

# 基于拟连续高阶滑模的高超声速飞行器再入姿态控制

王 婕<sup>1†</sup>, 宗 群<sup>2</sup>, 田栢苓<sup>2</sup>, 范文茹<sup>3</sup>

(1. 河北工业大学 控制科学与工程学院, 天津 300130;  
2. 天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072; 3. 中国民航大学 航空自动化学院, 天津 300300)

**摘要:** 考虑模型参数不确定和外界干扰对再入制导控制性能的影响, 基于拟连续高阶滑模控制策略对高超声速飞行器的再入制导控制问题进行了研究。首先, 给出再入制导指令的设计过程。其次, 基于再入飞行特性对模型进行简化, 获得面向控制的姿态模型, 在此基础上, 通过引入新的控制变量, 设计解耦滑模面, 实现姿态间的解耦。再次, 为了削弱控制抖振, 通过引入虚拟控制, 对系统进行增广, 基于齐次性理论设计拟连续三阶滑模再入姿态控制器, 确保系统在有限时间实现对制导指令的稳定跟踪。最后, 六自由度再入飞行器的制导控制一体化仿真结果表明, 本研究给出的控制策略在不影响系统鲁棒性的同时, 能够实现对标称轨迹和再入姿态的综合控制。

**关键词:** 高超声速飞行器; 再入姿态控制; 拟连续高阶滑模; 虚拟控制; 制导控制一体化

中图分类号: V448.2 文献标识码: A

## Reentry attitude control for hypersonic vehicle based on quasi-continuous high order sliding mode

WANG Jie<sup>1†</sup>, ZONG Qun<sup>2</sup>, TIAN Bai-ling<sup>2</sup>, FAN Wen-ru<sup>3</sup>

(1. School of Control Science and Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China;  
2. School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China;  
3. Aeronautical Automation College, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

**Abstract:** Considering the influence of model parameter uncertainties and external disturbance on the reentry guidance and control, we investigate the guidance and control problem for reentry hypersonic vehicles based on the quasi-continuous high-order sliding mode control strategy. Firstly, the design process of reentry guidance command is introduced. Secondly, the control-oriented attitude model is developed via model reduction based on reentry flight characteristics. On this basis, sliding mode surfaces are designed by introducing new control variables, and then the decoupling for each attitude channel is achieved. Thirdly, in order to reduce the control chattering, the virtual-control is introduced to augment the system, and then a third-order quasi-continuous sliding mode reentry attitude controller is designed based on homogeneity theory which ensures that the system to be able to track the guidance command in finite time. Finally, the integrated guidance and control with six-degrees-of-freedom simulation results demonstrate that the developed control of the nominal trajectory and reentry attitude can be achieved based on the proposed control strategy without the loss of robustness.

**Key words:** hypersonic vehicle; reentry attitude control; quasi-continuous high order sliding mode; virtual control; integrated guidance and control

## 1 引言(Introduction)

高超声速飞行器再入姿态控制问题是一个复杂的、多变量非线性控制问题, 是航空航天领域极具挑战的研究课题之一<sup>[1]</sup>。自20世纪90年代开始, 相关学者在此领域进行了大量的研究工作, 获得了丰硕的研究成果<sup>[2-4]</sup>。

针对高超声速飞行器X-33型号的再入姿态控制问题, 国内外研究学者展开了相关的研究。佐治亚理工学院的Johnson等人<sup>[5]</sup>基于自适应反馈线性化策

略, 通过引入Pseudo-Control Hedging的思想, 克服神经网络控制中可能导致的作动器饱和问题, 解决了不确定影响下的X-33飞行器姿态控制问题。加利福尼亚大学的Smith等人<sup>[6]</sup>将线性参变的控制策略应用到X-33的姿态控制中, 该方法的主要优点是, 在飞行轨迹附近, 姿态控制系统能够较好地适应飞行轨迹的变化。阿拉巴马大学的Shtessel等人<sup>[7-8]</sup>考虑外界干扰和不确定对姿态控制的影响, 基于滑模控制方法对姿态控制问题进行研究。作者将系统划分为内外双环,

收稿日期: 2013-08-04; 录用日期: 2014-04-22。

<sup>†</sup>通信作者。E-mail: wangiestudent@gmail.com; Tel.: +86 13302192790。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61203012, 61004073, 61203142); 天津市自然科学基金资助项目(12JCZDJC30300); 河北省自然科学基金资助项目(F2014202206)。

并以俯仰、偏航和滚转角速率作为虚拟控制输入, 以制导指令作为系统的期望跟踪指令, 设计外环滑模控制器; 系统内环以飞行器的控制力矩作为输入, 设计滑模控制器, 实现对外环输出的稳定跟踪, 最后通过蒙特卡洛仿真对控制方法的鲁棒性进行了验证。进一步, 为了改进系统的控制性能, 提高其抗干扰能力, Shtessel等人<sup>[9]</sup>, 在双环滑模控制的基础上, 加入了具有自适应增益算法的滑模干扰观测器, 用以估计再入过程中的干扰及不确定。仿真结果表明, 该方法在不降低系统鲁棒性的同时, 能够较好地实现对给定制导指令的稳定跟踪。俄亥俄州立大学的Zhu等人<sup>[10-11]</sup>首次将轨迹线性化方法应用到X-33上升段的姿态控制中, 作者首先依据给定的制导指令, 通过设计飞行器的伪逆模型, 获得系统的标称状态和标称开环控制; 然后, 将系统的非线性模型, 在标称状态和标称控制附近进行线性化, 获得基于误差动态的线性时变模型; 最后, 基于奇异值原理对线性时变模型进行控制律设计, 实现对姿态跟踪误差的有效调节。随后, 该方法又被应用到X-33飞行器再入段的姿态控制中。虽然轨迹线性化控制策略, 能够通过时变带宽技术来增强系统的控制性能, 改善其鲁棒性, 但工程应用中, 由于系统自身的限制, 闭环系统的带宽不能任意配置, 只能限定在一定的范围。此外, 南京航空航天大学的姜斌等学者<sup>[12-13]</sup>利用Takagi-Sugeno(T-S)模糊技术及滑模控制方法针对高超声速飞行器的再入姿态控制进行了容错控制的研究。

