

# 钢水到达时间扰动下连铸机二冷过程设定值的优化方法

罗小川

(东北大学 流程工业综合自动化国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110819)

**摘要:** 连铸机通过喷水将钢水冷却凝固为钢坯, 其机理可以由非线性热传导偏微分方程描述. 由于炼钢生产过程受到钢水温度、成分、设备状态等多种因素的影响, 造成连铸机下一炉浇铸钢水的到达时间经常出现大的波动, 给连铸机二次冷却过程的控制设定造成很大困难, 直接影响生产效率和板坯质量. 本文针对钢水到达时间扰动情况下的连铸二冷设定优化问题, 建立了基于冶金准则的连铸运行指标模型和连铸运行约束模型; 通过运行指标归一化处理、基于钢水质量守恒的生产连续性约束处理、凝固传热方程中心差分计算等方法, 在遗传算法框架下实现了连铸二冷设定优化模型的求解. 以某厂的实际数据为基础, 对本文提出方法进行了验证测试, 结果表明了本文方法的可行性和有效性.

**关键词:** 连铸设定优化; 偏微分代数方程; 多目标优化; 差分方法

**中图分类号:** TP397 **文献标识码:** A

## Optimization for set-point values in secondary cooling process with disturbance on job arriving time

LUO Xiao-chuan

(State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110819, China)

**Abstract:** Continuous caster is a machine in which the molten steel is solidified to slabs by spraying on it the cooling water. Nonlinear partial differential equations (PDE) of heat conduction cannot accurately describe the physical process, because of the uncertainties in molten steel temperature and ingredient, and the machine status that causes the variation in arriving time of the next job. Therefore, the optimal set-point values of the caster speed and the cooling water flow-rate are difficult to be determined. In practical industrial plants, those values are given by operators based on the look-up-table method which can not ensure the optimal efficiency and quality of slabs. By considering several operation performance functions and operation constraints, we present an optimal operation set-point model and develop an algorithm based on the genetic algorithm framework using weighted performance functions and central difference method. This model and algorithm are validated in experimental tests with real industrial data. In comparison with the look-up-table method, experimental results show that our method provides better operation set-point values which improve the production efficiency and slab quality.

**Key words:** operation optimization of caster; PDE-algebraic equations; multi-objective optimization; difference method

### 1 引言(Introduction)

炼钢连铸是钢铁生产的核心工序, 具有多阶段, 离散连续混杂的生产模式. 连铸机必须连铸浇铸板坯, 不允许出现因钢水不能按时到达而出现的连铸机停机事故(称为“断浇”). 因而, 炼钢过程要保证钢水的成分、温度、结束时间符合后面连铸工序的要求. 然而, 由于炼钢实际过程目前仍难以准确描述, 钢水温度、成分、生产时间都不能准确控制, 经常出现下一炉次钢水不能按时到达的情况. 为了适应生产, 不出现断浇, 连铸机操作人员需要实时调整连铸机拉速(拉坯速度, 表征连铸机的生产速度)和二次冷却过程(secondary cooling process, SCP)的各冷

却段的冷却水量. 因为生产情况的复杂性, 简单通过查表的方式进行相应的调整, 经常出现操作参数设置不当导致的板坯质量问题 and 生产效率下降<sup>[1]</sup>.

目前二冷过程控制主要有人工配水、比例控制、参数控制、二冷动态控制等方法<sup>[2]</sup>. 其中, 二冷动态控制方法应用比较广泛. 文献[3-5]通过对过热度 and 实测温度反馈修正来调节二冷区的配水量. 文献[6-8]提出了在拉坯速度发生变化时能对所设定的流量进行前馈修正、二冷区出钢后测温并对表面温度进行处理和测温后二冷区水量反馈调节.

连铸二冷区生产环境复杂, 由于高温、水、雾气及铸坯表面的水膜、氧化铁皮等因素的影响, 造成

对铸坯表面温度进行准确测量的难度很大,测量值与实际值的误差较大;而且测量反馈周期比较长,例如在文献[4]中,铸坯温度反馈控制的周期是8 s,在高速连铸生产过程中,会造成铸坯表面温度起伏较大.同时铸坯内部的温度分布和钢液凝固情况等对关系板坯质量的信息难以获得<sup>[6]</sup>.因此基于凝固传热数学模型的动态控制被提了出来,其主要思想是:根据连铸生产过程中的钢种、拉坯速度、浇铸温度以及二次冷却区的实际水流量通过求解传热模型来计算模拟铸坯温度场分布情况,进而确定二冷水各冷却回路的水流量设定值,使铸坯的温度分布满足钢种对铸坯的要求.该动态模型能比较好地控制连铸坯表面温度,在生产应用过程中取得了较为理想的效果.文献[7-10]均采用此种动态模型,在实际生产过程中均得到很好的控制效果.

上述方法主要关注在已知拉速情况下,二冷区板坯温度如何跟踪目标温度的控制问题,忽视了拉速对产品质量和生产效率的影响.本文主要针对在钢水到达时间出现扰动时需要调整拉速和水量的问题,采用优化模型和算法来实现连铸机拉速和二冷水过程控制水量的设定值优化.

## 2 连铸二冷设定优化问题描述(Description of SCP setpoint optimization problems)

### 2.1 连铸生产过程(Continuous casting production process)

钢水盛放在钢水包中(称为一个炉次),从转炉到精炼炉、再到连铸机形成板坯,构成炼钢连铸生产过程.连铸是将液体金属经过一组特殊的冷却和支撑装置连续的浇铸成一定断面形状的铸坯的过程<sup>[11]</sup>.目前应用最为广泛的连铸机型是弧形连铸机,其组成包括钢包、中间包、结晶器、二冷区、振动装置、运送辊道、切割设备及拉坯矫直机(如图1).连铸冷却的主要任务是将从中间包进来的高温钢水依次经过结晶器、二次冷却区、辐射区,通过控制连铸机的拉坯速度、结晶器的和二冷区的冷却水量使之凝固成指定质量指标的铸坯<sup>[11]</sup>.

