

一种新颖的鲁棒模糊滑模观测器设计及干扰重构方法

张 强^{1,2†}, 吴庆宪¹, 姜长生¹, 许德智¹

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016; 2. 济南大学 自动化与电气工程学院, 山东 济南 250022)

摘要: 针对一类由T-S模糊模型描述的不确定非线性系统, 提出一种新颖的鲁棒模糊滑模观测器设计和干扰重构方法。首先, 给出一种T-S模糊模型的等价形式。其次, 在考虑滑模匹配条件不满足、状态不可测的情况下, 利用高增益估计器构造辅助变量。为避免其峰化问题, 提出基于高增益估计器的鲁棒滑模观测器。然后, 基于所提出的等价形式, 给出一类不确定非线性系统的鲁棒模糊滑模观测器设计方法。并证明其不但对系统的未知干扰具有鲁棒性, 而且能保证状态估计残差在有限的时间内收敛于任意小的邻域, 并可应用等价输出误差介入原理重构出系统的干扰。最后, 将该方法应用于双关节机械臂的控制仿真实验。结果表明所提方法的有效性。

关键词: 高增益估计器; 鲁棒滑模观测器; 线性矩阵不等式; T-S模糊模型

中图分类号: TP273 文献标识码: A

A novel robust fuzzy sliding mode observer design and disturbance reconstruction

ZHANG Qiang^{1,2†}, WU Qing-xian¹, JIANG Chang-sheng¹, XU De-zhi¹

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China;
2. School of Electrical Engineering, University of Jinan, Jinan Shandong 250022, China)

Abstract: A novel robust fuzzy sliding mode observer design and a disturbance reconstruction method are proposed for a class of uncertain nonlinear systems described by Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model. Firstly, a description which is equivalent to the form of T-S fuzzy model is proposed. Secondly, auxiliary variables are constructed to satisfy the matching condition of sliding mode observer, and a high gain approximator is developed to approximate immeasurable states. To avoid the peak problem occurred to the high gain approximator, we propose a robust sliding mode observer for this high gain approximator. Then, under the equivalent form, a robust fuzzy sliding mode observer is developed for a class of uncertain nonlinear systems. We prove that the proposed observer is robust to unknown disturbances, and ensure state estimation residuals of convergence to an arbitrarily small neighborhood in a limited period of time. At the same time, system disturbance is reconstructed thought the involved principle of equivalent output error. This method has been applied to simulate a two-link robot control system; simulation results demonstrate the validity of the proposed method.

Key words: high gain approximator (HGA); robust sliding mode observer (RSMO); linear matrix inequalities (LMI); Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model

1 引言(Introduction)

自Takagi等提出Takagi-Sugeno(T-S)模糊理论以来, 其已成为一种处理复杂非线性系统的有效智能方法, 其中模糊观测器设计是当前国内外研究的热点问题之一, 并取得了大量的成果^[1-6]。如文献[1-2]分别研究模糊控制器、模糊观测器和模糊降阶观测器的设计方法; 为松弛模糊观测器稳定性条件, 文献[3]给出基于线性矩阵不等式(linear matrix inequalities, LMI)的模糊观测器设计过程, 并说明了LMI存在的充分条件; 文献[4]提出自适应模糊观测器的设

计方法, 并成功地应用于导弹飞控系统中; 文献[5]研究离散的模糊观测器设计, 并应用到主动容错控制中; 文献[6]则研究带有 L_∞ 增益的鲁棒模糊观测器的设计。

与此同时, 鲁棒滑模观测器(robust sliding mode observer, RSMO)因对系统中存在的干扰、未建模动态等不确定因素具有鲁棒性, 也引起了大量学者广泛地研究^[7-15]。其中: 文献[7]提出了RSMO设计过程, 但需假设干扰满足匹配条件且有界的条件; 为放宽RSMO干扰上界已知的限制, 文献[8]给出具有自

收稿日期: 2012-03-15; 收修改稿日期: 2012-09-02。

†通信作者。Tel.: +86 13864096636。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90716028, 60974106); 国家自然青年科学基金资助项目(11102080); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(NS2010077, NP2011049); 山东省自然青年科学基金资助项目(ZR2012FQ030)。

适应增益的RSMO设计过程; 为松弛RSMO匹配条件, 文献[9–10]分别提出基于二阶滑模和迭代滑模的RSMO设计方法。但文献[7–10]均考虑的是不确定线性系统。为拓展不确定非线性系统的RSMO研究, 文献[11]给出基于LMI区域极点配置的模糊滑模观测器综合算法; 文献[12–13]将T-S建模和文献[7]的RSMO相结合, 分别研究了卫星姿态容错控制和车辆电子稳定性控制; 文献[14–15]分别利用高阶滑模和超扭曲迭代滑模技术实现了一类具有正则形式的非线性系统RSMO设计。然而, 文献[11–13]研究的模糊RSMO需假设所有局部线性模型满足RSMO匹配条件, 显然此条件在工程上较难达到; 文献[14–15]虽然放宽不确定非线性系统的RSMO匹配条件, 但存在着需构造大量的辅助方程, 设计过程繁琐等问题。

基于以上分析, 针对由T-S模糊模型描述的不确定非线性系统, 本文将高增益估计器(high gain approximator, HGA)与滑模观测器结合, 提出一种新颖的鲁棒模糊滑模观测器设计方法。首先, 利用笔者在T-S模糊理论上的前期成果^[16], 给出T-S模糊模型的一种等价表述形式, 以此展开本文的主要工作。其次, 对RSMO匹配条件不满足、状态不可测的等价子系统, 通过HGA构造辅助变量使得等价子系统的RSMO匹配条件成立。为避免高增益估计器引起的峰化问题, 提出基于HGA的RSMO设计方法。然后, 在所提出的等价表述形式下, 给出一类不确定非线性系统的鲁棒模糊滑模观测器结构, 并证明所提的模糊RSMO不仅对系统的未知干扰具有鲁棒性, 而且能够保证状态估计残差在有限的时间内收敛于任意小的邻域, 并应用等价输出误差介入原理重构系统的干扰。最后, 将所提出的设计方法应用于双关节机械臂的控制仿真实验。结果表明所提方法的有效性和正确性。

2 问题描述及准备(Problem formulation and preliminary)

考虑局部T-S模糊不确定模型如下:

Plant Rule i :

IF $z_1(t)$ is M_1^i , and, \dots , and $z_s(t)$ is M_s^i ,

THEN

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_{i1} u(t) + f_i(x, u, t), \\ y(t) = C_i \hat{x}(t), \end{cases} \quad (1)$$

