

# 四旋翼直升机姿态系统的直接自修复控制

杨荟僚, 姜斌<sup>†</sup>, 张柯

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

**摘要:** 当四旋翼直升机执行器突发故障或突受干扰时, 利用直接自修复控制技术, 设计一种基于直接自适应滑模控制的四旋翼直升机姿控系统, 使其在故障或干扰信息未知的情况下, 仍能保持稳定并且跟踪上理想输出信号。系统的稳定性和跟踪性能是由Lyapunov稳定性定理来确保的, 这体现在参数更新律的设计过程中。最后在3DOF hover实验平台上验证了该方法的有效性, 同时将该方法与LQR方法作比较, 进一步证明了所提算法的优越性。

**关键词:** 四旋翼直升机; 直接自修复控制; 自适应滑模控制; 突发故障

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Direct self-repairing control for four-rotor helicopter attitude systems

YANG Hui-liao, JIANG Bin<sup>†</sup>, ZHANG Ke

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

**Abstract:** We design an adaptive sliding mode tracking controller based on the direct self-repairing control for the four-rotor helicopter attitude system when unknown abrupt actuator fault or disturbance occurs. When any actuator of this four-rotor helicopter is abruptly damaged, this helicopter under faulty conditions can still track the desired output signal accurately without any exact information on that fault. The synthesis of the adaptation laws is based on Lyapunov stable principle so that the stability of the whole system and the convergence of the tracking error can be guaranteed. Finally, the effectiveness of the proposed method is validated by simulation on 3DOF hover. This method is also proved to be better than the LQR method through simulation.

**Key words:** four-rotor helicopter; direct self-repairing control; adaptive sliding mode control; abrupt fault

## 1 引言(Introduction)

四旋翼直升机是一种由电机驱动旋翼转动的、能够垂直起降的飞行器。与常规旋翼式直升机相比, 其结构更为紧凑, 能够产生更大的升力, 并且4只旋翼可相互抵消反扭力矩, 而不需要专门的反扭矩桨<sup>[1]</sup>。在执行近地面环境(如室内、城区和丛林等)的监视、侦察等任务时, 四旋翼直升机有其特有的优势, 因此军用和民用前景广阔。与此同时, 它还具有多变量、非线性、强耦合和干扰敏感的特性, 一旦发生故障, 可能导致飞行性能下降甚至发生失控, 故自修复控制应运而生。

四旋翼直升机的自修复控制, 即利用其控制机构在正常工作时的功能冗余来提高飞控系统对其突发故障的适应性, 避免灾难性事故的发生, 使出现故障的四旋翼直升机仍能安全飞行。自修复控制可分为直接自修复控制和间接自修复控制。相对于间接自修复控制方法需要先辨识被控对象的参数以及需要多种

控制方案而言, 直接自修复方法因无需确切的系统参数而更加简单易行<sup>[3]</sup>。

众所周知, 姿态控制是整个飞行控制的基础和关键, 并且四旋翼直升机的姿态与位置存在直接耦合关系。因此研制具有较强抗干扰和故障自修复能力的姿态控制器势在必行。

近年来, 国内外在小型四旋翼直升机飞行控制领域也收获了一些成果, 其典型实例有: 瑞士洛桑联邦科技学院(EPFL)Bouabdallah S等人研制出了基于四旋翼直升机OS4的多种控制方法(例如PID, LQR, backstepping等), 实现了飞行姿态控制<sup>[5]</sup>; 而宾夕法尼亚大学Altug E等人, 利用backstepping控制法设计出了四旋翼直升机HMX4的控制器, 并且结合视觉定位, 实现了自主悬停控制<sup>[6]</sup>。

但目前专门针对四旋翼直升机故障诊断和容错控制的研究非常少。文献[7]针对存在复合干扰和执行器故障的四旋翼飞行器姿态系统, 提出了一种基于复合

收稿日期: 2013-08-22; 录用日期: 2014-03-05。

<sup>†</sup>通信作者。E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn; Tel.: +86 25-84892305-6041。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61273171, 61304112); 江苏省自然科学基金资助项目(BK20131364); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(NE2014202); 南航研究生创新实验室开放基金资助项目(kfjj130109)。

干扰估计和局部故障诊断和辨识(fault diagnosis and identification, FDI)的四旋翼飞行器姿态系统 Back-stepping容错控制器。文献[8]则考虑了执行器故障下的四旋翼无人机姿态系统,运用基于模型的观测器实现鲁棒故障检测,并以此设计重构控制器来补偿执行器故障的影响。但以上两篇文献建模过程相对粗糙,控制方法比较复杂,即必须包含故障辨识的环节,工程应用困难。

根据以上研究现状,本文首先详细描述了四旋翼直升机系统模型和故障模型的建立过程;接着设计出一种基于直接自适应滑模控制的四旋翼直升机姿态控制系统,应用该姿控系统能使四旋翼直升机应对舵面突发故障和外界干扰,而无需进行故障辨识,使系统具有一定的直接自修复能力。然后利用Lyapunov函数证明该系统在出现故障时的稳定性。最后仿真验证所提算法的可行性和有效性,同时将该算法与LQR方法作比较,更好地体现其优越性。

## 2 问题描述(Problem description)

### 2.1 系统模型(System model)

四旋翼直升机是通过调整旋翼的转速来改变飞行姿态和高度,不需要自动倾斜器辅助<sup>[1]</sup>。其结构示意图见图1。

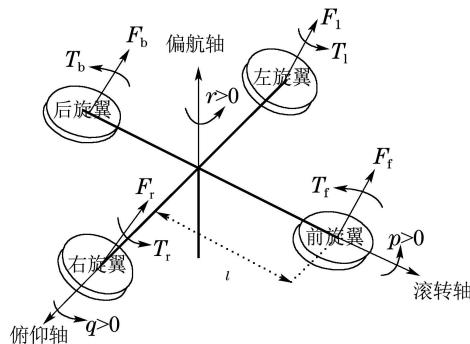


图1 四旋翼直升机结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of four-rotor helicopter

而其三姿态角的控制方式如下:当四旋翼直升机左右两个旋翼转速不同时,产生滚转力矩,改变滚转角;当前后两个旋翼转速不同时,产生俯仰力矩,改变俯仰角;当对角线上的每组旋翼转速相同,而2组旋翼各自的转速又不同时,产生偏航力矩,改变航向角。原理图见图2。