本文提出一种基于拟连续高阶滑模的再入姿态控制策略, 首先给出了满足再入飞行所需的制导指令, 在此基础上, 通过引入虚拟控制, 设计三阶拟连续滑模再入姿态控制器, 确保系统在有限时间内实现对制导指令的稳定跟踪, 最后通过对六自由度高超声速飞行器的制导控制进行仿真, 验证控制策略的有效性。

## 2 高超声速飞行器六自由度再入问题描述

(The descriptions of six-degree-of-freedom reentry problem for hypersonic vehicle)

高超声速飞行器的整个再入过程, 可由描述质心运动的三自由度平动方程和绕质心运动的三自由度转动方程构成。其中平动方程用于生成可行的再入制导指令, 转动方程用于姿态控制器的设计, 由于本文仿真中采用高超声速飞行器的六自由度再入模型, 因此分别对其进行介绍。

### 2.1 质心的平动方程(The translational equations of centroid)

忽略侧力影响, 考虑地球自转对再入运动的影响, 可得到如下常用的三自由度高超声速飞行器再入运动方程<sup>[14-15]</sup>:

$$\dot{r}_e = V \sin \gamma, \quad (1)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\nu \cos \gamma \sin \chi}{r_e \cos \theta}, \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = \frac{\nu}{r_e} \cos \gamma \cos \chi, \quad (3)$$

$$\dot{v} = -\frac{D}{m} - g \sin \gamma + \Omega_e^2 (R_e + h) \cos \theta \cdot (\sin \gamma \cos \theta - \cos \gamma \sin \theta \cos \chi), \quad (4)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{L \cos \alpha}{m \nu} - \left( \frac{g}{\nu} - \frac{\nu}{(R_e + h)} \right) \cos \gamma + 2\Omega_e^2 \cos \theta \sin \chi + \frac{\Omega_e^2 (R_e + h)}{\nu} \cos \theta \cdot (\cos \gamma \cos \theta + \sin \gamma \sin \theta \cos \chi), \quad (5)$$

$$\dot{\chi} = \frac{L \sin \sigma}{m \nu \cos \gamma} + \frac{\nu}{(R_e + h)} \cos \gamma \sin \chi \tan \theta - 2\Omega_e (\tan \gamma \cos \theta \cos \chi - \sin \theta) + \frac{\Omega_e^2 (R_e + h)}{\nu \cos \gamma} \sin \theta \cos \theta \sin \chi, \quad (6)$$

其中:  $r_e$ 、 $\phi$ 、 $\theta$ 、 $\nu$ 、 $\chi$ 、 $\gamma$ 分别表示地心距、经度、纬度、速度、航向角和航迹角;  $m$ 表示飞行器质量,  $g = \frac{\mu}{r_e^2}$  表示引力加速度,  $\mu$ 表示地球引力常量,  $\Omega_e$ 为地球自转角速度,  $L$ 、 $D$ 分别表示升力和阻力。飞行高度 $h = r_e - R_e$ , 其中 $R_e$ 表示地球半径。式(1)–(6)所描述的三自由度质心运动方程, 是本文再入轨迹和再入制导研究中所要用到的模型。

### 2.2 绕质心的转动方程(The rotational equations of around centroid)

转动方程决定了飞行器绕质心转动的角速度及3个通道的角速率, 考虑地球自转对控制性能的影响, 机体坐标系下三自由度再入姿态运动方程为<sup>[16]</sup>

$$\dot{p} = \frac{I_{zz} M_x + I_{xz} M_z}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} - \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) I_{xz}}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} pq + \frac{I_{yy} - I_{zz} - I_{xz}^2}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} qr, \quad (7)$$

$$\dot{q} = \frac{M_y}{I_{yy}} + \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (r^2 - p^2) + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy} pr}, \quad (8)$$

$$\dot{p} = \frac{I_{xz} M_x + I_{xx} M_z}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{(I_{xx} - I_{yy}) I_{xx} + I_{xz}^2}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} pq + \frac{(I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) I_{xz}}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} qr, \quad (9)$$

$$\dot{\alpha} = -p \cos \alpha \tan \beta + q - \gamma \sin \alpha \tan \beta + \frac{\sin \sigma}{\cos \beta} [\dot{\chi} \cos \gamma (\dot{\theta} + \Omega_e) - \dot{\phi} \sin \chi \sin \gamma + (\cos \phi \cos \chi \sin \gamma - \sin \phi \cos \gamma)] - \frac{\cos \sigma}{\cos \beta} [\dot{\gamma} - \dot{\phi} \cos \chi - (\dot{\theta} + \Omega_e) \cos \phi \sin \chi], \quad (10)$$

$$\dot{\beta} = p \sin \alpha - \gamma \cos \alpha + \sin \sigma [\dot{\gamma} - \dot{\phi} \cos \chi + (\dot{\theta} + \Omega_e) \cos \phi \sin \chi] + \cos \alpha [\dot{\chi} \cos \gamma - \dot{\phi} \sin \chi \sin \gamma - (\dot{\theta} + \Omega_e) (\cos \phi \cos \chi \sin \gamma -$$

$$\sin \phi \cos \gamma)], \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = & -p \cos \alpha \cos \beta - q \sin \beta - \gamma \sin \alpha \cos \beta + \\ & \dot{\alpha} \sin \beta - \dot{\chi} \sin \gamma - \dot{\phi} \sin \chi \sin \gamma + (\dot{\theta} + \\ & \Omega_e)(\cos \phi \cos \chi \cos \gamma + \sin \phi \sin \gamma), \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $p, q, r$  分别表示滚转、俯仰和偏航角速率;  $\alpha, \beta, \sigma$  为攻角、侧滑角和侧倾角;  $M_x, M_y, M_z$  分别为滚转、俯仰和偏航力矩;  $I_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) 表示飞行器的转动惯量.

