第29卷第6期
2012年6月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 29 No. 6
Jun. 2012

文章编号: 1000−8152(2012)06−0785−07

基于内流动力学的海洋输油柔性立管鲁棒边界控制

高红霞, 赵志甲, 吴忻生, 刘 屿

(华南理工大学 精密电子制造装备教育部工程研究中心, 广东 广州 510641; 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510641)

摘要: 海洋输油柔性立管的振动是引起立管疲劳破坏的主要原因, 对其研究边界控制是消除振动疲劳、减少断裂的有效方法. 本文引入内流动力学, 完善了立管原始无穷维分布参数模型, 更好地表达了柔性立管的动力学响应. 为抑制柔性立管在内外流激励下的振动奠下基础, 本文用Lyapunov直接法对柔性立管系统的稳定性和状态一致有界性进行了证明, 设计了边界控制器调节柔性立管的振动, 其中控制器使用了符号函数来消除不确定性环境扰动对振动控制效果的影响, 提高了系统的鲁棒性. 仿真实验表明本文所设计的控制算法有效地减少了柔性立管的振动偏移量.

关键词: 海洋立管; 鲁棒控制; 边界控制; 内流动力学; 一致稳定性

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Robust boundary control for flexible fluid-transporting marine riser based on internal fluid dynamics

GAO Hong-xia, ZHAO Zhi-jia, WU Xin-sheng, LIU Yu

(Engineering Research Center for Precision Electronic Manufacturing Equipment of Ministry of Education, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510641, China;
College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510641, China)

Abstract: The vibrations caused by random ocean currents will make fatigue fractures for the flexible marine risers. Boundary control can lower the risk of fatigue fracture by reducing vibration displacements of the riser. By introducing internal fluid dynamics to the original infinite dimensional parameter distribution equation (PDEs), we develop an improved model for describing the dynamic behavior of risers, laying groundwork to suppress the marine riser vibration excited by internal and external fluids. The closed-looped stability and the uniform boundedness of states are proved based on Lyapunov direct method. The robust boundary controller for reducing the vibrations of flexible risers is developed, in which the sign function is employed to eliminate the influence of the uncertain environmental disturbances to the controller. Simulation results show that the proposed boundary controller effectively reduces the vibration displacements of the flexible risers.

Key words: marine risers; robust control; boundary control; internal fluid dynamics; uniform stability

1 引言(Introduction)

海洋输油立管作为连接油井和海面平台的重要部件, 在海洋石油、天然气等生产过程中起到至关重要的作用. 然而由于其特殊工作环境, 立管振动现象将难以避免, 而振动将使立管疲劳, 并缩短其工作寿命、降低企业生产效率、提高其生产成本. 因此, 海洋油气开发过程中的输油立管振动控制问题在近年得到越来越多的关注[1].

对于具有分布参数系统典型特性的海洋输油柔性立管, 其动力学模型可由一组偏微分方程(PDEs)和一组用常微分方程(ODEs)描述的边界条件方程数学表示, 然而海洋柔性立管具有无限维特点, 其柔性结构由无穷多个模态表示, 其结构参数也可能随立管振动发生变化, 因此对其控制设计具有很大的难度. 常见的传统方法大多基于近似的有限维模型进行控制设计[2–3], 但当控制仅限于几个关键模态时, 溢出效应将可能导致系统的不稳定, 同时为达到高精度性能, 随着柔性模态的增加而控制器阶数也需要增加, 因此从工程角度来说, 控制还是很难执行. 边界控制方法因其无需分布控制器和避免了溢出现象, 近年在输油立管振动控制方面得到广泛的应用, 研究成果[4–7]包括边界控制方法与其他一些先进控制技术的结合, 然而在这些研究中都忽略了内流对立管动力学的影响. 文献[8]阐述了内流与立管固有频率间的关系, 文献[9–10]也研究了内流对立管硬度和刚度的影响, 这些研究成果都清楚表明, 忽略

收稿日期: 2012−01−11; 收修改稿日期: 2012−04−04.
基金项目: 广东省安全生产专项资助项目(2010-95); 国家自然科学基金资助项目(61040011); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2012zz0107, 2011zz0020); 广东省自然科学基金资助项目(S2011040005707).

内流影响将使研究成果并不能正在的反映现实生产中的立管振动情况. 在国内, 现有研究大多是从力学、流体学、计算流体动力学等方面对立管振动进行抑制[11–12], 而基于控制理论知识对立管振动进行主动控制的研究成果尚未见报道.

本文基于柔性立管原始无限维分布参数模型, 应用Lyapunov直接法, 设计了鲁棒边界控制器用于对具有内流扰动柔性立管的振动进行控制, 控制目标是通过控制器的控制作用来降低立管的振动. 设计的控制器独立于系统参数, 因此具有较好的鲁棒性, 其后利用经典的Lyapunov直接法对立管系统的稳定性进行了数学证明, 最后给出了控制器有效性的仿真验证结果.

2 问题描述和预备知识(Problem formulation and preliminaries)

注 1 本文做如下简写假设:

$$(\cdot)(x,t)=(\cdot),\ (\cdot)'=\frac{\partial(\cdot)}{\partial x},\ (\dot{\cdot})=\frac{\partial(\cdot)}{\partial t}.$$

2.1 立管动力学建模(Dynamic model of riser)

如图1所示, 坐标系原点位于立管底部, 控制器作用在立管顶端, 且方向向右. 由于海洋输油柔性立管具有典型的Euler-Bernoulli梁式结构特征, 因此本文将基于Euler-Bernoulli梁式结构, 采用Hamilton原理对立管系统进行建模.