式中: $z_j(t)$ 为前件变量; M_j^i 为第 i 条规则第 j 个变量的模糊集, 对应的隶属度函数为 $\delta_j^i(z_j(t))$, $i = 1, 2, \dots, h$, h 为模糊规则数, $j = 1, 2, \dots, s$, s 为前件变量数; $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^p$, $u \in \mathbb{R}^{m_1}$ 分别为系统的状态、输出、控制输入; $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_{i1} \in \mathbb{R}^{n \times m_1}$, $C_i \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 是第 i 个局部模型适当维数的矩阵; $f_i(x, u, t) \in \mathbb{R}^n$ 表示为系统的非线性不确定性, 且满足

$$f_i(x, u, t) = B_{i2} d(x, u, t), \text{ 其中: } B_{i2} \in \mathbb{R}^{n \times m_2}, \\ d(x, u, t) \in \mathbb{R}^{m_2}.$$

在实际应用中, 由于存在着建模误差或未知干扰的问题, 式(1)中就会有 $d(x, u, t)$ 存在。因此, 记 $d(x, u, t)$ 为系统的复合干扰。应用单点模糊化、乘积推理、中心加权反模糊化推理方法^[9]得到全局不确定非线性系统为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^h h_i(z(t))(A_i \hat{x}(t) + B_{i1} u(t) + \\ B_{i2} d(x, u, t)), \\ y(t) = \sum_{i=1}^h h_i(z(t))C_i \hat{x}(t), \end{cases} \quad (2)$$

式中 $h_i(z(t)) = \prod_{k=1}^s \delta_k^i(z_k(t)) / \sum_{i=1}^h \prod_{k=1}^s \delta_k^i(z_k(t))$ 为模糊权值, 且满足 $0 \leq h_i(z(t)) \leq 1$ 及 $\sum_{i=1}^h h_i(z(t)) = 1$ 。

为设计观测器, 需做如下合理假设。

假设 1 所有 (A_i, C_i) 满足能观性条件, B_{i2} 列满秩, C_i 行满秩。即 T-S 模糊模型是局部可观的, $\text{rank } B_{i2} = m_2$, $\text{rank } C_i = q$, 且 $m_2 \leq q$ 。

假设 2 复合干扰 $d(x, u, t)$ 是有界的, 且存在已知的有界常数 $\rho > 0$ 使得

$$\|d(x, u, t)\| \leq \rho. \quad (3)$$

假设 3 在 T-S 模糊模型描述的不确定非线性系统中, h 是有界的。

假设 4 所有 (A_i, B_{i2}, C_i) 的不变零点实部均在左半平面, 即当 $s \in \mathbb{C}^+$ 时, 有

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI_n - A_i & B_{i2} \\ C_i & 0 \end{bmatrix} = n + m_2, i \in \{1, \dots, h\}.$$

针对系统(2), 文献[11–13]的鲁棒模糊滑模观测器设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^h h_i(z(t))[A_i \hat{x}(t) + B_{i1} u(t) + \\ L_i(y(t) - \hat{y}(t)) + B_{i2} u_s], \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^h h_i(z(t))C_i \hat{x}(t), \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\hat{x}(t)$, $\hat{y}(t)$ 分别为观测器的状态和输出, $L_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 为设计的局部观测器增益矩阵, u_s 为滑模控制输入。

设计式(4), 需假设所有的局部线性模型(1)满足文献[7]的RSMO匹配条件, 即

$$\text{rank}(C_i B_{i2}) = \text{rank } B_{i2}, i \in \{1, 2, \dots, h\}. \quad (5)$$

显然在实际的非线性系统中, 要求所有的局部线性模型均满足匹配条件(5)显然过于苛刻。而且, 在传统的模糊观测器设计方法下, 若要放宽匹配条

件(5)是不易的. 因此, 这里利用笔者在T-S模糊理论的前期成果^[16], 给出T-S模糊模型(2)的另一种等价表述形式.

引理1 对于T-S模糊模型描述不确定非线性系统(2), 考虑一组动态系统如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = A_i \mathbf{x}_i(t) + h_i(\mathbf{z}(t)) B_{i1} \mathbf{u}(t) + \\ \quad B_{i2} \mathbf{d}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \\ \mathbf{y}_i(t) = C_i \mathbf{x}_i(t), \quad i \in \{1, 2, \dots, \bar{h}\}, \end{cases} \quad (6)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(t) &= h_i(\mathbf{z}(t)) \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{y}_i(t) = h_i(\mathbf{z}(t)) \mathbf{y}(t), \\ \mathbf{d}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= h_i(\mathbf{z}(t)) \mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t). \end{aligned}$$

当选取

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{x}_i(t), \quad \mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{y}_i(t), \\ \mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{d}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \end{aligned}$$

时, 不确定非线性系统(2)可由一组式(6)描述.

证 由 $\mathbf{x}_i(t) = h_i(\mathbf{z}(t)) \mathbf{x}(t)$, $\mathbf{d}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = h_i(\mathbf{z}(t)) \mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$, $\mathbf{y}_i(t) = h_i(\mathbf{z}(t)) \mathbf{y}(t)$ 和 $\sum_{i=1}^{\bar{h}} h_i(\mathbf{z}(t)) = 1$ 可得

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}(t), \quad \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{y}(t), \\ \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{d}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t). \end{cases} \quad (7)$$

对式(7)中第1个等式求导, 并代入式(6)可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{\bar{h}} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \\ &\sum_{i=1}^{\bar{h}} A_i \mathbf{x}_i(t) + h_i(\mathbf{z}(t)) B_{i1} \mathbf{u}(t) + B_{i2} \mathbf{d}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \\ &\sum_{i=1}^{\bar{h}} h_i(\mathbf{z}(t)) (A_i \mathbf{x}(t) + B_{i1} \mathbf{u}(t) + B_{i2} \mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)). \end{aligned} \quad (8)$$

同理可证

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{y}_i(t) = \sum_{i=1}^{\bar{h}} C_i \mathbf{x}_i(t) = \\ &\sum_{i=1}^{\bar{h}} h_i(\mathbf{z}(t)) C_i \mathbf{x}(t), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{d}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \\ &\sum_{i=1}^{\bar{h}} h_i(\mathbf{z}(t)) \mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t). \end{aligned} \quad (10)$$

由式(8)–(10)可知, 引理1的结论成立. 证毕.

注 1 引理1给出不确定非线性系统(2)的另一种数学描述形式. 且由引理1可知, $\mathbf{d}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ 是 $\mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ 通过

$h_i(\mathbf{z}(t))$ 投影对 $\dot{\mathbf{x}}_i$ 产生影响. 此外, 由式(6)可知 $\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{\bar{h}} \mathbf{x}_i$. 这一点对后续的观测器设计是非常重要的.