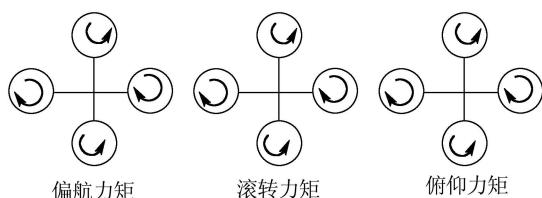


图2 四旋翼直升机姿态控制原理图

Fig. 2 Control scheme of attitude of four-rotor helicopter

**假设1**<sup>[10]</sup> 1) 所有结构都是刚性的;

2) 直升机是严格对称的;

3) 直升机所受的推力和阻力均与旋翼转速的平方呈线性关系;

4) 直升机姿态角度变化量很小(一般认为小于5°)。

基于以上假设,根据Newton-Euler方程建立如下形式的四旋翼直升机动力学方程:

$$m\ddot{\xi} = F_L + F_D + G, \quad (1)$$

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \times J\Omega + \Gamma_f - \Gamma_a - \Gamma_g, \quad (2)$$

其中:  $m$ 为系统质量,  $\xi = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ 为惯性坐标系下重心的位置,  $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为机体坐标系下的转动惯量矩阵,其形式为

$$J = \begin{pmatrix} J_\varphi & 0 & 0 \\ 0 & J_\theta & 0 \\ 0 & 0 & J_\psi \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中:  $J_\varphi$ 为机体绕滚转轴的转动惯量,  $J_\theta$ 为机体绕俯仰轴的转动惯量,  $J_\psi$ 为机体绕偏航轴的转动惯量。 $\Omega$ 为机体坐标系下的角速度,  $\Omega = (p, q, r) \in \mathbb{R}^3$ ,  $p, q, r$ 分别为滚转角速度、俯仰角速度、航向角速度。用  $\varphi, \theta, \psi$  分别表示滚转角、俯仰角、航向角,存在如下关系式:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

在小角度姿态下,

$$\Omega = (p, q, r) \approx (\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}).$$

下面详细描述式(1)–(2)右边各项的物理意义和表达形式。

$F_L$ 为4个旋翼产生的总升力,将其分解到惯性坐标轴上,可以表示为

$$F_L = \begin{pmatrix} \cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi \\ \cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi \\ \cos \varphi \cos \theta \end{pmatrix} \sum F, \quad (5)$$

其中:  $\sum F = F_r + F_l + F_f + F_b$ ,  $F_r = K_p \omega_r^2$ ,  $F_l = K_p \omega_l^2$ ,  $F_f = K_p \omega_f^2$ ,  $F_b = K_p \omega_b^2$ 分别为右旋翼、左旋翼、前旋翼、后旋翼各自产生的升力,  $K_p$ 为升力系数,  $\omega_r, \omega_l, \omega_f, \omega_b$ 分别为右旋翼、左旋翼、前旋翼、后旋翼各自的转速。

$F_D$ 为4个旋翼产生的总阻力,可以表示为

$$F_D = \begin{pmatrix} -K_{fdx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fdy} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{fdz} \end{pmatrix} \dot{\xi}, \quad (6)$$

其中:  $-K_{fdx}, -K_{fdy}, -K_{fdz}$ 分别为分解到  $x, y, z$  各轴上的阻力系数。

$G$ 为四旋翼直升机受到的重力, 为与升力、阻力的表达式统一, 可将其表示为如下形式:

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中 $g$ 为重力加速度.

$\Gamma_f$ 为四旋翼直升机受到的升力力矩, 分解到机体坐标系各轴后, 可表示为如下形式:

$$\Gamma_f = \begin{pmatrix} l(F_r - F_l) \\ l(F_f - F_b) \\ C_D(\omega_l^2 + \omega_r^2 - \omega_b^2 - \omega_f^2) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中:  $l$ 是任意螺旋桨转轴到重心的距离,  $C_D$ 为阻力系数.

$\Gamma_a$ 为总的气动摩擦扭矩, 其表达式如下:

$$\Gamma_a = \begin{pmatrix} K_{fax} & 0 & 0 \\ 0 & K_{fay} & 0 \\ 0 & 0 & K_{faz} \end{pmatrix} \|\Omega\|^2, \quad (9)$$

其中 $-K_{fax}, -K_{fay}, -K_{faz}$ 为分解到 $x, y, z$ 各轴上的气动摩擦系数.

$\Gamma_g$ 为陀螺效应下的合扭矩, 其表达式为

$$\Gamma_g = \Omega \times J_r [0 \ 0 \ \bar{\Omega}]^T, \quad (10)$$

其中:  $J_r$ 代表旋翼转子的转动惯量, 且 $\bar{\Omega} = \omega_l + \omega_r - \omega_b - \omega_f$ .

综上所述, 即可建立四旋翼直升机姿态系统的动态模型, 形式如下:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = \frac{1}{J_\varphi} [(J_\theta - J_\psi)\dot{\psi}\dot{\theta} - K_{fax}\dot{\varphi}^2 - J_r\bar{\Omega}\dot{\theta} + lU_\varphi], \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{J_\theta} [(J_\psi - J_\varphi)\dot{\psi}\dot{\varphi} - K_{fay}\dot{\theta}^2 + J_r\bar{\Omega}\dot{\varphi} + lU_\theta], \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{J_\psi} [(J_\varphi - J_\theta)\dot{\varphi}\dot{\theta} - K_{faz}\dot{\psi}^2 + C_D U_\psi], \end{cases} \quad (11)$$

其中引入系统的控制输入 $U_\varphi, U_\theta, U_\psi$ , 它们均可由旋翼的转速表示:

$$\begin{pmatrix} U_\varphi \\ U_\theta \\ U_\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_p & 0 & K_p & 0 \\ 0 & -K_p & 0 & K_p \\ C_D & -C_D & C_D & -C_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_l^2 \\ \omega_b^2 \\ \omega_r^2 \\ \omega_f^2 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

由于驱动旋翼旋转的电机功率有限, 旋翼的转速存在一个最大值 $\omega_{max}$ . 根据四旋翼直升机的对称性, 假设每个旋翼转速的最大值相等, 则控制输入满足如下条件:

$$-K_p\omega_{max}^2 \leq U_\varphi \leq K_p\omega_{max}^2, \quad (13)$$

$$-K_p\omega_{max}^2 \leq U_\theta \leq K_p\omega_{max}^2, \quad (14)$$

$$-2C_D\omega_{max}^2 \leq U_\psi \leq 2C_D\omega_{max}^2. \quad (15)$$

再者, 驱动旋翼的直流电机满足如下动态特性:

$$\begin{cases} V = RI + L\frac{dI}{dt} + K_e\omega, \\ K_m I = J_r \frac{d\omega}{dt} + K_r\omega^2 + C_s, \end{cases} \quad (16)$$

其中:  $K_e, K_m$ 分别为电气扭矩常数和机械扭矩常数,  $K_r$ 为恒负载扭矩,  $R, J_r$ 分别为电动机内阻和旋翼转动惯量,  $C_s$ 为刚性摩擦.