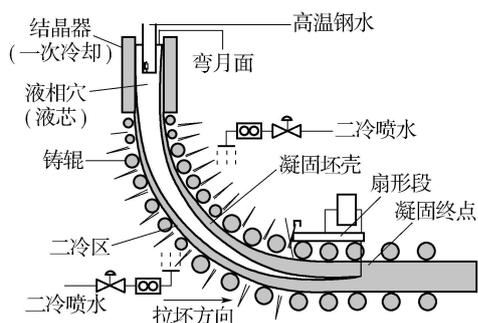


图1 连铸机结构<sup>[11]</sup>

Fig. 1 Components of continues caster device<sup>[11]</sup>

### 2.2 连铸二次冷却冶金准则(Metallurgy criteria of SCP)

连铸凝固传热过程中冷却水的分配对于铸坯质量影响起到决定性的作用.二冷区的水量设定形成的冷却条件决定了板坯质量<sup>[12]</sup>.例如,二冷区局部过度冷却会产生铸坯纵向凹陷进而导致纵向裂纹;二次冷却水量过大还会造成铸坯表面、角部横向裂纹.板坯连铸过程一般要遵循以下冶金准则<sup>[13]</sup>:

1) 连铸二次冷却强度分配原则.在整个二冷区应当采取自上而下冷却强度由强到弱的冷却分配原则.

2) 铸坯表面冷却速度及铸坯表面温度回升.一般情况下铸坯表面冷却速度应小于 $200^{\circ}\text{C}/\text{m}$ .铸坯表面温度回升应小于 $100^{\circ}\text{C}/\text{m}$ .

3) 矫直位置铸坯表面温度控制原则.在矫直点位置使铸坯表面温度控制在 $900^{\circ}\text{C}$ 以上,即高于脆性温度区进行矫直,避免产生横向裂纹.

4) 出结晶器处最小坯壳厚度.方坯出结晶器厚应大于 $8\text{ mm}$ ,板坯应大于 $12\text{ mm}$ ,以防止发生拉漏事故.

5) 液相穴长度.连铸机应具有足够的冶金长度来保证铸坯在剪切机位置前一定距离处完全凝固,通常此距离应不小于 $2\text{ m}$ .

### 2.3 连铸二冷设定过程描述(Setting process description of SCP)

连铸生产的实现包括炼钢连铸计划调度、连铸操作运行(过程控制系统设定)和连铸过程控制.连铸过程控制主要包括结晶器水量控制、结晶器调宽控制、二次冷却水控制、轻压下控制等.连铸操作运行主要是连铸机操作人员通过炼钢连铸计划调度的时间、设备安排,再结合钢种、工艺要求确定出拉坯速度值的大小,再通过查询水表的方式计算出相应拉速下的冷却配水量,这样就完成了连铸过程二冷水控制系统的设定.连铸冷却水量和拉坯速度的设定直接决定铸坯的质量和生产效率.

在炼钢生产过程中由于钢水的成分、温度、设备条件等因素导致炼钢生产具有较大的动态变化特性.这些动态变化反映到连铸机上,就是钢水到达时间的扰动.当钢水到达时间发生变化,连铸运行操作人员重新设定拉速和二冷过程控制水量值,完成连铸存在扰动下的运行设定.但是人工设定的方式不能保证各项生产指标的优化,难以保证铸坯的质量,造成产品质量差、生产率低等问题.

### 2.4 连铸二冷设定优化问题描述(Setting optimization description of SCP)

从连铸生产二冷设定过程的描述可以看出,连铸机操作运行(人工设定拉速和水量)主要解决连铸二

冷控制设定与炼钢生产之间的时间冲突问题。

如图2所示, 由于炼钢过程中出现的温度、成分、时间等扰动, 导致炉次2的钢水到达连铸机的时间比计划的时间延迟 $\Delta t$ , 此时连铸机还按原来的拉速设定值继续生产, 必然导致连铸生产的断浇事故, 称这种时间冲突问题为时间延迟冲突问题。相反, 若钢水到达连铸机的时间比原计划的钢水到达连铸机的时间提前 $\Delta t$ , 会造成钢水温度过低而影响板坯质量, 同时过长的等待时间也降低了连铸生产效率, 称这种时间冲突问题为时间提前冲突问题。在实际生产过程中, 时间延迟冲突问题是经常发生的问题。

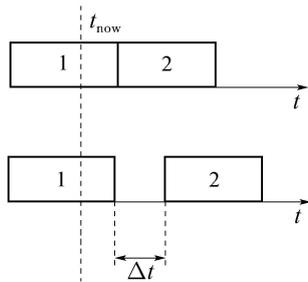


图 2 连铸时间延迟冲突问题

Fig. 2 Time delay conflict problem of continuous casting operation

针对上述时间扰动问题, 必须调整连铸机的拉速和水量的设定值。现场连铸机操作运行主要靠人工查表方式进行连铸机拉速和水量设定, 难以给定最优拉速和水量。需要根据生产过程中的时间扰动, 优化拉速和水量设定值, 使连铸生产过程处于最佳运行工况。

### 3 连铸二冷设定优化模型的建立(Formulation of SCP setting optimization)

连铸二冷设定优化模型主要包括连铸运行指标模型和连铸运行优化约束模型。决策变量为连铸拉坯速度 $V$ 和连铸二次冷却区水量 $Q_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ,  $n$ 为二冷区分段个数)。

#### 3.1 连铸运行指标模型(Operation indexes models of SCP)

在连铸二冷设定优化模型中决策变量 $V$ 和 $Q_i$ 直接影响连铸坯的质量, 而连铸坯的质量的好坏评价标准是基于连铸二次冷却冶金准则的, 所以本文基于冶金准则来建立连铸运行指标模型。

##### 1) 连铸坯表面温度与目标温度温差最小。

根据钢种的不同以及生产工艺的要求, 工艺给定了连铸坯在二冷区各段的表面目标平均温度值 $T_{aim,i}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ,  $n$ 为二冷区的分段数), 以满足冶金准则1), 3)和4)。连铸凝固传热过程模型计算的二冷区各段的铸坯表面平均温度 $T_i$ 应该尽量接近相应冷却段的工艺要求目标温度值, 即希望下面的

性能指标越小越好:

$$f_{1,i} = (T_i - T_{aim,i})^2, \quad (1)$$

其中 $i$ 代表不同的冷却段。

##### 2) 连铸坯表面温度冷却速率和表面温度回升速率。

根据冶金准则2)的要求在一般情况下在拉坯方向铸坯表面冷却速率和温度回升速率均有上限值。冷却速率上限定义为 $T_D$ , 温度回升速率上限定义为 $T_U$ 。一方面, 为了提高连铸生产效率, 希望在增加冷却速度的同时提高拉速, 来达到产量最大化, 但连铸坯表面温度冷却速率不能大于 $T_D$ ; 另一方面, 为了尽量使铸坯内部的热量传递到铸坯表面, 所以希望二冷区铸坯表面温度有一定的温度回升, 但是温度回升速率不能大于 $T_U$ 。因而这两方面的指标存在冲突。这两个方面分别用如下指标表示:

$$\begin{cases} f_{2,i} = (|\frac{\partial T_i}{\partial z}| - T_D)^2, \\ f_{3,i} = (|\frac{\partial T_i}{\partial z}| - T_U)^2, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $z$ 表示板坯长度方向坐标。

