第 31 卷第 9 期
2014 年 9 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 31 No. 9
Sep. 2014

DOI: 10.7641/CTA.2014.31243

未知动态环境下非完整移动群机器人围捕

张红强[1,2†], 章 兢[1], 周少武[2], 曾照福[2], 吴亮红[2]

(1. 湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 湖南科技大学 信息与电气工程学院, 湖南 湘潭 411201)

摘要: 针对未知动态障碍物环境下非完整移动群机器人围捕, 提出了一种基于简化虚拟受力模型的自组织方法. 首先给出了个体机器人的运动方程, 然后给出了未知动态环境下目标和动态障碍物的运动模型. 通过对复杂环境下围捕行为的分解, 抽象出简化虚拟受力模型, 基于此受力模型, 设计了个体运动控制方法, 接着证明了系统的稳定性并给出了参数设置范围. 不同情况下的仿真结果表明, 本文给出的围捕方法可以使群机器人在未知动态障碍物环境下保持较好的围捕队形, 并具有良好的避障性能和灵活性. 最后分析了本文与基于松散偏好规则的围捕方法相比的优势.

关键词: 移动机器人; 群机器人; 未知环境; 动态障碍物; 避障; 简化虚拟受力模型

中图分类号: TP24　　**文献标识码**: A

Nonholonomic mobile swarm robots hunting in unknown dynamic environments

ZHANG Hong-qiang[1,2†], ZHANG Jing[1], ZHOU Shao-wu[2], ZENG Zhao-fu[2], WU Liang-hong[2]

(1. College of Electrical and Information Engineering, Hu'nan University, Changsha Hunan 410082, China;
2. College of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan Hunan 411201, China)

Abstract: A self-organizing method based on a simplified virtual-force model is proposed for nonholonomic mobile swarm robots hunting in unknown dynamic environment. First, the motion equations of individual robots are given; then the motion models for the hunting target and dynamic obstacles in unknown dynamic environment are presented. Through the decomposition of hunting behavior under complicated environments, a simplified virtual-force model is formed. Based on the virtual-force model, the control method is designed for swarm robots following motions of the hunting target; after that, the stability of the hunting system is analyzed and the control parameter ranges are given. Simulation results for different situations demonstrate that the proposed hunting method can make the group of robots maintain a good hunting formation in unknown dynamic obstacle environments and has good performance of obstacle avoidance and flexibility. Finally, some advantages of this hunting method are presented, compared with the hunting method based on loose-preference rule.

Key words: mobile robots; swarm robots; unknown environments; dynamic obstacles; obstacle avoidance; simplified virtual-force model

1 引言(Introduction)

群机器人学受启发于群居动物的自组织行为, 其研究的目的在于如何设计简单智能体使得通过智能体之间以及智能体与环境之间的局部交互, 涌现出期望的群体行为并具有鲁棒性、可伸缩性和灵活性[1].

经过20多年的发展, 群机器人学研究人员通过使用相对简单的机器人已经实现了诸多协作型任务[2–5]. 而其中具有分布式控制的群体行为被认为是自组织行为, 类似于群居动物的行为[6]. 自组织系统包含3种期望的特征: 鲁棒性、灵活性和可伸缩性[7]. 根据Brambilla等[8]对群体行为的研究分类, 将自组织行为分成4种: 自组织导航行为、空间自组织行为、自组织决策和其他自组织行为. 其中自组织导航行为关注群机器人如何自组织协调运动, 自组织围捕就属于此种.

近年来, 许多学者在机器人协作围捕方面开展了大量的研究[9–13], 其研究工作主要分为基于人工物理 (artificial physics, AP)[14]、基于规则(rule-based, RB)[15–16]和基于行为(behavior-based, BB)[17]3种. 熊举峰等[14]提出了基于AP的群机器人围捕算法. 然而, 其目标是静态的而且每个机器人的受力分析需要近邻区域所有机器人和障碍物的位置信息, 这对于实际应用中机器人检测和计算都造成了困难, 同时也带来了局部邻居数不可扩展问题. Muro等[15]提出了基于行为的两个简单的狼群围捕规则. 然而, 与文献[14]相

收稿日期: 2013−11−27; 录用日期: 2014−05−27.
† 通信作者. E-mail: hongniuok@qq.com; Tel.: +86 0731-88822224.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61174140, 51374107, 61203016, 61174050); 国家自然科学青年基金资助项目(61203309); 湖南自然科学基金资助项目(13JJ8014); 湖南省教育厅优秀青年项目(12B043); 博士点基金资助项目(20110161110035).