既而可以得到旋翼的动态模型

$$\dot{\omega} = \frac{K_m}{RJ_r}V - \frac{C_s}{J_r} - \frac{K_e K_m}{RJ_r}\omega - \frac{K_r}{J_r}\omega^2. \quad (17)$$

基于以上分析, 以 $x = (\varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi})^T \in \mathbb{R}^6$ 为系统的状态向量,  $u = (U_\varphi, U_\theta, U_\psi)^T \in \mathbb{R}^3$ 为系统的控制输入向量, 可以得到如下的系统仿射非线性状态方程:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad (18)$$

其中:

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ a_1x_4x_6 + a_2x_2^2 + a_3\bar{\Omega}x_4 \\ x_4 \\ a_4x_2x_6 + a_5x_4^2 + a_6\bar{\Omega}x_2 \\ x_6 \\ a_7x_2x_4 + a_8x_6^2 \end{pmatrix},$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix},$$

其中:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{J_\theta - J_\psi}{J_\varphi}, \quad a_2 = -\frac{K_{fax}}{J_\varphi}, \quad a_3 = -\frac{J_r}{J_\varphi}, \\ a_4 &= \frac{J_\psi - J_\varphi}{J_\theta}, \quad a_5 = -\frac{K_{fay}}{J_\theta}, \quad a_6 = \frac{J_r}{J_\theta}, \\ a_7 &= \frac{J_\varphi - J_\theta}{J_\psi}, \quad a_8 = -\frac{K_{faz}}{J_\psi}, \quad b_1 = \frac{l}{J_\varphi}, \\ b_2 &= \frac{l}{J_\theta}, \quad b_3 = \frac{C_D}{J_\psi}. \end{aligned}$$

## 2.2 执行器故障模型(Model of actuator fault)

据研究发现, 直升机执行器极易发生故障. 针对四旋翼直升机, 4只旋翼作为最主要的执行器, 其故障往往会使旋翼转速发生突变, 故障可能导致系统姿态发生急剧变化甚至失控. 对四旋翼直升机执行器突发故障建立如下故障模型:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(u + d), \quad (19)$$

式(18)中的 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, b_1, b_2, b_3$ 等系统参数可能会随执行器故障的突发发生变化,  $d$ 代表

执行器突发故障, 其表达式为  $d = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ .

**假设2** 在式(19)中,  $d_i (i = 1, 2, 3)$  存在上界, 并且满足  $\|d_i\| \leq \eta$ ,  $\eta$  是正常数.

当  $d = 0$  时, 执行器正常工作, 且无突发故障. 当  $u_i, d_i$  同号时, 可将故障视为外界的干扰信号. 当  $u_i, d_i$  异号时, 故障表现为执行器能效的损失.

文献[11]中存在如下定义和命题:

若一个有限维的仿射非线性控制系统, 通常描述为

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in M, \quad u \in U, \quad (20)$$

其中:  $M$  是一个  $n$  维流形,  $U$  是容许控制集合. 则存在如下定义: 由  $f(x), g(x)$  生成的 Lie 子代数  $C = \{f(x), g(x)\}_{LA}$ , 称为可控性 Lie 代数, 若对于任意  $x \in M$ , 有  $\dim(C) = n$ , 那么系统(20)满足可控性秩条件.

**定理1<sup>[11]</sup>** 如果系统(20)满足: i)  $M$  是道路联通的; ii)  $C$  中所有的向量场都是完备的; iii) 若  $x \in C$ , 则  $-x \in C$ ; iv) 满足可控性秩条件, 那么系统是局部可控的.

针对系统(19), 有

$$\dim(C) = \dim([g, ad_f g]),$$

且上述定理中条件 i)–iii) 均满足, 由此得到如下推论:

**推论1** 对于系统(19), 存在可控性矩阵

$$\Upsilon = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ ad_f g_1 \ ad_f g_2 \ ad_f g_3],$$

其中:  $ad_f g_i$  代表 Lie brackets 运算, 且

$$ad_f g_i = \nabla g_i f - \nabla f g_i.$$

当  $\det(\Upsilon) \neq 0$ , 可以得到结论: 系统(19)局部可控.

因此, 发生执行器故障后的系统可以通过设计控制器, 使其具有一定的自修复能力, 恢复到故障前的性能.

### 3 直接自修复控制方法(Direct self-repairing control method)

本文采用自适应滑模控制来实现系统的直接自修复控制. 自适应滑模控制结合了直接自适应控制与滑模控制的优点, 既能在线调整自适应控制律, 又能确保系统(特别是非线性系统)的鲁棒性. 其控制框图如图3所示.

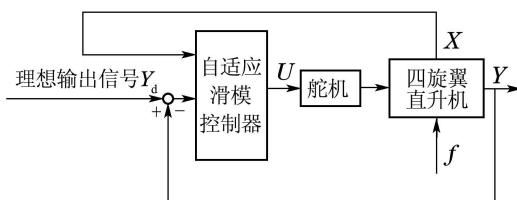


图3 自适应滑模控制框图

Fig. 3 Scheme of adaptive sliding mode control

将  $y = [\varphi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$  作为系统输出, 因为

$$\ddot{y}_1 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 (U_\varphi + d_1), \quad (21)$$

$$\ddot{y}_2 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 (U_\theta + d_2), \quad (22)$$

$$\ddot{y}_3 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 (U_\psi + d_3). \quad (23)$$

各输出向量之间没有耦合, 故可将式(21)划为线性参数化的形式

$$U_\varphi = \alpha_1 \ddot{y}_1 - \beta_1 x_4 x_6 - \beta_2 x_2^2 - \beta_3 \bar{\Omega} x_4 - d_1, \quad (24)$$

$$\text{其中: } \alpha_1 = \frac{1}{b_1}, \beta_1 = \frac{a_1}{b_1}, \beta_2 = \frac{a_2}{b_1}, \beta_3 = \frac{a_3}{b_1}.$$

为了得到自适应控制律, 假设系统的全部状态量均可测得(全部状态量即三姿态角和三姿态角速度, 在实际系统中比较容易获得, 故该假设并不苛刻),  $\alpha_1, \beta_1, \beta_2, \beta_3, d$  均为未知常数且  $\alpha_1$  的符号已知.

