第 29 卷第 12 期
2012 年 12 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 29 No. 12
Dec. 2012

文章编号: 1000−8152(2012)12−1594−09

永磁同步电机非线性观测器设计及内核验证

祝晓辉[1], 李颖晖[2], 孙国强[1]

(1. 空军航空大学 飞行器控制系, 吉林 长春 130022; 2. 空军工程大学 航空航天工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 永磁同步电机调速系统的矢量控制建立在转子磁链定向系内, 为了获得优异的转速响应特性、调速范围, 特别是低速调速性能及抗负载扰动性能等控制效果, 需要获取转子精确的位置及速度信息作为反馈调节量. 针对永磁同步电机模型方程多变量、非线性、强耦合的特点, 设计了一种基于非线性坐标变换后能观测规范形的高增益观测器, 将其作为转子位置及速度高精度估计的内核算法. 基于微分几何理论分析了转子磁链定向系内模型的非线性局部弱能观性及全局能观性, 从而肯定了应用非线性观测器内核进行局部及全局状态估计的必要性; 与另一种不同内核的观测器相比较, 数值仿真结果肯定了本文提出的非线性观测器内核在估计转子磁链定向系的交(直)轴电流及速度信息方面的可实现性. 这样, 在理论及算法两个方面, 都证明了所提出的非线性观测器内核可以实现无传感器稳定起动、状态估计以及结合位置估算的算法交联收敛性.

关键词: 永磁同步电机; 高增益观测器; 微分几何; 非线性能观性; 矢量控制

中图分类号: TP271.4, TM301.2　　**文献标识码**: A

Nonlinear observer design for permanent magnet synchronous motor and verification of the algorithm kernel

ZHU Xiao-hui[1], LI Ying-hui[2], SUN Guo-qiang[1]

(1. Aircraft Control Department, Aviation University of Air Force, Changchun Jilin 130022, China;
2. Aeronautics & Astronautics Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

Abstract: The rotor-flux-oriented vector control for the permanent magnet synchronous motor (PMSM) requires accurate information of rotor position and speed as the feedback control signal to achieve the fast speed change in a wide range and the rejection in load disturbances. To deal with the characteristics of multivariable, nonlinearity and high-coupling in the mathematical model of PMSM, we develop a high-gain observer based on the nonlinear transformed observability canonical forms (NTOCF–HGO), and use it as the algorithm kernel to estimate the rotor position and speed. By using differential geometry theory to analyze the nonlinear local observability and global observability of the rotor-flux oriented model, we confirm the necessity of employing the nonlinear observer kernel in estimating the local and global states. In the comparison with another nonlinear observer kernel, the simulation results confirm the realization of the proposed nonlinear observer kernel in estimating the quadrature current, direct-axis current and the rotor speed. All these work provide potential support, from the theoretical and the algorithmic aspects, for the practical applications of this nonlinear observer kernel to PMSM sensorless vector control for realizing the stable start-up, state-estimation and the cross-convergence of the algorithm for position estimation.

Key words: PMSM; high gain observer; differential geometry; nonlinear observability; vector control

1　引言(Introduction)

现代电力电子器件的迅猛发展促进了脉宽调制技术及矢量控制理论在交流电机控制系统的应用, 使得以应用永磁同步电机为代表的交流调速系统具有宽广的调速范围及优异的转速响应特性. 永磁同步电机矢量调速系统运行的关键是根据转子的位置及速度信息来控制功率器件的通断, 并进而实现对转速及转矩的调节. 转子位置信息的获取通常是借助光电编码器等物理传感器, 近年来, 依靠电机运行的终端信息来估计转子的位置及速度信息, 实现电机的无传感器运行获得了广泛的研究, 有代表性的方法可归纳为如下几类: 基波反电势检测法利用绕组反电势与转子位置的相互关系进行估算[1–2]; 高频信号注入法通过给具有特定凸极性的永磁体内埋式电机注入一定形式的高频电压(或电流), 并检测其出线端的负序或零序电流来获取转子位置及转速[3–4]: 这两种方法都属于间接估算法; 状态观测器法根据电机的模型方程, 通过非线性状态观测器来重构电机的内部状态[5–7], 属于直接估算法.

本文以永磁体表面安装式永磁同步电机为例, 根

收稿日期: 2011−12−10; 收修改稿日期: 2012−04−27.
基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2006E_132).

据其调速运行具有多变量、非线性、强耦合的特点, 将永磁同步电机模型方程定义在光滑的微分流形上, 依据流形上局部坐标的不同映射, 设计了两种基于非线性坐标变换后能观测规范形的高增益观测器(NTOCF−HGO), 并将其用于转子位置及速度估计的内核算法. 为了验证非线性观测器内核在解决永磁同步电机无传感器运行中遇到的实际问题的有效性, 应用微分几何理论阐明永磁同步电机的降阶模型满足局部弱能观及全局能观性, 解决了所设计的非线性观测器能够保证转子信息估计在局部及全局工作状态满足收敛性及唯一性的必要性问题; 针对两种基于不同内核结构的非线性观测器, 从算法上对其进行了稳态及暂态估计性能的对比验证.

2 流形定义下方程描述(Model formulation of SPMSM under differential manifold)

表面安装式永磁同步电机建立在转子磁链定向系内的方程为(暂不考虑位置子系统)Σ:

$$\begin{cases}\begin{pmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\\ \dot x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\alpha_1x_1+\alpha_2x_2x_3\\ -\alpha_1x_2-\alpha_2x_1x_3-\alpha_2\alpha_3x_3\\ -\alpha_5x_3+\alpha_2\alpha_4x_2\end{pmatrix}+\\ \qquad\begin{pmatrix}\beta_1&0&0\\0&\beta_2&0\\0&0&-\beta_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix},\\ \begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix},\end{cases}\tag{1}$$

式中: 状态变量$\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,x_3)^{\mathrm T}=(i_{\mathrm d},i_{\mathrm q},\omega)^{\mathrm T}$; 输入变量$\boldsymbol{u}=(u_1,u_2,u_3)^{\mathrm T}=(u_{\mathrm d},u_{\mathrm q},T_{\mathrm L})^{\mathrm T}$; 输出变量$\boldsymbol{y}=(i_{\mathrm d},i_{\mathrm q})^{\mathrm T}$; 各项系数: $\alpha_1=R/L$, $\alpha_2=n_{\mathrm p}$, $\alpha_3=K_{\mathrm E}/L$, $\alpha_4=3K_{\mathrm E}/2J$, $\alpha_5=f_{\mathrm s}/J$, $\beta_1=\beta_2=1/L$, $\beta_3=1/J$. 其中: R为定子绕组电阻, L为d,q轴等效电感($L=L_{\mathrm d}=L_{\mathrm q}$), $n_{\mathrm p}$为电机极对数, $K_{\mathrm E}$为反电势常数, J为转子转动惯量, $f_{\mathrm s}$为粘滞摩擦系数, $T_{\mathrm L}$为负载转矩.

方程Σ的状态变量间存在两两耦合关系且形式不规则, 现有的单变量及多变量规则形式的非线性观测器设计方法无法有效解决此类方程的观测器设计问题; 而且, 对于通过构造非线性观测器估计永磁转子的位置及速度, 进而实现永磁同步电机无传感器控制这样的实际应用问题,状态估计的唯一真实性又对分析方程的非线性能观性与观测器方程存在性的相互关系提出了必然要求.

