文章编号: 1000−8152(2012)06−0817−07

基于视觉伺服非完整移动机器人的有限时间饱和镇定

陈 华[1,2], 王朝立[1], 杨 芳[1], 许维东[1]

(1. 上海理工大学 控制科学与工程系, 上海 200093; 2. 河海大学 数理部, 江苏 常州 213022)

摘要: 对视觉伺服反馈的一类非完整移动机器人, 提出在视觉参数不确定下的有限时间饱和镇定问题. 运用多步控制策略和有限时间稳定性理论, 设计分段连续的饱和控制律使得闭环系统的状态在有限时间内收敛到平衡点. 仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: 视觉伺服; 非完整移动机器人; 有限时间镇定; 输入饱和

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Finite-time saturated stabilization of nonholonomic mobile robots based on visual servoing

CHEN Hua[1,2], WANG Chao-li[1], YANG Fang[1], XU Wei-dong[1]

(1. Control Science and Engineering Department, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
2. Mathematics and Physics Department, Hohai University, Changzhou Jiangsu 213022, China)

Abstract: The saturated finite-time stabilization problem is considered in this paper for a class of nonholonomic mobile robots based on visual servoing with uncertain camera parameters. By applying the multi-step control strategy and the theory of finite-time stability, a piecewise continuous and saturated control law is presented, which can stabilize the closed-loop system to the origin equilibrium point in a finite time. Finally, the simulation results show the effectiveness of the proposed control design approach.

Key words: visual servoing; nonholonomic mobile robots; finite-time stabilization; inputs saturation

1 引言(Introduction)

Brockett[1]曾指出非完整系统不能被连续的状态反馈律镇定到平衡点. 为克服这个困难, 一些复杂的设计方法诸如不连续的控制律[2–4]、连续的时变控制律[5–7]、混合控制律[8]、最优控制律[9–11]等被先后给出. 然而, 这些控制律没有考虑到物理输入量最大值的限制.

非完整系统的饱和控制问题已经引起一些学者的关注. 文献[12]讨论了非完整链式系统输入有界的镇定问题, 把系统的状态空间分成两个区域设计以避免传统的控制律在奇异点处超出给定的界限, 得到相应的闭环系统指数收敛. 文献[13]中, 针对一类非完整移动机器人运动学系统, 给出了连续时变且光滑的饱和镇定控制律和跟踪控制律. 文献[14–15]直接基于系统模型, 运用多步控制策略解决了两类非完整轮式移动机器人饱和镇定问题. 但是, 这些研究都是在系统模型精确确定的情形下的饱和控制设计, 且没有讨论有限时间镇定问题.

对非完整系统有限时间镇定或有限时间跟踪问题的研究也已经有了不少的结果. 比如, 文献[16]研究了一类含有不确定参数及外部扰动的非完整链式系统有限时间镇定问题. 对一类非完整移动小车运动学模型, 文献[17]则研究了其有限时间轨迹跟踪控制问题. 此外, 文献[18]解决了一类扩展的非完整链式系统的有限时间跟踪控制设计问题. 但是, 同时考虑在输入饱和约束下以及有限时间内的镇定问题至今还没有任何研究.

近来, 由于计算机计算能力的快速增强以及机器视觉研究的迅速发展, 基于视觉伺服反馈的非完整系统控制问题也得到了广泛应用[19–23]. 其中, 文献[22]研究含有未知摄像机参数视觉反馈下的一类非完整机器人运动学的鲁棒镇定问题. 文献[19–20, 23]把力或力矩作为新的控制输入, 考虑了相应的动态反馈下的鲁棒调节、鲁棒镇定和跟踪控制问题. 文献[21]讨论了视觉反馈模型的非完整机器人动力学镇定问题, 给出一个自适应连续型滑模控制

收稿日期: 2011−06−18; 收修改稿日期: 2011−12−27.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874002); 上海市重点学科资助项目(S30501); 河海大学中央高校基本科研业务费资助项目(2010B23514); 浙江省教育厅资助项目(Y201016188).

器, 消除传统的滑模技术引起的"抖振"现象. 但这些研究都没有考虑到有限时间镇定以及输入量有界的实际约束问题.

本文针对含不确定摄像机参数视觉反馈下的一类非完整移动机器人运动学系统, 设计饱和的有限时间镇定器, 使得机器人位姿状态在某个有限时间内收敛到平衡点. 主要贡献及创新点有两个方面: 第一, 在不确定视觉反馈的非完整机器人控制方面, 首次提出有限时间饱和镇定问题, 提高了控制器设计的实用性能. 第二, 跟已有的一些非完整机器人视觉反馈控制[19–23]相比较, 假设条件更为宽松: 之前的研究都是基于假设摄像机视觉参数θ_0已知, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$未知($\theta_0, \alpha_1, \alpha_2$具体含义详见下文); 而本文只假设$\theta_0$已知, α_1, α_2未知.

2 问题的提出(Problem statement)

Campion[24]把非完整轮式移动机器人分为(2, 0), (2, 1), (1, 1)和(1, 2)型共4类. 这里, 本文仅讨论(2, 0)型机器人如图1所示. 其中, 两个固定的后轮由独立的马达驱动, 前面一个是可以任意改变方向的脚轮.

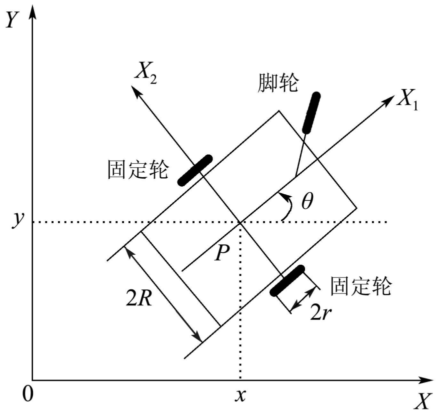

图 1 (2,0)型机器人

Fig. 1 Type (2,0) robot

用(x, y)表示质心P的坐标, θ表示X和X_1轴之间的角度(按逆时针方向). 假设机器人的几何中心和质心相同, 那么, 这类机器人运动学方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = \nu\cos\theta, \\ \dot{y} = \nu\sin\theta, \\ \dot{\theta} = \omega, \end{cases} \tag{1}$$

其中ν和ω分别表示机器人行进方向的速度和角速度.