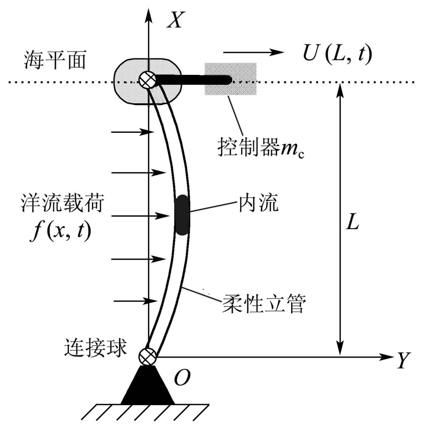

图 1 一个典型的海洋柔性立管系统

Fig. 1 A typical flexible marine riser system

图1所示立管系统的动能E_k可表示为

$$E_k(t)=\frac{1}{2}m_c[\dot{w}(L,t)]^2+\frac{1}{2}m_r\int_0^L\dot{w}^2dx+\frac{1}{2}m_f\int_0^L(\dot{w}+V_iw')^2dx, \tag{1}$$

其中: L为立管长度, m_c, m_r和m_f分别为控制器质量、立管单位质量和内流单位质量, w(即$w(x,t)$)为在时间t时刻在柔性立管位置x处的偏移量, t和x分别表示独立的时间和空间变量, V_i为时变内流速度.

由弯曲变形导致的势能E_p可表示为

$$E_p(t)=\frac{1}{2}EI\int_0^L(w'')^2dx+\frac{1}{2}T\int_0^L(w')^2dx, \tag{2}$$

其中常数T和EI分别为立管张力和弯曲刚度.

时变海流对立管和控制器所做的虚功可表示为

$$\delta W_n(t)=\int_0^L f(x,t)\delta w dx+d(t)\delta w(L,t), \tag{3}$$

其中: δ为变分操作符, $f(x,t)$为时变海流干扰, $d(t)$为控制器在海流中的阻尼.

线性结构阻尼所做虚功可表示为

$$\delta W_d(t)=-\int_0^L c\dot{w}\delta w dx, \tag{4}$$

其中常数$c>0$为结构阻尼系数.

立管的振动将对其周围海流做功, 因此由时变内流产生的内力所做虚功可表示为[13–14]

$$\delta W_i(t)=-m_f\int_0^L a_f\delta w dx, \tag{5}$$

其中内流加速度$a_f=\ddot{w}+2V_i\dot{w}'+\dot{V}_iw'+V_i^2w''$.

作用在立管顶端的边界控制$U(L,t)$用以减弱立管的振动, 其控制器所做功可表示为

$$\delta W_c(t)=U(L,t)\delta w(L,t). \tag{6}$$

那么作用于立管系统的总功$\delta W(t)$可表示为

$$\delta W(t)=\delta W_n(t)+\delta W_d(t)+\delta W_c(t)+\delta W_i(t). \tag{7}$$

基于Euler-Bernoulli梁假设和小偏移, Hamilton原理允许以变分的形式对运动方程求导. Hamilton原理表示为[15]

$$\int_{t_1}^{t_2}[\delta E_k(t)-\delta E_p(t)+\delta W(t)]=0, \tag{8}$$

其中: δ为变分操作符, t_1和t_2为两个时刻, $t_1<t<t_2$为操作间隔时间段.

将式(1)–(2)和式(7)代入式(8), 并利用变分和分部积分, 可得立管系统控制方程

$$f=(m_r+2m_f)\ddot{w}+EIw''''-Tw''+c\dot{w}+2m_f\dot{V}_iw'+4m_fV_i\dot{w}'+2m_fV_i^2w'', \tag{9}$$

其中$\forall(x,t)\in(0,L)\times[0,+\infty)$. 柔性立管系统的边界条件为

$$\begin{cases}w''(0,t)=w''(L,t)=w(0,t)=0,\\ U(L,t)=(T-m_fV_i^2)w'(L,t)-d(t)+\\ \qquad m_c\ddot{w}(L,t)-m_fV_i\dot{w}(L,t)-\\ \qquad EIw'''(L,t),\end{cases} \tag{10}$$

其中$\forall t\in[0,+\infty)$. 则柔性立管系统的初始条件为

$$w(x,0)=\dot{w}(x,0)=0. \tag{11}$$

式(9)–(11)即为本文所建立的海洋输油柔性立管的动力学模型, 该模型中不仅包括有时变内流动力学, 也包括了控制器或执行器的动力学.

注 2[13–14] 时变内流流速$V_i(t)$是正的, 即$V_i(t)>0$, 因为内流是沿着立管从海底流向海平面的.

2.2 时变海流载荷(Time-varying ocean current loads)

时变海流$V_s(x,t)$对立管的影响可用涡激力来表示[16], 即式(3)中的$f(x,t)$可表示为

$$f(x,t)=\frac{1}{2}\rho_s C_D(x,t)V_s^2(x,t)D+ A_D\cos(4\pi f_v t+\beta), \tag{12}$$

其中: ρ_s为海水密度, D为立管外径, $C_D(x,t)$为阻力系数, β为相位角, A_D为阻力的振荡部分幅值, 其值取$f(x,t)$中第1项的20%[16], 涡旋脱落频率f_v可以表示为

$$f_v=\frac{S_t V_s(x,t)}{D}, \tag{13}$$

其中S_t为斯特劳哈尔数.