为此, 本文将永磁同步电机非线性方程Σ定义在$\boldsymbol{M}=\{(\omega,\boldsymbol{i})\in\mathbb{R}^3\}$这样的三维流形上(对该流形上的任一点$\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{M}$, 显然均存在$\boldsymbol{x}$的邻域$U$以及同胚映射$\varphi:\boldsymbol{x}\mapsto\varphi(\boldsymbol{x})\subset\mathbb{R}^3$), 根据对状态变量的不同约束, 就可以在不同的三维子流形上研究实际的物理状态. 此时, 状态变量$\boldsymbol{x}$就可视为流形上的局部坐标, 而在流形上可以自由地选择局部坐标, 这就为在流形上构造规则形式的非线性观测器提供了基础; 而非线性系统的状态方程可以用流形上的切向量场来描述, 输出方程则成为状态流形到输出流形的一个映射, 这又为进一步研究非线性观测器与非线性能观性的关系问题提供了数学基础[8].

3 非线性观测器内核设计(Design of nonlinear observer)

针对定义在流形$\boldsymbol{M}$上的方程Σ, 在子流形$\boldsymbol{M}'=(\boldsymbol{M}\backslash\{x_2=0\})$上通过选取局部坐标变换式(2):

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}=\varPhi(\boldsymbol{x})=(y_1,L_{\mathrm f}(y_1),y_2)^{\mathrm T}=\\ (x_1,-\alpha_1x_1+\alpha_2x_2x_3,x_2)^{\mathrm T}.\end{aligned}\tag{2}$$

也就是求解状态流形到输出y_1的映射, 就将方程Σ同胚映射为Σ-I:

$$\begin{cases}\dot z_1=z_2+\beta_1u_1,\\ \dot z_2=-(\alpha_1^2+\alpha_1\alpha_5)z_1-(2\alpha_1+\alpha_5)z_2-\\ \quad\alpha_2\beta_3u_3z_3+\alpha_2^2\alpha_4z_3^2-\alpha_1\beta_1u_1-\\ \quad\dfrac{(z_1+\alpha_3)(z_2+\alpha_1z_1)^2}{z_3^2}+\beta_2u_2\dfrac{z_2+\alpha_1z_1}{z_3},\\ \dot z_3=-\alpha_1z_3+\beta_2u_2-\dfrac{(z_1+\alpha_3)(z_2+\alpha_1z_1)}{z_3},\\ \boldsymbol{y}=\underbrace{\left[\begin{array}{cc|c}1&0&0\\ \hline 0&0&1\end{array}\right]}_{\boldsymbol{C}}\begin{bmatrix}z_1\\z_2\\z_3\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{A}=\left[\begin{array}{cc|c}0&1&0\\-(\alpha_1^2+\alpha_1\alpha_5)&-(2\alpha_1+\alpha_5)&0\\ \hline 0&0&-\alpha_1\end{array}\right],\end{cases}\tag{3}$$

式中算子$L_{\mathrm f}(\cdot)$表示输出函数对向量场的李导数. 方程形式的变换是由于流形上的局部坐标发生了改变, 而选取在子流形$\boldsymbol{M}'$上进行变换是为了保证变换的可逆性.

同理, 在子流形$\boldsymbol{M}''=(\boldsymbol{M}\backslash\{x_1=-K_{\mathrm E}/L\})$上选取另外一种形式的局部坐标变换(4):

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}'=\varPhi'(\boldsymbol{x})=(y_1,y_2,L_{\mathrm f}(y_2))^{\mathrm T}=\\ (x_1,x_2,-\alpha_1x_2-\alpha_2\alpha_3x_3-\alpha_2x_1x_3)^{\mathrm T}.\end{aligned}\tag{4}$$

也即求状态流形到输出y_2的映射, 也可以将方程Σ同胚映射为Σ-II:

$$\begin{cases} \dot{z}_1' = -\alpha_1 z_1' - \dfrac{\alpha_2 z_2'(\alpha_1 z_2' + z_3')}{\alpha_2 z_1' + \alpha_2\alpha_3} + \beta_1 u_1, \\ \dot{z}_2' = z_3' + \beta_2 u_2, \\ \dot{z}_3' = \\ -\alpha_2^2\alpha_3\alpha_4 z_2' - \alpha_1 z_3' - \alpha_2^2\alpha_4 z_1' z_2' - \\ \dfrac{\alpha_2^2(\alpha_1 z_2' + z_3')^2 z_2'}{(\alpha_2 z_1' + \alpha_2\alpha_3)^2} - \\ ((\alpha_1\alpha_2 z_1' + \alpha_2\alpha_5 z_1' + \alpha_2\alpha_3\alpha_5 - \\ \alpha_2\beta_1 u_1)(\alpha_1 z_2' + z_3'))/(\alpha_2 z_1' + \alpha_2\alpha_3) + \\ \alpha_1\beta_2 z_1' u_3 - \alpha_1\beta_2 u_2 - \alpha_2\alpha_3\beta_3 u_3, \\ \boldsymbol{y} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|cc} 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \end{array}\right]}_{\boldsymbol{C}'} \begin{bmatrix} z_1' \\ z_2' \\ z_3' \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{A}' = \left[\begin{array}{c|cc} -\alpha_1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\alpha_2^2\alpha_3\alpha_4 & -\alpha_1 \end{array}\right]. \end{cases} \tag{5}$$

变换后方程Σ-I与Σ-II具有如下规范形式[9]:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{z} + \varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}), \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{z}. \end{cases} \tag{6}$$

式中各矩阵的结构如下(其中$\boldsymbol{A}_k$的阶数为η_k, $k = 1, \cdots, p$), 且满足$\sum\limits_{i=1}^{p} \eta_i = n$):

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \boldsymbol{A}_p \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{A}_k = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ * & \cdots & 0 & 1 \\ * & \cdots & * & * \end{pmatrix}_{\eta_k \times \eta_k},$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C}_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \boldsymbol{C}_p \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{C}_k = (1, 0, \cdots, 0)_{1 \times \eta_k}.$$

新局部坐标下, 对式(3): $\boldsymbol{C}\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_1 \end{pmatrix}$; 对式(5): $\boldsymbol{C}'\boldsymbol{A}' = \begin{pmatrix} -\alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. 易于验证, 矩阵对$(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{C})$及$(\boldsymbol{A}', \boldsymbol{C}')$均线性完全能观. 构造上述规范化形式方程的观测器就归结为如何处理非线性项$\varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$.