似, 每一个智能体需要其他智能体的位置信息, 没有进行整个系统的稳定性分析. 而且这个方法是对几个智能体的而不是群智能体. 黄天云等[16] 提出了基于松散偏好规则(loose-preference rule, LP–Rule) 的围捕方法并从理论上分析了其稳定性. 然而, 此规则复杂并且围捕环境中没有考虑障碍物. 更重要的是, 所计算的期望速度在一些情形下不合理. 另外, 该规则没有考虑当最近邻的两个机器人在其与目标的方向上时等特殊情况下机器人的运动. 而且, 稳定性理论对群机器人系统的参数设置没有指导作用.

针对以上问题, 本文通过考虑未知动态障碍物环境中目标点以及最近邻两个对象(有可能是机器人、静态或动态障碍物)的位置信息, 根据群体围捕中的自组织运动特点抽象出基于AP方法的简化虚拟受力模型. 基于此模型, 个体通过受力计算进行自主运动, 使得群机器人快速达到围捕队形的理想状态. 各种情况下的仿真结果表明, 本文给出的未知动态环境下基于简化虚拟受力模型的自组织围捕方法是行之有效的. 而这种方法的稳定性分析对系统参数设置有很好的指导作用, 可以使其围捕过程中的振荡较小, 轨迹较优. 这种方法可扩展应用于群机器人的自组织多目标围捕、队形保持、群体对抗、协作搬运、地点监护、领导护卫和涌现控制等研究.

2 模型构建(Model construction)

2.1 机器人运动模型及相关函数(Robot motion model and related functions)

考虑一群含有m个完全相同的非完整移动轮式机器人, 如图1所示.

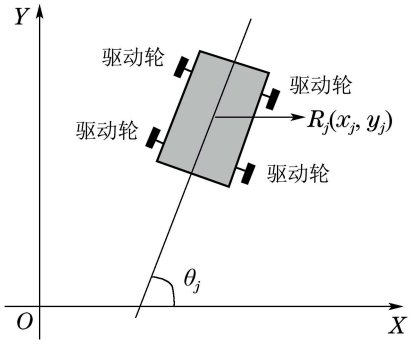


图 1 轮式移动机器人R_j的图解模型

Fig. 1 Schematic model for the wheeled mobile robot R_j

纯粹转动不打滑的机器人R_j的运动学方程如下:

$$\begin{cases}\dot{x}_j(t)=v_j(t)\cos\theta_j(t),\\ \dot{y}_j(t)=v_j(t)\sin\theta_j(t),\\ \dot{\theta}_j(t)=\omega_j(t),\end{cases}\tag{1}$$

其中: $v_j(t)$是R_j的线速度, $\omega_j(t)$是R_j的角速度. 群机器人的线速度和角速度有如下边界限制:

$$\begin{aligned}&|v_j(t)|\leqslant v_{\rm m}^{\rm H},\ |\dot{v}_j(t)|\leqslant a_{\rm m}^{\rm H},\\ &|\omega_j(t)|\leqslant \omega_{\rm m}^{\rm H},\ |\dot{\omega}_j(t)|\leqslant \omega_{\rm am}^{\rm H},\end{aligned}\tag{2}$$

其中: $v_{\rm m}^{\rm H}$, $a_{\rm m}^{\rm H}$分别是最大线速度和最大线加速度, $\omega_{\rm m}^{\rm H}$, $\omega_{\rm am}^{\rm H}$分别是最大角速度和最大角加速度.

假设γ_i和γ_j分别是有向线l_i和l_j的方向角[18], 从l_i到l_j的角γ_{ij}如下式计算[19]:

$$\gamma_{ij}={\rm dagl}(\gamma_i-\gamma_j).\tag{3}$$

函数dagl$(\cdot)$详见文献[19]中公式(1).