本文的研究目标是通过设计制导控制系统, 使得模型在参数不确定和外界干扰的综合影响下, 系统输出仍能够实现对制导指令和标称轨迹的稳定跟踪.

### 3 再入制导律设计(The reentry guidance law design)

制导系统为姿态控制系统提供了期望的姿态指令, 为增强文章的可读性, 首先给出制导律的设计方法, 对于该方法的详细描述见文献[17].

#### 3.1 标称再入轨迹设计(The nominal reentry trajectory design)

定义高超声速飞行器的初始再入点

$$\begin{aligned} r_e(0) = & (R_e + 2.6 \times 10^5) \text{ ft}, \theta(0) = \phi(0) = 0^\circ, \\ \nu(0) = & 25600 \text{ ft/s}, \chi(0) = 90^\circ, \gamma(0) = -1^\circ. \end{aligned} \quad (13)$$

定义再入终端约束

$$\begin{aligned} r_e(t_f) = & (R_e + 8 \times 10^4) \text{ ft}, \gamma(t_f) = -5^\circ, \\ \nu(t_f) = & 2500 \text{ ft/s}. \end{aligned} \quad (14)$$

以飞行器横向航程最大为优化目标, 基于Legendre伪谱法对上述问题进行求解<sup>[17]</sup>, 可获得满足约束的再入飞行轨迹, 如图2-3中的 $r_e^*, \phi^*, \theta^*, \nu^*, \chi^*, \gamma^*$  曲线所示, 求解获得的再入飞行时间为2122.66 s.

**注 1** 由于本文研究考虑了地球自转对飞行轨迹的影响, 因此, 求得的再入飞行轨迹与文献[17]略有不同.

#### 3.2 基于标称轨迹的再入制导律设计(The reentry guidance law design based on the nominal trajectory)

将三自由度的再入运动方程(1)–(6), 在设计的再入轨迹附近进行小扰动线性化, 得到用于求解反馈增益的线性时变系统

$$\delta \dot{x}(t) = A(t) \delta x(t) + B(t) \delta u(t), \quad (15)$$

其中:  $\delta x(t) = x(t) - x^*(t) = [\delta r_e(t) \ \delta \phi(t) \ \delta \theta(t) \ \delta \nu(t) \ \delta \chi(t) \ \delta \gamma(t)]^T$  表示实际轨迹 $x(t)$ 与标称轨迹 $x^*(t)$  的偏差;  $\delta u(t) = u(t) - u^*(t) = [\delta \alpha(t) \ \delta \sigma(t)]^T$  表示用于纠正再入轨迹偏差的控制输入 $u^*(t) = [\alpha^*(t) \ \sigma^*(t)]^T$ , 为离线获得的开环控制. 根据建立的线性时变系统, 基于间接Legendre伪谱法能够快速求得系统的反馈控制 $\delta u(t) = k \delta x(t)$ , 此时制导系统的制导指令为 $u(t) = \delta u(t) + u^*(t)$ , 该制导策略的有效性可参见文献[17].

### 4 再入姿态控制器设计(The reentry attitude controller design)

#### 4.1 面向控制模型建立(Established control-oriented model)

由于高超声速飞行器再入过程中轨道运动为长周期运动, 姿态运动为短周期运动, 轨道运动要比姿态运动慢得多, 此外, 地球自转角速率远远小于飞行器自身的旋转角速率. 因此, 姿态控制器设计时, 在式(7)–(12)的基础上, 忽略姿态运动方程中描述飞行器的轨道运动项以及地球自转的影响, 得到如下面向控制的姿态控制模型:

$$(I + \Delta I) \dot{\omega} = -\Omega(I + \Delta I) \omega + M + \Delta D, \quad (16)$$

$$\dot{\theta} = R \omega + \Delta f, \quad (17)$$

$$y = \Theta, \quad (18)$$

其中:  $\omega = [p \ q \ r]^T$  为姿态角速率,  $M = [M_x \ M_y \ M_z]^T$  表示系统的控制力矩,  $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  表示系统的惯性矩阵,  $I$  和  $\Delta I$  分别表示转动惯量的标称部分和不确定部分,  $\Delta D$  表示干扰力矩,  $\Delta f$  表示由于模型简化, 忽略姿态和轨迹耦合而引入的不确定. 式(18)是飞行器的姿态输出  $\Theta = [\alpha \ \beta \ \sigma]^T$ . 再入姿态运动方(16)–(18)中矩阵  $I, \Omega, R$  的定义为

$$\begin{aligned} I = & \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}, \\ R = & \begin{bmatrix} -\cos \alpha \tan \beta & 1 & -\sin \alpha \tan \beta \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ -\cos \alpha \cos \beta & -\sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

#### 4.2 三阶拟连续滑模姿态控制器设计(The third-order quasi-continuous sliding mode attitude controller design)

本章研究的再入姿态控制问题可描述为: 设计控制力矩  $M$ , 使得模型(16)–(17)在参数不确定和外界干扰影响的情况下, 系统输出  $y = \Theta$  能够在有限时间实现对给定制导指令  $\Theta^* = [\alpha^* \ \beta^* \ \sigma^*]^T$  的稳定跟踪.

以跟踪误差  $e_\Theta = \Theta - \Theta^*$  为基础, 设计滑模面

$$s = [s_1 \ s_2 \ s_3]^T = e_\Theta + \int_0^t e_\Theta ds. \quad (19)$$

加入积分项的目的是消除稳态误差, 通过式(20)可知, 若在有限时间内有  $s = \dot{s} = \ddot{s}$  成立, 则有  $\ddot{e}_\Theta + \dot{e}_\Theta = 0$ . 即  $e_\Theta = e^{-Et}$ , 其中  $E$  为相应阶数的单位矩阵, 且  $e_\Theta$  为指数收敛.