定理 1 对系统(6), 如果线性矩阵对$(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{C})$完全能观且向量函数$\varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$满足下列结构性条件[10]:

1) 向量函数$\varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$对$\boldsymbol{z}$满足Lipschitz常数全局有界, 同时对$\boldsymbol{u}$也满足Lipschitz常数有界, 也即

$$\|\varphi(\hat{\boldsymbol{z}}, \boldsymbol{u}) - \varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})\| \leqslant \alpha_\varphi \|\hat{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{z}\|. \tag{7}$$

定义$\boldsymbol{K} = [\mathrm{block\,diag}\{\boldsymbol{K}_1, \cdots, \boldsymbol{K}_p\}]$为全维矩阵且$\forall k$, $\lambda(\boldsymbol{A}_k - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{C}_k) < 0$, $\boldsymbol{A}_k$的阶数为$\eta_k(k = 1, \cdots, p)$且满足$\sum\limits_{k}^{p} \eta_k = n$. 定义每个矩阵块的起始索引指数为$\mu_1 = 1$, $\mu_k = \mu_{k-1} + \eta_{k-1}$, $k = 1, \cdots, p$. 存在两组整数$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_1, \cdots, \sigma_n\}$与$\boldsymbol{\kappa} = \{\kappa_1, \cdots, \kappa_p\}$, 其中$\kappa_i > 0$, $i = 1, \cdots, p$, 使得

2) $\sigma_{\mu_k+l} = \sigma_{\mu_k+l-1} + \kappa_k$, $k = 1, \cdots, p$, $l = 1, \cdots, \eta_k - 1$;

3) $\dfrac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \neq 0 \Rightarrow \sigma_i > \sigma_j$, $i, j = 1, \cdots, n$, $j \neq \mu_k$.

则存在足够小的常数$T > 0$, 使得系统

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{z}}} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{z}} + \varphi(\hat{\hat{\boldsymbol{z}}}, \boldsymbol{u}) + \bar{\Delta}^{-1}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{z}}), \\ \bar{\Delta}(T, \boldsymbol{\kappa}) = \begin{pmatrix} \bar{\Delta}_1(T, \kappa_1) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \bar{\Delta}_p(T, \kappa_p) \end{pmatrix}, \\ \bar{\Delta}_k(T, \kappa_k) = \begin{pmatrix} T^{\kappa_k} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & T^{\eta_k \kappa_k} \end{pmatrix} \end{cases} \tag{8}$$

为系统(6)的具有指数级收敛速度的高增益观测器. 其中: $\hat{\hat{z}}_{\mu_k} = y_k$, $\hat{\hat{z}}_j = \hat{z}_j (j \neq \mu_k)$.

根据文献[10]并结合永磁同步电机方程Σ定义在不同流形上的坐标变换的选取, 可设计变换后得到的基于Σ-I, Σ-II内核的NTOCF−HGO观测器分别如式(9)及式(10)所示(设计方法参考文献[11]):

$$\dot{\hat{\boldsymbol{z}}} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{z}} + \varphi(\hat{\hat{\boldsymbol{z}}}, \boldsymbol{u}) + \bar{\Delta}^{-1}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{z}}), \tag{9}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{z}}}' = \boldsymbol{A}'\hat{\boldsymbol{z}}' + \varphi(\hat{\hat{\boldsymbol{z}}}', \boldsymbol{u}') + \bar{\Delta}'^{-1}\boldsymbol{K}'(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{C}'\hat{\boldsymbol{z}}'). \tag{10}$$

对式(9):

$$\mu_1 = 1,\ \mu_2 = 3,\ \boldsymbol{\sigma} = \{1, 2, 3\},\ \boldsymbol{\kappa} = \{1, 1\},$$

$$\bar{\Delta}^{-1}\boldsymbol{K} = \begin{pmatrix} T^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & T^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & T^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ k_2 & 0 \\ 0 & k_3 \end{pmatrix}.$$

对式(10):

$$\mu_1 = 1,\ \mu_2 = 2,\ \boldsymbol{\sigma} = \{1, 1, 2\},\ \boldsymbol{\kappa} = \{1, 1\},$$

$$\bar{\Delta}'^{-1}\boldsymbol{K}' = \begin{pmatrix} T'^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & T'^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & T'^{-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1' & 0 \\ 0 & k_2' \\ 0 & k_3' \end{pmatrix}.$$

注 1 向量函数$\varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$Lipschitz常数有界.

对永磁同步电机矢量控制, $u_3 = T_{\mathrm{L}}$为有界常数且$(u_{\mathrm{d}})^2 + (u_{\mathrm{q}})^2 = U^2 \Rightarrow u_{\mathrm{d}} \leqslant U$, $u_{\mathrm{q}} \leqslant U$, 故输入有界, 且输入分量均为$\varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$各项的线性系数, 因此, 只要$\varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$对$\boldsymbol{z}$满足全局Lipschitz常数有界, 即可说明对$\boldsymbol{u}$也满足Lipschitz常数有界. 事实上, 对变换后的系统(3)与(5), 在定义的子流形$\boldsymbol{M}'$及$\boldsymbol{M}''$上$\varphi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$光滑连续可微, $\varphi_i(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$项至多为二

次函数, 矢量控制策略下在电机极限调速范围内, 状态变量z_i幅值有界, 因此, 可以保证$\varphi(\boldsymbol{z},\boldsymbol{u})$对$\boldsymbol{z}$满足Lipschitz常数有界[12]. 对不同的变换系统及调速范围, 由于Lipschitz常数大小不等, 这就需要在具体的观测器设计当中对增益进行调节.

注 2　变换后方程满足结构性条件2)−3).

对系统(3): 矩阵块的阶数为$\eta_1=2(p=2)$, $\eta_2=1$. 每个块矩阵起始索引指数为$\mu_1=1$, $\mu_2=\mu_1+\eta_1=3$. 取$\boldsymbol{\sigma}=(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3)=(1,2,3)$, $\boldsymbol{\kappa}=(\kappa_1,\kappa_2)=(1,1)$, 对于$j\neq\mu_1,\mu_2$有$\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial z_2}=0$, $\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial z_2}=-2(z_2+\alpha_1 z_1)\cdot(z_1+\alpha_3)/z_3^2$, 如果参数的选择使得$\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial z_2}\neq 0$, 则有$\sigma_2\geqslant\sigma_2$满足条件$\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial z_i}\neq 0\Rightarrow\sigma_i\geqslant\sigma_j$, $\dfrac{\partial\varphi_3}{\partial z_2}=-(z_1+\alpha_3)/z_3$, 只要$z_1\neq-\alpha_3$, 则总有$\sigma_3\geqslant\sigma_2$满足观测器构造性条件2)−3). 因此上述坐标变换及结构整数$\boldsymbol{\sigma}$与$\boldsymbol{\kappa}$的选择是合理的. 这里$z_1\neq-\alpha_3$是很容易得到满足的, 因为$z_1=i_{\mathrm{d}}$为直轴控制电流, 一般取零, 而$\alpha_3=K_{\mathrm{E}}/L$数量级比较大, 因此从方程的物理意义及参数范围可以满足观测器收敛的构造性条件. 对系统(5)的分析可以得到相似的结论. 由此构造性条件就可以推证出观测器方程指数收敛[10].

由注1−2可知经坐标变换后的方程(3)与(5)满足定理要求的构造性条件, 因此存在常数T及T'使得高增益观测器方程(9)及(10)收敛. 根据上述观测器方程, 由坐标反变换$\boldsymbol{x}=\varPhi^{-1}(\boldsymbol{z})$就可重构系统$\varSigma$的状态. 至此, 就得到了永磁同步电机在转子磁链定向系内的电流−速度非线性状态观测器.