本文的设计思路: 首先, 考虑不匹配的等价子系统(6), 设计高增益估计器构造辅助变量以便式(6)的匹配条件式(5)得以满足; 其次, 为避免高增益估计器引起的峰化问题, 提出带有高增益估计器的滑模观测器设计过程; 然后, 给出一类由T-S模糊模型描述的不确定非线性系统模糊鲁棒滑模观测器设计方案, 并证明所提的观测器能保证状态估计误差在有限的时间内收敛于任意小的有界邻域内. 最后, 应用等价输出误差介人原理重构系统的干扰.

为后续设计方便, 记 \mathbf{c}_{ij} 为矩阵 C_i 的第 j 行; $\mathbf{y}_i(t) = [y_{i1}(t) \cdots y_{ip}(t)]^T$; $\mathbf{r}_i = [r_{i1} \cdots r_{ip}]^T$, r_{ij} 为 $y_{ij}(t)$ 对干扰 \mathbf{d}_i 相对阶, 即 $\mathbf{c}_{ij} A_i^{k-1} B_{i2} = 0$, $\mathbf{c}_{ij} A_i^{r_{ij}-1} B_{i2} \neq 0$, $k = 0, 1, \dots, r_{ij} - 2$, $j = 1, 2, \dots, p$; $\lambda_{\max}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 分别为对应矩阵的最大特征值和最小特征值. 在不引起歧义的情况下省略相关变量的自变量, 如 $\mathbf{x}(t)$ 写成 \mathbf{x} .

3 基于HGA的RSMO设计(RSMO design based on HGA)

若不满足匹配条件式(5)的式(6)方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = A_i \mathbf{x}_i + h_i(\mathbf{z}) B_{i1} \mathbf{u} + B_{i2} \mathbf{d}_i, \\ \mathbf{y}_i = C_i \mathbf{x}_i. \end{cases} \quad (11)$$

式(11)的RSMO的设计过程为: 首先, 设计满足匹配条件式(5)的辅助输出变量; 然后, 采用HGA对所设计的辅助输出变量不可测的问题进行估计.

3.1 辅助输出变量设计(Auxiliary output variables design)

根据干扰相对阶, 选择矩阵为

$$C_{ia} = [\mathbf{c}_{i1} \cdots \mathbf{c}_{i1} A^{\gamma_{i1}-1} \cdots \mathbf{c}_{ip} \cdots \mathbf{c}_{ip} A^{\gamma_{ip}-1}]^T, \quad (12)$$

使得 $\text{rank}(C_{ia} B_{i2}) = m_2$ 成立, 其中 $1 \leq \gamma_{ij} \leq r_{ij}$ ($1 \leq j \leq p$). 由此, 式(11)可扩张如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = A_i \mathbf{x}_i + h_i(\mathbf{z}) B_{i1} \mathbf{u} + B_{i2} \mathbf{d}_i, \\ \mathbf{y}_{ia} = C_{ia} \mathbf{x}_i. \end{cases} \quad (13)$$

因 \mathbf{y}_{ia} 中存在着不可测状态, 必须设计估计器对不可测变量进行在线估计. 借鉴文献[10]设计高阶滑模观测器的思想, 这里采用HGA方法对辅助变量进行估计. 与文献[14–15]相比, 所设计的HGA算法简单易于实现.

3.2 HGA设计(HGA design)

记 $y_{ijk} = \mathbf{c}_{ij} A^{k-1} \mathbf{x}_i$, $\mathbf{y}_{iaj} = [y_{ij1} \cdots y_{ij\gamma_{ij}}]^T$, $\mathbf{y}_{ia} = [\mathbf{y}_{ia1}^T \cdots \mathbf{y}_{iap}^T]^T$, $j = 1, 2, \dots, p$, $k = 1, 2, \dots, \gamma_{ij}$. 基于式(13)和 $\dot{\mathbf{y}}_{ia} = C_{ia} \dot{\mathbf{x}}_i$, 定义辅助动态为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{y}}_{ia} = \bar{A}_i \mathbf{y}_{ia} + h_i(\mathbf{z}) \bar{B}_{i1} \mathbf{u} + \bar{B}_{i2} \mathbf{f}_i, \\ \mathbf{y}_i = \bar{C}_i \mathbf{y}_{ia}, \end{cases} \quad (14)$$

式中:

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= \text{diag}\{\bar{A}_{i1}, \dots, \bar{A}_{ip}\}, \bar{B}_{i1} = [\bar{B}_{i11}^T \dots \bar{B}_{i1p}^T]^T, \\ \bar{B}_{i2} &= [\bar{\mathbf{b}}_{i21}^T \dots \bar{\mathbf{b}}_{i2p}^T]^T, \bar{C}_i = \text{diag}\{\bar{c}_{i1}, \dots, \bar{c}_{ip}\}, \\ \mathbf{f}_i &= [\mathbf{f}_{i1}^T \dots \mathbf{f}_{ip}^T]^T. \end{aligned}$$

$\bar{A}_{ij}, \bar{B}_{i1j}, \bar{\mathbf{b}}_{i2j}, \bar{c}_{ij}, \mathbf{f}_{ij} (j = 1, 2, \dots, p)$ 具体表达式如下:

$$\bar{A}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{\gamma_{ij} \times \gamma_{ij}}, \quad \bar{B}_{i1j} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{ij} B_{i1} \\ \mathbf{c}_{ij} A_i B_{i1} \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{ij} A_i^{\gamma_{ij}-1} B_{i1} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{b}}_{i2j} &= [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1]^T_{1 \times \gamma_{ij}}, \bar{c}_{ij} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0]_{1 \times \gamma_{ij}}, \\ \mathbf{f}_{ij} &= [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ \mathbf{c}_{ij} A_i^{\gamma_{ij}} \mathbf{x}_i + \mathbf{c}_{ij} A_i^{\gamma_{ij}-1} B_{i2} \mathbf{d}_i]_{1 \times \gamma_{ij}}^T. \end{aligned}$$

对式(14), 设计HGA如下:

$$\dot{\mathbf{y}}_{ih} = \bar{A}_i \mathbf{y}_{ih} + h_i(\mathbf{z}) \bar{B}_{i1} \mathbf{u} + L_{ih} \bar{C}_i (\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih}), \quad (15)$$

式中: $L_{ih} = \text{diag}\{\mathbf{l}_{ih\gamma_{i1}}^T, \dots, \mathbf{l}_{ih\gamma_{ip}}^T\}$, $\mathbf{l}_{ih\gamma_{ij}} = [\frac{a_{i\gamma_{ij}1}}{\epsilon_{i\gamma_{ij}}} \ \dots \ \frac{a_{i\gamma_{ij}\gamma_{ij}}}{\epsilon_{i\gamma_{ij}}}]^T$, 设计参数 $\epsilon_{i\gamma_{ij}} \in (0, 1)$ 及参数 $a_{i\gamma_{ij}1}, \dots, a_{i\gamma_{ij}\gamma_{ij}}$ 选取满足矩阵

$$\bar{A}_{i0} = \begin{bmatrix} -a_{i\gamma_{ij}1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_{i\gamma_{ij}2} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{i\gamma_{ij}\gamma_{ij}-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_{i\gamma_{ij}\gamma_{ij}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{\gamma_{ij} \times \gamma_{ij}}, \quad 1 \leq j \leq p$$