对式(20)中的  $s$  求取二次导, 可获得下式:

$$\ddot{s} = \frac{dR}{dt} \omega + R \dot{\omega} + R \omega + \Delta f + \Delta \dot{f} - \dot{\Theta}^* - \ddot{\Theta}^*, \quad (20)$$

其中:

$$\frac{dR}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \sin \alpha \tan \beta - \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \beta} \dot{\beta} & 0 & -\dot{\alpha} \cos \alpha \tan \beta - \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \beta} \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \cos \alpha & 0 & \dot{\alpha} \sin \alpha \\ \dot{\alpha} \sin \alpha \cos \beta + \dot{\beta} \cos \alpha \sin \beta & -\dot{\beta} \cos \beta & (\dot{\beta} - \dot{\alpha}) \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (21)$$

由式(16), 可得

$$\dot{\omega} = -I^{-1}\Omega I\omega + I^{-1}M + I^{-1}\Delta M, \quad (22)$$

其中  $\Delta M = \Delta D - \Omega \Delta I\omega - I^{-1}\Delta M$ . 将式(22)代入式(21), 化简整理得

$$\ddot{s} = \left( \frac{dR}{dt} \omega + R\omega - RI^{-1}\Omega I\omega - \dot{\Theta}^* - \ddot{\Theta}^* + RI^{-1}M + (RI^{-1}\Delta M + \Delta f + \Delta \dot{f}) \right). \quad (23)$$

定义新的控制变量

$$\tilde{M} = RI^{-1}M, \quad (24)$$

其中  $\tilde{M} = [\tilde{M}_1 \ \tilde{M}_2 \ \tilde{M}_3]^T$ . 令

$$\Upsilon = [\Upsilon_1 \ \Upsilon_2 \ \Upsilon_3]^T = (RI^{-1}\Delta M + \Delta f + \Delta \dot{f}),$$

$$\Xi = [\Xi_1 \ \Xi_2 \ \Xi_3]^T =$$

$$\frac{dR}{dt} \omega + R\omega - RI^{-1}\Omega I\omega - \dot{\Theta}^* - \ddot{\Theta}^*,$$

则式(21)可等价为如下的标量形式:

$$\ddot{s}_i = \dot{\Upsilon}_i + \dot{\Xi}_i + \tilde{M}_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (25)$$

在引入新控制变量(24)的基础上, 滑模面(25)实现了有效解耦. 进一步, 为了削弱滑模控制抖振<sup>[18]</sup>, 定义虚拟控制  $U_i = \tilde{M}_i$ , 对式(25)进行求导, 得到下式:

$$\ddot{s}_i = \dot{\Upsilon}_i + \dot{\Xi}_i + U_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (26)$$

假设  $\dot{\Upsilon}_i$  为有界干扰, 即满足

$$\|\dot{\Upsilon}_i\| \leq d, \quad (27)$$

其中  $d$  为大于零的正数.

**定理 1** 设计滑模面

$$S = (S_1, S_2, S_3)^T = \ddot{s} + 2\dot{s} + s. \quad (28)$$

由文献[20–21]可知,  $(|\dot{S}_i| + |S_i|^{2/3})^{-1/2}(\dot{S}_i + |S_i|^{2/3}\operatorname{sgn} S_i) \leq (|\dot{S}_i| + |S_i|^{2/3})^{1/2}$ . 式(34)可写为

$$\dot{V}_S \leq d\|S\| + \sum_{i=1}^3 S_i \left( -k_i \frac{\ddot{S}_i + 2(|\dot{S}_i| + |S_i|^{2/3})^{-1/2}(\dot{S}_i + |S_i|^{2/3}\operatorname{sgn} S_i)}{|\ddot{S}_i| + 2(|\dot{S}_i| + |S_i|^{2/3})^{1/2} + \varepsilon} \right). \quad (34)$$

其中  $k = \min\{k_i\}, i = 1, 2, 3$ . 由式(35)可知, 只需设计控制增益  $k$  大于干扰上界  $d$ , 就能够保证控制系统的稳定性. 令  $\mu = k - d$ , 式(35)重新写为

$$\dot{V}_S \leq -\mu\|S\| \leq -\mu \cdot \sqrt{2}V_S^{\frac{1}{2}}. \quad (36)$$

由文献[22]的有限时间稳定理论可知, 滑模面  $S$  在有限的时间  $t_f$  内可达, 即  $S = 0$ . 由式(28)可知,  $\ddot{s}, \dot{s},$

滑模控制系统在控制律

$$\tilde{M} = \int (U - 2\ddot{s} - \dot{s}) \quad (29)$$

的作用下, 滑模面  $S$  及其导数在有限的时间收敛到原点任意小的  $\varepsilon$ -邻域,  $\varepsilon > 0$  且  $s$  及跟踪误差  $e_\Theta$  指数收敛. 其中  $U = (U_1, U_2, U_3)^T$ , 且

$$U_i = U_{\text{eq}_i} + U_{S_i}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (30)$$

其中:  $U_{\text{eq}_i} = -\dot{\Xi}_i$  为等效控制,  $U_{S_i}$  为拟连续滑模控制器, 具体表达式为

$$U_{S_i} = -k_i \frac{\dot{S}_i + 2(|\dot{S}_i| + |S_i|^{2/3}\operatorname{sgn} S_i)^{1/2}}{(|\dot{S}_i| + |S_i|^{2/3})^{1/2} + \varepsilon}, \quad (31)$$

其中  $k_i$  为控制增益设计参数.