为了更好避障, 给定σ的一个映射函数如下所示:

$$\begin{aligned}&\phi(\sigma)=\\ &[0.75+(\sigma-0.5)^2](0\leqslant\sigma\leqslant1)+[-0.75-\\ &(\sigma+0.5)^2](-1\leqslant\sigma<0),\end{aligned}\tag{4}$$

其中: σ是一个实数; $(0\leqslant\sigma\leqslant1)$, $(-1\leqslant\sigma<0)$为判断条件, 满足时为1, 否则为0.

围捕过程中目标和对象(包括机器人、静态或动态障碍物)的施力函数分别为

$$f_{t_1}(z)=c_1(z-c_{\rm r})+c_2(n_{\rm c}<l),\tag{5}$$

$$f_{\rm o}(z)=d_1/[(z/a_{\rm dis}^i)^{d_2^i}],\tag{6}$$

其中: z表示两点之间距离, c_1, d_1和d_2^i用于优化机器人运动路径; $c_{\rm r}, c_2$和$a_{\rm dis}^i$分别是有效围捕半径、追捕接近参数和开始加强避碰或避障的距离, $i=1,2,3$分别表示对象是机器人、静态或动态障碍物时所用的具体参数, $n_{\rm c}$和l分别是当前围捕步数和开始向有效围捕圆周(以目标为圆心, $c_{\rm r}$为半径形成的圆周) 上运动的步数.

2.2 围捕任务模型 (Hunting task model)

许多机器人系统受启发于众多生物体. 狼作为世界上最成功的大型捕食动物之一, 其围捕行为已经启发了多机器人系统[15,20]或群机器人系统[16]的围捕研究. 本文重点关注发现目标或猎物之后的围捕行为, 主要包括4个阶段捕食过程: 目标锁定、对抗、追捕和围捕成功[16]. 未知动态环境下目标和动态障碍物的数学模型构建如下.

定义 1 在全局坐标系xOy中, 设机器人和障碍物的位置坐标为$O_K=(x_K,y_K)$, $K\in\{T,H,S,U\}$包含了猎物(目标)$T=\{t_j: j=1\}$、捕食者(围捕机器人)$H=\{h_j: j=1,2,\cdots,m\}$、静态障碍物$S=\{s_j: j=1,2,\cdots,\alpha\}$和动态障碍物$U=\{u_j: j=1,2,\cdots,\beta\}$. $c_{\rm r}, p_{\rm r}^{\rm T}, s_{\rm r}^{\rm H}$和$s_{\rm r}^{\rm T}$分别为有效围捕半径、目标的势域半径、机器人和目标的感知半径. $a_{\rm r}^{\rm S}$和$a_{\rm r}^{\rm H}$是目标和动态障碍物开始加强分别避开静态和动态障碍物的距离. 一般取$s_{\rm r}^{\rm H}>s_{\rm r}^{\rm T}>c_{\rm r}>p_{\rm r}^{\rm T}>a_{\rm r}^{\rm H}\geqslant a_{\rm r}^{\rm S}$, 则目标势域$G_{\rm T}=\{(x,y):\|(x,y)-(x_{t_1},y_{t_1})\|\leqslant p_{\rm r}^{\rm T}\}$内所有机器人的集合为$N_{\rm TH}=\{j\in H: h_j\in G_{\rm T}\}=\{j\in H: \|(x_{h_j},y_{h_j})-(x_{t_1},y_{t_1})\|\leqslant p_{\rm r}^{\rm T}\}$. 目标和动态障碍物$u_i$需要避开的静态障碍物分别为$N_{\rm TS}=\{j\in S: \|(x_{s_j},y_{s_j})-(x_{t_1},y_{t_1})\|\leqslant a_{\rm r}^{\rm S}\}$和$N_{\rm US}=\{j\in$

$S: \|(x_{s_j}, y_{s_j}) - (x_{u_i}, y_{u_i})\|$. 目标和动态障碍物$u_i$需要避开的动态障碍物分别为$N_{\rm TU}=\{j\in U: \|(x_{u_j}, y_{u_j}) - (x_{t_1}, y_{t_1})\| \leqslant a_{\rm r}^{\rm U}\}$和$N_{\rm UU} = \{j \in U, j \neq i: \|(x_{u_j}, y_{u_j}) - (x_{u_i}, y_{u_i})\| \leqslant a_{\rm r}^{\rm U}\}$.