假设 1 对于时变流速$V_i(t)$和加速度$\dot V_i(t)$, 若存在两个常数$a_1,a_2\in\mathbb{R}^+$, 使得$0<V_i(t)\leqslant a_1$, $|\dot V_i(t)|\leqslant a_2, \forall t\in[0,+\infty)$. 该假设是合理的, 因为时变流速$V_i(t)$是有有限能量的且是一个连续函数, 因此是有界的.

假设 2 对于洋流干扰$f(x,t)$和环境干扰$d(t)$, 若存在两个常数$\bar f,\bar d\in\mathbb{R}^+$, 使得$|f(x,t)|\leqslant\bar f$, $|d(t)|\leqslant\bar d, \forall(x,t)\in[0,L]\times[0,+\infty)$. 该假设是合理的, 因为洋流干扰$f(x,t)$和环境干扰$d(t)$是有有限能量的, 因此是有界的.

2.3 预备知识(Preliminaries)

为方便随后章节的立管系统稳定性分析, 本小节将列出如下引理和性质.

引理 1[17] 设$\phi_1(x,t)$, $\phi_2(x,t)\in\mathbb{R}$, $\sigma>0$, 其中$x\in[0,L]$, $t\in[0,+\infty)$, 下列不等式成立:

$$\begin{cases}\phi_1\phi_2\leqslant|\phi_1\phi_2|\leqslant\phi_1^2+\phi_2^2,\ \forall\phi_1,\phi_2\in\mathbb{R},\\ |\phi_1\phi_2|=|(\frac{1}{\sqrt{\sigma}}\phi_1)(\sqrt{\sigma}\phi_2)|\leqslant\frac{1}{\sigma}\phi_1^2+\sigma\phi_2^2.\end{cases} \tag{14}$$

引理 2[18] 设$\phi(x,t)\in\mathbb{R}$为定义在$x\in[0,L]$, $t\in[0,+\infty)$的函数, 且满足如下边界条件:

$$\phi(0,t)=0,\ \forall t\in[0,+\infty), \tag{15}$$

则有如下不等式组成立:

$$\begin{cases}\int_0^L\phi^2\mathrm{d}x\leqslant L^2\int_0^L(\phi')^2\mathrm{d}x,\\ \phi^2\leqslant L\int_0^L(\phi')^2\mathrm{d}x,\ \forall x\in[0,L].\end{cases} \tag{16}$$

性质 1[18] 若立管系统式(9)–(11)的动能式(1)和势能式(2)在$\forall(x,t)\in[0,L]\times[0,+\infty)$是有界的, 那么$\dot w(x,t)$, $\dot w'(x,t)$, $\dot w''(x,t)$, $w'(x,t)$, $w''(x,t)$, $w'''(x,t)$和$w''''(x,t)$在$\forall(x,t)\in[0,L]\times[0,+\infty)$也是有界的.

3 控制设计(Control design)

控制目标是减小柔性立管的振动, 即在时变洋流干扰$f(x,t)$下使偏移量$w(x,t)$最小化. 在本节中, 用Lyapunov直接法在立管上边界构造一个边界控制器, 并分析闭环系统的稳定性.

所研究系统如控制方程(9)描述, 且具有式(10)的边界条件, 式(11)的初始条件. 为使该系统稳定, 本文提出以下控制律:

$$\begin{aligned}U(L,t)=&-EIw'''(L,t)+Tw'(L,t)-\\&m_f V_i\dot w(L,t)-m_f V_i^2 w'(L,t)-\\&k_1 m_c\dot w'(L,t)+k_2 m_c\dot w'''(L,t)-\\&\bar d\,\mathrm{sgn}\,u_i-ku_i,\end{aligned} \tag{17}$$

其中: sgn(·)是符号函数, $k,k_1,k_2>0$是控制增益, 辅助符号u_i可以表示为

$$u_i=\dot w(L,t)+k_1 w'(L,t)-k_2 w'''(L,t). \tag{18}$$

对等式(18)求导, 乘以m_c再把等式(10)代入可得

$$\begin{aligned}m_c\dot u_i=&EIw'''(L,t)-Tw'(L,t)+\\&m_f V_i\dot w(L,t)+m_f V_i^2 w'(L,t)+\\&k_1 m_c\dot w'(L,t)-k_2 m_c\dot w'''(L,t)+\\&d+U(L,t).\end{aligned} \tag{19}$$

把式(17)代入式(19), 可得

$$m_c\dot u_i=-ku_i+d-\bar d\cdot\mathrm{sgn}\,u_i. \tag{20}$$

注 3 边界控制中的所有信号均可由传感器测得或由向后差分算法获得. $w(L,t)$可由立管顶端的激光位移传感器测得, $w'(L,t)$可由倾角计测得, $w'''(L,t)$可由剪力传感器测得, $\dot w(L,t)$和$\dot w'''(L,t)$可分别对$w(L,t)$和$w'''(L,t)$应用后向差分算法计算得到. 此控制器设计不需知道扰动量的精确模型, 且用符号函数来处理未知扰动, 因此对系统参数的变化具有稳定鲁棒性. 控制设计是基于式(9)–(11)描述的分布参数模型.

若给定Lyapunov函数

$$V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t), \tag{21}$$

其中能量项$V_1(t)$、附加项$V_2(t)$和交叉项$V_3(t)$为

$$\begin{cases}V_1(t)=\frac{1}{2}k_2 m_r\int_0^L\dot w^2\mathrm{d}x+\frac{1}{2}k_2 T\int_0^L(w')^2\mathrm{d}x+\\ \quad k_2 m_f\int_0^L(\dot w+V_i w')^2\mathrm{d}x+\\ \quad \frac{1}{2}k_2 EI\int_0^L(w'')^2\mathrm{d}x,\\ V_2(t)=\frac{1}{2}m_c u_i^2,\\ V_3(t)=\alpha(m_r+2m_f)\int_0^L xw'\dot w\mathrm{d}x+\\ \quad k_2 m_r\int_0^L V_i w'\dot w\mathrm{d}x,\end{cases} \tag{22}$$

其中α是正的权重小常数.