首先选择如下形式的滑模面  $\sigma_1$ :

$$\begin{cases} \sigma_1 = \dot{y}_1 - v_1, \\ v_1 = \dot{\varphi}_d - k_1 (\varphi - \varphi_d), \end{cases} \quad (25)$$

其中:  $\varphi_d$  为期望输出的滚转角信号,  $\varphi$  为实际输出的滚转角信号,  $\varphi - \varphi_d$  故表示滚转通道跟踪误差.  $k_1$  为正实数.

为了解决滑模控制中的抖振问题, 本文基于滑模控制的 Lyapunov 稳定性要求, 设计出了不直接包含符号函数项的控制律, 将原本直接作用于控制律的符号函数项转移到参数更新律中, 从而削弱了符号函数对系统的影响, 因此能够有效地抑制系统的抖振.

定义如下形式的李雅普诺夫函数  $V_1(\sigma_1)$ :

$$V_1(\sigma_1) = \frac{1}{2} \sigma_1^2, \quad (26)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\sigma_1) &= \sigma_1 \dot{\sigma}_1 = \sigma_1 (\ddot{y}_1 - \dot{v}_1) = \\ &= \sigma_1 \left[ \frac{1}{\alpha_1} (\beta_1 x_4 x_6 + \beta_2 x_2^2 + \beta_3 \bar{\Omega} x_4 + \right. \\ &\quad \left. U_\varphi + d_1) - \dot{v}_1 \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

若要使  $\dot{V}_1(\sigma_1) \leq 0$ , 即系统在李雅普诺夫意义下渐近稳定, 则控制律选取为如下形式:

$$U_\varphi = \hat{\alpha}_1 [\ddot{\varphi}_d - k_1 (\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d) - k \sigma_1] - \hat{\beta}_1 x_4 x_6 - \hat{\beta}_2 x_2^2 - \hat{\beta}_3 \bar{\Omega} x_4 - \hat{d}_1, \quad (28)$$

其中:  $\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{d}_1$  为  $\alpha_1, \beta_1, \beta_2, \beta_3, d_1$  的估计值,  $k$  为正实数.

将式(24)与式(28)相减, 并结合式(25), 可以得到系统的闭环动态方程

$$\begin{aligned} \alpha_1 \dot{\sigma}_1 + k \sigma_1 &= \tilde{\beta}_1 x_4 x_6 + \tilde{\beta}_2 x_2^2 + \tilde{\beta}_3 \bar{\Omega} x_4 + \tilde{d}_1 - \\ &\quad \tilde{\alpha}_1 [\ddot{\varphi}_d - k_1 (\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d)], \end{aligned} \quad (29)$$

其中  $\tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \tilde{d}_1$  为各参数对应的估计误差, 则有

$$\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 - \hat{\alpha}_1, \quad (30)$$

$$\tilde{\beta}_i = \beta_i - \hat{\beta}_i, i = 1, 2, 3, \quad (31)$$

$$\tilde{d}_1 = d_1 - \hat{d}_1. \quad (32)$$

从式(29)可以看出, 当各参数的估计误差收敛到0时, 则跟踪误差动态也渐近趋于0, 即

$$\alpha_1 \dot{\sigma}_1 + k \sigma_1 = 0. \quad (33)$$

接着, 利用李雅普诺夫稳定性定理设计各参数的更新律, 使参数估计值能在线更新. 故定义另一李雅普诺夫函数  $V_2(\sigma_1, \tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_i, \tilde{d}_1)$ :

$$V_2(\sigma_1, \tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_i, \tilde{d}_1) = \frac{1}{2} |\alpha_1| \sigma_1^2 + \frac{1}{2\gamma_1} (\tilde{\alpha}_1^2 + \sum_{i=1}^3 \tilde{\beta}_i^2 + \tilde{d}_1^2). \quad (34)$$

又因为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\sigma_1, \tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_i, \tilde{d}_1) &= \\ &\sigma_1 \frac{|\alpha_1|}{\alpha_1} \{ \tilde{\beta}_1 x_4 x_6 + \tilde{\beta}_2 x_2^2 + \tilde{\beta}_3 \bar{\Omega} x_4 + \\ &\tilde{d}_1 - \tilde{\alpha}_1 [\dot{\varphi}_d - k_1(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d) - k \sigma_1] \} - \\ &\frac{1}{\gamma_1} [\tilde{\alpha}_1 \dot{\alpha}_1 + \sum_{i=1}^3 \tilde{\beta}_i \dot{\beta}_i + \tilde{d}_1 \dot{\tilde{d}}_1], \end{aligned} \quad (35)$$

要使  $\dot{V}_2 \leq 0$ , 则选择如下的参数更新律:

$$\dot{\alpha}_1 = -\gamma_1 \operatorname{sgn} \alpha_1 \cdot \sigma_1 [\ddot{\varphi}_d - k_1(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d)], \quad (36)$$

$$\dot{\beta}_1 = \gamma_1 \operatorname{sgn} \alpha_1 \cdot \sigma_1 x_4 x_6, \quad (37)$$

$$\dot{\beta}_2 = \gamma_1 \operatorname{sgn} \alpha_1 \cdot \sigma_1 x_2^2, \quad (38)$$

$$\dot{\beta}_3 = \gamma_1 \operatorname{sgn} \alpha_1 \cdot \sigma_1 \bar{\Omega} x_4, \quad (39)$$

$$\dot{\tilde{d}}_1 = \gamma_1 \operatorname{sgn} \alpha_1 \cdot \sigma_1. \quad (40)$$

此时,  $\dot{V}_2 = -|k| \sigma_1^2$ , 从而确保了自适应控制系统的全局跟踪收敛性.