##### 3) 连铸机拉速与理想拉速偏差尽量小。

根据连铸工艺要求以及连铸机的构造情况, 连铸机的生产拉速要控制在一定的范围之内:

$$V \in [V_{min}, V_{max}].$$

在连铸生产过程调度给出一个理想拉速 $\bar{V} \in [V_{min}, V_{max}]$ , 使二冷设定优化的拉速 $V$ 尽量接近这个理想拉速 $\bar{V}$ , 反映提高生产效率的目标, 即

$$f_4 = (V - \bar{V})^2. \quad (3)$$

##### 4) 液芯长度要求。

根据冶金准则5), 为避免铸坯凝固前沿在应力作用下产生横向裂纹, 铸坯的液芯(长度 $L_H$ )必须在矫直点 $L_Z$ 之前完全凝固, 即

$$f_5 = \max(0, L_Z - L_H). \quad (4)$$

以上5个目标值就组成了基于冶金准则的连铸运行指标模型。

#### 3.2 连铸二冷设定约束模型(Constraints of SCP setting optimization)

连铸二冷设定的约束包括: 连续生产约束、连铸凝固过程模型约束、板坯表面温度约束、连铸拉坯速度约束以及二次冷却配水量的约束等。

##### 3.2.1 连续生产约束模型(Continuous production constraints)

连续生产约束体现了连铸生产过程对钢水到达连铸机的时间约束。连铸运行过程中的时间冲突问题表现为以下延迟和提前两类约束中的一类。

1) 对时间延迟冲突问题, 为了保证连铸机不出现断浇事故, 则有

$$t_2 \geq t_1, \quad (5)$$

其中:  $t_2$ 为调整拉速后剩余钢水的浇注时间,  $t_0$ 为炉次1按原拉速生产完剩余钢水所需时间,  $t_1 = t_0 + \Delta t$ .

2) 对时间提前冲突问题, 为了提高连铸生产效率, 则有

$$t_2 \leq t_1, \quad (6)$$

其中  $t_1 = t_0 - \Delta t$ .

### 3.2.2 连铸凝固传热过程模型(Solidification heat conduction constraints)

铸坯的质量通过连铸冶金准则来判定, 连铸凝固过程模型给出连铸坯温度分布后, 连铸冶金准则根据温度分布来判定板坯是否满足质量要求.

#### 1) 基本假设.

在建立凝固传热微分方程之前, 做如下假设<sup>[8]</sup>:

① 忽略连铸坯沿拉坯方向( $z$ 方向)的传热(约占总传热量的3%~6%).

② 忽略板坯断面沿宽面方向的热量传导( $y$ 方向), 由于板坯宽度方向长度远大于厚度方向的长度, 故板坯宽度方向可认为是均匀传热.

③ 连铸机同一冷却段冷却均匀.

④ 忽略凝固冷却收缩引起的铸坯尺寸变化.

⑤ 两相区的比热容用等效比热代替.

⑥ 铸坯内两相区和液相区的对流传热用等效导热系数表示, 将对流传热过程等效成传导传热过程.

#### 2) 控制方程.

根据连铸板坯凝固传热过程的特点, 基于以上的模型基本假设, 可以得到连铸板坯凝固传热一维数学模型的基本导热微分方程:

$$\rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (7)$$

式中:  $T$ 为铸坯温度场( $^{\circ}\text{C}$ );  $\rho$ 为钢的密度( $\text{kg}/\text{m}^3$ );  $C_e$ 为钢的比热容( $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ );  $\lambda$ 为导热系数( $\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$ );  $t$ 为铸坯凝固时间,  $t \in (0, +\infty]$ ;  $x$ 为铸坯的厚度方向, 由对称性取1/2厚度, 即  $x \in [0, 1/2X]$ ,  $X$ 为铸坯厚度.

#### 3) 初始条件和边界条件.

##### ① 初始条件.

在  $t = 0$  时刻, 即初始时刻铸坯温度为浇注温度,

$$T = T_c, \quad x \geq 0, \quad t = 0, \quad (8)$$

式中  $T_c$  为浇注温度( $^{\circ}\text{C}$ ).

##### ② 边界条件.

铸坯中的热量是在连续运动过程中通过铸坯表面传递出去的, 由于铸坯依次通过结晶器、二冷区和空冷区, 各冷却区具有不同冷却特点, 故边界条件也各不相同. 铸流依次通过结晶器、二次冷却区和

空冷区, 其边界条件都可归结为第3类边界条件, 即

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_s,$$

式中:  $q_s$ 是 $x$ 方向的表面热流密度( $\text{W}/\text{m}^2$ ).

##### a) 结晶器.

在结晶器内, 一次冷却水带走热量使钢水冷却并生成初生凝固坯壳, 其热流密度 $q_s$ 表示为

$$q_s = A - B\sqrt{t}, \quad (9)$$

式中:  $t$ 表示高温钢水在结晶器内的停留时间(s);  $A$ ,  $B$ 为工程实验测得的实验常数.

##### b) 二次冷却区.

二次冷却区铸流表面热量的传递方式主要有辐射、喷雾水滴蒸发、喷淋水加热以及铸辊与铸流的传导传热. 为了统一描述二冷区的传热形式, 所以采用综合换热系数 $h$ 描述铸流表面的热流密度:

$$q_s = h(T_b - T_w), \quad (10)$$

式中:  $h$ 为铸坯表面与外界环境之间的综合换热系数( $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ );  $T_b$ 为铸坯表面温度( $^{\circ}\text{C}$ );  $T_w$ 为冷却水温度( $^{\circ}\text{C}$ ).

在各冷却区内,  $h$ 的数值并不相同, 估算 $h$ 的经验公式大都只考虑水流量的因素<sup>[13]</sup>. 考虑到气水喷雾喷嘴的应用, 应该加入气流量的因素, 因此本文采用的公式为

$$h_i = h_{xi} \left( \frac{Q_i}{S_{Wi} \cdot S_{Li}} \right)^{rw_i} \left( \frac{Q_{\text{air},i}}{S_{Wi} \cdot S_{Li}} \right)^{ra_i}, \quad (11)$$

式中:  $i = 1, 2, \dots, n$ , 对应各冷却区编号;  $Q_i$ 为冷却区 $i$ 的冷却水流量( $\text{L}/\text{min}$ );  $Q_{\text{air},i}$ 为冷却区 $i$ 的气流量( $\text{m}^3/\text{h}$ );  $S_{Wi}$ 为冷却区 $i$ 的喷嘴冷却水雾矩的宽度( $\text{m}$ );  $S_{Li}$ 为冷却区 $i$ 的喷嘴冷却水雾矩的长度( $\text{m}$ );  $h_{xi}$ ,  $rw_i$ ,  $ra_i$ 为各冷却区的实验常数.