视觉反馈环境下的非完整机器人如图2所示, 一个针孔摄像机固定安装在天花板上, 图1中所描述的机器人在这个摄像机下运动, 摄像机平面和机器人平面平行.

这里有3个坐标系, 惯性坐标系X-Y-Z, 摄像机坐标系x-y-z和图像坐标系u-o_1-v. 假设摄像机坐标面x-y和图像坐标面u-v平行. C点是摄像机光轴与X-Y平面的交点, 在X-Y面内的坐标记为$(c_{\rm x}, c_{\rm y})$. 摄像机坐标系原点用(O_{c_1}, O_{c_2})表示, X-Y平面内机器人质心P的坐标用$(x_{\rm c}, y_{\rm c})$表示. 设$(x_{\rm m}, y_{\rm m})$是质心$(x_{\rm c}, y_{\rm c})$在图像平面内的坐标. 根据小孔成像原理, 视觉反馈的模型可表示为

$$\begin{pmatrix} x_{\rm m} \\ y_{\rm m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{pmatrix} R \begin{pmatrix} x - c_{\rm x} \\ y - c_{\rm y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} O_{c_1} \\ O_{c_2} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

其中: α_1, α_2是两个正常数, 它们依赖于摄像机深度信息(物体与摄像机镜头之间的距离)、焦距、以及分别沿u轴和v轴的像素放大倍数[25],

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta_0 & \sin\theta_0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

θ_0表示X轴与y轴之间的夹角(按逆时针方向).

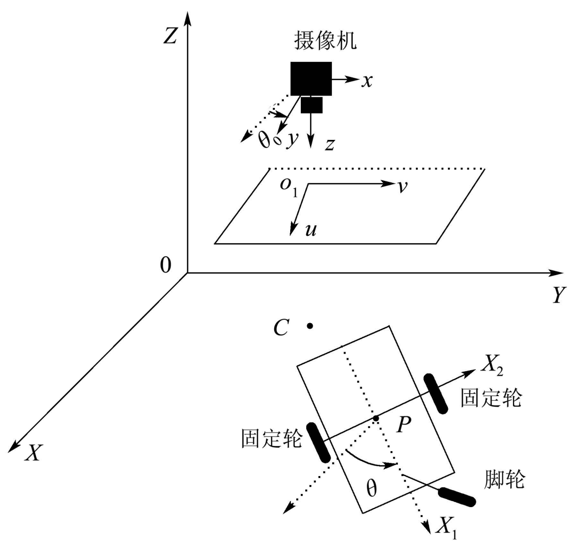

图 2 视觉伺服机器人

Fig. 2 Robot with monocular camera

根据机器人运动学(1)以及视觉反馈的模型(2)–(3), 在视觉图像坐标系下, 机器人运动学方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_{\rm m} = \nu\alpha_1\cos(\theta - \theta_0), \\ \dot{y}_{\rm m} = \nu\alpha_2\sin(\theta - \theta_0), \\ \dot{\theta} = \omega. \end{cases} \tag{4}$$

在机器人视觉伺服反馈领域, α_1, α_2和θ_0通常是通过校准得到的. 但一般来说校准需要花费较长的一段时间, 而且有些情况下是不可能的, 特别是对实用性要求较高的场合. 因此, 如何在不校准的情况下来设计控制器就显得十分必要.

为了探讨一般不校准情况下的控制器设计问题, 即鲁棒控制器设计, 首先考虑一种较特殊一些的情形, 以期对一般情形下的设计问题有所启发.

假设 1 $\theta_0 \in [0, 2\pi)$为已知常数, α_1, α_2为有界的未知常数且满足

$$0 < \underline{\alpha}_i \leqslant \alpha_i,\ i=1,2,$$

其中$\underline{\alpha}_1$和$\underline{\alpha}_2$分别表示α_1和α_2的下界, 都是已知常数.

注 1　根据文献[25]可知

$$\alpha_1=\rho_1\frac{\lambda}{\chi},\ \alpha_2=\rho_2\frac{\lambda}{\chi},$$

其中: $\chi\in\mathbb{R}^1$是一个常数, 表示摄像机的光心到任务空间平面的高度(即深度信息); $\lambda\in\mathbb{R}^1$为常数, 表示摄像机的焦距; $\rho_1,\rho_2\in\mathbb{R}^1$表示像素缩放比例. 通常CCD摄像机的深度信息、焦距及像素放大倍数的上下界是可以估计出来的, 因而这一假设并不苛刻.

本文要研究的问题　基于视觉平面的机器人运动学模型(4)在α_1和α_2不确定情形(假设1)下, 并考虑速度输入饱和约束(5)下的有限时间镇定问题

$$|\nu|\leqslant\nu_{\max},\ |\omega|\leqslant\omega_{\max},\tag{5}$$

其中的$\nu_{\max}$, $\omega_{\max}$是事先任意给定的正数.

3 预备知识(Some preliminaries)

首先给出有限时间稳定性定义[26]. 考虑如下非线性系统:

$$\dot z(t)=f(z(t)),\tag{6}$$

其中$f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$是连续函数, 且$f(0)=0$.