是Hurwitz的. 定义估计器误差 \mathbf{e}_{y_i} 为

$$\mathbf{e}_{y_i} = \mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih}. \quad (16)$$

对式(16)求导, 并将式(14)和式(15)代入可得

$$\dot{\mathbf{e}}_{y_i} = (\bar{A}_i - L_{ih} \bar{C}_i) \mathbf{e}_{y_i} + \bar{B}_{i2} \mathbf{f}_i. \quad (17)$$

对上式两边在 $[0, t]$ 上积分可得

$$\mathbf{e}_{y_i}(t) = e^{\bar{A}_{i0}t} \mathbf{e}_{y_i}(0) + \int_0^t e^{\bar{A}_{i0}(t-\tau)} \bar{B}_{i2} \mathbf{f}_i d\tau, \quad (18)$$

式中: $\bar{A}_{i0} = \bar{A}_i - L_{ih} \bar{C}_i = \text{diag}\{A_{i1} - \mathbf{l}_{ih\gamma_{i1}} \bar{c}_{i1}, \dots, A_{ip} - \mathbf{l}_{ih\gamma_{ip}} \bar{c}_{ip}\}$ 是Hurwitz的, $\mathbf{e}_{y_i}(0)$ 为估计器的初始误差.

在假设2下, 由式(18)易得结论如下:

1) HGA 初始误差的收敛速度比指数 $e^{\lambda_{\max}(\bar{A}_{i0})t}$ 的收敛速度快;

2) 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有

$$\|\mathbf{e}_{y_i}(\infty)\| \leq -\frac{\|\bar{B}_{i2}\| \|\mathbf{f}_{i,\max}\|}{\lambda_{\max}(\bar{A}_{i0})}, \quad (19)$$

式中 $\|\mathbf{f}_{i,\max}\| = \sup\{\|\mathbf{f}_i\|\}$. 由结论1和2可知以下引理成立.

引理2 对于式(14), 选取HGA式(15), 则对于 $\forall \delta > 0$ 总存在设计参数 $\epsilon_i = [\epsilon_{i\gamma_{i1}} \ \dots \ \epsilon_{i\gamma_{ip}}]^T$, \bar{A}_i 和一个有限时间 $T(\delta, \epsilon_i, \bar{A}_{i0})$, 使得当 $t \geq T(\delta, \epsilon_i, \bar{A}_{i0})$ 时, $\|\mathbf{e}_{y_i}\| \leq \delta$ 成立.

由引理2可知: 在有限的时间内, HGA能够实现辅助变量的估计误差有界, 但HGA存在着峰化现象问题. 为此, 针对不满足式(5)的式(11), 下面给出HGA-RSMO设计过程.

3.3 HGA-RSMO设计(HGA-RSMO design)

为减少HGA设计中辅助变量估计值产生的峰化现象的影响, 对HGA的估计值 \mathbf{y}_{ih} 引入饱和函数为

$$\mathbf{y}_{ih}^s = [s_{i1} \text{sat}(\frac{y_{ih1}}{s_{i1}}) \ \dots \ s_{in} \text{sat}(\frac{y_{ihn}}{s_{in}})]^T, \quad (20)$$

式中: $y_{ihj} (1 \leq j \leq n)$ 为 \mathbf{y}_{ih} 列向量中第 j 个元素; $\mathbf{s}_i = [s_{i1} \ \dots \ s_{in}]^T$, 其中 $s_{ij} > 0 (1 \leq j \leq n)$ 为设计常数; $n = \sum_{j=1}^p \gamma_{ij}$; $\text{sat}(\cdot)$ 为饱和函数.

在假设1-2, 4下, 针对扩张系统(13)构造RSMO如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_i = A_i \hat{\mathbf{x}}_i + h_i(\mathbf{z}) B_{i1} \mathbf{u} + \\ L_{ia} (\mathbf{y}_{ih}^s - \hat{\mathbf{y}}_{ia}) + \mathbf{u}_{ia} (\mathbf{y}_{ih}^s, \hat{\mathbf{y}}_{ia}, \eta), \\ \hat{\mathbf{y}}_{ia} = C_{ia} \hat{\mathbf{x}}_i, \end{cases} \quad (21)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_i$, $\hat{\mathbf{y}}_{ia}$ 和 L_{ia} 分别为扩张系统式(13)观测器的状态、输出和反馈矩阵, 且满足 $A_{i0} = A_i - L_{ia} C_{ia}$ 是Hurwitz矩阵; $\mathbf{u}_{ia} (\mathbf{y}_{ih}^s, \hat{\mathbf{y}}_{ia}, \eta)$ 为观测器的控制输入, 并设计如下:

$$\mathbf{u}_{ia} = \begin{cases} 0, F_i (\mathbf{y}_{ih}^s - \hat{\mathbf{y}}_{ia}) = 0, \\ \eta \frac{P_i^{-1} C_{ia}^T F_i^T F_i (\mathbf{y}_{ih}^s - \hat{\mathbf{y}}_{ia})}{\|F_i (\mathbf{y}_{ih}^s - \hat{\mathbf{y}}_{ia})\|}, \\ \text{其他}, \end{cases} \quad (22)$$

式中: $P_i > 0$ 为设计正定矩阵; η 为HGA-RSMO的切换增益, 并满足 $\eta \geq \rho$; F_i 为适当维数的待定矩阵, 且满足 $F_i C_{ia} = B_{i2}^T P_i$. 矩阵 F_i, L_{ia} 的LMI解为

$$\begin{bmatrix} Q_i & P_i B_{i2} - C_{ia}^T F_i^T \\ B_{i2}^T P_i - F_i C_{ia} & 0 \end{bmatrix} \leq 0, \quad (23)$$

$$Q_i = A_i^T P_i + P_i A_i + C_{ia}^T Y_i^T + Y_i C_{ia} < 0, \quad (24)$$

$$L_{ia} = -P_i^{-1} Y_i. \quad (25)$$

注2 由文献[17]中的引理1可知: 利用式(12)构造辅助变量, 可以保证 (A_i, B_{i2}, C_i) 与 (A_i, B_{i2}, C_{ia}) 不变零点相同. 此外, 通过式(12)构造辅助变量使得式(13)的滑模匹配条件成立, 即 $\text{rank}(C_{ia} B_{i2}) = \text{rank } B_{i2}$. 因此, 由文献[18]中的定理3可得一定存在 P_i, L_i 和 F_i , 使得 $Q_i < 0$ 和 $F_i C_{ia} = B_{i2}^T P_i$ 有解.