$h_{xi}$ ,  $rw_i$ ,  $ra_i$ 通常由工程实验方法确定<sup>[6]</sup>.

### 3.2.3 其他约束(Other constraints)

1) 为保证铸坯在二冷区支撑辊之间形成的鼓肚量最小, 通常在整个二冷区铸坯表面平均温度 $T_i$ 应低于一个极限值 $T_{B\text{max}}$ , 通常 $T_{B\text{max}}$ 取 $1100^{\circ}$ , 即  $T_i < T_{B\text{max}}$ .

2) 连铸机的拉坯速度 $V$ 的值要在一定的范围之内, 即  $V \in [V_{\text{min}}, V_{\text{max}}]$ , 其中 $V_{\text{min}}$ 和 $V_{\text{max}}$ 分别是连铸机拉坯速度的下限值和上限值.

3) 二冷区各段冷却水量 $Q_i$ 要在允许范围内, 即

$$Q_i \in [Q_{\text{min},i}, Q_{\text{max},i}],$$

其中 $Q_{\text{min},i}$ 和 $Q_{\text{max},i}$ 分别是各冷却段冷却水量的最小值和最大值, 不同的冷却段的 $Q_i$ 值的约束范围是不同的.

基于以上的描述可以得出连铸二冷设定优化模型如式(12)所示.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min f_{1,i} = (T_i - T_{aim,i})^2, \\ \min f_{2,i} = (|\frac{\partial T_i}{\partial z}| - T_D)^2, \\ \min f_{3,i} = (|\frac{\partial \bar{T}_i}{\partial z}| - T_U)^2, \\ \min f_4 = (V - \bar{V})^2, \\ \min f_5 = \max(0, L_Z - L_H), \\ \text{s.t. } t_2 \geq t_1, t_2 \leq t_1, \\ t_1 = t_0 + \Delta t, t_1 = t_0 - \Delta t, \\ \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \\ T = T_c, x \geq 0, t = 0, \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\frac{1}{2}X} = q_s, \\ q_{s,x} = h_i(T_b - T_w), \\ h_i = h_{xi} \left( \frac{Q_{water,i}}{S_{Wi} \cdot S_{Li}} \right)^{rw} \left( \frac{Q_{air,i}}{S_{Wi} \cdot S_{Li}} \right)^{ra} + h_{ri}, \\ T < T_{Bmax}, V_{min} < V < V_{max}, \\ Q_{min,i} < Q_i < Q_{max,i}, i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}. \end{array} \right. \quad (12)$$

可以看出, 式(12)为具有偏微分代数约束方程的多目标优化模型, 如极大值原理等最优控制方法难以求解这样的优化模型.

### 4 二冷设定模型优化算法(Setting optimization method of SCP)

针对模型的难点和现场实际情况的要求, 需要对模型进行处理转化, 并采用遗传算法的框架进行迭代优化计算.

#### 4.1 优化目标的转换与归一化(Conversion of multi-objective functions)

1) 连铸坯表面目标平均温度指标的处理.

由于冷却段的长度不同, 所以每个冷却段的温度值  $T_i$  与工艺要求的目标温度  $T_{aim,i}$  的差值, 即  $f_{1,i}$  对个体价值函数  $f_i$  的影响程度应该是不同的. 二冷段的长度越长, 其温度变化对铸坯整体质量影响的程度越强, 反之, 二冷段的长度越短, 其温度变化对铸坯整体质量影响的程度越弱. 所以本文对连铸坯表面目标温度指标做了加权平均处理, 具体如下:

$$f_{1,i} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i f_{1,i}}{L_a}, \quad (13)$$

$L_i$  为二冷区第  $i$  冷却的长度,  $L_a$  为二冷区总长度.

2) 连铸坯表面温度冷却速率和表面温度回升速率指标的处理.

根据连铸二次冷却冶金准则, 二冷区铸坯表面温度变化速率  $\frac{\partial T}{\partial z}$  要在冷却速率  $T_D$  和回升速率  $T_U$  之

间, 即

$$T_D < \frac{\partial T}{\partial z} < T_U. \quad (14)$$

本文选择相邻两个冷却段铸坯表面平均温度( $T_i$ )差值作为温度变化值, 相邻两个冷却段的中点( $L_i/2$ )差值作为长度变化值, 然后两个差值相除来确定铸坯表面温度变化率, 即

$$f_{2,i} = \left( 2 \frac{T_{i-1} - T_i}{L_{i-1} - L_i} - T_D \right)^2, \quad (15)$$

$$f_{3,i} = \left( 2 \frac{T_{i-1} - T_i}{L_{i-1} - L_i} - T_U \right)^2, \quad (16)$$

其中,  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$ ,  $n$  为二冷区分段数,  $T_0 = T_C, L_0 = 0$ .

3) 多目标函数转化为单目标函数.

对处理完的目标函数和另外两个目标函数( $f_4, f_5$ )进行归一化处理, 使  $f_k \in [0, 1] (k = 1, 2, \dots, 5)$ . 之后根据各个目标函数对铸坯质量的影响的程度选择不同的加权系数  $\lambda_k (\sum_{k=1}^{k=5} \lambda_k = 1)$ , 将多目标函数  $f_k$  转化为单目标函数.

$$\min f = \sum_{k=1}^{k=5} \lambda_k f_k. \quad (17)$$

### 4.2 约束模型的处理(Reformulation of constraints)

#### 4.2.1 连铸生产连续性约束的处理(Reformulation of continuous production constraint)

设炉次1当前拉速为  $V_0$ , 现在剩余的钢水重量为  $W$ , 体积为  $V_L$ , 钢水密度为  $\rho$ , 板坯截面积为  $S$ , 浇注长度为  $L_e$ , 原计划浇注时间为  $t_0$ .