引理 3 由式(21)给定的Lyapunov函数具有如下上下界:

$$0 \leqslant \gamma_1[V_1(t)+V_2(t)] \leqslant V(t) \leqslant \gamma_2[V_1(t)+V_2(t)], \tag{23}$$

其中γ_1和γ_2是两个正常数.

证 由式(22)第3项可得

$$|V_3(t)| \leqslant [k_2 m_{\rm r} V_i + \alpha(m_{\rm r}+2m_{\rm f})L] \cdot \int_0^L [(w')^2+\dot{w}^2]{\rm d}x \leqslant \beta V_1(t), \tag{24}$$

其中$\beta = 2\dfrac{\max[m_{\rm r}V_i+\alpha(m_{\rm r}+2m_{\rm f})L/k_2]}{\min(m_{\rm r}, EI, T, 2m_{\rm f})}$.

不等式(24)可写为

$$-\beta V_1(t) \leqslant V_3(t) \leqslant \beta V_1(t). \tag{25}$$

选取适当的β, 可以得到

$$\beta_1 = 1-\beta > 0,\ \beta_2 = 1+\beta > 1. \tag{26}$$

不等式(25)两边加上$V_1(t)$并结合不等式(26), 有

$$0 < \beta_1 V_1(t) \leqslant V_1(t)+V_3(t) \leqslant \beta_2 V_1(t). \tag{27}$$

基于给定Lyapunov函数式(21), 结合上式有

$$0 \leqslant \gamma_1[V_1(t)+V_2(t)] \leqslant V(t) \leqslant \gamma_2[V_1(t)+V_2(t)], \tag{28}$$

其中$\gamma_1 = \min(\beta_1, 1)$和$\gamma_2 = \min(\beta_2, 1)$是正常数.

证毕.

引理 4 由式(21)给定的Lyapunov函数对时间的导数具有如下上界:

$$\dot{V}(t) \leqslant -\gamma V(t) + \varepsilon, \tag{29}$$

其中$\gamma > 0,\ \varepsilon > 0$.

证 将式(21)对时间求导, 有

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t). \tag{30}$$

式(30)的第1项为

$$\dot{V}_1(t) = V_{11}(t) + V_{12}(t) + V_{13}(t), \tag{31}$$

其中

$$\begin{cases} V_{11}(t) = k_2(m_{\rm r}+2m_{\rm f})\displaystyle\int_0^L \dot{w}\ddot{w}{\rm d}x, \\ V_{12}(t) = k_2 EI\displaystyle\int_0^L \dot{w}''w''{\rm d}x + k_2 T\int_0^L \dot{w}'w'{\rm d}x, \\ V_{13}(t) = 2k_2 m_{\rm f}\displaystyle\int_0^L [V_i w'\ddot{w}{\rm d}x + V_i\dot{w}\dot{w}'{\rm d}x + \\ \qquad V_i^2\dot{w}'w'{\rm d}x + \dot{V}_i\dot{w}w' + V_i\dot{V}_i w'^2]{\rm d}x. \end{cases} \tag{32}$$

将控制方程式(9)代入式(32)第1项, 并对式(32)第2, 3项应用边界条件和分部积分, 再结合不等式(14)–(16), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leqslant\ & \frac{1}{2}EIu_i^2 - (\frac{1}{2}EI + k_2 m_{\rm f} V_i)[\dot{w}(L,t)]^2 - \\ & \frac{1}{2}EIk_2^2[w'''(L,t)]^2 - \frac{1}{2}EIk_1^2[w'(L,t)]^2 + \\ & [k_2(T+2m_{\rm f}V_i^2) - EIk_1]w'(L,t)w(\dot{L},t) + \\ & EIk_1k_2w'(L,t)w'''(L,t) + \frac{k_2}{\delta_1}\int_0^L f^2{\rm d}x + \\ & 4k_2m_{\rm f}V_i^2\int_0^L \dot{w}w''{\rm d}x + 2k_2m_{\rm f}V_i\int_0^L \ddot{w}w'{\rm d}x - \\ & k_2(c-\delta_1)\int_0^L \dot{w}^2{\rm d}x - 2k_2m_{\rm f}\dot{V}_iV_i\int_0^L (w')^2{\rm d}x, \end{aligned} \tag{33}$$

其中δ_1为一任意的正常数.

式(30)的第2项可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = m_{\rm c}u_i\dot{u}_i = -ku_i^2 + du_i - u_i\bar{d}\cdot{\rm sgn}\,u_i = \\ -ku_i^2 + du_i - |u_i|\bar{d} \leqslant -ku_i^2. \end{aligned} \tag{34}$$

式(30)的第3项可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = k_2m_{\rm r}\int_0^L (\dot{V}_iw'\dot{w} + V_i\dot{w}'\dot{w} + V_iw'\ddot{w}){\rm d}x + \\ \alpha(m_{\rm r}+2m_{\rm f})\int_0^L x(\dot{w}'\dot{w} + w'\ddot{w}){\rm d}x. \end{aligned} \tag{35}$$

