满足稳定的工作环境, 我们可以得到在量化密度 $\rho = 0.5$, 丢包概率 $\theta = 0.3568$ 下的观测器增益和控制器增益分别如下

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 0.55 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.11 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

根据上面已知的数据, 我们接下来分别分析不考虑状态重置的网络控制系统和考虑重置的网络控制系统. 通过下面几个仿真图的比较, 我们能发现图2的输出值主要集中在0.2附近的数值. 图4量化后的输出值范围扩大到从0到0.4之间. 对比图3和图2很明显由于量化跳变的影响, 系统的可靠性发生变化. 观察图4状态重置后的输出值则主要集中在0到0.2之

间. 对比图3明显发现图4的量化范围缩小, 且量化输出值与真实输出值的差距不断缩小, 呈现出量化值逐渐逼近真实值的状态. 最后通过状态重置的估计误差图5, 能够证明所设计的控制器对系统误差的控制满足系统稳定性的要求.

6 插图(Figures)

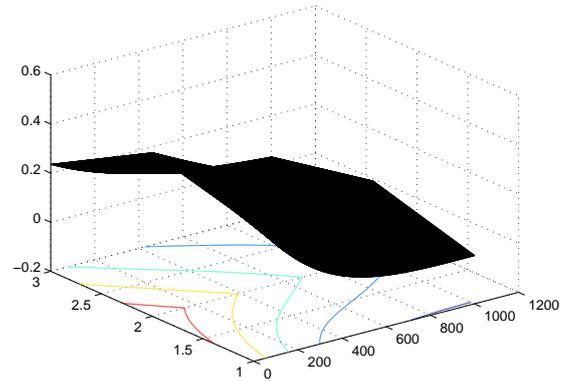


图2 理想SO系统的输出

Fig. 2 ideal system output

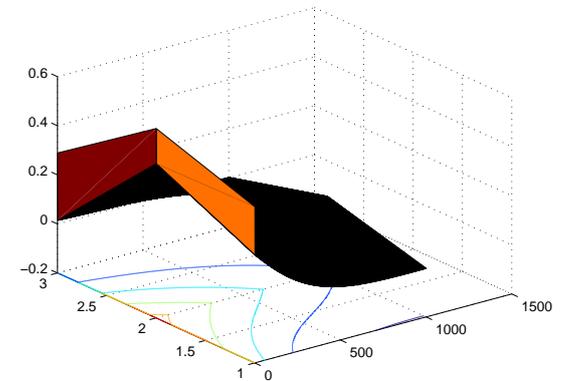


图3 SOC系统的输出

Fig. 3 system output control

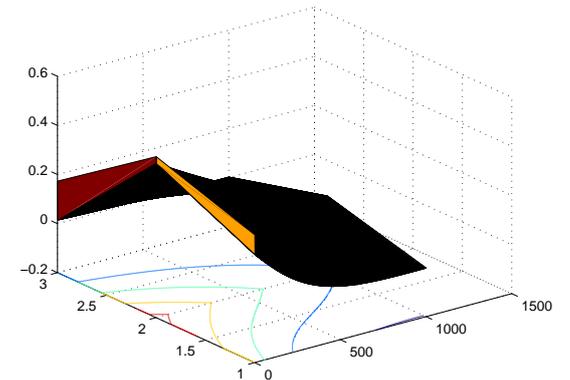


图4 RSOC系统的输出

Fig. 4 reset system output control

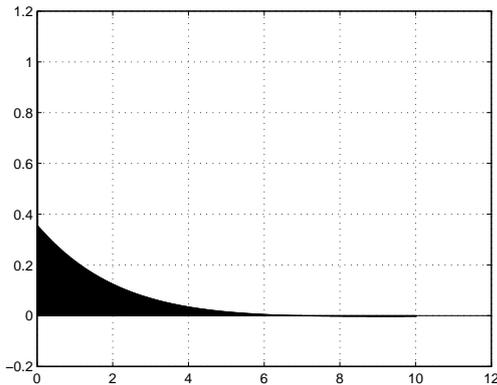


图5 RSOC的估计误差

Fig. 5 estimate error of reset system output control

7 结论

本文研究了连续系统里基于状态重置的动态量化反馈控制问题. 为了解决对数量化器的量化跳变对系统可靠性的影响, 提出重置量化状态. 我们引入状态重置观测器并根据李雅普诺夫方法得到这种状态重置过程是非减的. 在状态重置观测器的基础上, 结合概率论, 随机过程, 统计学等理论分析量化跳变这种随机行为的规律. 在此基础上设计出动态量化反馈控制器, 并能使系统满足渐进稳定. 而且通过MATLAB/LMI工具箱, 我们还能得到控制器增益. 通过数值仿真三维图, 验证了所提出的重置量化状态控制器的方法是可行的.