针对不满足匹配条件式(5)的等价子系统式(11),为清晰说明以上设计过程,给出其HGA-RSMO设计原理如图1所示。

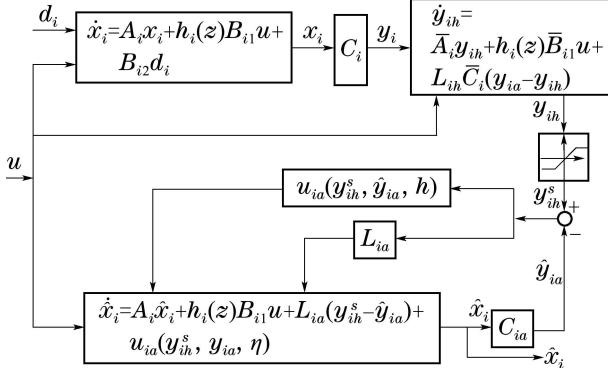


图1 基于高增益估计器的鲁棒滑模观测器方框图

Fig. 1 Diagram of the robust sliding mode observer based on high-gain approximator

根据以上的设计过程,给出如下定理。

定理1 对于不满足式(5)的扩张系统(11),在假设1~2,4下,基于高增益估计器(15)的滑模观测器(21)能够保证式(11)的状态估计误差是一致最终有界的。

证 定义观测误差为 $\mathbf{e}_i = \mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i$,对其求导,并代入式(13)和式(21)可得

$$\dot{\mathbf{e}}_i = A_{i0}\mathbf{e} + L_{ia}(\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih}^s) + B_{i2}\mathbf{d}_i - \mathbf{u}_{ia}. \quad (26)$$

由引理1、式(18)和式(20)可得: $\|\mathbf{e}_{y_i}\|$ 有界且 $\exists T(\delta, \epsilon_i, \bar{A}_{i0}, \mathbf{s}_i) > 0$,使得当 $t \geq T(\delta, \epsilon_i, \bar{A}_{i0}, \mathbf{s}_i)$ 时, $\mathbf{y}_{ih}^s = \mathbf{y}_{ih}$ 和 $\|\mathbf{e}_{y_i}\| \leq \delta$ 成立。因此,证明过程分为 $0 \leq t < T$ 和 $t \geq T$ 两部分。

当 $0 \leq t < T$ 时, \mathbf{y}_{ih}^s 和 $\mathbf{u}_{ia}(\mathbf{y}_{ih}^s, \hat{\mathbf{y}}_{ia}, \eta)$ 为有界的。根据线性系统理论、假设1、假设2和式(26)可得: 在有限小的时间($0 \leq t < T$)内, \mathbf{e}_i 是有界的。

当 $t \geq T$ 时,代入式(16),则式(26)可改写为

$$\dot{\mathbf{e}}_i = A_{i0}\mathbf{e}_i + L_{ia}\mathbf{e}_{y_i} + B_{i2}\mathbf{d}_i - \mathbf{u}_{ia}. \quad (27)$$

对于系统(13),选取Lyapunov函数 $V_i = \frac{1}{2}\mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{e}_i$,沿着误差方程(27)的轨迹对 V_i 求导,并代入式(24)和 $F_i C_{ia} = B_{i2}^T P_i$ 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{2}\mathbf{e}_i^T Q_i \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_i^T P_i L_{ia} \mathbf{e}_{y_i} + \\ & (F_i C_{ia} \mathbf{e}_i)^T \mathbf{d}_i - \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{u}_{ia} = \\ & -\frac{1}{2}\mathbf{e}_i^T Q_i \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_i^T P_i L_{ia} \mathbf{e}_{y_i} + (F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia}))^T \mathbf{d}_i + \\ & (F_i(\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih}))^T \mathbf{d}_i - \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{u}_{ia}. \end{aligned} \quad (28)$$

若 $F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia}) = 0$,将式(22)代入到式(28)可得

$$\dot{V}_i =$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2}\mathbf{e}_i^T Q_i \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_i^T P_i L_{ia} \mathbf{e}_{y_i} + (F_i(\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih}))^T \mathbf{d}_i \leq \\ & -\frac{\lambda_{\min}(Q_i)}{2}\|\mathbf{e}_i\|^2 + \delta \lambda_{\max}(P_i)\|L_{ia}\|\|\mathbf{e}_i\| + \\ & \rho \|F_i(\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih})\|. \end{aligned} \quad (29)$$

如果 $F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia}) \neq 0$,将式(22)代入式(28),经整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{2}\mathbf{e}_i^T Q_i \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_i^T P_i L_{ia} \mathbf{e}_{y_i} + (F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia}))^T \mathbf{d}_i + (F_i(\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih}))^T \mathbf{d}_i - \\ & \eta \frac{(F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia} + \mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih}))^T F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia})}{\|F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia})\|} \leq \\ & -\frac{\lambda_{\min}(Q_i)}{2}\|\mathbf{e}_i\|^2 + \delta \lambda_{\max}(P_i)\|L_{ia}\|\|\mathbf{e}_i\| + \\ & \|F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia})\|\rho - \eta \|F_i(\mathbf{y}_{ih} - \hat{\mathbf{y}}_{ia})\| + \\ & (\rho + \eta) \|F_i(\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih})\| \leq \\ & -\frac{\lambda_{\min}(Q_i)}{2}\|\mathbf{e}_i\|^2 + \delta \lambda_{\max}(P_i)\|L_{ia}\|\|\mathbf{e}_i\| + \\ & (\rho + \eta) \|F_i(\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih})\|. \end{aligned} \quad (30)$$

由式(29)和式(30)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\frac{\lambda_{\min}(Q_i)}{2}\|\mathbf{e}_i\|^2 + \delta \lambda_{\max}(P_i)\|L_{ia}\|\|\mathbf{e}_i\| + \\ & (\rho + \eta) \|F_i(\mathbf{y}_{ia} - \mathbf{y}_{ih})\| \leq \\ & -\kappa_{i1} V_i + \kappa_{i2} \sqrt{V_i} + C_i = \\ & -(\sqrt{V_i} - C_i^+)(\sqrt{V_i} - C_i^-), \end{aligned} \quad (31)$$

式中: $\kappa_{i1} = \frac{\lambda_{\min}(Q_i)}{\lambda_{\max}(P_i)}$, $\kappa_{i2} = \frac{\delta \lambda_{\max}(P_i)\|L_{ia}\|}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_i)}}$, $C_i = (\rho + \eta) \|F_i\| \delta$, $C^+ = \frac{\kappa_{i2} + \sqrt{\kappa_{i2}^2 + 4\kappa_{i1} C_i}}{2\kappa_{i1}} > 0$, $C^- = \frac{\kappa_{i2} - \sqrt{\kappa_{i2}^2 + 4\kappa_{i1} C_i}}{2\kappa_{i1}} < 0$.