定义 1[26]　如果存在原点的一个开邻域U和一个函数$T:U\setminus\{0\}\to(0,\infty)$, 使得对于系统(6)的任一初值$z(0)\in U$, 当$t\in[0,T(z(0)))$时对应的解(可能不唯一)为$z(t,0,z(0))\in U\setminus\{0\}$, 且

$$\lim_{t\to T(z(0))} z(t,0,z(0))=0,$$

那么就说系统的平衡点$z=0$是有**限时间收敛**的; 如果这个平衡点还是Lyapunov稳定的, 则称它是**有限时间稳定**的. 若$U=\mathbb{R}^n$, 则是全局有限时间稳定的.

引理 1　如果存在一个正定的、径向无界的C^1(光滑)函数$V_1:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$, 有实数$\bar k>0,\bar\beta\in(0,1)$使得$\dot V_1+\bar kV_1^{\bar\beta}$是半负定的, 那么原点是系统(6)的全局有限时间稳定的平衡点.

证　见文献[26].

引理 2　对于一阶标量系统$\dot\eta=\bar u$, 其中$\eta\in\mathbb{R}^1$为状态, $|\bar u|\leqslant\bar u_{\max}$为有界的控制输入($\bar u_{\max}>0$为事先任意给定的常数). 对于任意的$M_0>0$, 取饱和的连续控制律$\bar u=-k\,\mathrm{sgn}\,\eta|\eta|^\beta$, 其中$k$和$\beta$为设计参数, 满足条件: $\beta\in(0,1),k\leqslant\dfrac{\bar u_{\max}}{M_0^\beta}$. 则存在一个有限时间$T_0\leqslant\dfrac{M_0^{1-\beta}}{k(1-\beta)}$, 使得当系统的初值$\eta(0)\in D_0=\{\eta(0)|\,|\eta(0)|\leqslant M_0\}$时, 有$\lim\limits_{t\to T_0}\eta(t)=0$且$\eta(t)\equiv0,\forall t\geqslant T_0$.

证　取一个候选Lyapunov函数$V(t)=\dfrac12\eta^2$, 则

$$\dot V=\eta\dot\eta=-k\eta\,\mathrm{sgn}\,\eta|\eta|^\beta=-k(2V)^{\frac{1+\beta}{2}}\leqslant0.\tag{7}$$

可见V单调递减收敛到0, 且$|\eta(t)|$也是单减的. 从而

$$|\bar u|\leqslant k|\eta(0)|^\beta\leqslant\bar u_{\max},\ \forall t\geqslant0.\tag{8}$$

再由式(7)得

$$\dot V+k\cdot2^{\frac{1+\beta}{2}}V^{\frac{1+\beta}{2}}=0.\tag{9}$$

令

$$V_1=V,\ \bar\beta=\frac{1+\beta}{2},\ \bar k\leqslant k\cdot2^{\bar\beta},$$

根据引理1可得, $\eta=0$是系统有限时间稳定的平衡点. 由上述式(9)可解得

$$V^{\frac{1-\beta}{2}}=-k\frac{1-\beta}{2^{\frac{1-\beta}{2}}}t+(V(0))^{\frac{1-\beta}{2}},$$

那么, 存在有限时间

$$T_0=\frac{2^{\frac{1-\beta}{2}}(V(0))^{\frac{1-\beta}{2}}}{k(1-\beta)}=\frac{|\eta(0)|^{1-\beta}}{k(1-\beta)}\leqslant\frac{M_0^{1-\beta}}{k(1-\beta)}.$$

使得$\lim\limits_{t\to T_0}\eta(t)=0$, 而$\eta(t)\equiv0,\forall t\geqslant T_0$. 这样完成了引理2的证明.　　证毕.

注 2　正如文献[27]中的式(8)所述, 该分数阶的有限时间控制器是处处连续的并且除了原点之外是处处李普希兹的, 因此对任意初始条件$\eta(0)\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$, 闭环系统$\dot\eta=-k\,\mathrm{sgn}\,\eta|\eta|^\beta$有唯一解.

4 主要结论(Main results)

采用多步切换控制策略, 每一步都在有限时刻切换到下一步直到所有的状态在某个时刻后都恒为0, 同时任何时刻都满足输入饱和约束. 主要设计思想如下:

Step 1　取$\nu=0$保持$x_{\rm m}(t),y_{\rm m}(t)$在$D$内, 设计$\omega$使得$\theta(t)-\theta_0$在某个有限时刻后为$\dfrac{\pi}{2}$, 转到Step 2;

Step 2　取$\omega=0$保持$\theta(t)-\theta_0=\dfrac{\pi}{2}$, 从而确保$x_{\rm m}(t)$还属于区域$D$, 设计$\nu$使得$y_{\rm m}(t)$在某个有限时间后为0, 转到Step 3;

Step 3　取$\nu=0$以确保$x_{\rm m}(t)$属于D, 同时$y_{\rm m}(t)=0$, 设计ω使得$\theta(t)-\theta_0$在某个有限时间后为0, 转到Step 4;

Step 4　令$\omega=0$保持$\theta(t)-\theta_0=0$, 以确保$y_{\rm m}(t)=0$, 设计ν使得$x_{\rm m}(t)$在某个有限时间后为0, 转到Step 5;

Step 5　令$\nu=0$保持$x_{\rm m}(t)=y_{\rm m}(t)=0$, 设计$\omega$使得$\theta(t)$在某个有限时间后为0, 在这个时刻后令$\nu=\omega=0$即可.