定义 2　设集合$P=\{P_{\rm T}, P_{\rm H}, P_{\rm S}, P_{\rm U}\}$, 其中$P_{\rm T} = \{\rho_{t_j}\}$是目标势, $P_{\rm H} = \{\rho_{h_j}\}$是个体势, $P_{\rm S} = \{\rho_{s_j}\}$是静态障碍物势, $P_{\rm U} = \{\rho_{u_j}\}$是动态障碍物势. O_K可感知之势为$\tilde{\rho}_K = \{\rho_K^{ex}, \rho_K^{im}: ex \in N_{KK}, im \notin N_{KK}, ex \cup im \in K\}$, 则

$$\begin{aligned}
&\max \rho_{h_i} < \rho_{t_1} < \sum \rho_{h_i}, \rho_{t_1} < \rho_{u_i} \leqslant \rho_{s_i},\\
&\rho_K^* = \sum_{ex\in N_{KK}} \rho_K^{ex},\\
&\bar{\theta}_{pt_1} = \mathrm{angle}(\sum_{ex\in N_{\rm TH}} \rho_{h_j}^{ex} {\rm e}^{j\theta_{h_j t_1 ex}} +\\
&\qquad \sum_{ex\in N_{\rm TS}} \rho_{s_j}^{ex} {\rm e}^{j\theta_{s_j t_1 ex}} / (\|(x_{s_j}, y_{s_j}) -\\
&\qquad (x_{t_1}, y_{t_1})\| / a_{\rm r}^{\rm S})^{d_3} +\\
&\sum_{ex\in N_{\rm TU}} \rho_{u_j}^{ex} {\rm e}^{j\theta_{u_j t_1 ex}} / (\|(x_{u_j}, y_{u_j}) -\\
&\qquad (x_{t_1}, y_{t_1})\| / a_{\rm r}^{\rm H})^{d_4}),
\end{aligned}$$

其中: ρ_K^{ex}称之为显势, 可以被O_K所感知; $\rho_K^{\rm im}$称之为隐势, 表示在O_K势域外已感知或未感知之势; ρ_K^*为O_K感知显势之和; $\bar{\theta}_{pt_1}$为“势角”, 其正向表示猎物感知到捕食群体、静态和动态障碍物之势最弱的方向, 称为逃离方向; 相反, 反向称为对抗方向, 表示猎物感知之势最强的方向. $\theta_{h_j t_1 ex}, \theta_{s_j t_1 ex}$和$\theta_{u_j t_1 ex}$分别表示围捕机器人、静态和动态障碍物相对于猎物的方位角, angle(·)是求角度的函数, 在MATLAB中有此函数.

由定义1和定义2可得到障碍物环境下被围捕目标的运动方程[13]:

$$\begin{cases}
\dot{v}_{t_1} = (v_\omega^{\rm T} - v_{t_1} + v_{t_1} \cdot (\rho_{t_1}^* > \rho_{t_1})) \times\\
\qquad (v_{\rm m}^{\rm T} > v_{t_1}),\\
\theta_{t_1} = \theta_\omega^{\rm T} + (\rho_{t_1}^* \neq 0) \cdot (-\theta_\omega^{\rm T} + \bar{\theta}_{pt_1} -\\
\qquad \pi + \pi \cdot (\rho_{t_1}^* > \rho_{t_1})),
\end{cases} \tag{7}$$

其中: $v_\omega^{\rm T}, v_{\rm m}^{\rm T}$分别是猎物的漫步速度和最大速度, 通常机器人的最大速度$v_{\rm m}^{\rm H}$, $v_\omega^{\rm T}$和$v_{\rm m}^{\rm T}$满足的关系是: $v_\omega^{\rm T} < v_{\rm m}^{\rm H} \leqslant v_{\rm m}^{\rm T}$; $(v_{\rm m}^{\rm T} > v_{t_1})$是限速条件, 成立时为1, 猎物加速, 否则为0, 猎物不再加速; $\theta_\omega^{\rm T}$是猎物的初始漫步方向角, 当$\rho_{t_1}^* = 0$时, $(\rho_{t_1}^* \neq 0)$为0, 即猎物势域内无围捕机器人存在, 猎物随机漫步, 漫步方向角为$\theta_\omega^{\rm T}$; 当$(\rho_{t_1}^* \neq 0)$时即猎物在其势域内发现围捕机器人, 这时有两种情况: 当$(\rho_{t_1}^* > \rho_{t_1})$时选择逃逸, 其方向为势角正向; 否则即$\rho_{t_1}^* < \rho_{t_1}$时, $(\rho_{t_1}^* > \rho_{t_1})$为 0, 选择对抗, 其方向为势角反向.