由式(31)可知, 当  $\varepsilon_i = 0$  时,  $U_{S_i}$  是除在滑模集外, 即  $S = \{e_\Theta | S = \dot{S} = \ddot{S} = 0\}$  以外连续的滑模控制器, 也称  $U_{S_i}$  为拟连续滑模控制器.  $U_{S_i}$  与传统的滑模控制相比, 在保证鲁棒性的同时, 能够有效地消除抖振<sup>[19]</sup>. 为避免在  $\ddot{s} = \dot{s} = s = 0$  时出现奇异,  $\varepsilon$  选为大于零的正数.

证 选择Lyapunov函数为

$$V_S = \frac{1}{2}S^T S. \quad (32)$$

对式(32)求取一阶导数, 并将式(24)(27)(29)代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}_S &= S^T \dot{S} = \\ &= S^T (\dot{\Xi} + \dot{\Upsilon} + \tilde{M} + 2\ddot{S} + \dot{S}) = \\ &= S^T (\dot{\Xi} + \dot{\Upsilon} + U). \end{aligned} \quad (33)$$

由式(27)干扰的有界性  $\|\dot{\Upsilon}_i\| \leq d$ , 式(33)可写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_S &\leq d\|S\| + \sum_{i=1}^3 S_i \left( -k_i \frac{\ddot{S}_i + 2(|\dot{S}_i| + |S_i|^{2/3})^{-1/2}(\dot{S}_i + |S_i|^{2/3}\operatorname{sgn} S_i)}{|\ddot{S}_i| + 2(|\dot{S}_i| + |S_i|^{2/3})^{1/2} + \varepsilon} \right) \\ &\leq d\|S\| - k\|S\|, \end{aligned} \quad (35)$$

$s$  指数收敛, 飞行器的姿态输出  $\Theta = [\alpha \ \beta \ \sigma]^T$  能够实现对给定制导指令  $\Theta^* = [\alpha^* \ \beta^* \ \sigma^*]^T$  的稳定跟踪.

基于式(24)(30)–(31)定义的虚拟控制, 可得到高超声速飞行器再入过程的实际控制力矩为

$$M = IR^{-1} \int U. \quad (37)$$

根据式(37)中矩阵 $R$ 的定义, 可得到下式:

$$\det(R) = \tan \beta \sin \beta + \cos \beta, \quad (38)$$

其中 $\det(\cdot)$ 为行列式. 通过式(38)可得 $\det(R) \neq 0$ , 否则 $\sin^2 \beta = -\cos^2 \beta$ . 因此, 矩阵 $R$ 在整个飞行过程中的逆矩阵一直存在.

**注 2** 控制器(28)中的导数:  $\dot{\Xi}_i, s_i, \dot{s}_i, \ddot{s}_i (i=1, 2, 3)$  均通过实时鲁棒滑模微分器计算<sup>[23]</sup>.

## 5 仿真分析(Simulation analysis)

论文的仿真框架如图1所示, 其中闭环制导律设计的完整过程参见文献[17], 姿态控制器采用本文给出的设计方法, 仿真对象采用六自由度的高超声速飞行器再入模型.

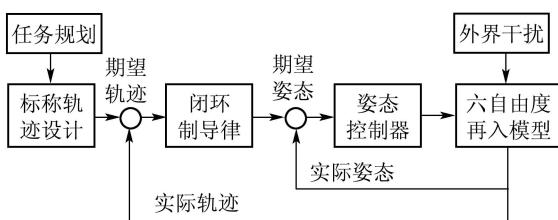


图 1 再入制导控制一体化仿真框架

Fig. 1 The simulation framework of reentry integrated guidance and control

### 5.1 仿真参数设置(Simulation parameters)

以X-33模型作为仿真验证模型, 再入飞行轨迹的初值与式(14)相同, 初始再入姿态

$$\Theta_0 = [12.6^\circ \ -11.4^\circ \ -28.6^\circ]^T,$$

初始再入姿态角速率 $\omega_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ . 转动惯量矩阵 $I$ 的标称值为<sup>[24]</sup>

$$I = \begin{bmatrix} 434270 & 0 & -17880 \\ 0 & 961200 & 0 \\ -17880 & 0 & 1131541 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

仿真测试中惯性矩阵存在10%的不确定, 即 $\Delta I = 10\%I$ , 飞行器再入过程中的外界干扰用如下的有界函数进行模拟:

$$\Delta D = \begin{bmatrix} 1 + \sin(\pi t/125) + \sin(\pi t/250) \\ 1 + \sin(\pi t/125) + \sin(\pi t/250) \\ 1 + \sin(\pi t/125) + \sin(\pi t/250) \end{bmatrix}. \quad (40)$$

再入过程中的气动力及大气密度的表达式参见文献[17]. 由于仿真对象采用的是12个状态相互交叉耦合影响的六自由度模型(1)–(12), 式(17)的不确定 $\Delta f$ 以模型中被省略的交叉耦合项代替. 控制器参数为

$$k_1 = 45, k_2 = 45, k_3 = 45, \varepsilon = 0.1.$$

仿真过程中的期望姿态角: 攻角 $\alpha^*$ 和侧倾角 $\sigma^*$ 由制导指令提供, 侧滑角 $\beta^* \equiv 0$ .

### 5.2 仿真结果分析(The simulation results analysis)

利用本文给出的控制策略, 在图1所示的框架下, 对上述设计的拟连续高阶滑模控制器的有效性进行分析验证. 仿真结果如图2–9所示. 其中图2–3表示制导控制下的再入飞行轨迹对期望轨迹的跟踪曲线, 仿真结果表明制导控制的飞行轨迹能够很好实现对标称轨迹的跟踪. 图4为攻角、侧倾角和侧滑角的姿态跟踪曲线, 再入过程中滚转、俯仰和偏航角速率变化曲线在图5中给出, 图6表示控制力矩的变化曲线. 进一步, 为了更直观地体现3个姿态角的动态跟踪过程, 图7–9给出了每个姿态角、姿态角速率、控制力矩动态变化过程的局部放大图. 从仿真结果可以看出, 本文设计的拟连续高阶滑模姿态控制器, 能够在模型存在不确定和外界干扰的综合影响下, 较短时间内实现对制导指令的跟踪.