定理 1　对系统(4), 在输入饱和约束(5)和假设1下, 任意给定$M>0$, 若系统的初值$(x_{\rm m}(0),y_{\rm m}(0),\theta(0))\in D$, 其中

$$D=\{(a,b,c)\in\mathbb{R}^3|a^2+b^2+c^2\leqslant M^2\}.$$

控制器设计如下:

Step 1 设辅助变量

$$\xi_1(t)=\theta(t)-\theta_0-\frac{\pi}{2},$$

取控制律

$$\nu=0,\ \omega=-k_1\mathrm{sgn}\,\xi_1|\xi_1|^{\beta_1},$$

其中k_1和β_1为正的设计参数, 满足条件

$$\beta_1\in(0,1),\ k_1\leqslant\frac{\omega_{\max}}{(M+\theta_0+\dfrac{\pi}{2})^{\beta_1}}.$$

令$\bar{T}_1=\dfrac{(M+\theta_0+\frac{\pi}{2})^{1-\beta_1}}{k_1(1-\beta_1)}$, 若$t\geqslant\bar{T}_1$, 转Step 2.

Step 2 取控制律

$$\nu=-k_2\mathrm{sgn}\,y_{\mathrm{m}}|y_{\mathrm{m}}|^{\beta_2},\ \omega=0,$$

其中k_2和β_2为正的设计参数, 满足条件

$$\beta_2\in(0,1),\ k_2\leqslant\frac{\nu_{\max}}{M^{\beta_2}}.$$

令$\tilde{T}_2=\dfrac{M^{1-\beta_2}}{k_2\underline{\alpha}_2(1-\beta_2)}$, 若$t\geqslant\bar{T}_1+\tilde{T}_2\triangleq\bar{T}_2$, 转Step 3.

Step 3 设辅助变量

$$\xi_2(t)=\theta(t)-\theta_0,$$

取控制律

$$\nu=0,\ \omega=-k_3\mathrm{sgn}\,\xi_2|\xi_2|^{\beta_3},$$

其中k_3和β_3为正的设计参数, 满足条件

$$\beta_3\in(0,1),\ k_3\leqslant\frac{\omega_{\max}}{(M+\theta_0)^{\beta_3}}.$$

令$\tilde{T}_3=\dfrac{(M+\theta_0)^{1-\beta_3}}{k_3(1-\beta_3)}$, 若$t\geqslant\bar{T}_2+\tilde{T}_3\triangleq\bar{T}_3$, 转Step 4.

Step 4 取控制律

$$\nu=-k_4\mathrm{sgn}\,x_{\mathrm{m}}|x_{\mathrm{m}}|^{\beta_4},\ \omega=0,$$

其中k_4和β_4为正的设计参数, 满足条件

$$\beta_4\in(0,1),\ \ k_4\leqslant\frac{\nu_{\max}}{M^{\beta_4}}.$$

令$\tilde{T}_4=\dfrac{M^{1-\beta_4}}{k_4\underline{\alpha}_1(1-\beta_4)}$, 若$t\geqslant\bar{T}_3+\tilde{T}_4\triangleq\bar{T}_4$, 转Step 5.

Step 5 取控制律

$$\nu=0,\ \omega=-k_5\mathrm{sgn}\,\theta|\theta|^{\beta_5},$$

其中k_5和β_5为正的设计参数, 满足条件

$$\beta_5\in(0,1),\ k_5\leqslant\frac{\omega_{\max}}{M^{\beta_5}}.$$

令$\tilde{T}_5=\dfrac{M^{1-\beta_5}}{k_5(1-\beta_5)}$, 若$t\geqslant\bar{T}_4+\tilde{T}_5\triangleq T$, 停止. 则状态$x_{\mathrm{m}}(t), y_{\mathrm{m}}(t), \theta(t)$在$t\in(0,T]$内收敛到0, 且

$$x_{\mathrm{m}}(t)\equiv0,\ y_{\mathrm{m}}(t)\equiv0,\ \theta(t)\equiv0,\ \forall t\geqslant T.$$

证 在每一步算法中, 都需要验证其切换时刻是有限时刻, 并且在任何时刻控制律都满足饱和约束(5).

Step 1 在Step 1中, 因为$\nu=0$, 由式(4)可知

$$x_{\mathrm{m}}(t)\equiv x_{\mathrm{m}}(0),\ y_{\mathrm{m}}(t)\equiv y_{\mathrm{m}}(0),$$
$$\dot{\xi}_1=\dot{\theta}=\omega=-k_1\mathrm{sgn}\,\xi_1|\xi_1|^{\beta_1},$$

显然有$|\nu|\leqslant\nu_{\max}$. 由引理2证明中的式(8)知

$$|\omega|\leqslant k_1|\xi_1(0)|^{\beta_1}\leqslant k_1(|\theta(0)|+\theta_0+\frac{\pi}{2})^{\beta_1}\leqslant$$
$$k_1(M+\theta_0+\frac{\pi}{2})^{\beta_1}\leqslant\omega_{\max}.$$

由引理2, 存在有限时间

$$T_1=\frac{|\xi_1(0)|^{1-\beta_1}}{k_1(1-\beta_1)}\leqslant\bar{T}_1=\frac{(M+\theta_0+\dfrac{\pi}{2})^{1-\beta_1}}{k_1(1-\beta_1)},$$

当$t\geqslant\bar{T}_1$时, $\xi_1(t)\equiv0$, 然后切换到Step 2.

Step 2 在Step 2中, 因为$\omega=0$, 因此$\xi_1(t)\equiv0$保持不变, 即$\theta(t)-\theta_0\equiv\dfrac{\pi}{2}$. 于是,

$$x_{\mathrm{m}}(t)\equiv x_{\mathrm{m}}(0)\ \dot{y}_{\mathrm{m}}=-k_2\alpha_2\mathrm{sgn}\,y_{\mathrm{m}}|y_{\mathrm{m}}|^{\beta_2}.$$

显然, $|\omega|\leqslant\omega_{\max}$. 由引理2证明中的(8)式可得

$$|\nu|\leqslant k_2|y_{\mathrm{m}}(0)|^{\beta_2}\leqslant k_2M^{\beta_2}\leqslant\nu_{\max}.$$

再由引理2, 存在有限时间

$$T_2=\frac{|y_{\mathrm{m}}(0)|^{1-\beta_2}}{k_2\alpha_2(1-\beta_2)}\leqslant\tilde{T}_2=\frac{M^{1-\beta_2}}{k_2\underline{\alpha}_2(1-\beta_2)},$$

当$t\geqslant\bar{T}_2=\bar{T}_1+\tilde{T}_2$时, $y_{\mathrm{m}}(t)\equiv0$, 然后切换到Step 3.