将控制方程式(9)代入式(35), 应用边界条件和分部积分, 再结合不等式(14)–(16)有

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) \leqslant\ & \frac{1}{2}[k_2m_{\rm r}V_i + \alpha L(m_{\rm r}+2m_{\rm f})][\dot{w}(L,t)]^2 + \\ & \frac{1}{2}(k_2TV_i - 2k_2m_{\rm f}V_i^3 - 2\alpha m_{\rm f}LV_i^2 + \\ & \alpha TL)[w'(L,t)]^2 - EI(k_2V_i + \alpha L)\cdot \\ & w'(L,t)w'''(L,t) - 4m_{\rm f}V_i(k_2V_i+\alpha)\cdot \\ & w'(L,t)\dot{w}(L,t) - (k_2cV_i - k_2m_{\rm r}\dot{V}_i - \\ & 4\alpha m_{\rm f}V_i)\int_0^L w'\dot{w}{\rm d}x - \alpha(\frac{T}{2} - k_2\delta_2V_i - \\ & Lc\delta_4 - L\delta_3 - 2m_{\rm f}L\dot{V}_i)\int_0^L (w')^2{\rm d}x - \\ & \alpha(\frac{1}{2}m_{\rm r} + m_{\rm f} - \frac{4}{\delta_5}m_{\rm f}LV_i - \frac{cL}{\delta_4})\cdot \\ & \int_0^L \dot{w}^2{\rm d}x - \alpha[\frac{3}{2}EI - m_{\rm f}V_i(V_i+4\delta_5L)]\cdot \\ & \int_0^L (w'')^2{\rm d}x + (\frac{k_2V_i}{\delta_2} + \frac{\alpha L}{\delta_3})\int_0^L f^2{\rm d}x + \\ & 2k_2m_{\rm f}V_i(2V_i\int_0^L \dot{w}w''{\rm d}x - \int_0^L \ddot{w}w'{\rm d}x - \\ & \dot{V}_i\int_0^L (w')^2{\rm d}x), \end{aligned} \tag{36}$$

其中$\delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5$为任意的正常数.

将式(33)–(34)和式(36)代入式(30)并结合不等式(14)–(16)有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leqslant & -\frac{1}{2}[(EI+2k_2m_{\rm f}V_i) - k_2m_{\rm r}V_i - \alpha L(m_{\rm r} + \\ & 2m_{\rm f}) - \frac{2}{\delta_7}|k_2(T+2m_{\rm f}V_i^2) - k_1EI - \end{aligned}$$

$$4m_{\rm f}V_i(k_2V_i+\alpha L)|][\dot{w}(L,t)]^2-[\frac{1}{2}EIk_1^2-k_2(\frac{1}{2}TV_i-m_{\rm f}V_i^3)-\alpha L(\frac{1}{2}T-m_{\rm f}V_i^2)-\delta_6EI|k_1k_2-k_2V_i-\alpha L|-\delta_7|k_2(T+2m_{\rm f}V_i^2)-EIk_1-4m_{\rm f}V_i(k_2V_i+\alpha L)|]\times[w'(L,t)]^2-\frac{1}{2}EI(k_2^2-\frac{2}{\delta_6}|k_1k_2-k_2V_i-\alpha L|)[w'''(L,t)]^2-(k-\frac{1}{2}EI)u_i^2-[k_2(c-\delta_1)+\frac{1}{2}\alpha(m_{\rm r}+2m_{\rm f})-\alpha L\times(\frac{c}{\delta_4}+\frac{4m_{\rm f}V_i}{\delta_5})]\int_0^L\dot{w}^2{\rm d}x-[\alpha(\frac{1}{2}T-L\delta_3-Lc\delta_4-2m_{\rm f}L\dot{V}_i)-k_2\delta_2V_i]\int_0^L w'^2{\rm d}x-[k_2(cV_i-m_{\rm r}\dot{V}_i)-4\alpha m_{\rm f}V_i]\int_0^L w'\dot{w}{\rm d}x-\alpha[\frac{3}{2}EI-m_{\rm f}V_i(V_i+4\delta_5L)]\int_0^L w''^2{\rm d}x+(\frac{k_2}{\delta_1}+\frac{k_2V_i}{\delta_2}+\frac{\alpha L}{\delta_3})\int_0^L f^2{\rm d}x\leqslant-\gamma_3[V_1(t)+V_2(t)]+\varepsilon, \tag{37}$$

其中δ_6和δ_7为任意正常数. 选择适当参数值$k, k_1, k_2, \alpha, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7$和$\sigma_8$满足如下条件:

$$\gamma_3=\frac{2}{k_2}\min[\frac{\sigma_4}{(m_{\rm r}+2m_{\rm f})},\frac{\sigma_5}{(T+2m_{\rm f}V_i^2)},\frac{\sigma_6}{4m_{\rm f}V_i},\frac{\sigma_7}{EI},\frac{k_2\sigma_8}{m_{\rm c}}],$$

$$\sigma_1=(\frac{1}{2}EI+k_2m_{\rm f}V_i)-\frac{1}{2}k_2m_{\rm r}V_i-\frac{1}{2}\alpha L(m_{\rm r}+2m_{\rm f})-\frac{1}{\delta_7}|k_2(T+2m_{\rm f}V_i^2)-k_1EI-4k_2m_{\rm f}V_i(k_2V_i+\alpha L)|>0,$$

$$\sigma_2=\frac{1}{2}EIk_1^2-k_2(\frac{1}{2}TV_i-m_{\rm f}V_i^3)-\alpha L(\frac{1}{2}T-m_{\rm f}V_i^2)-\delta_6EI|k_1k_2-k_2V_i-\alpha L|-\delta_7|k_2(T+2m_{\rm f}V_i^2)-EIk_1-4k_2m_{\rm f}V_i(k_2V_i+\alpha L)|>0,$$