由式(31)可知: 如果 $\|\mathbf{e}_i\| > \sqrt{2}C_i^+ / \sqrt{\lambda_{\max}(P_i)}$, 则 $\dot{V}_i < 0$. 从上述推导易知,状态估计误差是一致最终有界的。证毕。

由式(31)可知: 对于给定的设计参数 L_{ia} , F_i , ϵ_i , η 都可以用来调节观测器的动态性能和精度。

4 鲁棒模糊滑模观测器与干扰重构(Robust fuzzy sliding observer and disturbance reconstruciton)

4.1 鲁棒模糊滑模观测器(Robust fuzzy sliding observer)

针对T-S模糊模型描述的不确定非线性系统(2),在引理1和定理1下,下面定理给出鲁棒模糊滑模观测器的设计方法。

定理2 对于T-S模糊模型描述的不确定非线性系统(2),在假设1~4下,鲁棒模糊滑模观测器设计

如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^{\hbar_1} (A_i \hat{x}_i + L_i (\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i) + h_i(\mathbf{z}) B_{i1} \mathbf{u} + \\ \quad \mathbf{u}_i(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{y}}_i, \eta)) + \sum_{j=1+\hbar_1}^{\hbar} (A_j \hat{x}_j + h_j(\mathbf{z}) B_{j1} \mathbf{u} + \\ \quad L_{ja}(\mathbf{y}_{jh}^s - \hat{\mathbf{y}}_{ja}) + \mathbf{u}_{ja}(\mathbf{y}_{jh}^s, \hat{\mathbf{y}}_{ja}, \eta)), \\ \mathbf{y} = \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{z}) \mathbf{y}_i, \end{array} \right. \quad (32)$$

式中: \hbar_1 为满足匹配条件(5)的式(11)的个数, $\hbar - \hbar_1$ 为不满足式(5)的式(11)的个数。当式(11)满足式(5)时, RSMO 为式(21)和控制输入式(22), 其中: $L_i = L_{ia}$, $\mathbf{y}_{ih}^s = \mathbf{y}_i = C_i \mathbf{x}$, $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{ia}$; 否则, 采用带有HGA 式(15)的RSMO 式(21)和控制输入式(22)。在式(23)–(25)的解下, 状态观测误差 $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ 是一致最终有界的。

证 由引理1可知: $\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{\hbar} \mathbf{x}_i$, $\hat{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{\hbar} \hat{\mathbf{x}}_i$, 则 $\mathbf{e} = \sum_{i=1}^{\hbar} \mathbf{e}_i$, 其中 $\mathbf{e}_i = \mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i$ 。

考虑匹配条件(5)时, 式(11)存在两种可能:

1) 当式(11)满足式(5)时, 定理1的结论可改为式(11)的状态观测误差一致渐近稳定的, 即

$$\dot{V}_i \leq -\kappa_{i1} V_i. \quad (33)$$

由此, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{x}_i\| = 0$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_i = 0$.

2) 当系统式(11)不满足式(5), 则根据定理1可得: $\exists \phi_i > 0$ 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{x}_i\| \leq \phi_i$.

基于以上分析, 在假设3下, $\exists \phi > 0$ 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}\| \leq \phi$ 成立。证毕。

4.2 干扰重构(Disturbance reconstruction)

由定理2易知: 在有限时间内, 所提的鲁棒模糊滑模观测器状态估计误差能够在有限时间收敛到所设计的滑模层内。在引理1下, 依据文献[10]提出的等价输出误差介入等价原理, 干扰重构值 $\hat{\mathbf{d}}$ 为

$$\hat{\mathbf{d}} = \sum_{i=1}^{\hbar_1} \eta \frac{F_i(\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i)}{\|F_i(\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i)\| + \Delta} + \sum_{j=\hbar_1+1}^{\hbar} \eta \frac{F_j(\mathbf{y}_{jh}^s - \hat{\mathbf{y}}_{ja})}{\|F_j(\mathbf{y}_{jh}^s - \hat{\mathbf{y}}_{ja})\| + \Delta}, \quad (34)$$

式中 Δ 为需设计很小的正数。

5 仿真(Simulation)

为了验证方法有效性, 考虑双关节机械臂的鲁棒模糊滑模观测器设计。其动态方程描述如下:

$$M(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (35)$$

其中:

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix},$$

$$m_{11} = (m_1 + m_2)l_1^2, m_{22} = m_2 l_2^2,$$

$$m_{12} = m_{21} = m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2),$$

$$\begin{aligned} C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= m_2 l_1 l_2 (c_1 s_2 - s_1 c_2) \begin{bmatrix} 0 & \dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}, \\ G(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2)l_1 g s_1 \\ -m_2 l_2 g s_2 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2]^T$, $\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^2$ 分别为机械臂的角度、角速度和角加速度, $M(\mathbf{q})$ 为惯性矩阵, $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 为向心力和哥式力矩, $G(\mathbf{q})$ 为重力, $\boldsymbol{\tau}$ 为输入控制力矩, m_1 和 m_2 分别为第1关节和第2关节的质量, l_1 和 l_2 分别为第1关节和第2关节的长度, $s_1 = \sin q_1$, $s_2 = \sin q_2$, $c_1 = \cos q_1$, $c_2 = \cos q_2$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 为重力加速度。

定义状态变量 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$, 其中: $x_1 = q_1$, $x_2 = q_2$, $x_3 = \dot{q}_1$, $x_4 = \dot{q}_2$ 。文献[19]利用9条规则的T-S 模糊模型近似式(35)动态系统。有关矩阵 A_i , B_{i1} , C_i ($i = 1, \dots, 9$) 的具体参数见文献[19]。

仿真条件: 系统参数为 $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$, $l_1 = l_2 = 1 \text{ m}$; 期望轨迹为 $x_1^d = \sin(\pi t)$, $x_2^d = \sin(0.5\pi t)$; 假设角加速度方程 (\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) 参数分别存在10%和30%的摄动, 同时受到力矩干扰 $\mathbf{d}(t) = M(\mathbf{q})[2 \sin(2t) \ 1]^T$ 。

选取 $B_{i2} = [0 \ I_{2 \times 2}]^T$ 。由 $\text{rank}(C_i B_{i2}) = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 9$) 可知, 双关节机械臂fuzzy的9条规则均不满足匹配条件(5)。依据式(12)可得 $C_{ia} = I_{4 \times 4}$, $i = 1, 2, \dots, 9$ 。依据式(15)设计高增益观测器, 并选取其参数为

$$\epsilon_i = [0.01 \ 0.01]^T, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} -20 & 1 & 0 & 0 \\ -100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -20 & 1 \\ 0 & 0 & -100 & 0 \end{bmatrix}.$$