参考文献(References):

- [1] G. C. Walsh, H. Ye and L. Bushnell. Stability analysis of networked control systems[C], Proceedings of the 1999 American Control Conference. New York: IEEE, 1999,4:2876-2880.
- [2] B. M. Oliver, J. Pieve and C. E. Shannon. The philosophy of PCM [M]. Proc. IRE. 1948,36: 1324-1331.
- [3] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication [J]. Bell System Technical Journal. 1948,27(8):379-423.
- [4] R. E. Kalman, Nonlinear aspects of sampled-data control systems[C], Proceeding of Symposium on Nonlinear Circuit Theory. New York: IEEE, 1956,VII.
- [5] B. Widrow, I. Kollar and M. Liu. Statistical [J]. Bell System Technical Journal. 1948,27(8):466-472.
- [6] H. Gao and T. Chen. A new approach to quantized feedback control systems[J]. Automatica, 2008,44(2):534-542
- [7] W. S. Wang and R. W. Brockett. Systems with finite communication bandwidth constraints-II: Stabilization with limited information feedback[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1999,44(5):1049-1053.

- [8] D. F. Delchamps. Stabilizing a linear system with quantized state feedback[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1990,35(8):916-924.
- [9] N. Elia and S. Mitter. Stabilization of linear systems with limited information[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2001,46(9):1384-1400.
- [10] M. Fu and L. Xie. The sector bound approach to quantized feedback control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2005,50(11):1698-1711.
- [11] M. Fu and L. Xie. Finite-level quantized feedback control for linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2009,54(5):1165-1170.
- [12] J. C. Zheng and M. Fu. A reset state estimator for linear systems to suppress sensor quantization effects[C]. 17th World Congress, International Federation of Automatic control. New York: IEEE, 2008:9254-9259.
- [13] M. Fu and L. Xie. The sector bound approach to quantized feedback control systems [J]. Systems and Control Letters, 1989,13(11):365-372.
- [14] J. Sur and B. Paden. State observer for linear time invariant systems with quantized output [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1998, 120(5): 423-426.
- [15] L. Xie. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. International Journal of Control. 1996,63(4):741-750.
- [16] D. Ho and G. Lu. Robust stabilization for a class of discrete-time non-linear systems via output feedback: The unified LMI approach [J]. International Journal of Control. 2003,76(2):105-115.

附录 附录标题(Appendix Title of appendix)

附录内容.

作者简介:

鲁仁全 男, 1971年7月出生, 博士后, 杭州电子科技大学自动化学院教授, 硕士生导师, 中国自动化学会会员, IEEE会员. 主要研究方向: 网络控制理论和应用研究, 信号处理, 奇异系统, 量化反馈系统的鲁棒控制, 非线性控制, 先进控制理论及应用. 2010年获得教育部新世纪优秀人才计划. E-mail: rqlu@hdu.edu.cn;

吴芳 女, 硕士生, 杭州电子科技大学自动化学院控制理论与控制工程专业. 主要研究方向: 网络控制系统理论研究, 基于状态重置的动态量化反馈系统研究. E-mail: 56wufang61@163.com.cn;

薛安克 男, 博士, 教授, 博士生导师, 杭州电子科技大学校长, 信息与控制研究所所长. 浙江省“控制科学与工程”重中之重学科基地负责人, 浙江省重点科技创新团队负责人. 主要从事方向: 鲁棒控制, 优化调度, 信息融合等方面的基础理论与工程应用研究. 浙江省新世纪151人才重点资助人员, 浙江省高校中青年学科带头人, 浙江省有突出贡献中青年专家, 浙江省优秀博士后. Email: akxue@hdu.edu.cn.