同理, 选择滑模面  $\sigma_2 = \dot{\theta}_d - [\dot{\theta}_d - k_2(\theta - \theta_d)]$ ,  $k_2$  为一个正实数. 可以得到

$$\begin{aligned} U_\theta = \hat{\alpha}_2 [\ddot{\theta}_d - k_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - k' \sigma_2] - \\ \hat{\beta}_4 x_2 x_6 - \hat{\beta}_5 x_4^2 - \hat{\beta}_6 \bar{\Omega} x_2 - \hat{d}_2, \end{aligned} \quad (41)$$

其中:  $\alpha_2 = \frac{1}{b_2}$ ,  $\beta_4 = \frac{a_4}{b_2}$ ,  $\beta_5 = \frac{a_5}{b_2}$ ,  $\beta_6 = \frac{a_6}{b_2}$ ,  $\hat{\alpha}_2$ ,  $\hat{\beta}_4$ ,  $\hat{\beta}_5$ ,  $\hat{\beta}_6$ ,  $\hat{d}_2$  为  $\alpha_2$ ,  $\beta_4$ ,  $\beta_5$ ,  $\beta_6$ ,  $d_2$  的估计值,  $k'$  为正实数.

其对应的参数更新律为

$$\dot{\hat{\alpha}}_2 = -\gamma_2 \operatorname{sgn} \alpha_2 \cdot \sigma_2 [\ddot{\theta}_d - k_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d)], \quad (42)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_4 = \gamma_2 \operatorname{sgn} \alpha_2 \cdot \sigma_2 x_2 x_6, \quad (43)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_5 = \gamma_2 \operatorname{sgn} \alpha_2 \cdot \sigma_2 x_4^2, \quad (44)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_6 = \gamma_2 \operatorname{sgn} \alpha_2 \cdot \sigma_2 \bar{\Omega} x_2, \quad (45)$$

$$\dot{\hat{d}}_2 = \gamma_2 \operatorname{sgn} \alpha_2 \cdot \sigma_2, \quad (46)$$

其中  $\gamma_2$  为更新律增益. 还可以得到

$$\begin{aligned} U_\phi = \hat{\alpha}_3 [\ddot{\phi}_d - k_3(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - k'' \sigma_3] - \\ \hat{\beta}_7 x_2 x_4 - \hat{\beta}_8 x_6^2 - \hat{d}_3, \end{aligned} \quad (47)$$

其中:  $\alpha_3 = \frac{1}{b_3}$ ,  $\beta_7 = \frac{a_7}{b_3}$ ,  $\beta_8 = \frac{a_8}{b_3}$ ,  $\hat{\alpha}_3$ ,  $\hat{\beta}_7$ ,  $\hat{\beta}_8$ ,  $\hat{d}_3$  为  $\alpha_3$ ,  $\beta_7$ ,  $\beta_8$ ,  $d_3$  的估计值,  $k''$  为正实数.

选择滑模面  $\sigma_3 = \dot{\phi}_d - [\dot{\phi}_d - k_3(\phi - \phi_d)]$ ,  $k_3$  为正实数.

其对应的更新律为

$$\dot{\hat{\alpha}}_3 = -\gamma_3 \operatorname{sgn} \alpha_3 \cdot \sigma_3 [\ddot{\phi}_d - k_3(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d)], \quad (48)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_7 = \gamma_3 \operatorname{sgn} \alpha_3 \cdot \sigma_3 x_2 x_4, \quad (49)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_8 = \gamma_3 \operatorname{sgn} \alpha_3 \cdot \sigma_3 x_6^2, \quad (50)$$

$$\dot{\hat{d}}_3 = \gamma_3 \operatorname{sgn} \alpha_3 \cdot \sigma_3, \quad (51)$$

其中  $\gamma_3$  为更新律增益.

**定理2** 若系统形式如式(19)且控制输入有界, 则在控制律(28)(41)(47)的作用下, 可以保证突发执行器故障的系统稳定, 且满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ , 即系统输出仍可精确地跟踪理想输出信号, 恢复到原来的性能.

以上定理的证明包含在前述控制律及参数更新律的设计过程中, 这里就不再赘述了.

#### 4 仿真验证(Simulation verification)

本文以Quanser公司3DOF Hover实验平台(如图4)为研究对象模拟四旋翼直升机姿态控制系统运行情况. 该实验平台主要由电机、旋翼、直升机本体、电源模块、编码器(传感器)等部件组成. 在已有的软件平台和MATLAB REAL-TIME的环境下设计了直接自适应滑模控制算法. 利用Quanser配套软件, 可以直接将MATLAB Simulink框图编译为C代码, 并通过并口, 从平台配套的PCI插卡下载到实时仿真系统中<sup>[2]</sup>, 进行仿真实验, 以验证本文所提算法的可行性.



图4 3DOF Hover实验平台

Fig. 4 3DOF Hover experiment platform

根据Quanser Hover使用手册, 得到如下系统参数:

$$\begin{aligned} K_{\text{fay}} &= 0.0080, \quad K_{\text{faz}} = 0.0080, \quad K_{\text{faz}} = 0.0091, \\ J_\varphi &= 0.0552, \quad J_\theta = 0.0552, \quad J_\psi = 0.11. \end{aligned}$$

为了进一步证明所提算法的优越性, 本文还将所设计的直接自适应滑模控制算法与LQR算法在无故障、干扰、执行器突发故障这3种情况下的系统动态性能进行比较.

LQR的设计方法如下: 首先将所建立的四旋翼直升机仿射非线性模型线性化; 然后选取适当的权值矩阵  $Q, R$ , 此处  $Q = \text{diag}\{125, 250, 250, 0, 10, 10\}$ ,  $R$

$= 0.01 \cdot \text{diag}\{1, 1, 1\}$ ; 接着利用 MATLAB 中 LQR 命令计算得到控制增益  $K$  值:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 158.1139 \\ 0 & 158.1139 & 0 \\ 122.4745 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 41.7939 \\ 0 & 41.7939 & 0 \\ 86.6881 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

故LQR控制器则为  $u = K(x - x_d)$ , 其中  $x_d = [\varphi_d \ 0 \ \theta_d \ 0 \ \phi_d]^T$ .

首先将航向角、俯仰角和滚转角设置到期望角度, 分别为  $0^\circ$ 、幅值为  $2^\circ$  的方波、幅值同样为  $2^\circ$  的方波。设定仿真时间  $30\text{s}$ , 仿真步长  $0.001\text{s}$ . 其他参数设定:

$$\begin{aligned} k_1 = k_2 = k_3 &= 4, \quad k' = k'' = k''' = 5, \\ \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 &= 2. \end{aligned}$$

1) 无故障情况下, 在直接自适应滑模控制器和 LQR 控制器作用下, 系统的输出响应曲线如图5所示.