4　非线性能观必要性分析(Necessity analysis for nonlinear observability)

永磁同步电机非线性观测器的内核算法建立在定义于微分流形的局部坐标选取之上, 解决了观测器的构造方法问题, 但并不能从理论上保证重构状态能真实唯一反映原系统状态, 原因在于非线性观测器的存在并不是非线性系统满足能观性的充分条件, 原系统满足某种意义上的能观性是保证非线性观测器有效的一个十分必要的条件[13]. 本文讨论的非线性能观性是建立在空间几何观点上的状态轨迹曲线在输入激励下的可区分性[14].

4.1　局部弱能观与局部状态估计(Local observability and local states estimation)

定义 1　对非线性系统$\dot{\boldsymbol{x}}=f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t)$, $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{0})=\boldsymbol{x}_0$, $\boldsymbol{y}=h(\boldsymbol{x})$, 在输入$\boldsymbol{u}(\cdot)$及初始条件$\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$的作用下, 如果$\exists\bar{\boldsymbol{x}}\in\mathbb{R}^n$, s.t. $\forall t\in[0,T)$, $h(t,\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}(\cdot))=h(t,\bar{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{u}(\cdot))$, 则称$\bar{\boldsymbol{x}}$为$\boldsymbol{x}$在$[0,T]\ (T>0)$内的$\boldsymbol{u}(\cdot)$不可区分状态(记为$\bar{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{x}$); $\boldsymbol{x}$的所有不可区分状态的集合记为$\varUpsilon_{(\boldsymbol{u},\boldsymbol{x})}$. 称系统是能观测的, 如果$\forall\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{u}\in U$, s.t. $\varUpsilon_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}=\{\boldsymbol{x}\}$; 称系统是局部弱能观的, 如果$\forall\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{u}\in U$, $\exists\boldsymbol{x}$的邻域$N_{\boldsymbol{x}}$, s.t. $N_{\boldsymbol{x}}\cap\varUpsilon_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}=\{\boldsymbol{x}\}$.

据此定义, 非线性系统能观性是一种全局(空间及时间)意义上的能观性, 即系统可能在大范围或较长时间内才能区分开来流形上的某两个点. 因此, 对于具有复杂性态的非线性系统而言, 局部弱能观性是一种更具有实际应用意义的能观性. 系统满足局部弱能观保证了基于局部坐标变换的观测器能真实唯一的重构原系统在局部范围的状态. 通过分析永磁同步电机定义在流形上的切向量场就可以得到其局部弱能观情况. 系统(1)写成集总参数形式即为

$$\boldsymbol{\varSigma}_{\mathrm{e}}:\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}=f(\boldsymbol{x})+\sum\limits_{i=1}^{3}g_i(\boldsymbol{x})\cdot u_i,\\ y_j=h_j(\boldsymbol{x}),\ i=1,2,3,\ j=1,2,\end{cases}\tag{11}$$

式中:

$$f(\boldsymbol{x})=\begin{pmatrix}-\alpha_1x_1+\alpha_2x_2x_3\\ -\alpha_1x_2-\alpha_2x_1x_3-\alpha_2\alpha_3x_3\\ -\alpha_5x_3+\alpha_2\alpha_4x_2\end{pmatrix},$$

$$g_1(\boldsymbol{x})=\begin{pmatrix}\dfrac{1}{L}\\0\\0\end{pmatrix},\ g_2(\boldsymbol{x})=\begin{pmatrix}0\\\dfrac{1}{L}\\0\end{pmatrix},\ g_3(\boldsymbol{x})=\begin{pmatrix}0\\0\\-\dfrac{1}{J}\end{pmatrix},$$

$h_1=i_{\mathrm{d}}$, $h_2=i_{\mathrm{q}}$.

对该系统计算相应的李导数可以得到

$$\begin{cases}L_{\mathrm{f}}(dh_1)=(\alpha_1,\alpha_2x_3,0),\\ L_{\mathrm{f}}(dh_2)=(-\alpha_2x_3,\alpha_1,-\alpha_2\alpha_4),\\ L_{(f,g_3)}(dh_1)=(-1/J,0,0),\\ L_{(f,g_3)}(dh_2)=(0,0,-1/J),\\ L_{g_i}(dh_j)=(0,0,0),\ \forall i=1,2,3,\ j=1,2.\end{cases}\tag{12}$$

可以证明: $\boldsymbol{\omega}(x)=\mathrm{span}(dh_1,dh_2,L_{\mathrm{f}}(dh_2))$是包含$\boldsymbol{\omega}_0(\boldsymbol{x})=\mathrm{span}(dh_1,dh_2)$的且关于系统是不变的最小对偶分布. 显然, 由于$\forall x\in\boldsymbol{M}$, $\dim(\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}))=3=n$, 故系统满足能观性秩条件[14], 所以永磁同步电机动态系统是非局部弱能观的, 也即是非弱能观的. 因此, 由观测器(9)−(10)可将电机$\varSigma$的任意两个不同的初始状态在有限时间内区分开来.

4.2　全局能观与全局状态估计(Global observability and global states estimation)

永磁同步电机调速运行是一个大范围内的动态过程, 系统满足局部弱能观只能保证稳态工作时状态估计的有效性, 在工作状态转换的动态过程中, 要保证所设计非线性观测器有效, 需要分析系统$\varSigma$的全局能观性. 非线性系统满足全局能观是构造全局状态观测器的很起码的必要条件. 非线性系统全局能观性建立在状态强不可区分概念之上.

定义 2　称状态$\boldsymbol{x}_0$与$\boldsymbol{x}_1$为强不可区分的(记为$\boldsymbol{x}_0\boldsymbol{SI}\boldsymbol{x}_1$), 如果存在一条连续曲线$\alpha:[0,1]\rightarrow M$, s.t. $\alpha(0)=\boldsymbol{x}_0,\ \alpha(1)=\boldsymbol{x}_1$且$\boldsymbol{x}_0\boldsymbol{I}\alpha(s),\ \forall s\in[0,1]$, 系统是全局能观测的, 则点与点之间的强不可区分性在全状态空间上处处不成立. 对永磁同步电机全局能观性的分析就归结为寻找系统是否存在强不可区分轨迹. 显然, 电机的全状态$(\theta,\omega,\boldsymbol{i})$是全局强不可区分的, 其物理意义为: 对于变换到转子磁链定向系模型方程而言, 对应恒定转速ω的电流$\boldsymbol{i}$是恒定的, 因此转子位置角θ强不可区分, 也即永磁同步电机的全阶模型方程是非全局能观的; 对于不包含$\dot{\theta}=\omega$子系统的降阶模型Σ, 其全局能观性的分析可通过求解相同输入激励下的不可区分动态来确定[15]. 具体方案为: 对参数一致的方程Σ_1与Σ_2, 设它们具有相同的输入激励$\boldsymbol{u}=(u_{\rm d},u_{\rm q})^{\rm T}$与负载转矩$T_{\rm L}$, 状态变量为$(\omega_k,\boldsymbol{i}_k),\ k=1,2$. 定义偏差变量为$\varDelta=\omega_1-\omega_2,\ \boldsymbol{e}=\boldsymbol{i}_1-\boldsymbol{i}_2$, 则在同胚变换$(\omega_1,\boldsymbol{i}_1,\omega_2,\boldsymbol{i}_2)\rightarrow(\omega,\boldsymbol{i},\varDelta,\boldsymbol{e})$下, 可得到偏差的动态方程为

$$\varXi:\begin{cases}\dot{\varDelta}=\lambda\boldsymbol{e}^{\rm T}\boldsymbol{I}-\zeta\varDelta,\\ \dot{\boldsymbol{e}}=-\tau\boldsymbol{e}+n_{\rm p}(\omega-\varDelta)\varPi\boldsymbol{e}+n_{\rm p}\varDelta\varPi\boldsymbol{i},\end{cases}\tag{13}$$

式中: $\lambda=3K_{\rm E}n_{\rm p}/2J,\ \tau=K_{\rm E}n_{\rm p}/L,\ \zeta=f_{\rm s}/J,\ \boldsymbol{I}=[0\ \ 1]^{\rm T},\ \varPi=\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}$.