Step 3 在Step 3中, 因为$\nu=0$, 根据前两步的控制结果以及式(4)可得

$$x_{\mathrm{m}}(t)\equiv x_{\mathrm{m}}(0),\ y_{\mathrm{m}}(t)\equiv0,$$
$$\dot{\xi}_2=\dot{\theta}=\omega=-k_3\mathrm{sgn}\,\xi_2|\xi_2|^{\beta_3},$$

则$|\nu|\leqslant\nu_{\max}$. 同样由引理2可得$|\omega|\leqslant\omega_{\max}$, 且存在有限时刻

$$T_3=\frac{|\xi_2(0)|^{1-\beta_3}}{k_3(1-\beta_3)}\leqslant\tilde{T}_3=\frac{(M+\theta_0)^{1-\beta_3}}{k_3(1-\beta_3)},$$

当$t\geqslant\bar{T}_3=\bar{T}_2+\tilde{T}_3$时, $\xi_2(t)\equiv0$, 然后切换到Step 4.

Step 4 在Step 4中, 因为$\omega=0$, 所以$\xi_2(t)\equiv0$保持不变, 从而有

$$\theta(t)-\theta_0\equiv0,\ y_{\mathrm{m}}(t)\equiv0.$$

此外, 把控制律$\nu=-k_4\mathrm{sgn}\,x_{\mathrm{m}}|x_{\mathrm{m}}|^{\beta_4}$代入到式(4)得

$$\dot{x}_{\mathrm{m}}=-k_4\alpha_1\mathrm{sgn}\,x_{\mathrm{m}}|x_{\mathrm{m}}|^{\beta_4}.$$

显然$|\nu|\leqslant\nu_{\max}$. 再根据引理2有$|\omega|\leqslant\omega_{\max}$. 并且存在有限时间

$$T_4=\frac{|x_{\mathrm{m}}(0)|^{1-\beta_4}}{k_4\alpha_1(1-\beta_4)}\leqslant\tilde{T}_4=\frac{M^{1-\beta_4}}{k_4\underline{\alpha}_1(1-\beta_4)},$$

当$t\geqslant\bar{T}_4=\bar{T}_3+\tilde{T}_4$时, $x_{\mathrm{m}}(t)\equiv0$, 然后切换到Step 5.

Step 5　最后, 在Step 5中, 由于$\nu = 0$, 因此

$$x_{\rm m}(t) \equiv 0,\ y_{\rm m}(t) \equiv 0.$$

因为$\omega = -k_5 {\rm sgn}\,\theta|\theta|^{\beta_5}$, 再根据式(4)可得

$$\dot{\theta} = -k_5 {\rm sgn}\,\theta|\theta|^{\beta_5}.$$

类似地, $|\nu| \leqslant \nu_{\max}$, $|\omega| \leqslant \omega_{\max}$. 且存在有限时间

$$T_5 = \frac{|\theta(0)|^{1-\beta_5}}{k_5(1-\beta_5)} \leqslant \tilde{T}_5 = \frac{M^{1-\beta_5}}{k_5(1-\beta_5)},$$

当$t \geqslant T = \bar{T}_4 + \tilde{T}_5$时, 令$\nu = \omega = 0$, 停止. 则有

$$x_{\rm m}(t) \equiv 0,\ y_{\rm m}(t) \equiv 0,\ \theta(t) \equiv 0,\ \forall t \geqslant T.$$

这样就完成了定理1的证明.　　证毕.

注 3　该结论尽管是半全局的, 但初值区域D的大小是由M决定的, 而M是任选的, 因此该区域的大小还是可以根据实际需要调整的. 另外, 从实际需要的控制律来看, M的增长不会影响控制输入的增长, 但可能影响控制增益的减小, 从而使得收敛速度减慢, 这在实际中需要一个折中.

注 4　与以往视觉伺服机器人控制方法[19–23]相比, 多步切换控制使得系统在有限时间T后镇定到0, 同时在任何时刻都确保输入不超出事先任意给定的界限. 将原系统降阶为几个一阶的子系统分步切换设计, 尽管可能会因此带来一些不希望的扰动, 但是本质上还是可以处理的. 只需考虑一阶不确定受扰动系统的有限时间饱和镇定问题. 对于系统

$$\dot{\tilde{x}} = \alpha\tilde{u} + \tilde{d}(\tilde{x}, t), \tag{10}$$

这里: $\tilde{x}, \tilde{u} \in \mathbb{R}^1$分别表示系统的状态和输入, 且$|\tilde{u}| \leqslant \tilde{u}_{\max}$. 有界的未知常数$\alpha$满足条件

$$0 < \underline{\alpha} < \alpha < +\infty,$$

$\underline{\alpha}$为已知的下界. 而$\tilde{d}(\tilde{x}, t)$则表示有界的外部扰动或系统未建模动态, 在原点处有: $\tilde{d}(\tilde{0}, t) = 0, \forall t \geqslant 0$. 此外还满足所谓的增长条件[28]: $|\tilde{d}(\tilde{x}, t)| \leqslant |\tilde{x}|^{\delta} d$, 其中$\delta \in (0, 1)$为常数. 假设$d$为有界的未知常数, 满足条件

$$0 < d < \bar{d} < \frac{\underline{\alpha}\tilde{u}_{\max}}{\tilde{M_0}^{\delta}},$$