根据钢包中剩余钢水质量守恒原理, 得

$$W = \rho \cdot V_L = \rho \cdot S \cdot L_e,$$

当冲突时间为  $\Delta t$ , 新浇注时间边界值为  $t_1$ , 相对应的拉速为

$$V_1 = \frac{L_e}{t_1} = \frac{W}{\rho \cdot S \cdot t_1}.$$

**定理 1** 设  $V \in [V_{min}, V_{max}]$ , 由式(5)可得  $V \in [V_{min}, V_1]$ , 由式(6)可得  $V \in [V_1, V_{max}]$ .

**证** 设二冷设定优化的拉坯速度为  $V$ , 在拉速  $V$  的情况下, 生产完剩余钢水所需时间为  $t_2$ , 则

$$L_e = V_0 t_0 = V_1 t_1 = V t_2.$$

令  $k = \rho \cdot S$  代入得  $k V_0 t_0 = k V_1 t_1 = k V t_2$ , 则

$$t_2 = \frac{V_1 t_1}{V}. \quad (18)$$

对时间延迟问题有  $t_2 \geq t_1$ . 将式(18)代入  $t_2 \geq t_1$ , 得到  $V_1 \geq V$ . 由  $V \in [V_{min}, V_{max}]$  有下式成立:

$$V \in [V_{min}, V_1]. \quad (19)$$

同理,对时间提前问题有下式成立:

$$V \in [V_1, V_{\max}]. \quad (20)$$

定理得证. 证毕.

### 4.2.2 凝固传热过程模型的差分计算(Difference calculation of solidification heat process model)

为了实现约束模型计算,本文采用显式中心有限差分方法进行模型数值计算和约束检验.通过选择适当的空间离散步长和时间离散步长,可以保证差分计算稳定性.

#### 1) 网格剖分.

对一维模型进行网格剖分,  $x$ 方向为铸坯厚度方向,  $t$ 方向为仿真时间.取空间步长为  $\Delta x$ 将厚度方向分为  $N$ 等份,取时间步长为  $\Delta \tau$ 将仿真时间分为  $M$ 等份.则对应节点  $(x_j, \tau_n)$  的  $T(x_j, \tau_n)$  表示铸坯在节点  $(x_j, \tau_n)$  处的真值,  $T_j^n$  表示定义在节点  $(x_j, \tau_n)$  的近似值,  $0 \leq j \leq N, 0 \leq n \leq M$ .具体如图3所示.

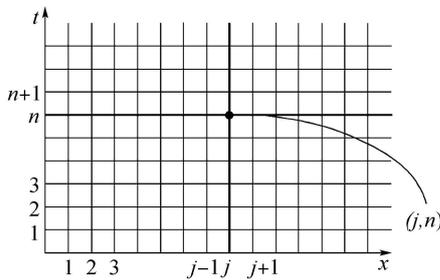


图3 一维模型的网格剖分

Fig. 3 The difference gridding of one dimensional model

#### 2) 显式中心差分方法.

##### ① 显式中心差分方程.

用显式差分方法可以将式(7)近似为

$$\rho C_e \frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta \tau} = \lambda \frac{T_{j+1}^n - 2T_j^n + T_{j-1}^n}{\Delta x^2}, \quad (21)$$

其中:  $n = 1, 2, 3, \dots, M - 1; j = 1, 2, 3, \dots, N - 1$ .

若令  $a = \lambda / (\rho C_e)$ ,  $r = a \Delta \tau / \Delta x^2$ , 并忽略截断误差,并使第  $n$  层值在等式右边,第  $n + 1$  层值在等式左边,则得

$$T_j^{n+1} = r T_{j+1}^n + (1 - 2r) T_j^n + r T_{j-1}^n. \quad (22)$$

##### ② 初始条件.

在  $t = 0$  时刻,即初始时刻连铸坯整个温度场设定为浇注温度  $T_c$ ,即

$$T_j^0 = T_c, x \geq 0, \tau = 0. \quad (23)$$

##### ③ 边界条件处理<sup>[14]</sup>.

#### i) 结晶器.

结晶器的边界可以根据式(9)通过经验公式得到  $A$  和  $B$  的值,进而得到结晶器的边界热流密度  $q_s$ .

#### ii) 二冷区.

根据边界点的热平衡,得

$$\lambda \frac{T_{j\pm 1}^n - T_j^n}{\Delta x} + h(T_w - T_j^n) = \rho C_e \frac{\Delta x}{2} \frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta \tau}, \quad (24)$$

整理得

$$T_j^{n+1} = (1 - \frac{2h\Delta\tau}{\rho C_e \Delta x} - \frac{2a\Delta\tau}{\Delta x^2}) T_j^n + \frac{2a\Delta\tau}{\Delta x^2} T_{j\pm 1}^n + \frac{2h\Delta\tau}{\rho C_e \Delta x} T_w. \quad (25)$$

当  $j = 0$  时取加号,表示铸坯的下表面边界;当  $j = N$  时取减号,表示铸坯的上表面边界.

为便于计算,令网格傅立叶数  $Fo_{\Delta} = a \Delta \tau / \Delta x^2$ , 网格毕渥数  $Bi_{\Delta} = h \Delta x / \lambda$ . 对  $h \Delta \tau / (\rho c \Delta x)$  可以作如下处理:

$$\frac{h\Delta\tau}{\rho c \Delta x} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\Delta\tau}{\Delta x^2} \frac{h\Delta x}{\lambda} = \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2} \frac{h\Delta x}{\lambda} = Fo_{\Delta} Bi_{\Delta}. \quad (26)$$

于是式(25)可写为

$$T_j^{n+1} = (1 - 2Fo_{\Delta} Bi_{\Delta} - 2Fo_{\Delta}) T_j^n + 2Fo_{\Delta} T_{j\pm 1}^n + 2Fo_{\Delta} Bi_{\Delta} T_w. \quad (27)$$

对方程直接利用初值进行迭代求解可得温度场的数值解.

### 4.3 连铸二冷设定优化GA算法(GA-based algorithm of SCP setting optimization)

本文利用遗传算法框架来实现连铸二冷设定优化模型的迭代优化求解.算法流程如图4所示.