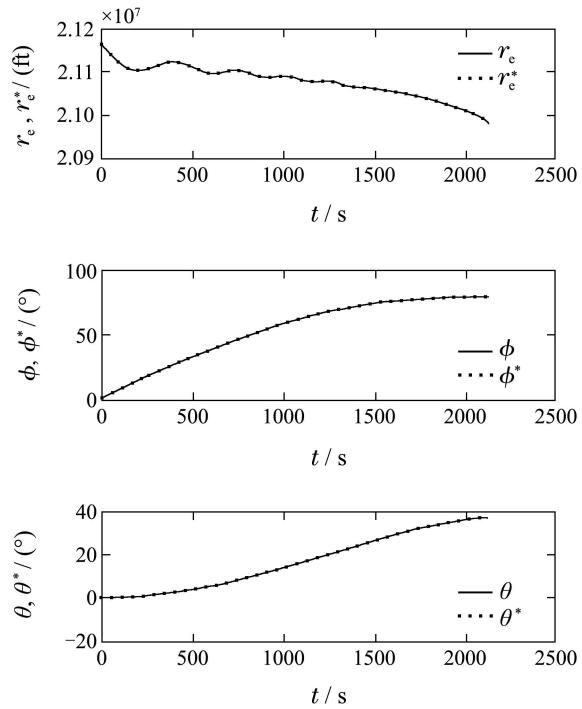
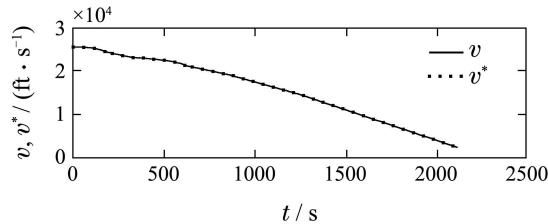


图 2 再入轨迹地心距、经度和纬度的跟踪曲线

Fig. 2 The tracking curve of geocentric distance, latitude and longitude of reentry trajectory



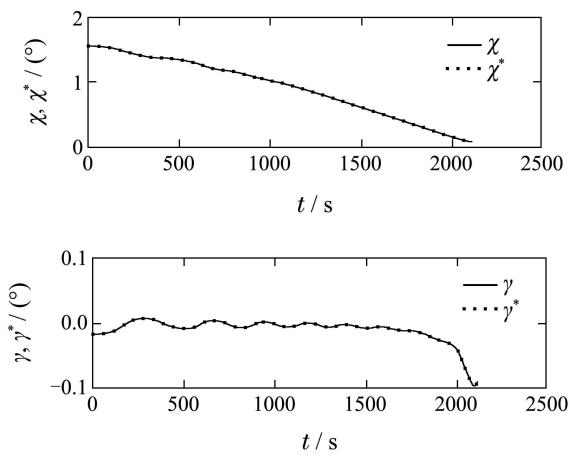


图3 再入轨迹速度、航向角和航迹角的跟踪曲线  
Fig. 3 The tracking curve of velocity, heading angle and flight path angle of Reentry trajectory

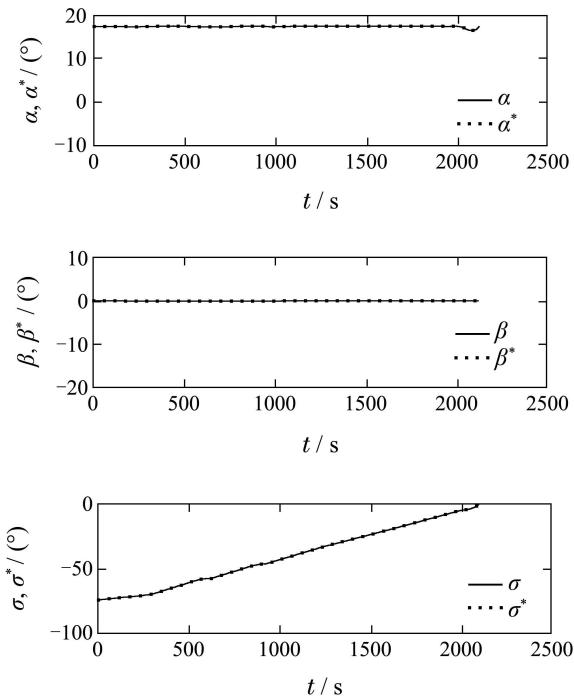


图4 全局姿态角跟踪曲线  
Fig. 4 The global tracking curve of attitude angle

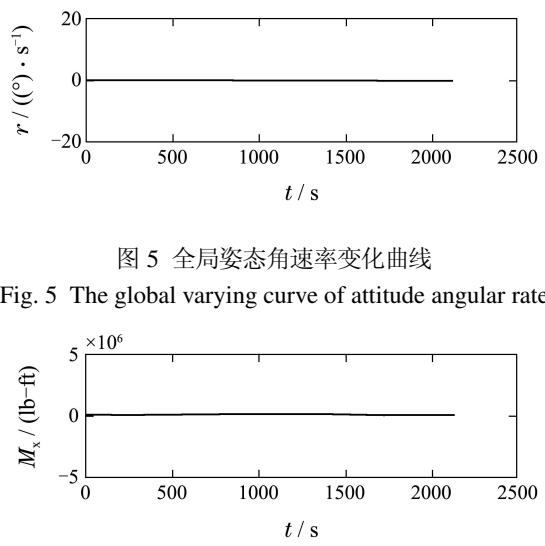
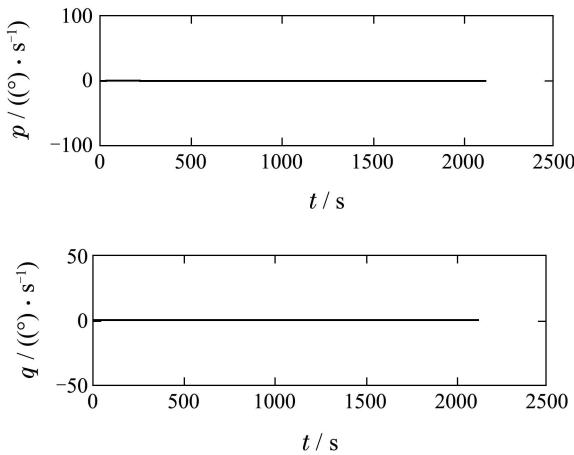