如果$(\omega_{k0}\ \boldsymbol{i}_{k0})$为系统$\Sigma$任意两个$(T_{\rm L}(\cdot),u(\cdot))$强不可区分状态, 则系统$(\Sigma,\varXi)$在相同的初始状态及输入作用下, 必然有$\boldsymbol{e}(t)=0,\ \dot{\boldsymbol{e}}(t)=0$. 事实上, 这样的强不可区分动态解集是不存在的, 因此, 降阶模型Σ满足非线性全局能观性.

5 算法内核数值对比验证(Comparative verification for the algorithm kernel)

本文根据永磁同步电机调速系统的工作原理并结合$i_{\rm d}=0$矢量控制策略, 对“电流–速度”状态估计进行数值仿真模拟, 其目的是验证永磁同步电机系统在理想旋转轴系模型电压驱动下, 经坐标变换后由两种NTOCF–HGO非线性观测器进行状态估计的内核可实现性及性能对比情况.

5.1 可实现性验证模型设计(Model design for the verification of realization)

理想旋转轴系模型驱动电压的设计方法为: 阻感负载条件下, 设定子合成电流矢量与电压矢量的功率因数角为φ、与定子a相绕组轴线的夹角为α, 转子位置角为$\theta_{\rm re}$. 由此可以得到转子磁链定向系内的输入电压为$u_{\rm d}=U\cos(\varphi+\alpha-\theta_{\rm re}),\ u_{\rm q}=U\sin(\varphi+\alpha-\theta_{\rm re})$. 由于$i_{\rm d}\approx0$控制方式下$\alpha-\theta_{\rm re}\approx\pi/2$, 因此, 驱动电压可设计为$u_{\rm d}=-U\sin\varphi,\ u_{\rm q}=U\cos\varphi$.

针对不同的坐标变换, 算法内核可实现性验证框图如图1所示. 为便于对比, 仿真中永磁同步电机基本参数与文献[6]的设置保持一致: $R=0.39\,\Omega,\ L=L_{\rm d}=L_{\rm q}=0.444\,{\rm mH},\ n_{\rm p}=3,\ K_{\rm E}=0.1105\,{\rm V/s},\ J=0.035\,{\rm kg\cdot m^2},\ f_{\rm s}=0.037\,{\rm N\cdot m\cdot s\cdot rad^{-1}}$.

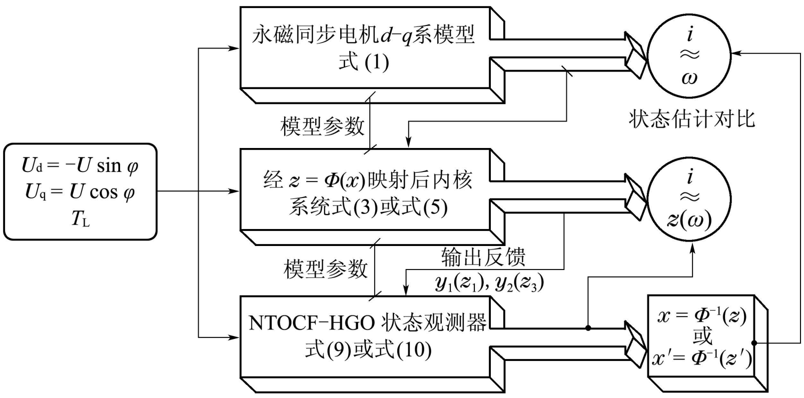


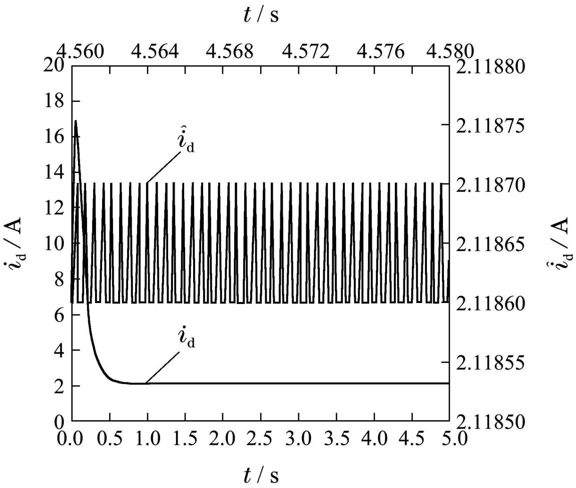
图1 永磁同步电机NTOCF–HGO内核可实现性验证框图

Fig. 1 Verification schematic for the NTOCF–HGO kernel

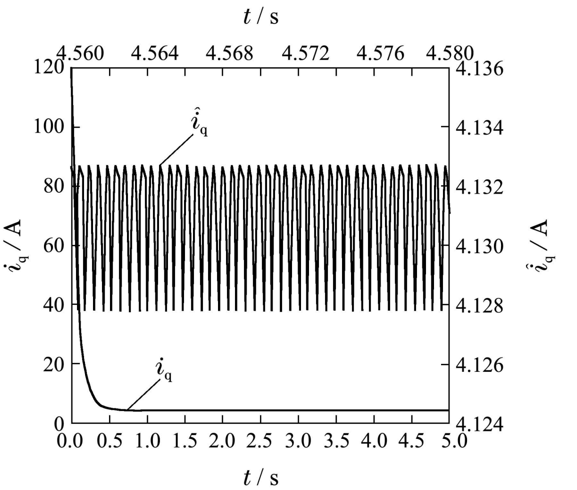
5.2 相异内核主要仿真结论(Simulation results for the two types of kernel)

图2为应用观测器方程(9)进行表面安装式永磁同步电机I型内核可实现性验证主要仿真结果, 数值模拟中设置$U=51.8\,{\rm V},\ \varphi=5^\circ,\ T_{\rm L}=2\,{\rm N\cdot m},\ k_1=3,\ k_2=k_3=2$. 图2(a)与2(b)为$\omega_r=150\,{\rm rad/s}$时直轴与交轴电流估计情况, 从仿真结果可看出, NTOCF–HGO观测器具有较好的稳态电流估计效果; 图2(c)为转速追踪仿真结果, 稳态情形下可实现精确的速度估计; 图2(d)为中、低速阶跃指令信号下的速度观测结果$(\omega_r=5\leftrightarrow50\,{\rm rad/s})$, 阶跃上升沿算法收敛, 而下降沿算法发散, 大量的仿真结果表明, 在调速暂态过程中如果交轴电流穿越零点则观测器往往发散, 其本质原因: 一是$i_{\rm q}=0$超