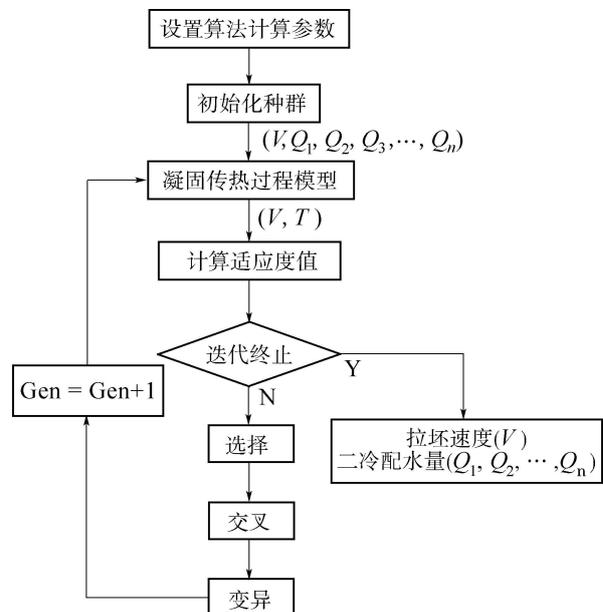


图4 遗传算法流程图

Fig. 4 Flow chart of genetic algorithm

#### 1) 构造适应度函数.

本文直接选择优化问题的优化目标函数作为适应度函数。

#### 2) 决策变量编码。

本文选择十进制编码。在炼钢连铸二冷设定优化问题中, 每个拉速值和对应的二冷各段的配水量就是一组编码。

#### 3) 种群初始化。

本文用人工经验给定的值来初始化二冷水量和拉速, 即初始水量的值是采用拉速 $V$ 下的相应水表值。这样既符合二冷区的冷却强度的要求, 又能使算法的初始解质量较高, 到达快速收敛的目的。

#### 4) 遗传算子设计。

##### ① 选择。

本文选择的轮盘选择法进行遗传算法的选择操作。

##### ② 交叉。

本文采用实值重组的方式进行交叉操作。在实值重组的方式中, 第1步根据交叉概率, 随机产生一个数跟交叉概率比较, 若此值小于交叉概率则进行交叉操作; 第2步随机在0到个体基因数之间产生一个数, 则个体在这个数之前的基因进行交叉操作。

##### ③ 变异。

交叉之后子个体经历的变异, 实际上是子个体基因按小概率扰动产生的变化。变异使遗传算法具有局部随机搜索能力, 同时保持了种群的多样性, 防止出现非成熟收敛。但变异概率不宜取的太大, 否则遗传算法就退化为随机搜索。

## 5 工业数据离线实验(Industrial data experiments)

为了测试本文提出的方法, 以某厂现场操作数据和连铸机仿真模型为基础, 进行工业数据离线验证。

### 5.1 工业测试数据(Industrial data set)

#### 5.1.1 某厂连铸机的主要技术参数(Parameter of continuous caster)

某厂连铸机主要的技术和结构参数如表1所示。

表 1 某厂的连铸机主要技术参数

Table 1 Technical parameter of continuous casting machine in the plant

项目	参数
机型	垂直弯曲型
二次冷却方式	气水混合
结晶器长度/mm	800
工作拉速/(m·min <sup>-1</sup> )	1.0~1.6
铸坯断面厚度/mm	200
铸坯断面宽度/mm	900~1910
冶金长度/m	39

二冷区共分九个冷却段(zone), 采用上下面同时用喷嘴喷水方式冷却。喷水冷却区的有效宽度为铸坯的宽度1910 mm。

#### 5.1.2 钢种的成分及物性参数(Physical parameter of steel grade)

本文测试数据来自钢种为GR1的数据, 其热物性参数分别为: 固相线温度 $T_S = 1462\text{ }^\circ\text{C}$ ; 液相线温度 $T_L = 1518\text{ }^\circ\text{C}$ ; 密度

$$\rho = \begin{cases} 7000\text{ kg/m}^3, & T < T_S, \\ 7250\text{ kg/m}^3, & T_S < T < T_L, \\ 7500\text{ kg/m}^3, & T > T_L, \end{cases}$$

其中 $T$ 是钢的温度; 比热容 $C_e = 540\text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ ; 过热度为 $17\text{ }^\circ\text{C}$ ; 凝固潜热为 $265.6\text{ kJ/kg}$ ; 导热系数

$$\lambda = \begin{cases} 28\text{ W/(m}\cdot\text{K)}, & T < T_S, \\ 30\text{ W/(m}\cdot\text{K)}, & T_S < T < T_L, \\ 50\text{ W/(m}\cdot\text{K)}, & T > T_L. \end{cases}$$

#### 5.1.3 二冷区水气流量的确定(Water-air flow rate)

连铸生产现场通过连铸机的拉坯速度查询水表设定水量, 即在不同的拉速下根据式(28)计算出二冷区各段配水量。拉速与二冷水量的关系如下:

$$Q_i = A_i V^2 + B_i V + C_i, \quad (28)$$

其中 $A_i, B_i, C_i$ 为水量回归参数, 是现场生产过程中配水经验回归得到的参数值。

GR1的配水参数 $A_i, B_i, C_i$ 的值由生产企业通过工艺计算和生产实践确定。由于这些数据为工厂的关键生产数据, 本文略去相关数据。

#### 5.1.4 综合换热系数 $h$ 的确定(Comprehensive heat transfer coefficient $h$ )

##### 1) 结晶器换热系数 $h$ 。

结晶器的热流密度按式(9)求解出参数 $A, B$ 的值就可以确定出结晶器的热流密度 $q_s$ 。本文对于结晶器段的热流密度进行进一步的处理, 采用等效的换热系数去代替结晶器边界的热流密度, 将结晶器分段, 这里将结晶器分成4段, 对每段的换热系数进行分段插值, 如表2所示, 其中 $Z$ 为距弯月面距离。

表 2 结晶器等效换热系数

Table 2 The equivalent heat transfer modulus of crystallizer

序号	$Z/\text{mm}$	$q_s/(\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1})$
1	0	1200
2	200	970
3	400	770
4	600	600
5	800	450

表2中,  $Z = 0$ 代表结晶器的入口,  $Z = 800$ 代表结晶器的出口, 在结晶器的分段点都有等效换热系数 $h$ 的值. 每段内 $h$ 的值采用插值方法计算.

## 2) 二冷区综合换热系数 $h$ .

综合换热系数 $h$ 的表达式如式(11)所示, 式中的参数如表3所示.

表3 综合换热系数参数值

Table 3 The parameter of comprehensive heat transfer coefficient

Zone $i$	$h_{xi}$	$r_{wi}$	$r_{ai}$
1	107.40	0.41	0
2-9	58.86	0.32	0.173

根据上表参数值, 代入式(11)中, 再代入二冷区的水气流量与每段的喷水的几何面积, 就能得到二冷区各段综合换热系数 $h$ 的值.

## 5.2 方法测试实验与对比分析(Test experiments and analysis)

采用某厂板坯连铸过程生产运行数据, 通过现场人工调整方式(方式1)和本文优化方式(方式2)得到的不同设定值下的铸坯表面平均温度的对比, 来进行本文方法的测试验证.