依据式(21)设计带高增益观测器的滑模观测器, 并选取滑模观测器和干扰重构参数 $\mathbf{s}_i = [2 \ 5 \ 2.2 \ 2]^T$ ($1 \leq i \leq 9$), $\eta = 3$, $\Delta = 0.01$ 。由式(23)–(25)求解 L_{ia} , F_i 。限于篇幅限制, 仅给出第1条模糊规则对应的 L_{1a} , F_1 :

$$L_{1a} = \begin{bmatrix} 15 & 1 & 0 & 0 \\ 5.927 & 14.999 & -0.315 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ -6.857 & 0.002 & 3.155 & 5 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 3.3333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

设系统的初始状态、HGA 和 RSMO 的初始状态分别为 $\mathbf{x}(0) = [1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$, $\mathbf{y}_{ih}(0) = \hat{\mathbf{x}}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。图2–3给出标称系统和未补偿干扰的的输出反馈控制时状态跟踪曲线。

从图2–3可以看出当系统未受干扰时, 在标称输出反馈控制器下状态 x_1 , x_2 能够较好地跟踪期望值, 并且观测状态 x_3 , x_4 能够较好地估计系统真实值; 当系统受到复合干扰时, 在标称输出反馈控制器下, 状

态 x_1, x_2 明显偏离期望值, 但观测状态 x_3, x_4 仍能够较好地估计系统真实状态。为清楚反应估计效果, 图4给出鲁棒模糊滑模观测器状态误差曲线。

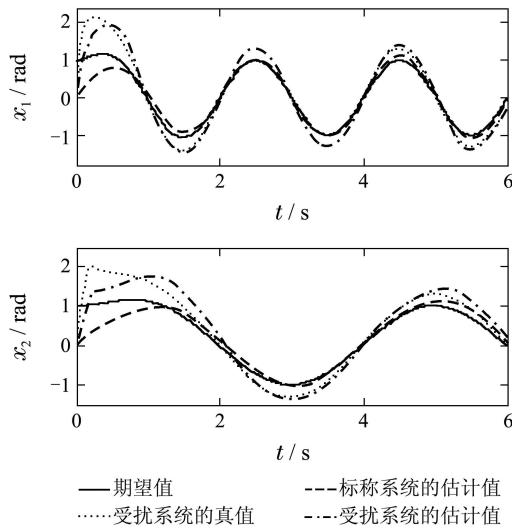


图2 角度 $x_1(q_1), x_2(q_2)$ 跟踪曲线

Fig. 2 Tracking curve for angles $x_1(q_1), x_2(q_2)$

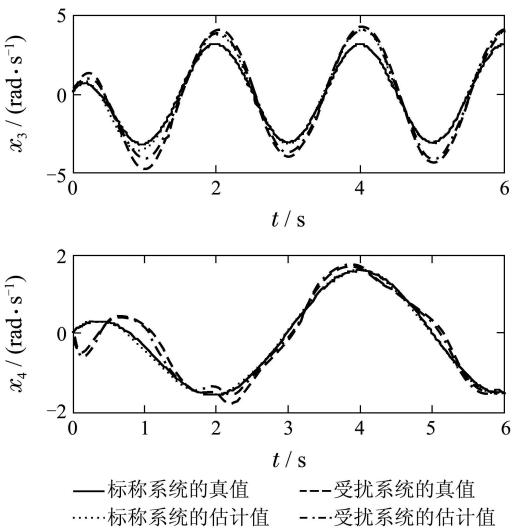


图3 角速率 $x_3(\dot{q}_1), x_4(\dot{q}_2)$ 跟踪曲线

Fig. 3 Tracking curve for angular rates $x_3(\dot{q}_1), x_4(\dot{q}_2)$

从图4可以看出虽然所设计观测器不能保证误差渐进收敛于零点, 但可以保证观测误差收敛于零点很小的邻域内。图5–6给出利用干扰重构值式(34)进行补偿时得到的角度跟踪曲线。

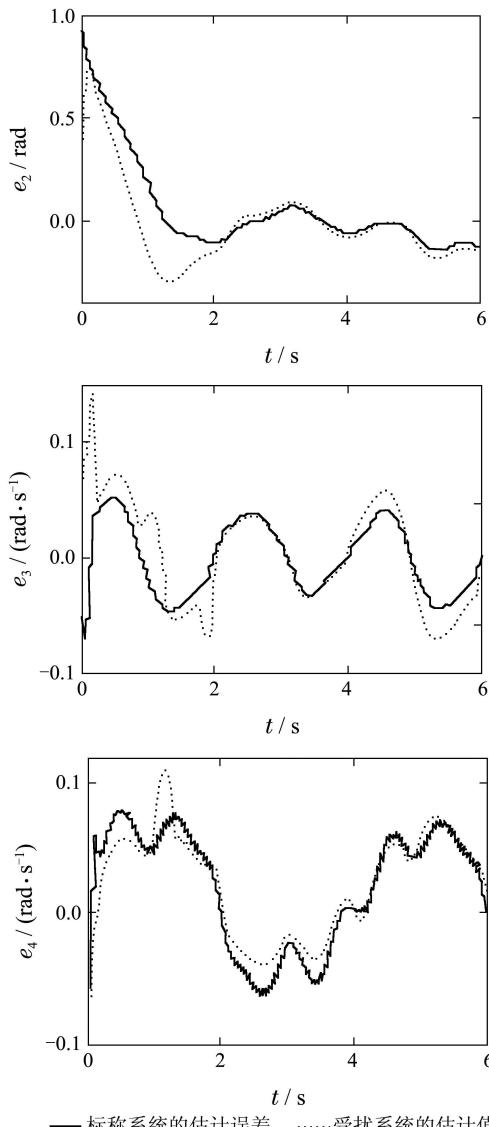
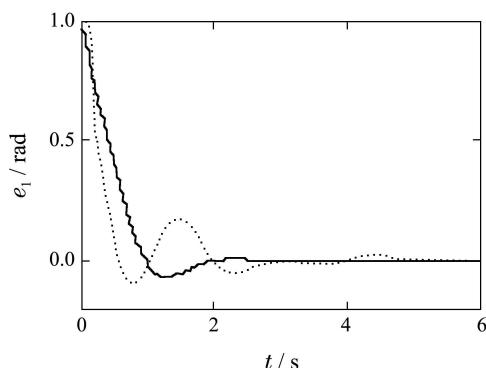