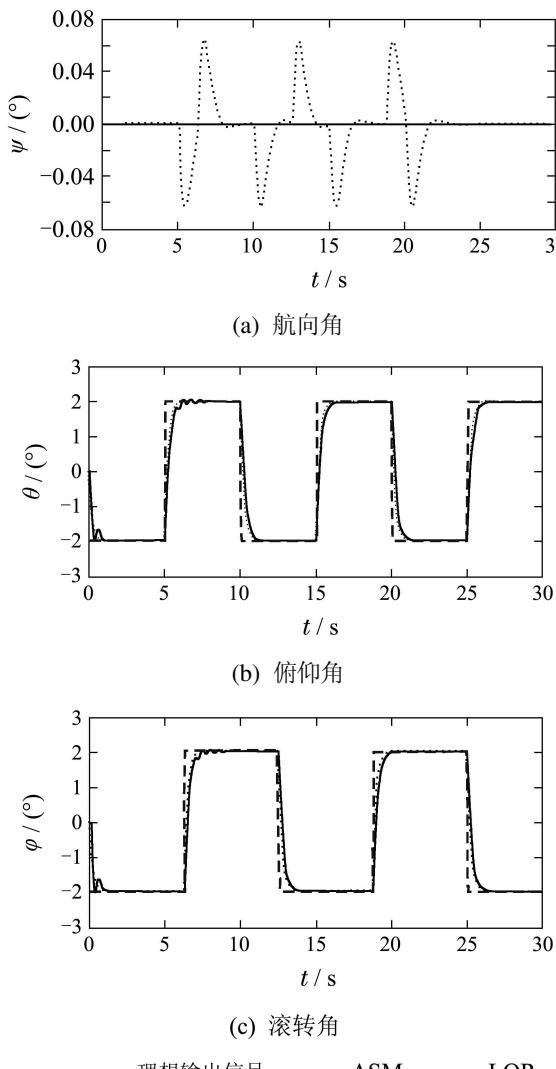


图 5 无故障时的输出响应曲线

Fig. 5 The output response curve when no fault occurs

由图5可以看出, 无故障时, 系统在LQR控制器与直接自适应滑模控制器的作用下均能较好地跟踪理想输出信号, 具有良好的动态性能. 针对偏航通道而言, 直接自适应滑模控制器能使系统完全跟踪上期望信号, 几乎没有跟踪误差, 而系统在LQR控制器作用下则稍有跟踪误差. 故所设计的直接自适应滑模控制器在无故障情况下比LQR控制器性能更好.

2) 在俯仰通道中加入白噪声信号, 在直接自适应滑模控制器和LQR控制器作用下, 系统的输出响应曲线如图6所示.

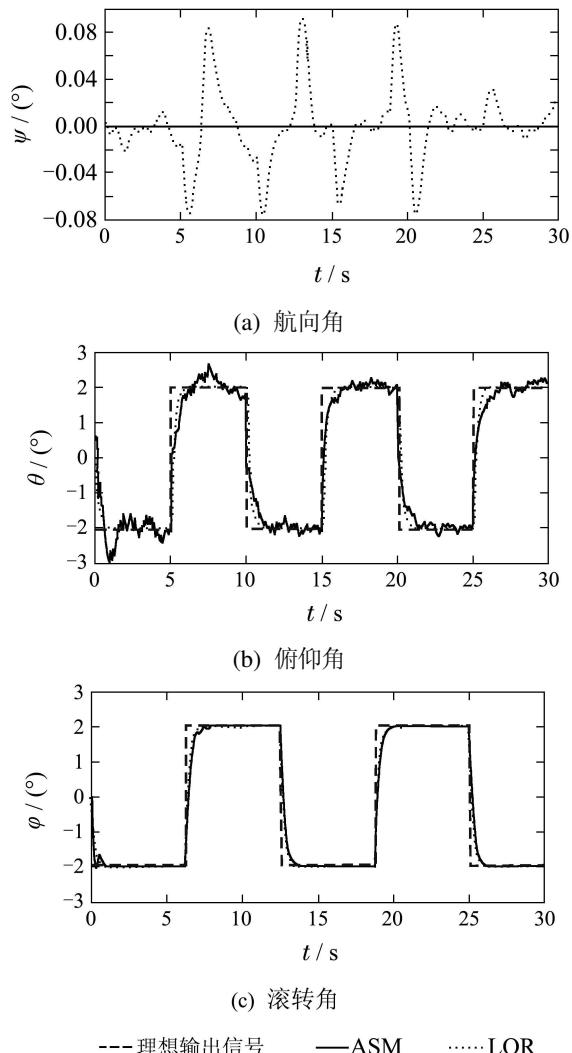


图 6 俯仰通道加白噪声时的输出响应曲线

Fig. 6 The output response curve when white noise is added in pitch channel

由图6可知, 向俯仰通道中加入白噪声信号后, 系统在直接自适应滑模控制器作用下, 各个通道均能跟踪上期望信号, 保持一定的动态性能. 但在LQR控制器的作用下, 系统的偏航通道将会小幅不规律的振荡, 显然这并不是我们希望的. 故所设计的直接自适应滑模控制器的优越性又得以体现.

3) 第  $10\text{s}$  后, 在俯仰通道中加入恒值故障信号, 幅值为  $1$ (比如实际中旋翼舵机电压的漂移), 在直接自适

应滑模控制器和LQR控制器作用下, 系统的输出响应曲线如图7.