$\bar{d}$是已知的上界. $\tilde{M_0}$表示初始状态的界限(越大越好), 即$|\tilde{x}(0)| \leqslant \tilde{M_0}$, 不妨设$1 \ll \tilde{M_0} < +\infty$. 取连续的控制律$\tilde{u} = -\tilde{k}{\rm sgn}\,\tilde{x}|\tilde{x}|^{\gamma}$, 其中, $\gamma \in (0, 1), \tilde{k} > 0$为设计参数, 且满足下列条件:

$$\gamma: \begin{cases} \delta \leqslant \gamma < 1,\ |\tilde{x}| \geqslant 1, \\ 0 < \gamma \leqslant \delta,\ |\tilde{x}| < 1, \end{cases} \tag{11}$$

$$\frac{\bar{d}}{\underline{\alpha}} < \tilde{k} \leqslant \frac{\tilde{u}_{\max}}{\tilde{M_0}^{\gamma}}. \tag{12}$$

那么, 此不确定受扰动系统能被有限时间饱和镇定到原点平衡点(证明见附录).

5　仿真(Simulation)

考虑系统(4)的仿真. 选取$\nu_{\max} = \omega_{\max} = 1$, $M = 1$, 设$\alpha_1 = \underline{\alpha}_1 = 1$, $\alpha_2 = \underline{\alpha}_2 = 2$, $\theta_0 = \dfrac{\pi}{4}$, $\beta_i = \dfrac{1}{2}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. 系统状态初值为$(-0.2, 0.7, 0.5)$. 根据定理1, 可选定参数: $k_1 = 0.5$, $k_2 = 0.8$, $k_3 = 0.6$, $k_4 = 0.8$, $k_5 = 0.5$; 并设计多步控制律. 仿真结果如图3–5所示.

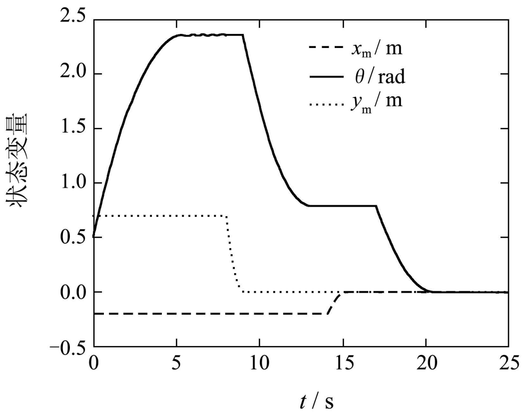

图 3　机器人的状态变量

Fig. 3　State variables of robot

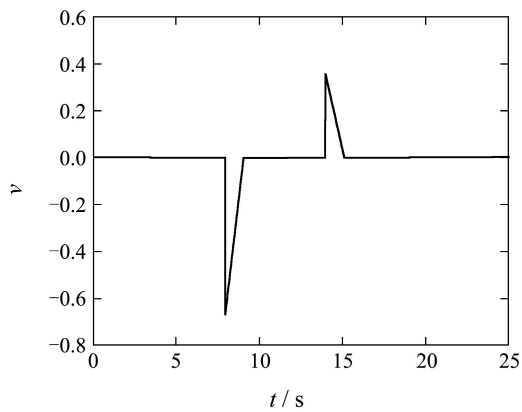

图 4　有界输入量ν

Fig. 4　Bounded input ν

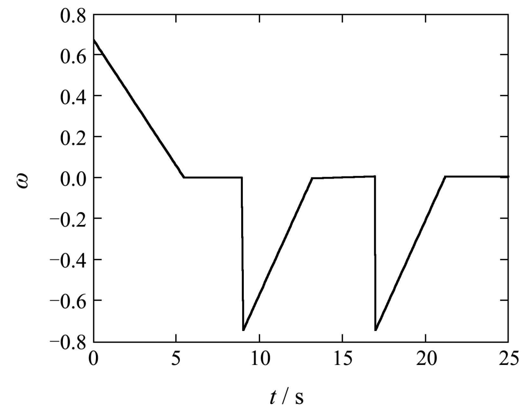

图 5　有界输入量ω

Fig. 5　Bounded input ω

图3表明状态变量$x_{\rm m}(t)$, $y_{\rm m}(t)$, $\theta(t)$于有限时间$t < 25$内收敛到0. 多步控制器的切换时间都在有限时刻进行, $\bar{T}_1 \leqslant 8$, $\bar{T}_2 \leqslant 9$, $\bar{T}_3 \leqslant 14$, $\bar{T}_4 \leqslant 17$, $\bar{T}_5 \leqslant 25$. 图4, 图5表明分段连续的多步控制器在

任何时刻都不超过事先给定的界, 即$|\nu(t)| \leqslant 1$, $|\omega(t)| \leqslant 1, \forall t \geqslant 0$.

与文献[19,21]的研究结果(这类方法不能够推广到$\alpha_1 \neq \alpha_2$的一般情形)相比, 本文的多步切换控制方法尽管是不连续的, 但是图3–5的仿真实验表明每一步控制都在有限时间内调节到预期的位姿, 且最终在有限时间内镇定到原点平衡点, 任何时段内都满足输入饱和约束.

6 应用(Application)

本文的设计方法也可以应用于解决其他含不确定参数类型的非完整机器人有限时间饱和镇定问题. 例如, 文献[29]研究了一类含有不确定参数的非完整移动机器人的parking问题, 文献[16,30]分别研究了其鲁棒指数镇定和有限时间镇定问题. 但都没有考虑输入饱和约束下的有限时间镇定问题. 这类机器人运动学方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = p_1 \nu \cos\theta, \\ \dot{y} = p_1 \nu \sin\theta, \\ \dot{\theta} = p_2 \omega, \end{cases} \tag{13}$$

其中: $x, y, \theta, \nu, \omega$与方程(1)中的意义一样, 而$p_1, p_2 > 0$是两个有界的不确定常数, 其界已知. 并设$p_i \in [p_i^{\min}, p_i^{\max}], i = 1, 2$. 对任意给定的$M > 0$, 设初始状态$(x(0), y(0), \theta(0))$属于区域$D$.