$$\sigma_3=\frac{1}{2}EIk_2^2-\frac{1}{\delta_6}EI|k_1k_2-k_2V_i-\alpha L|>0,$$

$$\sigma_4=k_2(c-\delta_1)+\frac{1}{2}\alpha(m_{\rm r}+2m_{\rm f})-\frac{\alpha cL}{\delta_4}-\frac{4\alpha m_{\rm f}LV_i}{\delta_5}>0,$$

$$\sigma_5=\alpha(\frac{1}{2}T-L\delta_3-Lc\delta_4-2m_{\rm f}L\dot{V}_i)-k_2\delta_2V_i>0,$$

$$\sigma_6=k_2(cV_i-m_{\rm r}\dot{V}_i)-4\alpha m_{\rm f}V_i>0,$$

$$\sigma_7=\frac{3}{2}\alpha EI-\alpha m_{\rm f}V_i^2-4\alpha m_{\rm f}\delta_5LV_i>0,$$

$$\sigma_8=k-\frac{1}{2}EI>0,$$

$$\varepsilon=(\frac{k_2}{\delta_1}+\frac{k_2V_i}{\delta_2}+\frac{\alpha L}{\delta_3})\int_0^L f^2{\rm d}x\leqslant(\frac{k_2}{\delta_1}+\frac{k_2V_i}{\delta_2}+\frac{\alpha L}{\delta_3})\int_0^L \bar{f}^2{\rm d}x<\infty.$$

由不等式(28)(37), 得出

$$\dot{V}(t)\leqslant-\gamma V(t)+\varepsilon, \tag{38}$$

其中$\gamma=\gamma_3/\gamma_2,\ 0<\varepsilon<\infty$.　　证毕.

3.1　一致稳定性(Uniform stability)

在本小节, 用Lyapunov函数(21)和控制律式(17)来分析柔性立管系统的一致稳定性.

定理 1　对由式(9)描述的动态系统, 式(10)描述的边界条件和式(11)描述的初始条件, 在边界控制器(17)的作用下, 系统具有如下的稳定性:

$$|w(x,t)|\leqslant\sqrt{\frac{2L}{T\gamma_1}[V(0)+\frac{\varepsilon}{\gamma}]},\quad\forall(x,t)\in[0,L]\times[0,+\infty). \tag{39}$$

证　将式(38)乘以${\rm e}^{\gamma t}$,有

$$\dot{V}(t){\rm e}^{\gamma t}\leqslant-\gamma V(t){\rm e}^{\gamma t}+\varepsilon{\rm e}^{\gamma t}\Rightarrow\frac{\partial}{\partial t}[V(t){\rm e}^{\gamma t}]\leqslant\varepsilon{\rm e}^{\gamma t}. \tag{40}$$

对上述不等式积分得

$$V(t)\leqslant[V(0)-\frac{\varepsilon}{\gamma}]{\rm e}^{-\gamma t}+\frac{\varepsilon}{\gamma}\leqslant V(0){\rm e}^{-\gamma t}+\frac{\varepsilon}{\gamma}<\infty, \tag{41}$$

其中上式表明$V(t)$是有界的.

类似的, 利用不等式(16)和式(22), 可得

$$\frac{T}{2L}w^2(x,t)\leqslant\frac{T}{2}\int_0^L[w'(x,t)]^2{\rm d}x\leqslant V_1(t)\leqslant V_1(t)+V_2(t)\leqslant\frac{1}{\gamma_1}V(t)<\infty. \tag{42}$$

重排上述两不等式有

$$|w(x,t)|\leqslant\sqrt{\frac{2L}{T\gamma_1}[V(0){\rm e}^{-\gamma t}+\frac{\varepsilon}{\gamma}]}\leqslant\sqrt{\frac{2L}{T\gamma_1}[V(0)+\frac{\varepsilon}{\gamma}]},\ \forall(x,t)\in[0,L]\times[0,+\infty). \tag{43}$$

由上述论证, 可得如下结论: 有洋流干扰时, 系统在控制律(17)作用下是一致有界的.　　证毕.

4　数字仿真(Numerical simulations))

本文以具有内流和海流同时扰动的柔性立管为对象进行数值仿真研究, 验证所设计控制律式(17)的有效性, 并研究立管的动力学响应. 表1所示为柔性立管的详细参数.

表 1 柔性立管系统参数

Table 1 Parameters of the flexible riser

参数	参数值	参数	参数值
D	$0.450\,\mathrm{m}$	EI	$1.5\times10^7\,\mathrm{N\cdot m^2}$
f_v	2.625	T	$8.11\times10^7\,\mathrm{N}$
m_c	$960\,\mathrm{kg}$	ρ_s	$1024\,\mathrm{kg/m^3}$
L	$1000\,\mathrm{m}$	c	$5.00\,\mathrm{N\cdot s/m^2}$
S_t	0.200	A	9.279×10^3
C_D	1.361	m_f	$100\,\mathrm{kg/m}$
β	0.00	m_r	$350\,\mathrm{kg/m}$

海洋洋流速度与深度关系可表示为[19]

$$V_\mathrm{s}(x,t)=V_\mathrm{o}(L,t)\mathrm{e}^{-\frac{Ax}{V_\mathrm{o}(L,t)}},\tag{44}$$

其中$V_\mathrm{o}(L,t)$为洋流表面流速.