由定义1和定义2可得到动态障碍物u_i的运动方程为

$$\begin{cases}
v_{u_i} = v_\omega^{\rm U},\\
\theta_{u_i} = \mathrm{angle}(v_{u_i} {\rm e}^{j\theta_\omega^{u_i}} +\\
\qquad \sum_{ex\in N_{\rm US}} \rho_{s_j}^{ex} {\rm e}^{j\theta_{s_j u_i ex}} / (\|(x_{s_j}, y_{s_j}) -\\
\qquad (x_{u_i}, y_{u_i})\| / a_{\rm r}^{\rm S})^{d_3} +\\
\qquad \sum_{ex\in N_{\rm UU}} \rho_{u_j}^{\rm ex} {\rm e}^{j\theta_{u_j u_i ex}} / (\|x_{u_j}, y_{u_j}) -\\
\qquad (x_{u_i}, y_{u_i})\| / a_{\rm r}^{\rm H})^{d_4}),
\end{cases} \tag{8}$$

其中: $\theta_\omega^{u_i}$, $v_\omega^{\rm U}$分别为动态障碍物的初始设定运动角度和速度大小, $\rho_{s_j}^{\rm ex}, \theta_{s_j u_i ex}$分别是静态障碍物的势和其相对于$u_i$的方位角, $\rho_{u_j}^{ex}, \theta_{u_j u_i ex}$分别是动态障碍物的势和其相对于$u_i$的方位角.

本文中定义1与文献[16]中定义4不同的是, 定义1定义了动态杂乱障碍物环境下相关的参数, 而且这里目标的势域半径$p_{\rm r}^{\rm T}$不等于其感知半径$s_{\rm r}^{\rm T}$, 这更加符合实际情况. 本文中定义2与文献[16]中定义5不同的是, 定义2定义了动态杂乱障碍物环境下势角的计算和动态障碍物的运动方程.

本文与文献[16]所描述的围捕过程不完全一样, 围捕者通常在锁定目标后靠近, 靠近初期即对抗过程中围捕机器人仅仅是靠近, 由参数c_2来控制, 而不敢对猎物直接攻击, 因为当个体机器人太近时易受到猎物的反击而受损, 而是在对抗过程中获知猎物的势域半径$p_{\rm r}^{\rm T}$(目前此参数是直接给定的, 以后会采取自适应算法来确定并使群机器人整体达到一致性), 再根据围捕者自身半径$\mathrm{r_j}$确定其有效围捕半径$c_{\rm r}$. 围捕机器人会以足够多的个体在猎物势域内来迫使猎物加速至极限速度$v_{\rm m}^{\rm T}$逃逸, 捕食者通常会紧追其后(部分会在其势域内)来使猎物快速消耗体力. 捕食者往往在追赶一段时间后改变策略 (这由参数l来确定), 迅速退出猎物势域, 在有效围捕圆周(以猎物为圆心, 有效围捕半径$c_{\rm r}$为半径形成的圆周)上追赶即作好长期围捕准备, 这时猎物感觉危机解除或由于体力下降会逐渐减速至漫步速度$v_\omega^{\rm T}$, 有利于捕食者后面的迅速包抄和成功围捕. 包抄时即有围捕机器人赶在猎物的前方 (由虚拟受力可以分析此种行为的受力情况) 并且做到与后面的机器人紧紧相连. 随后即进入围捕阶段, 当每个机器人都是以其左右两边的对象为两最近邻对象时即为成功围捕 (此时按虚拟受力可以分析此种行为的受力情况), 而理想队形生成则是到左右两最近邻对象的距离偏差小于一定范围 (此时由虚拟受力可以分析此种行为的受力情况).