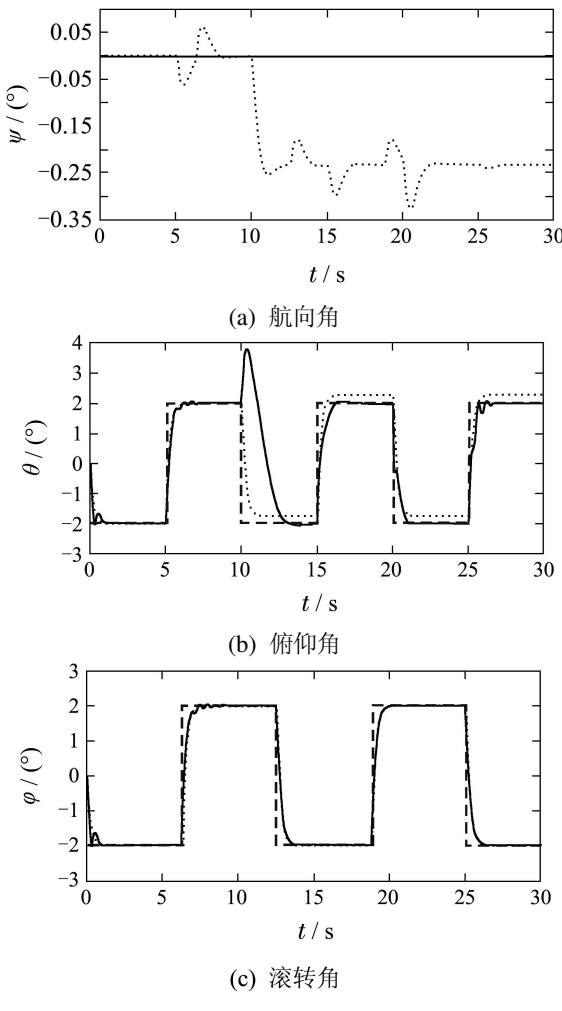


图 7 俯仰通道执行器恒值故障时的输出响应曲线  
Fig. 7 The output response curve when a constant actuator fault is happened in pitch channel

根据图7所示, 当俯仰通道的执行器突发恒值故障时, 系统在直接自适应滑模控制器作用下, 俯仰通道通过极短时间的调节又能完全跟踪上期望信号了, 恢复到原来的性能, 而偏航通道和滚转通道几乎未受影响. 但在LQR控制器的作用下, 系统的偏航通道和俯仰通道出现了非常明显的跟踪误差, 使得跟踪性能下降. 这一对比又再一次表明了直接自适应滑模控制器的良好性能.

4) 第10 s后, 在俯仰通道中加入恒值故障信号, 幅值为-0.5, 相当于执行器能效降低, 在直接自适应滑模控制器和LQR控制器作用下, 系统的输出响应曲线如图8所示. 由图8可知, 当俯仰通道执行器能效损失时, 与情况3)类似, 系统在直接自适应滑模控制器作用下, 通过极短的调节时间又可以很好地跟踪上期望信号, 具有一定的自修复能力. 而在LQR控制器的作用下, 系统的偏航通道和俯仰通道也均出现了跟踪误差, 动态性能下降. 因此可以得到与前面相同的结论.

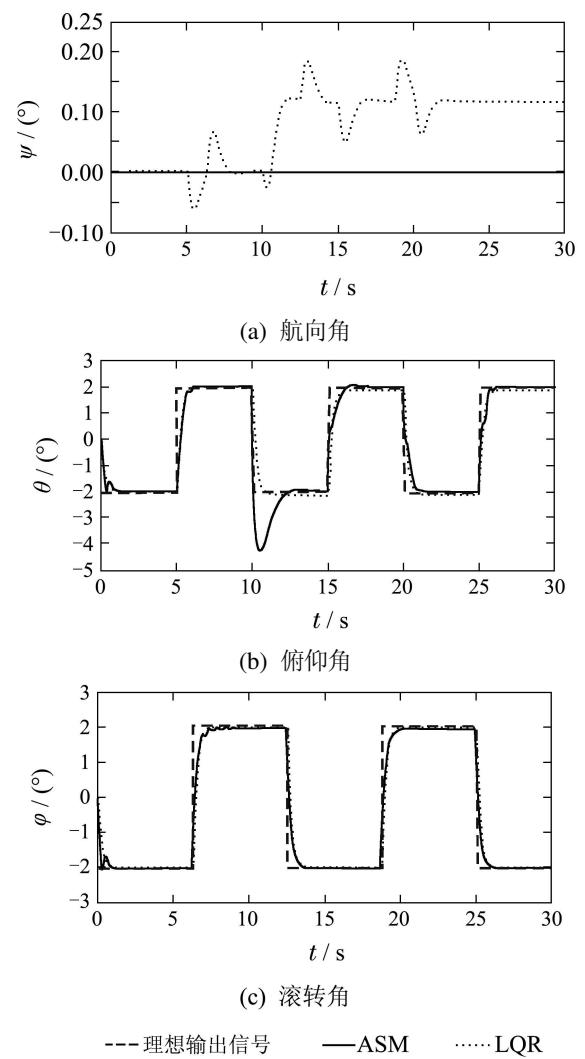
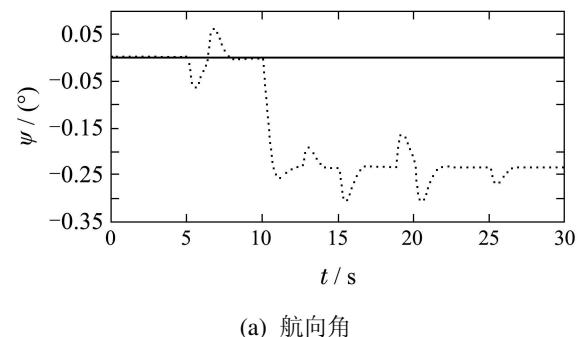


图 8 俯仰通道执行器能效损失时的输出响应曲线  
Fig. 8 The output response curve when the energy efficiency of actuator in pitch channel is lost

为了说明当其他通道受干扰或执行器突发故障时, 直接自适应滑模控制器同样起作用, 且比LQR性能好, 本文又设定了以下情况(由于篇幅限制, 同时其他通道与之前讨论的俯仰通道情况类似, 这里仅举一例):

5) 第10 s后, 在滚转通道中加入恒值故障信号, 幅值为-1, 相当于执行器能效降低, 在直接自适应滑模控制器和LQR控制器作用下, 系统的输出响应曲线如图9所示.