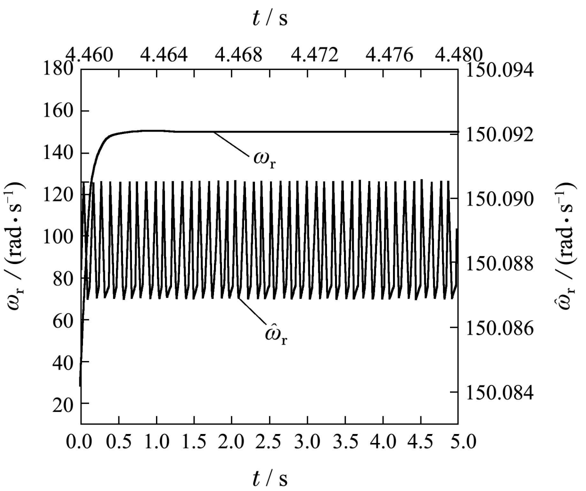
越了方程Σ有效流形定义范围$\boldsymbol{M'}$; 二是在$i_{\mathrm{q}}=0$处由于观测器方程(9)存在分母反馈项$y_2(\approx i_{\mathrm{q}})$, 经坐标变换后方程$\varphi(\boldsymbol{z},\boldsymbol{u})$的Lipschitz常数超过了增益矩阵的调节范围.



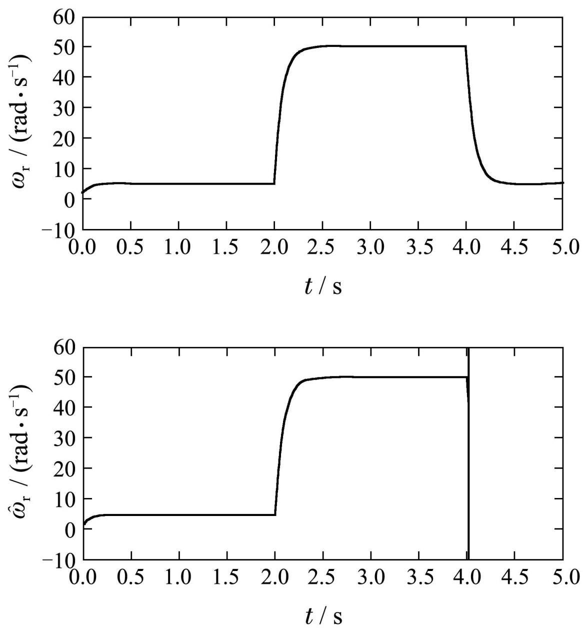
(a) 稳态i_{d}估计



(b) 稳态i_{q}估计



(c) 稳态ω_{r}估计

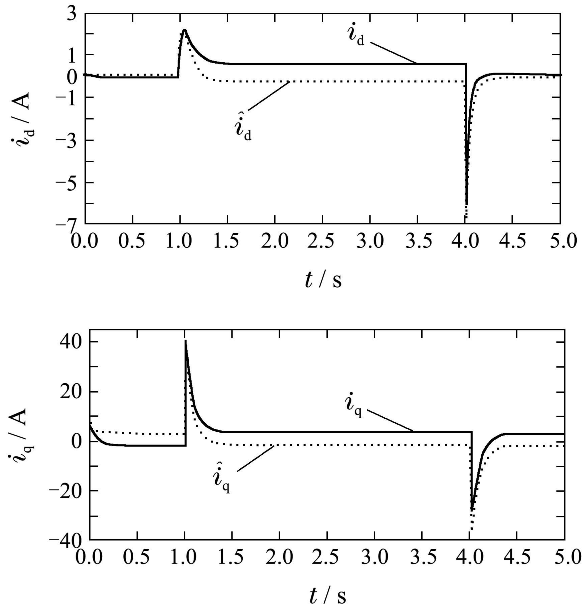


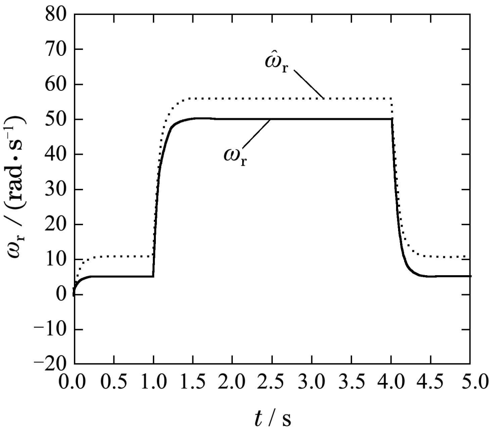
(d) 暂态ω_{r}估计

图 2 基于I型内核的数值仿真结果

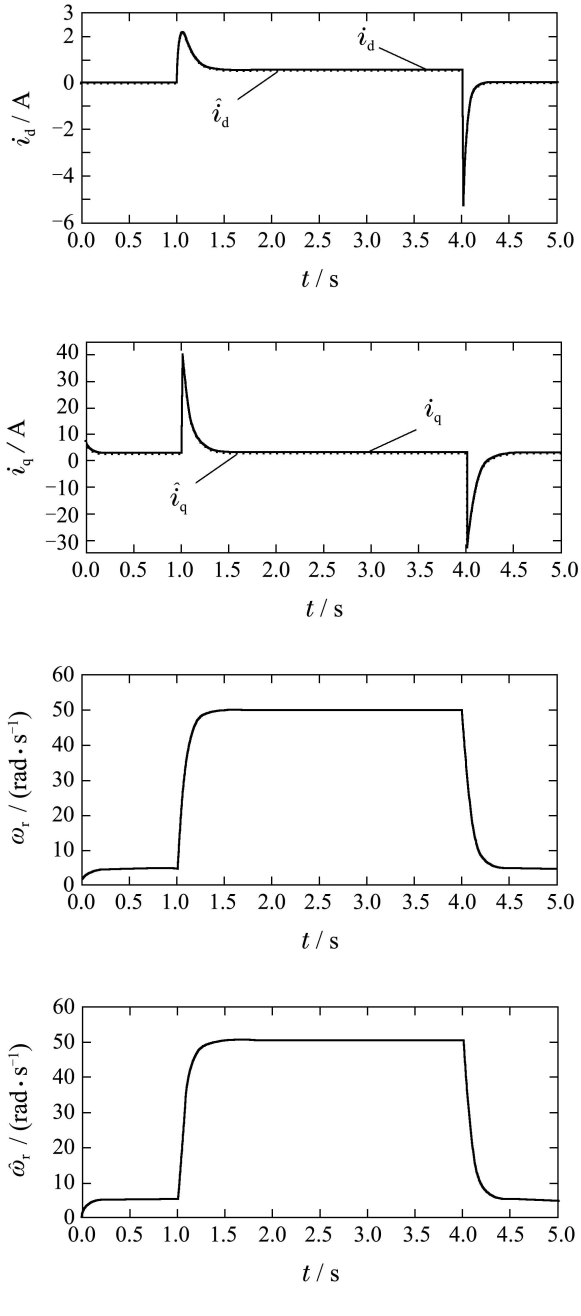
Fig. 2 Simulation results based on the kernel of Type I

图3为未叠加任何高频噪声情况下, 应用观测器方程(10)进行内核可实现性验证的数值仿真结果($\varphi=0°$). 依次设置增益调节常数T'为1, 0.2, 0.1, 并适当调节线性矩阵$\boldsymbol{K'}$的取值, 从图3(a)–(c)可看出, 状态估计稳态偏差逐渐减小、估计精度逐渐提高; 同时, 与I型观测器内核相比, II型内核在阶跃响应的暂态过程中没有出现状态估计发散现象, 这就从仿真上进一步证实了在有效流形定义范围$\boldsymbol{M''}$内观测器的有效性, 状态估计稳定性得到提高.