本文中内流流速$V_i(t)$和海洋表面洋流速度$V_\mathrm{o}(L,t)$的表达式为

$$V_\mathrm{o}(L,t)=\bar{V}_\mathrm{o}+V'_\mathrm{o}\sum_{i=1}^{N}\sin(w_it),\ i=1,2,3,4,\tag{45}$$

$$V_i(t)=\bar{V}_i+V'_i\sum_{i=1}^{N}\cos(w_it),\ i=1,2,3,4,\tag{46}$$

其中: $w_i=(w_1,w_2,w_3,w_4)=(0.867,1.827,2.946,4.282)$, $\bar{V}_i=5\,\mathrm{m/s}$为内流平均流速, $V'_i=0.2$为内流速度波动振幅, $\bar{V}_\mathrm{o}=2\,\mathrm{m/s}$为表面洋流平均流速, $V'_\mathrm{o}=0.2$为表面洋流速度波动流量的振幅.

控制器上的环境干扰$d(t)$为

$$\begin{aligned}d(t)=&[3+0.8\sin(0.7t)+0.8\sin(0.5t)+\\&0.8\sin(0.9t)]\times10^5.\end{aligned}\tag{47}$$

当选择控制器参数$k=k_1=k_2=10^7$, 仿真结果如图2–6. 由仿真结果可得出如下结论:

1) 由图4–5可知, 当时变内流作用于立管系统时, 立管的动态响应与无内流时的动态响应完全不同, 且当存在内流时, 立管的自然频率有了显著的减小;

2) 由图2–6可知, 相比于无控制的情况, 在鲁棒边界控制作用下, 柔性立管振动偏移量都有非常显著的减小, 表明本文设计的控制算法对抑制柔性立管的振动是有效的;

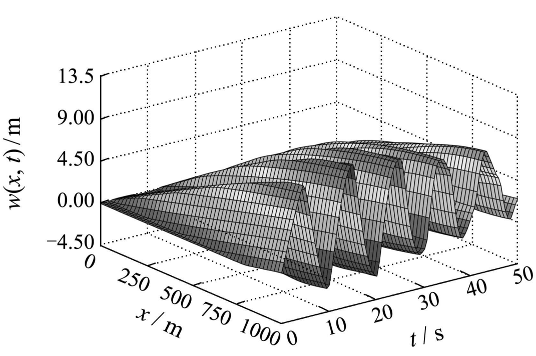

图 2 自由振动下立管的偏移量

Fig. 2 Riser's displacement under free vibration

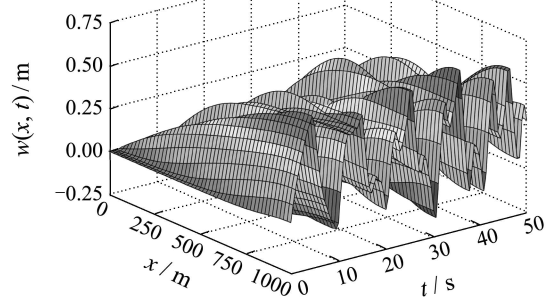

图 3 控制作用下立管的偏移量

Fig. 3 Riser's displacement under control

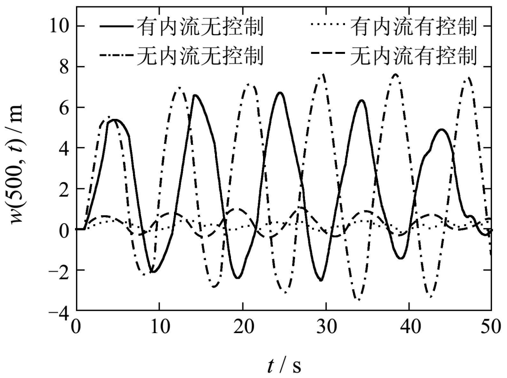

图 4 $x=500\,\mathrm{m}$处的4种偏移量

Fig. 4 Four cases of riser's displacement at $x=500\,\mathrm{m}$

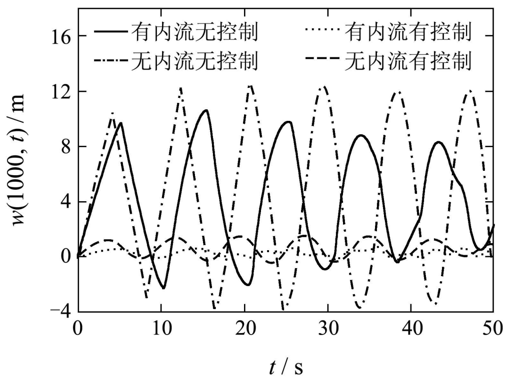

图 5 $x=1000\,\mathrm{m}$处的4种偏移量

Fig. 5 Four cases of riser's displacement at $x=1000\,\mathrm{m}$

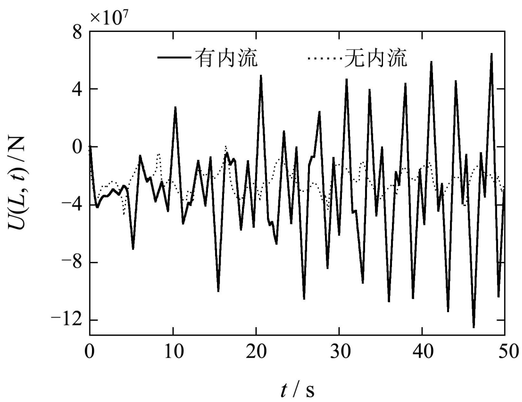

图 6 有无内流时的控制输入

Fig. 6 Control input with and without internal fluid

3) 由图4–6可知, 虽然在柔性立管中部($x = 500\,\mathrm{m}$)未布置控制器, 但柔性立管中部的振动也有非常显著的减小, 这体现了边界控制方法在柔性立管振动控制方面的独特优势;

4) 图6可知, 控制器的输入范围为$-12\times10^8\mathrm{N} \sim 7\times10^8\mathrm{N}$, 而负的控制输入表明控制作用力与海流速度相反.