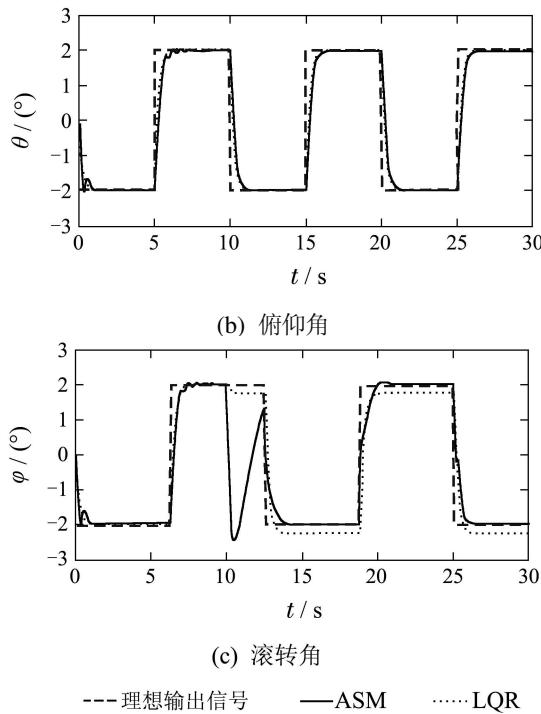


图9 滚转通道执行器能效损失时的输出响应曲线

Fig. 9 The output response curve when the energy efficiency of actuator in roll channel is lost

**注1** 以上仿真过程中,故障信号均是在软件中直接注入的,即在相应的姿态角通道中加入阶跃信号来模拟实际的物理故障,其中故障的大小由阶跃信号的幅值来表示。

综上所述,当系统受到干扰或执行器突发故障时,在直接自适应滑模控制器作用下,通过极短的调节时间又能很好地跟踪上期望信号,且其性能明显优于LQR控制器。此时,系统具有一定的自修复能力。

## 5 结论(Conclusions)

本文主要建立了四旋翼直升机的仿射非线性模型,考虑执行器突发故障,设计了一种基于自适应滑模控制的直接自修复跟踪控制器,并通过仿真验证了该方法的有效性,使系统在故障情况下,能保证其较快恢复到正常性能。本方法简单有效,可推广至工程应用。

## 参考文献(References):

- [1] 聂博文, 马宏绪, 王剑, 等. 微小型四旋翼飞行器的研究现状与关键技术 [J]. 电光与控制, 2007, 14(6): 113–117.  
(NIE Bowen, MA Hongxu, WANG Jian, et al. Study on actualities and critical technologies of micro/mini quadrotor [J]. *Electronics Optics and Control*, 2007, 14(6): 113–117.)
- [2] Quanser Consulting. 3D Hover System [M]. Ontario: Quanser Inc, 2005.
- [3] 耿森, 姜斌, 郭玉英, 等. 执行器故障参数不可测飞行系统的模型跟踪重构控制 [J]. 东南大学学报(自然科学版), 2009, 39(S1): 177–182.  
(GENG Miao, JIANG Bin, GUO Yuying, et al. Model following reconfigurable flight control in the presence of actuator faults with non-measurable rates [J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2009, 39(S1): 177–182.)
- [4] 张柯, 姜斌, 刘京津. 基于自适应观测器控制系统的快速故障调节 [J]. 控制与决策, 2008, 23(7): 771–775.  
(ZHANG Ke, JIANG Bin, LIU Jinjin. Fast fault accommodation of control systems by using adaptive observer [J]. *Control and Decision*, 2008, 23(7): 771–775.)
- [5] BOUABDALLAH S, NOTH A, SIEGWART R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor [C] //Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. New York: IEEE, 2004, 3: 2451–2456.
- [6] ALTUG E. Vision based control of unmanned aerial vehicles with applications to autonomous four rotor helicopter quadrotor [D]. Philadelphia, Pennsylvania: University of Pennsylvania, 2003.
- [7] 杨成顺, 杨忠, 黄宵宁, 等. 四旋翼飞行器的分散式容错控制 [J]. 应用科学学报, 2013, 31(3): 321–330.  
(YANG Chengshun, YANG Zhong, HUANG Xiaoning, et al. Distributed fault-tolerant control for quadrotor [J]. *Journal of Applied Sciences*, 2013, 31(3): 321–330.)
- [8] GONG X, PENG C, TIAN Y. Reliable attitude stability control of quad-rotor based on fault-tolerant approach [C] //Proceedings of 2012 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. New York: IEEE, 2012: 1015–1020.
- [9] 张绍杰, 刘春生, 胡寿松. 多输入多输出最小相位系统的执行器故障自适应容错控制 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(9): 1190–1194.  
(ZHANG Shaojie, LIU Chunsheng, HU Shousong. Adaptive fault-tolerant control for multi-input-multi-output minimum-phase systems with actuator failures [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(9): 1190–1194.)
- [10] PEDRO C, ROGELIO L, ALEJANDRO E D. Modeling and Control of Mini-Flying Machines [M]. New York: Springer, 2005.
- [11] 洪奕光, 程代展. 非线性系统的分析与控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2005.  
(HONG Yiguang, CHENG Daizhan. Analysis and Control for Nonlinear System [M]. Beijing: Science Press, 2005.)
- [12] 姜斌, 冒泽慧, 杨浩, 等. 控制系统的故障诊断与故障调节 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.  
(JIANG Bin, MAO Zehui, YANG Hao. Fault Diagnosis and Fault Accommodation for Control Systems [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2009.)
- [13] HOWARD K, ITZHAK B, KENNETH S. Direct Adaptive Control Algorithms: Theory and Applications [M]. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1998.
- [14] 方华京, 章红, 郑英, 等. 网络化控制系统的故障诊断与容错控制 [J]. 控制工程, 2005, 12(S1): 167–170.  
(FANG Huajing, ZHANG Hong, ZHENG Ying. Fault diagnosis and fault-tolerant control for networked control system [J]. *Control Engineering of China*, 2005, 12(S1): 167–170.)
- [15] AMPSEFIDIS A J, BIALASIEWICZ J T, WALL E T. Lyapunov design of a new model reference adaptive control system using partial a priori information [J]. *Kybernetika*, 1993, 29(4): 339–350.
- [16] 肖冰, 胡庆雷, 马广富. 挠性卫星姿态跟踪自适应 $L_2$ 增益控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(1): 101–107.  
(XIAO Bing, HU Qinglei, MA Guangfu. Adaptive  $L_2$ -gain controller for flexible spacecraft attitude tracking [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(1): 101–107.)
- [17] ZHANG K, JIANG B, SHI P. Fault estimation observer design for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems based on piecewise Lyapunov functions [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, 20(1): 192–200.

## 作者简介:

杨芸僚 (1990-), 女, 博士研究生, 目前研究方向为直升机控制系统的故障诊断与容错控制, E-mail: yhl19901202@126.com;

姜斌 (1966-), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为故障诊断与容错控制及其应用, E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn;

张柯 (1981-), 男, 讲师, 目前研究方向为故障诊断与容错控制及其应用, E-mail: kezhang@nuaa.edu.cn.