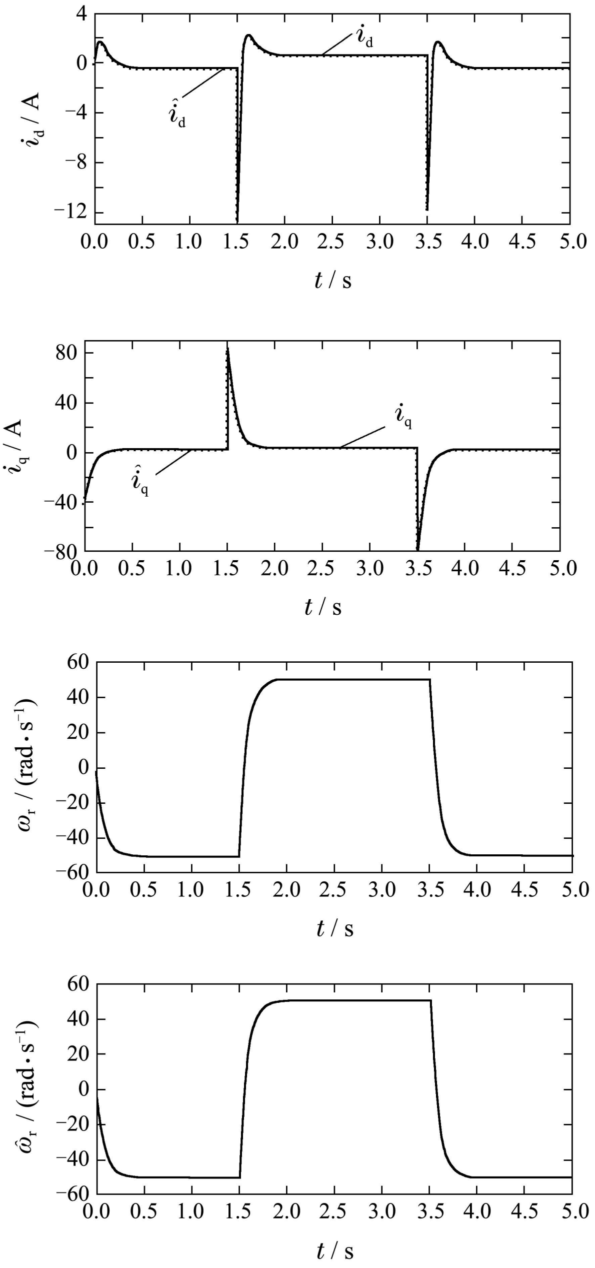




(a) 电流/速度估计($T'=1, k_1'=2, k_2'=3, k_3'=2$)



(b) 电流/速度估计($T'=0.2, k_1'=20, k_2'=30, k_3'=20$)



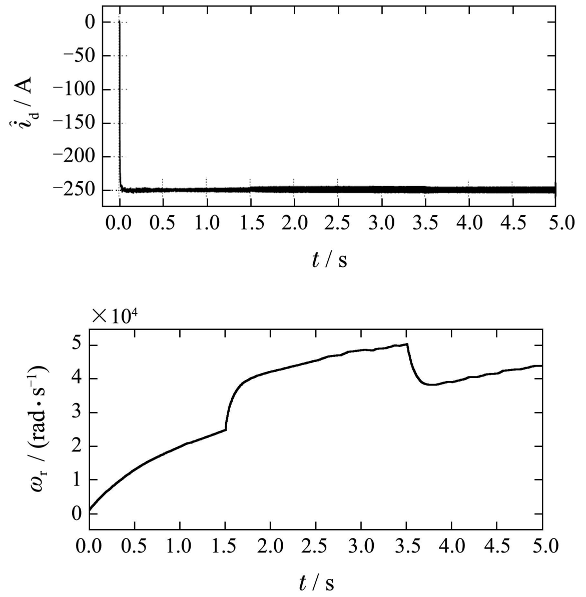
(c) 电流/速度估计($T'=0.1, k_1'=20, k_2'=30, k_3'=20$)

图 3 基于II型内核的数值仿真结果

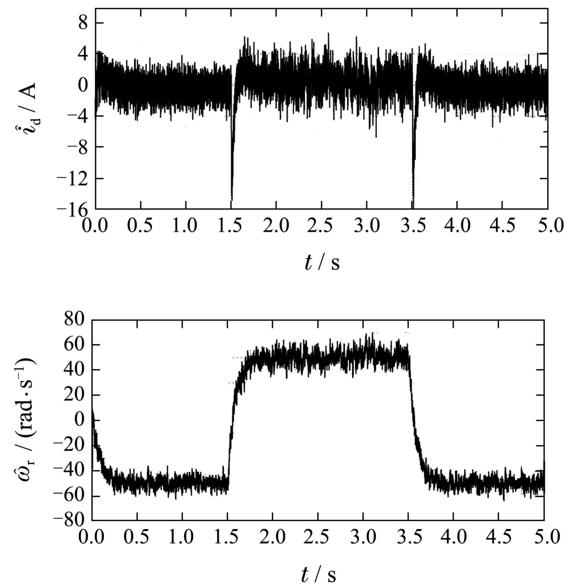
Fig. 3 Simulation results based on the kernel of Type II

为了进一步研究输出端叠加测量噪声的情况下NTOCF–HGO观测器内核可实现性情况, 本文在图1仿真模型的观测器输入端进行加噪处理, 噪声强度为$\sigma^2=0.1$. 图4(a)、图4(b)为分别应用I型以及II型内核的直轴电流及转速的估计情况, 其中两型观测器的增益常数均设置为$T=0.1$. 可以看出: 应用I型内核在高频噪声作用下其观测结果严重发散, 而应用II型内核虽然观测结果收敛, 但估计精度显著降低, 呈现高增益观测器特有的微分发散趋势. 这就从数值仿真上证明$\varphi(\boldsymbol{z},\boldsymbol{u})$的Lipschitz常数受观测器输入噪声影响发生了较大

改变, 在实际观测器设计当中要根据调速运行的具体情况对增益进行实时调节.