考虑系统(13)在输入饱和约束$|\nu| \leqslant \nu_{\max}, |\omega| \leqslant \omega_{\max}$下的有限时间镇定问题. 控制器设计如下:

Step 1 取$\nu = 0, \omega = -l_1 \mathrm{sgn}(\theta - \dfrac{\pi}{2})|\theta - \dfrac{\pi}{2}|^{\gamma_1}$, 其中$l_1$和$\gamma_1$为正设计参数, 满足条件

$$\gamma_1 \in (0, 1),\ l_1 \leqslant \frac{\omega_{\max}}{(M + \dfrac{\pi}{2})^{\gamma_1}}.$$

令$T_1 = \dfrac{(M + \dfrac{\pi}{2})^{1-\gamma_1}}{l_1 p_2^{\min}(1 - \gamma_1)}$, 若$t \geqslant T_1$, 转Step 2.

Step 2 取$\nu = -l_2 \mathrm{sgn}\, y |y|^{\gamma_2}$, $\omega = 0$, 其中l_2和γ_2为正设计参数, 满足条件

$$\gamma_2 \in (0, 1),\ l_2 \leqslant \frac{\nu_{\max}}{M^{\gamma_2}}.$$

令$T_2 = T_1 + \dfrac{M^{1-\gamma_2}}{l_2 p_1^{\min}(1 - \gamma_2)}$, 若$t \geqslant T_2$, 转Step 3.

Step 3 取$\nu = 0$, $\omega = -l_3 \mathrm{sgn}\, \theta |\theta|^{\gamma_3}$, 其中$l_3$和$\gamma_3$为正设计参数, 满足条件

$$\gamma_3 \in (0, 1),\ l_3 \leqslant \frac{\omega_{\max}}{M^{\gamma_3}}.$$

令$T_3 = T_2 + \dfrac{M^{1-\gamma_3}}{l_3 p_2^{\min}(1 - \gamma_3)}$, 若$t \geqslant T_3$, 转Step 4.

Step 4 取$\nu = -l_4 \mathrm{sgn}\, x |x|^{\gamma_4}$, $\omega = 0$, 其中l_4和γ_4为正设计参数, 满足条件

$$\gamma_4 \in (0, 1),\ l_4 \leqslant \frac{\nu_{\max}}{M^{\gamma_4}}.$$

令$T_4 = T_3 + \dfrac{M^{1-\gamma_4}}{l_4 p_1^{\min}(1 - \gamma_4)}$, 若$t \geqslant T_4$, 取$\nu = \omega = 0$, 停止.

证明过程与定理1的类似, 从略.

7 结论(Conclusion)

本文解决视觉反馈下的一类非完整移动机器人鲁棒饱和镇定问题, 运用有限时间稳定性理论, 设计多步切换控制器使得相应的闭环状态有限时间内收敛到0. 主要贡献在于: 一是直接基于机器人运动学模型, 不需要任何状态或输入变换; 二是运用有限时间镇定技术, 使得系统所有状态都在有限时间内收敛到0; 三是与已有的研究结果相比, 假设条件更为宽松.

接下来将进一步研究当摄像机参数θ_0也是未知的情形以及相应的动力学模型下的饱和镇定问题.

参考文献(References):

[1] BROCKETT R W. Asymptotic Stability and Feedback Stabilization [M] //*Differential Geometric Control Theory*. Boston: Birkhauser, 1983: 181 – 208.

[2] ASTOLFI A. Discontinuous control of nonholonomic systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1996, 27(1): 37 – 45.

[3] BLOCH A M, DRAKUNOV S. Stabilization of a nonholonomic systems via sliding modes [C] //*Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control*. Lake Buena Vista, FL: IEEE, 1994: 2961 – 2963.

[4] CANUDAS DE WIT C, SZRDALEN O J. Exponential stabilization of mobile robots with nonholonomic constraints [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(11): 1791 – 1797.

[5] MURRAY R M, SASTRY S S. Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38(5): 700 – 716.

[6] TIAN Y P, LI S. Exponential stabilization of nonholonomic dynamic systems by smooth time-varying control [J]. *Automatica*, 2002, 38(7): 1139 – 1146.

[7] TEEL A, MURRY R, WALSH G. Nonholonomic control systems: from steering to stabilization with sinusoids [C] //*Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control*. Tucson, AZ: IEEE, 1992: 1603 – 1609.

[8] SORDALEN O J, EGELAND O. Exponential stabilization of nonholonomic chained systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(1): 35 – 49.

[9] SOUERES P, BALLUCHI A, BICCHI A. Optimal feedback control for line tracking with a bounded-curvature vehicle [J]. *International Journal of Control*, 2001, 74(10): 1009 – 1019.

[10] HUSSEIN I I, BLOCH A M. Optimal control of underactuated nonholonomic mechanical systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(3): 668 – 682.

[11] QU Z, WANG J, PLAISTED C E, et al. Global-stabilizing near-optimal control design for nonholonomic chained systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(9): 1440 – 1456.

[12] LUO J, TSIOTRAS P. Control design for chained form systems with bounded inputs [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 39(2): 123 – 131.

[13] JIANG Z P, LEFEBER E, NIJMEIJER H. Saturated stabilization and tracking of a nonholonomic mobile robot [J]. *Systems & Control Letters*, 2001, 42(5): 327 – 332.

[14] WANG C L. Semiglobal practical stabilization of nonholonomic wheeled mobile robots with saturated inputs [J]. *Automatica*, 2008, 44(3): 816 – 822.