### 5.2.1 连铸二冷设定问题验证实例(Test instances of SCP setting)

设当前连铸机以 $V_0 = 1.2 \text{ m/min}$ 的标准拉速进行GR1钢种一炉钢水的板坯(规格:  $1910 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ )生产. 此时有两种实例可能出现. 因此本文分别对这两种实例进行了测试验证.

#### 例1 提高拉速实例.

下个炉次的钢水比计划提前 $\Delta t_1$ 时间到达连铸机. 现要求拉速需要至少增加到 $V_{up}$ , 使本炉次剩余钢水在拉速 $V_{up}$ 下减少浇注时间 $\Delta t_1$ , 从而消除 $\Delta t_1$ 时间干扰.

#### 例2 降低拉速实例.

下个炉次的钢水会比计划延迟 $\Delta t_2$ 时间到达. 现要求拉速至少减小到 $V_{down}$ , 使本炉次剩余钢水在拉速 $V_{down}$ 下增加浇注时间 $\Delta t_2$ , 从而消除 $\Delta t_2$ 时间干扰.

随着拉速的变化, 二冷过程控制的水量设定值需要同时调整, 以获得质量合格的板坯.

### 5.2.2 方式1实验结果(Experimental results of Method 1)

**例1** 现场操作员直接将连铸机的拉速调至 $V_{up} = 1.5 \text{ m/min}$ , 然后通过查询水表得到改变后的二冷各段配水量 $Q_i$ 继续生产. 其板坯温度如表4.

**例2** 现场操作人员将拉速调整到 $V_{down} = 1.0 \text{ m/min}$ , 然后通过查询水表得到改变后的二冷

各段配水量继续生产. 其板坯温度如表4.

表4 方式1和方式2下的铸坯平均表面温度对比  
Table 4 The comparison of the slab surface average temperature by Method 1 and Method 2

项目	$T_{aim}$	消除 $\Delta t_2$		消除 $\Delta t_1$	
		$T_{me}$	$T_{opt}$	$T_{me}$	$T_{opt}$
$V/(\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$	-	1	1	1.5	1.5
Zone 1	1048	914	909	964	973
Zone 2	978	990	993	999	1000
Zone 3	903	982	967	989	985
Zone 4	884	938	914	946	939
Zone 5	882	919	895	922	909
Zone 6	881	895	879	893	880
Zone 7	877	874	872	877	872
Zone 8	891	891	900	906	895
Zone 9	894	850	884	912	913

以上的人工调整方式选择的拉速方法是: 在水表规定的可选速度中, 选择最接近的恰好可消除时间干扰的值. 但是通过人工调整得到的拉速和通过查水表得到的二冷配水量设定值很可能使铸坯表面温度和工艺设定温度偏差较大, 造成板坯质量缺陷, 且生产效率低下.

### 5.2.3 方式2实验结果与对比分析(Experimental results of Method 2)

将本文优化方法用于优化实例的问题, 以较高的拉速使铸坯表面温度和工艺设定温度偏差最小, 得到质量合格的铸坯.

**例1** 消除过长的钢水等待时间 $\Delta t_1$ . 首先保证改变后的拉速要小于等于 $V_{up}$ , 然后在 $V_0 \sim V_{up}$ 的拉速范围内通过优化算法优化出最佳的拉速 $V_{opt1}$ 和二冷配水量 $Q_{i,opt1}$ 来保证铸坯的质量.

**例2** 消除产生断浇事故的时间 $\Delta t_2$ , 且有较高的生产效率. 首先保证改变后的拉速要小于等于 $V_{down}$ , 然后在 $V_{min} \sim V_{down}$ 拉速范围内通过优化算法优化出最佳的拉速 $V_{opt2}$ 和二冷配水量 $Q_{i,opt2}$ 来保证铸坯的质量.

在优化计算过程中, 其算法计算的一些参数, 包括种群数(popsiz)、迭代次数(maxgens)、交叉概率(pxover)、变异概率(pmutation)、差分空间离散步长 $\Delta x$ 和时间步长 $\Delta \tau$ 等如表5所示.

表5 连铸二冷设定优化模型运行参数值

Table 5 The operation parameters of continuous casting operation optimization model

popsiz	pxover	pmutation	maxgens	$\Delta x/\text{mm}$	$\Delta \tau/\text{s}$
50	0.8	0.015	200	2.5	1

在方式2实验中,首先是保持方式1调整的拉速不变,只对二冷水量进行优化,以便与方式1的结果进行对比,然后给出了同时优化拉速和二冷水量的结果.

#### 1) 拉速不变,优化二冷水量.

不考虑拉速变动的优化,即保持方式1的拉速不变,通过方式2得到新的二冷配水量.

通过由工厂提供的铸机仿真模型计算得到方式1和方式2下的二冷各段铸坯表面平均温度值如表4所示.  $T_{aim}$ 表示工艺要求的目标温度,  $T_{me}$ 代表方式1下的铸坯表面平均温度,  $T_{opt}$ 代表方式2下的铸坯表面平均温度.

表6为方式1和方式2下的铸坯表面温度与工艺要求的目标温度之间的差值对比,可以得出如下结论:

① 例1中,拉速  $V = 1.5 \text{ m/min}$  时,方式2有6个冷却段(占二冷区总长度的51.7%)表面平均温度与目标温度的偏差优于方式1.其他各段的温度偏差劣于方式1的最大值为  $5^\circ\text{C}$ .

② 例2中,拉速  $V = 1 \text{ m/min}$  时,方式2有5个冷却段(占二冷区总长度的46.6%)表面平均温度与目标温度的偏差优于方式1.其他各段的温度偏差劣于方式1的最大值为  $9^\circ\text{C}$ .

表 6 方式1和方式2下的铸坯表面平均温度与工艺要求的目标温度差值对比

Table 6 The comparison of the slab surface average temperature between technics objection with the calculation of Method 1 and Method 2 ( $^\circ\text{C}$ )

项目	消除 $\Delta t_2$		消除 $\Delta t_1$	
	$T_{aim} - T_{me}$	$T_{aim} - T_{opt}$	$T_{aim} - T_{me}$	$T_{aim} - T_{opt}$
Zone 1	134	139	84	75
Zone 2	-12	-15	-21	-22
Zone 3	-79	-64	-86	-82
Zone 4	-54	-30	-62	-55
Zone 5	-37	-13	-40	-27
Zone 6	-14	2	-12	1
Zone 7	3	5	0	5
Zone 8	0	-9	-15	-4
Zone 9	44	10	-18	-19

#### 2) 同时优化拉速与二冷水量.

通过方式2得到的拉速和二冷水量.