图5 全局姿态角速率变化曲线  
Fig. 5 The global varying curve of attitude angular rate

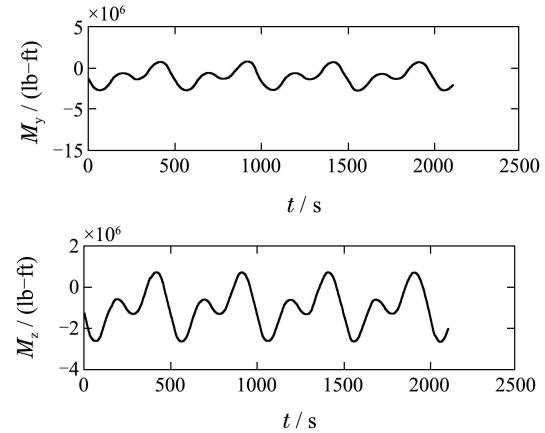


图6 全局控制力矩变化曲线  
Fig. 6 The global varying curve of control torque

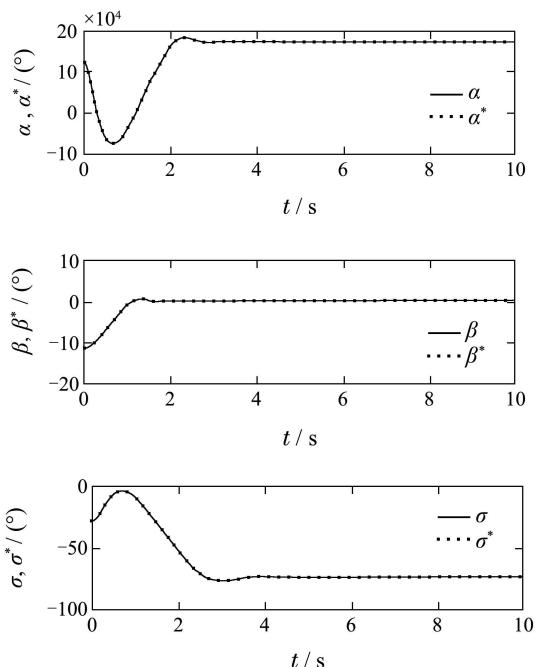


图7 局部姿态角跟踪曲线  
Fig. 7 The partial tracking curve of attitude angle

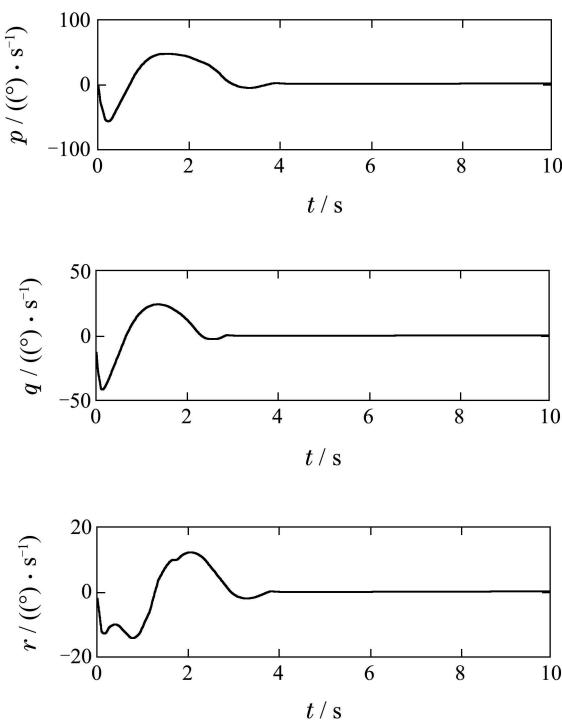


图 8 局部姿态角速率变化曲线

Fig. 8 The partial varying curve of attitude angular rate

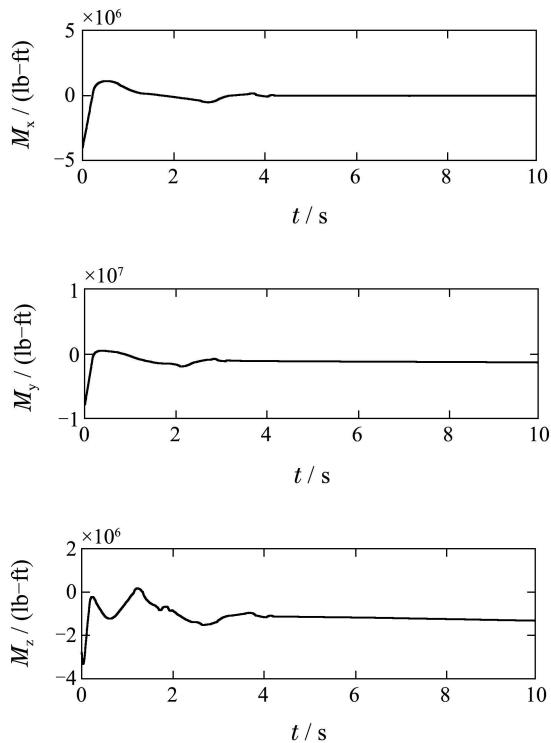


图 9 局部控制力矩变化曲线

Fig. 9 The partial varying curve of control torque

## 6 结论(Conclusions)

本文针对不确定和外界干扰综合影响下的高超声速飞行器再入姿态控制问题, 提出了一种基于拟

连续高阶滑模的姿态控制方案。在对再入飞行特性分析的基础上, 获得了控制器设计所需的再入姿态控制模型, 通过引入虚拟控制变量, 设计了三阶拟连续滑模再入姿态控制器, 六自由度的制导控制仿真验证了控制策略的有效性。