图4 鲁棒模糊滑模观测器的估计误差

Fig. 4 Estimation errors of robust fuzzy sliding mode observer

图5–6与图2–3中受扰未补偿对比表明, 在利用干扰重构值补偿式(34)下, 系统跟踪误差能够保持较小。这表明本文所设计的观测器及干扰重构方法的可行性。

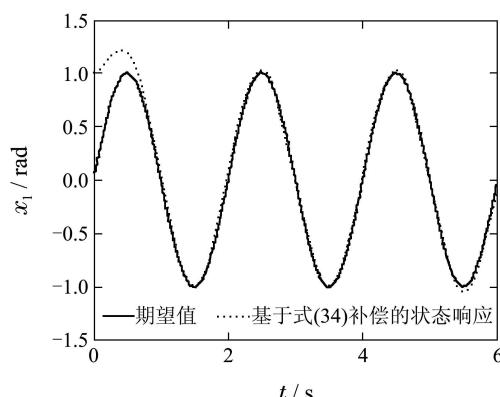
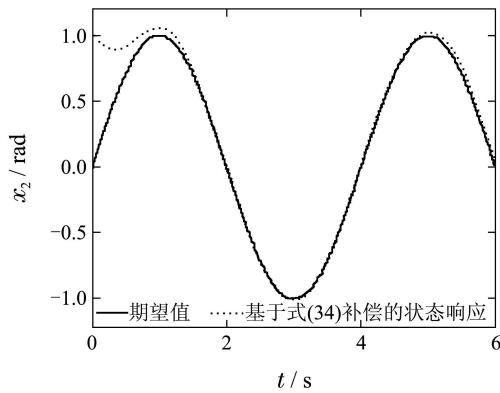


图5 补偿后状态 $x_1(q_1)$ 跟踪曲线

Fig. 5 Tracking curve for state $x_1(q_1)$ with compensation

图 6 补偿后状态 $x_2(q_2)$ 跟踪曲线Fig. 6 Tracking curve for state $x_2(q_2)$ with compensation

6 结论(Conclusions)

本文研究了一类由模糊T-S模型描述的不确定非线性系统观测器构造和干扰重构问题。首先, 基于笔者的前期成果, 提出一种模糊T-S模型的等价形式。然后, 将高增益估计器、滑模观测器和模糊T-S模型的等价形式相结合, 提出了一种新颖的鲁棒模糊滑模观测器设计方法, 并利用等价输出误差介入原理重构了系统干扰。仿真结果表明所提出的新颖观测器方法有效性, 并为一类不确定非线性系统观测器的构造拓展出新的思路。

参考文献(References):

- [1] MA X J, SUN Z Q, HE Y Y. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1998, 6(1): 41–51.
- [2] MA X J, SUN Z Q. Analysis and design of fuzzy reduced-dimensional observer and fuzzy functional observer [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 120(1): 35–63.
- [3] TEIXEIRA M C M, ASSUNCAO E, AVELLAR R G. On relaxed LMI-based designs for fuzzy regulators and fuzzy observers [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2003, 11(5): 613–623.
- [4] LENDEK Z, LAUBER L, GUERRA T M, et al. Adaptive observers for TS fuzzy systems with unknown polynomial inputs [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 161(15): 2043–2065.
- [5] JIANG B, ZHANG K, SHI P. Integrated fault estimation and accommodation design for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems with actuator faults [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2011, 19(2): 291–304.
- [6] TSENG C S, CHEN B S, LI Y F. Robust fuzzy observer-based fuzzy control design for nonlinear systems with persistent bounded disturbances: a novel decoupled approach [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2009, 160(19): 2824–2843.
- [7] WALCOTT B, ZAK S H. State observation of nonlinear uncertain dynamical systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1987, 32(2): 166–170.
- [8] EFIMOV D, FRIDMAN L. Global sliding-mode observer with adjusted gains for locally Lipschitz systems [J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 565–570.
- [9] BEJARANO F J, POZNYAK A, FRIDMAN L. Hierarchical second-order sliding-mode observer for linear time invariant systems with unknown inputs [J]. *International Journal of Systems Science*, 2007, 38(10): 793–802.
- [10] CHEN W T, SAIF M. Actuator fault diagnosis for uncertain linear systems using a high-order sliding-mode robust differentiator [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2008, 18(4): 413–426.
- [11] 申忠宇, 赵瑾, 顾幸生, 等. 基于T-S模型的鲁棒模糊滑模观测器LMI设计方法 [J]. 中南大学学报(自然科学版), 2009, 40(9): 42–47.
(SHEN Zhongyu, ZHAO Jin, GU Xingsheng, et al. Design of robust fuzzy sliding-mode observer based on T-S model by LMI approach [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2009, 40(9): 42–47.)
- [12] 樊雯, 程月华, 姜斌. 基于模糊滑模的卫星姿态控制系统故障诊断 [J]. 东南大学学报(自然科学版), 2010, 40(9): 238–243.
(FAN Wen, CHENG Yuehua, JIANG Bin. Fault diagnosis in attitude control system of satellite based on fuzzy sliding mode [J]. *Journal of Southeast University (Science and Technology)*, 2010, 40(9): 238–243.)
- [13] 于金泳, 刘志远, 陈虹. 基于滑模观测器的车辆电子稳定性控制系统故障重构 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(10): 1057–1063.
(YU Jinyong, LIU Zhiyuan, CHEN Hong. Control for a two-link flexible manipulator based on the robust sliding-mode observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1057–1063.)
- [14] FRIDMAN L, SHTESSEL Y, EDWARDS C, et al. Higher-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2008, 18(4): 399–412.
- [15] FLOQUET T, BARBOT J P. Super twisting algorithm-based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs [J]. *International Journal of Systems Science*, 2007, 38(10): 803–815.
- [16] XU D Z, JIANG B, SHI P. Nonlinear actuator fault estimation observer: an inverse system approach via T-S fuzzy model [J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 2012, 22(1): 183–196.
- [17] FLOQUET T, EDWARDS C, SPURGEON S K. On sliding mode observers for systems with unknown inputs [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, 21(8): 638–656.
- [18] HUI S, ZAK S H. Observer design for systems with unknown inputs [J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 2005, 15(4): 431–446.
- [19] TSENG C S, CHEN B S, UANG H J. Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2001, 9(3): 381–392.

作者简介:

张 强 (1980-), 男, 讲师, 博士研究生, 目前研究方向为非线性鲁棒自适应控制以及自治飞行控制等, E-mail: zhang_hongyu198023@163.com, ave_zhangq@ujn.edu.cn;

吴庆宪 (1955-), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制、智能控制及全自主智能非线性飞行控制等, E-mail: wuqingxian@nuaa.edu.cn;

姜长生 (1942-), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制、复杂系统建模与控制等, E-mail: wuqingxian@nuaa.edu.cn;

许德智 (1984-), 男, 博士研究生, 目前研究方向为模糊控制及故障诊断等, E-mail: lutxdz@126.com.