(a) I型内核



(b) II型内核

图 4 观测器输入端加噪后直轴电流及转速估计

Fig. 4 Estimated direct-axis current and speed with output noises

图5为电机正反转运行时, 分别模拟电枢电阻参数由于温升增加25%以及负载转矩突加(卸)情况下($-150\,\mathrm{rad/s} \xrightarrow{1.5\,\mathrm{s}} 150\,\mathrm{rad/s} \xrightarrow{3.5\,\mathrm{s}} -150\,\mathrm{rad/s}$), 应用文献[6]使用的基于平衡点线性化方程的观测器(linearized observer near the equilibrium point, LOEP)以及本文提出的非线性观测器(NTOCF−HGO)对速度进行估计的误差对比情况. 可以看出, 增益固定条件下线性观测器在电机大范围运行时, 由于电阻参数发生变化或负载转矩受到扰动, 其估计误差均出现不同程度的蠕变, 甚至会出现状态估计发散的现象, 而非线性观测器的动静态特性优于线性观测器, 这就说明本文提出的NTOCF−HGO观测器能在较大的运行范围内应对电机参数变化及负载扰动对状态估计造成的影响.

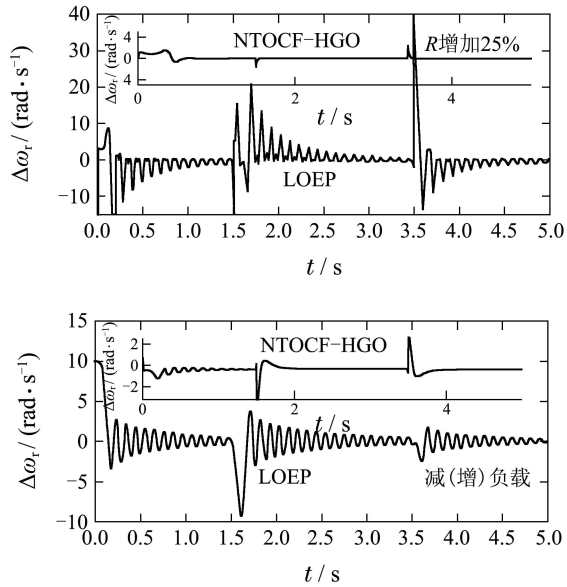


图 5 绕组电阻及负载转矩变化时速度估计误差

Fig. 5 Estimated speed-errors when R and T_L change

6 结论(Conclusions)

本文提出的永磁同步电机位置以及速度NTOCF−HGO观测内核的特点在于增益可调节性及状态估计的内、外可控性. 理论分析及数值仿真证明:

1) 永磁同步电机降阶模型方程满足非线性局部弱能观及全局能观性, 保证了所构造的非线性观测器能在较大运行范围内对原状态进行有效的估计;

2) II型NTOCF−HGO内核的稳定性及精确性优于I型内核;

3) NTOCF−HGO观测器内核增益调节简单, 能够有效应对电机模型参数及负载转矩变化对状态估计造成的不利影响;

4) 考虑到永磁同步电机调速系统实际运行状况, 为保证转子状态信息估计的准确性及可靠性, 需要结合一定的位置估计算法及增益调节策略对其进行系统级的分析与设计.

参考文献(References):

[1] KANG K L, KIM J M, HWANG K B, et al. Sensorless control of PMSM in high speed range with iterative sliding mode observer [C]

//*Nineteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*. Anaheim, CA: IEEE, 2004: 1111 – 1116.

[2] 郑雪梅, 李秋明, 史宏宇, 等. 用于永磁同步电机的一种非奇异高阶终端滑模观测器 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(10): 1467 – 1472.
(ZHENG Xuemei, LI Qiuming, SHI Hongyu, et al. High-order nonsingular terminal-sliding mode observer for permanent-magnet synchronous motor [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(10): 1467 – 1472.)

[3] PABLO G, BRIZ F, DEGNER M W, et al. Accuracy, bandwidth, and stability limits of carrier signal injection based sensorless control methods [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2007, 43(4): 990 – 1000.

[4] 王高林, 杨荣峰, 于泳, 等. 内置式永磁同步电机无位置传感器控制 [J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(30): 93 – 98.
(WANG Gaolin, YANG Rongfeng, YU Yong, et al. Position sensorless control for interior permanent magnet synchronous motor [J]. *Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering*, 2010, 30(30): 93 – 98.)

[5] LOW T S, LEE T H, CHANG K T. A nonlinear speed observer for permanent-magnet synchronous motors [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1993, 40(3): 307 – 316.

[6] JONES L A, LANG J H. A state observer for the permanent-magnet synchronous motor [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1989, 36(3): 374 – 382.

[7] 许波, 朱熀秋, 姬伟, 等. 改进型平方根无迹卡尔曼滤波及其在无轴承永磁同步电机无速度传感器运行中的应用 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 53 – 58.
(XU Bo, ZHU Huangqiu, JI Wei, et al. Modified square-root unscented Kalman filter and its application to speed sensorless control of bearingless permanent magnet synchronous motor [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 53 – 58.)

[8] 陈维恒. 微分流形初步 [M]. 北京: 高等教育出版社,1998.
(CHEN Weiheng. *The Fundamentals of Differential Manifold* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1998.)

[9] LYNCH A F, BORTOFF S A. Nonlinear observers with approximately linear error dynamics: the multivariable case [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(6): 927 – 932.

[10] BONARD G, HAMMORRI H. A high gain observer for a class of uniformly observable systems [C] //*Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision & Control*. Brighton, UK: IEEE, 1991: 1494 – 1496.

[11] 祝晓辉, 李颖晖, 陈亚滨. 基于非线性状态观测器的永磁同步电机无位置传感器矢量控制 [J]. 电工技术学报, 2010, 25(1): 50 – 57.
(ZHU Xiaohui, LI Yinghui, CHEN Yabin. Sensorless vector control for PMSM based on nonlinear state observer [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2010, 25(1): 50 – 57.)

[12] PHANOMCHOENG G, RAJAMANI R. Observer design for Lipschitz nonlinear systems using Riccati equations [C] //*American Control Conference*. Baltimore, MD: IEEE, 2010: 6060 – 6065.

[13] 韩正之, 潘丹杰, 张钟俊. 非线性系统的能观性和状态观测器 [J]. 控制理论与应用, 1990, 7(4): 1 – 9.
(HAN Zhengzhi, PAN Danjie, ZHANG Zhongjun. Observability and observers of nonlinear systems [J]. *Control Theory & Applications*, 1990, 7(4): 1 – 9.)

[14] HEMMANN R, KRENER A J. Nonlinear controllability and observability [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, 22(5): 728 – 740.

[15] IBARRA-ROJAS S, MORENO J, ESPINOSA-PEREZ G. Global observability analysis of sensorless induction motors [J]. *Automatica*, 2004, 40(5): 1079 – 1085.

作者简介:

祝晓辉 (1977–), 男, 博士, 讲师, 研究方向为先进控制理论应用、永磁同步电机无传感器控制及航空电力作动器容错控制等, E-mail: bingling0854@126.com;

李颖晖 (1966–), 女, 博士, 教授, 研究方向为现代控制理论应用及电能处理与监控等, E-mail: liyinghui66@163.com;

孙国强 (1974–), 男, 博士, 讲师, 研究方向为信息提取与实时处理等, E-mail: sunguoqiang74@126.com.