## 参考文献(References):

- [1] MENON P P, POSTLETHWAITE I, BENNANI S, et al. Robustness analysis of a reusable launch vehicle flight control law [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(7): 751 – 765.
- [2] MARRISON C I, STENGEL R F. Design of robust control systems for a hypersonic aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(1): 58 – 63.
- [3] LI H Y, WU L G, GAO H J, et al. Reference output tracking control for a flexible air-breathing hyper-sonic vehicle via output feedback [J]. *International Optimal Control, Applications and Methods*, 2011, 33(4): 461 – 487.
- [4] LI S H, SUN H B, SUN C Y. Composite controller design for an air-breathing hypersonic vehicle [J]. *Proceedings of the IMechE, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2012, 226(15): 651 – 664.
- [5] JOHNSON E N, CALISE A J, EI-SHIRBINY H A, et al. Feedback linearization with neural network augmentation applied to X-33 attitude control [C] //Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Denver, CO: AIAA, 2000: AIAA-2000-4157.
- [6] SMITH R, AHMED A. Robust parametrically varying attitude controller designs for the X-33 vehicle [C] //Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Denver, CO: AIAA, 2000: AIAA-2000-4158.
- [7] SHTESSEL Y, HALL C. Reusable launch vehicle control in multiple-time-scale sliding modes [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(6): 1013 – 1020.
- [8] SHTESSEL Y, HALL C, JACKSON M. Multiple time scale sliding mode control of reusable launch vehicles in ascent and descent modes [C] //Proceedings of the American Control Conference. Arlington, VA: [s.n.], 2001: 4357 – 4362.
- [9] HALL C, SHTESSEL Y. Sliding mode disturbance observer-based control for a reusable launch vehicle [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 26(6): 1315 – 1328.
- [10] ZHU J J, BANKER B D, HALL C E. X-33 ascent flight controller design by trajectory linearization: A singular perturbational approach [C] //Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Denver, CO: AIAA, 2000: AIAA-4159.
- [11] ZHU J J, HODEL A S, FUNSTON K. X-33 entry flight controller design by trajectory linearization: a singular perturbational approach [C] //American Astronautical Society Guidance and Control Conference. Breckenridge, CO: AAS, 2001: AAS-01-012.
- [12] JIANG B, GAO Z F, SHI P, et al. Adaptive fault-tolerant tracking control of near space vehicle using takagi-sugeno fuzzy models [J]. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 2010, 18(5): 1000 – 1007.
- [13] ZHAO J, JIANG B, SHI P, et al. Fault tolerant control design for near space vehicles based on dynamic terminal sliding mode technique [J]. *Proceedings of IME, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2012, 226(6): 787 – 794.

- [14] JOSSELYN S, ROSS I M. Rapid verification method for the trajectory optimization of reentry vehicles [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2003, 26(3): 505 – 508.
- [15] DESAI P N, CONWAY B A. Six-degree-of-freedom trajectory optimization using a two-timescale collocation architecture [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(5): 1308 – 1315.
- [16] RECASENS J J, CHU Q P, MULDER J A. Robust model predictive control of a feedback linearized system for a lifting-body reentry vehicle [C] //AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. San Francisco, California: AIAA, 2005: AIAA-6147.
- [17] TIAN B L, ZONG Q. Optimal guidance for reentry vehicles based on indirect Legendre pseudospectral method [J]. *Acta Astronautica*, 2011, 68(6): 1176 – 1184.
- [18] ZONG Q, TIAN B L. Quasi-continuous high-order sliding mode controller and observer design for hypersonic vehicle [C] //AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. San Francisco, California: AIAA, 2011: AIAA-2384.
- [19] LEVANT A. Quasi-continuous high-order sliding-mode controllers [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(11): 1812 – 1815.
- [20] 范金锁, 张合新, 周鑫, 等. 再入飞行器姿态系统的准连续高阶滑模设计 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(7): 841 – 846.  
(FAN Jinsuo, ZHANG Hexin, ZHOU Xin, et al. Development of hypersonic technology abroad [J]. *Aerodynamic Missile*, 2002, 29(7): 30 – 40.)
- [21] 林壮, 段广仁, 宋申民. 刚体航天器姿态跟踪的高阶滑模控制器设计 [J]. 控制与决策, 2009, 24(11): 1753 – 1756.  
(LIN Zhuang, DUAN Guangren, SONG Shenmin. Development of hypersonic technology abroad [J]. *Aerodynamic Missile*, 2002, 24(11): 30 – 40.)
- [22] SUN H B, LI S H, SUN C Y. Finite-time integral sliding mode control of hypersonic vehicles [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1): 229 – 244.
- [23] LEVANT A. Robust exact differentiation via sliding mode technique [J]. *Automatica*, 1998, 34(3): 379 – 384.
- [24] BOLLINO K P. High-fidelity real-time trajectory optimization for reusable launch vehicles [D]. Monterey: Naval Postgraduate School, 2006.

### 作者简介:

王 婕 (1986–), 女, 讲师, 主要从事高超声速飞行器控制、滑模变结构控制方面的研究, E-mail: wangjiestudent@gmail.com;

宗 群 (1961–), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事飞行器制导、控制方面的研究, E-mail: zongqun@tju.edu.cn;

田柄苓 (1982–), 男, 讲师, 主要从事飞行器制导、控制、轨迹优化方面的研究, E-mail: Tianbailing121@126.com;

范文茹 (1984–), 女, 讲师, 主要研究方向为电学成像技术, 飞机故障诊断与容错控制的研究, E-mail: wenru.fan@gmail.com