5 结论(Conclusion)

本文研究了在时变洋流和时变内流双重激励下的海洋输油柔性立管振动控制问题. 基于无穷维PDEs描述的分布参数立管模型, 设计了鲁棒边界控制器对柔性立管振动进行控制, 所设计控制器避免了基于截断模型而导致的控制溢出问题. 控制器参数独立于系统参数, 且用符号函数来处理未知扰动, 因此推导的控制具有很强的鲁棒性. 利用Lyapunov直接方法对立管系统的稳定性和有界性给予了证明. 最后对所提出的边界控制进行数值模拟, 验证了所提方法的有效性.

参考文献(References):

[1] 黄旭东, 张海, 王雪松. 海洋立管涡激振动的研究现状、热点与展望 [J]. 海洋学研究, 2009, 27(4): 95 – 101.
(HUANG Xudong, ZHANG Hai, WANG Xuesong. An overview on the study of vortex-induced vibration of marine riser [J]. *Journal of Marine Sciences*, 2009, 27(4): 95 – 101.)

[2] CHRISTOFIDES P D, ARMAOU A. Global stabilization of the Kuramoto-Sivashinsky equation via distributed output feedback control [J]. *Systems and Control Letters*, 2000, 39(4): 283 – 294.

[3] VANDEGRIFT M W, LEWIS F L, ZHU S Q. Flexible-link robot arm control by a feedback linearization/singular perturbation approach [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1994, 11(7): 591 – 603.

[4] HOW B V E, GE S S, CHOO Y S. Active control of flexible marine risers [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 320(4/5): 758 – 776.

[5] GE S S, HE W, HOW B V, et al. Boundary control of a coupled nonlinear flexible marine riser [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(5): 1080 – 1091.

[6] DO K D, PAN J. Boundary control of transverse motion of marine risers with actuator dynamics [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 318(4/5): 768 – 791.

[7] DO K D, PAN J. Boundary control of three-dimensional inextensible marine risers [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(3/5): 299 – 321.

[8] MOE G, CHUCHEEPSAKUL S. The effect of internal flow on marine risers [C] //*Proceedings of the 7th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*. Houston: IEEE, 1988: 375 – 382.

[9] IRANI M B, MODI V J, WELT F. Riser dynamics with internal flow and nutation damping [C] //*Proceedings of the 6th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*. Houston: IEEE, 1987: 119 – 125.

[10] WU M C, LOU J Y K. Effects of rigidity and internal flow on marine riser dynamics [J]. *Applied Ocean Research*, 1991, 13(5): 235 – 244.

[11] 陈伟民, 张立武, 李敏. 采用改进尾流振子模型的柔性海洋立管的涡激振动响应分析 [J]. 工程力学, 2010, 27(5): 240 – 246.
(CHEN Weimin, ZHANG Liwu, LI Min. Prediction of vortex-induced vibration of flexible riser using improved wake-oscillator model [J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(5): 240 – 246.)

[12] 李洪春, 郭海燕, 李效民. 基于MATLAB的海洋立管涡激振动数值模拟系统研究 [J]. 中国海洋大学学报, 2010, 40(S1): 207 – 212.
(LI Hongchun, GUO Haiyan, LI Xiaomin. Research on numerical simulation system of vortex-induced vibration of marine riser based on MATLAB [J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2010, 40(S1): 207 – 212.)

[13] MORISON J R, O'BERIEN M P, JOHNSON F W, et al. The force excerted by surface waves on piles [J]. *Petroleum Transactions American Institute of Mining Engineers*, 1950, 189: 149 – 154.

[14] KAEWUNRUEN S, CHIRAVATCHRADEJ J, CHUCHEEPSAKUL S. Nonlinear free vibrations of marine risers/pipes transporting fluid [J]. *Ocean Engineering*, 2005, 32(3/4): 417 – 440.

[15] GOLDSTEIN H. *Classical Mechanics* [M]. Boston: Addison-Wesley, 1951.

[16] FALTINSEN O M. *Sea Loads on Ships and Offshore Structures* [M]. New York: Cambridge University Press, 1990.

[17] RAHN C D. *Mechantronic Control of Distributed Noise and Vibration* [M]. New York: Springer, 2001.

[18] QUEIROZ M S, DAWSON D M, NAGARKATTI S P, et al. *Lyapunov Based Control of Mechanical Systems* [M]. Boston: Birkhauser, 2000.

[19] FENG S Z, LI F Q, LI S J. *Introduction to Marine Science* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1999.

作者简介:

高红霞 (1975–), 女, 副教授, 主要研究方向为智能检测与控制方法、机器视觉与模式识别系统的研究及应用, E-mail: hxgao@scut.edu.cn;

赵志甲 (1987–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为分布式参数系统控制、非线性控制等, E-mail: zhao.zhijia@mail.scut.edu.cn;

吴忻生 (1961–), 男, 副教授, 主要研究方向为智能检测与智能控制、自动化技术和智能系统的研究及其工程应用以及电子产品开发, E-mail: auxswu@scut.edu.cn, 本文通讯作者;

刘 屿 (1977–), 男, 助理研究员, 主要研究方向为分布参数系统控制、飞行器控制, E-mail: auylau@scut.edu.cn.