[15] 刘毅, 王朝立, 李清松. 实际输入饱和的一类非完整运动学系统的镇定 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(6): 909 – 912.
(LIU Yi, WANG Chaoli, LI Qingsong. Stabilization of nonholonomic kinematic systems based on practical input saturation [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(6): 909 – 912.)

[16] HONG Yiguang, WANG Jiankui, XI Zairong. Stabilization of uncertain chained form systems within finite settling time [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(9): 1379 – 1384.

[17] 李世华, 田玉平. 移动小车的有限时间轨迹跟踪控制 [J]. 东南大学学报(自然科学版), 2004, 34(1): 113 – 116.
(LI Shihua, TIAN Yuping. Trajectory tracking control of mobile robots in finite time [J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2004, 34(1): 113 – 116.)

[18] WU Yuqiang, WANG B, ZONG G D. Finite-time tracking controller design for nonholonomic systems with extended chained form [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*－*II: Express Briefs*, 2005, 52(11): 798 – 802.

[19] WANG Chaoli, LIANG Zhenying, JIA Qingwei. Dynamic feedback robust stabilization of nonholonomic mobile robots based on visual servoing [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2010, 8(2): 139 – 144.

[20] WANG Chaoli, MEI Yingchun, LIANG Zhenying, et al. Dynamic feedback tracking control of nonholonomic mobile robots with unknown camera parameters [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2010, 32(2): 155 – 169.

[21] YANG Fang, WANG Chaoli. Adaptive stabilization for uncertain nonholonomic dynamic mobile robots based on visual servoing feedback [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(7): 857 – 864.

[22] WANG Chaoli, LIANG Zhenying, DU Jiaming, et al. Robust stabilization of nonholonomic moving robots with uncalibrated visual parameters [C] //*2009 American Control Conference*. Piscataway, NJ: IEEE, 2009, 6: 1347 – 1352.

[23] WANG Chaoli, LIANG Zhenying, LIU Yunhui. Dynamic feedback robust regulation of nonholonomic mobile robots based on visual servoing [C] //*Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*. Shanghai, China: IEEE, 2009, 12: 4384 – 4389.

[24] CAMPION G, BASTIN G, D'ANDRCA-NOVEL B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1996, 12(1): 47 – 62.

[25] DIXON W E, DAWSON D M, ZERGEROGLU E, et al. Adaptive tracking control of a wheeled mobile robot via an uncalibrated camera system [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part B: Cybernetics*, 2001, 31(3): 341 – 352.

[26] QIAN Chunjiang, LI Ji. Global finite-time stabilization by output feedback for planar systems without observable linearization [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(6): 885 – 890.

[27] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(5): 678 – 682.

[28] ORLOV Y, AOUSTIN Y, CHEVALLEREAU C. Finite time stabilization of a perturbed double integrator－part i: continuous sliding mode-based output feedback synthesis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(3): 614 – 618.

[29] HESPANHA J, LIBERZON S, MORSE A. Logic-based switching control of a nonholonomic system with parametric modeling uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 1999, 38(3): 167 – 177.

[30] JIANG Z P. Robust exponential regulation of nonholonomic systems with uncertainties [J]. *Automatica*, 2000, 36(2): 189 – 209.

附录 注4的证明(Appendix Proof of remark 4)

选取候选李雅普诺夫函数$V_1 = \dfrac{1}{2}\tilde{x}^2$, 则沿着式(10)的导数为

$$\dot{V}_1 = \tilde{x}(\alpha\tilde{u} + \tilde{d}(\tilde{x},t)),$$

代入控制器$\tilde{u}$得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_1 = \tilde{x}\big(-\alpha\tilde{k}\,\mathrm{sgn}\,\tilde{x}|\tilde{x}|^{\gamma} + \tilde{d}(\tilde{x},t)\big) =\\&-\alpha\tilde{k}|\tilde{x}|^{1+\gamma} + \tilde{x}\tilde{d}(\tilde{x},t) \leqslant\\&-\alpha\tilde{k}|\tilde{x}|^{1+\gamma} + |\tilde{x}|^{1+\delta}\bar{d}.\end{aligned}$$

注意到参数的选取条件式(11), 可得

$$|\tilde{x}|^{1+\delta} \leqslant |\tilde{x}|^{1+\gamma},\ \forall\tilde{x}.$$

因此,

$$\dot{V}_1 \leqslant -|\tilde{x}|^{1+\gamma}(\underline{\alpha}\tilde{k} - \bar{d}) = -(\underline{\alpha}\tilde{k} - \bar{d})2^{\frac{1+\gamma}{2}}V_1^{\frac{1+\gamma}{2}}.$$

由式(12)知$\tilde{k} > \dfrac{\bar{d}}{\underline{\alpha}}$, 再根据引理1可得, 系统(10)能被有限时间镇定到原点平衡点. 此外,

$$|\tilde{u}| = \tilde{k}|\tilde{x}|^{\gamma} \leqslant \tilde{k}|\tilde{x}(0)|^{\gamma} \leqslant \tilde{k}\tilde{M_0}^{\gamma},\ \forall t \geqslant 0.$$

根据式(12)可得, 在任何时刻输入都不会超出事先任意给定的界限. 这样完成了该结论的证明.

作者简介:

陈 华 (1978–), 男, 博士研究生, 讲师, 主要研究方向为非线性控制、受限控制、变结构控制、机器人控制等, E-mail: chenhua112@163.com;

王朝立 (1965–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性控制、变结构控制、鲁棒控制、机器人控制等, E-mail: clclwang@126.com;

杨 芳 (1978–), 女, 博士研究生, 主要研究方向为非线性控制、鲁棒控制、变结构控制、机器人控制等, E-mail: liusha_02@163.com;

许维东 (1968–), 女, 讲师, 主要研究方向为非线性控制、智能电网控制等, E-mail: xwd01@126.com.