通过由工厂提供的铸机仿真模型计算得到方式1和方式2下二冷各段铸坯表面平均温度值如表7所示.

方式1和方式2下的二冷各段铸坯表面平均温度值与工艺要求的目标温度差值如表8所示.由表8可

以得出如下结论:

1) 例1中,拉速  $V = 1.476 \text{ m/min}$ ,方式2有8个冷却段(占二冷区总长度的84.1%)表面平均温度与目标温度的偏差优于方式1.另外一个冷却段的温度偏差劣于方式1的最大值为  $7^\circ\text{C}$ ,铸坯的总体表面温度得到了明显的改善.

2) 例2中,拉速  $V = 0.972 \text{ m/min}$  时,方式2有7个冷却段(占二冷区总长度的77.1%)表面平均温度与目标温度的偏差优于方式1.其他各段的温度偏差劣于方式1的最大值为  $12^\circ\text{C}$ ,铸坯的总体表面温度得到了明显的改善.

表 7 方式1和方式2得到的铸坯表面温度平均值  
Table 7 The slab surface average temperature by Method 1 and Method 2 ( $^\circ\text{C}$ )

项目	$T_{aim}$	消除 $\Delta t_2$		消除 $\Delta t_1$	
		$T_{me}$	$T_{opt}$	$T_{me}$	$T_{opt}$
Zone 1	1048	914	907	964	965
Zone 2	978	990	983	999	997
Zone 3	903	982	955	989	984
Zone 4	884	938	904	946	938
Zone 5	882	919	888	922	903
Zone 6	881	895	880	893	878
Zone 7	877	874	879	877	870
Zone 8	891	891	903	906	889
Zone 9	894	850	876	912	903

表 8 方式1和方式2下的铸坯表面温度与工艺要求的目标温度差值对比

Table 8 The comparison of the slab surface temperature between technics objection with the calculation of Method 1 and Method 2 ( $^\circ\text{C}$ )

项目	消除 $\Delta t_2$		消除 $\Delta t_1$	
	$T_{aim} - T_{me}$	$T_{aim} - T_{opt}$	$T_{aim} - T_{me}$	$T_{aim} - T_{opt}$
Zone 1	134	141	84	83
Zone 2	-12	-5	-21	-19
Zone 3	-79	-52	-86	-81
Zone 4	-54	-20	-62	-54
Zone 5	-37	-6	-40	-21
Zone 6	-14	1	-12	3
Zone 7	3	-2	0	7
Zone 8	0	-12	-15	2
Zone 9	44	18	-18	-9

## 6 结论(Conclusions)

本文针对连铸生产过程中经常出现的时间干扰导致断浇与效率降低等情况,需要进行拉速和二冷

水量的优化设定问题,提出了钢水到达时间扰动下的二冷设定优化模型和算法.通过以某厂的现场数据和操作数据进行的离线实验,对比了人工调整方法和本文方法的板坯表面平均温度偏差,说明了本文方法的可行性和有效性.但本文提出的方法不能处理出现过长时间干扰(例如30 min以上)的问题,原因在于即使采用过很低的拉速,以降低生产效率为代价,连铸机的剩余钢水量也不足使生产延长如此多的时间.这样的情况,需要调度系统和运行系统协同完成时间干扰的消除.这也是本文进一步的研究工作.

### 参考文献(References):

- [1] KAMETANI H. Fractal analysis of the surface cracks of continuously cast steel slabs [J]. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 1998, 29(6): 1261 – 1267.
- [2] 刘青, 王良周, 曹立国, 等. 连铸二次冷却研究的进展 [J]. 钢铁研究学报, 2005, 17(6): 6 – 9.  
(LIU Qing, WANG Liangzhou, CAO Ligu, et al. Evolution of research on secondary cooling in continuous casting process [J]. *Journal of Iron and Steel Research*, 2005, 17(6): 6 – 9.)
- [3] DOU Z, LIU Q, WANG B, et al. Evolution of control models for secondary cooling in continuous casting process of steel [J]. *Steel Research International*, 2011, 82(10): 1220 – 1227.
- [4] GUO L, TIAN Y, YAO M, et al. Temperature distribution and dynamic control of secondary cooling in slab continuous casting [J]. *International Journal of Minerals, Metallurgy and Materials*, 2009, 16(6): 626 – 631.
- [5] DAUTOV R, KADYROV R, LATINEN E. On 3d dynamic control of secondary cooling continuous casting process [J]. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2003, 24(13): 3 – 13.
- [6] ZHANG J, CHEN D, WANG S, et al. Compensation control model of superheat and cooling water temperature for secondary cooling of continuous casting [J]. *Steel Research International*, 2011, 82(3): 213 – 221.
- [7] CAMISANI-CALOLARI F R, CRAIG I K, PISTORIUS P C. Speed disturbance compensation in the secondary cooling zone in continuous casting [J]. *ISIJ International*, 2000, 40(5): 409 – 477.
- [8] HARDIN R A, LIU K, KAPOOR A, et al. A transient simulation and dynamic spray cooling control model for continuous steel casting [J]. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 2003, 34(3): 297 – 306.
- [9] 阮晓明, 阎朝红, 梅峰, 等. 宝钢板坯连铸凝固与传热模型的开发 [J]. 连铸, 2009, 3(3): 21 – 25.  
(RUAN Xiaoming, YAN Chaohong, MEI Feng, et al. Development of solidification and heat transfer model for slab casting at baosteel [J]. *Continuous Casting*, 2009, 3(3): 21 – 25.)
- [10] GHEORGHIES C, CRUDU I, TELETIN C, et al. Theoretical model of steel continuous casting technology [J]. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 2009, 16(1): 12 – 16.
- [11] 蔡开科. 连续铸钢原理与工艺 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 1994: 270 – 301.  
(CAI Kaike. *Continuous Cast Steel Principles and Technology* [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1994: 270 – 301.)
- [12] SAMARASEKERA I V, BRIMACOMBE J K. Modeling the formation of longitudinal facial cracks during continuous casting of hypoperitectic steel [J]. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 2002, 33(3): 91 – 103.
- [13] HARDIN R, LIU K, BECKERMANN C, et al. A transient simulation and dynamic spray cooling control model for continuous steel casting [J]. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 2003, 34(3): 297 – 306.
- [14] 陶文铨. 数值传热学 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1995: 126 – 130.  
(TAO Wenquan. *Numerical Heat Transfer* [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1995: 126 – 130.)

### 作者简介:

罗小川 (1974–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为复杂工业过程运行优化与控制, E-mail: luoxch@163.com.