3　围捕算法(Hunting algorithm)

在实际的围捕环境中, 除了目标和一群围捕机器人外, 还存在静态和动态障碍物. 群机器人围捕研究各个个体如何根据其周边对象和猎物自主确定其运动, 并在有限时间内以一定精度均匀分布在猎物的有效围捕圆周上[16], 同时避开静态和动态障碍物. 基于

未知动态环境下群体围捕行为和文献 [16], 本文从物理学的角度出发, 抽象出了在未知动态环境 (包含静态和动态障碍物) 下个体基于简化虚拟受力的自主运动模型(下面简称简化虚拟受力模型, SVF–Model)使得整个群体实现自组织围捕.

3.1 简化虚拟受力模型(Simplified virtual-force model)

定义 3 在全局坐标系xOy中, R_j可以得到目标t_1和两最近邻对象(可以是机器人, 静态或动态障碍物)$O_{\mathrm{a}j}, O_{\mathrm{b}j}$以及本身的位置信息, 如图2所示. 在以$R_j$为原点的相对坐标系$x'O'y'$中, 位置矢量$\boldsymbol{p}_{jt_1}, \boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}$, $\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}$分别定义为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}_{jt_1} &= (x_{t0} - x_j) + \mathrm{i}(y_{t0} - y_j),\\ \boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j} &= (x_j - x_{\mathrm{a}j}) + \mathrm{i}(y_j - y_{\mathrm{a}j}),\\ \boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j} &= (x_j - x_{\mathrm{b}j}) + \mathrm{i}(y_j - y_{\mathrm{b}j}),\end{aligned}$$

R_j受到目标t_1的引力或斥力作用和两最近邻对象$O_{\mathrm{a}j}, O_{\mathrm{b}j}$的斥力作用, 分别记为$f_{t_1j}, f_{\mathrm{a}j}$和$f_{\mathrm{b}j}$. y'轴正半轴方向为$\boldsymbol{p}_{jt_1}$所在方向, 方向角$\gamma_{\mathrm{y}'}$是指y'轴正半轴到x轴正半轴的有向角, x'轴正半轴方向角$\gamma_{\mathrm{x}'} = \gamma_{\mathrm{y}'} - \pi/2$. 当$f_{t_1j} \geqslant 0$, 目标产生引力, 其方向角$\gamma_{ft_1j} = \gamma_{\mathrm{y}'}$; 当$f_{t_1j} < 0$, 目标产生斥力, 其方向角$\gamma_{ft_1j} = \gamma_{\mathrm{y}'} \pm \pi$. 对象的斥力角$\gamma_{\mathrm{fa}j}, \gamma_{\mathrm{fb}j}$分别是$f_{\mathrm{a}j}$和$f_{\mathrm{b}j}$即矢量$\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}, \boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}$到$x$轴正半轴的有向角. R_j的两最近邻对象斥力偏角$\gamma_{\mathrm{fa}jx'}$和$\gamma_{\mathrm{fb}jx'}$分别是$\gamma_{\mathrm{fa}jx'} = \mathrm{dagl}(\gamma_{\mathrm{fa}j} - \gamma_{\mathrm{x}'})$和$\gamma_{\mathrm{fb}jx'} = \mathrm{dagl}(\gamma_{\mathrm{fb}j} - \gamma_{\mathrm{x}'})$. R_j受到在x'轴上的斥力即$f_{\mathrm{ab}j}$是$f_{\mathrm{a}j}$和$f_{\mathrm{b}j}$分别在x'轴上的投影$f_{\mathrm{a}j} \cdot \phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'}))$和$f_{\mathrm{b}j} \cdot \phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'}))$之和. 当$f_{\mathrm{ab}j} \geqslant 0$, 其方向角$\gamma_{\mathrm{fab}j} = \gamma_{\mathrm{x}'}$; 当$f_{\mathrm{ab}j} < 0$, 其方向角$\gamma_{\mathrm{fab}j} = \gamma_{\mathrm{x}'} \pm \pi$. R_j的整体受力$f_{\mathrm{x}'\mathrm{y}'j}$是由$y'$轴的分量$f_{t_1j}$和$x'$轴的分量$f_{\mathrm{ab}j}$组成, 其方向角$\gamma_{\mathrm{fx}'\mathrm{y}'j}$是从$f_{\mathrm{x}'\mathrm{y}'j}$到$x$轴正半轴的有向角.

由定义3直接得到当目标静止时R_j的需求速度为

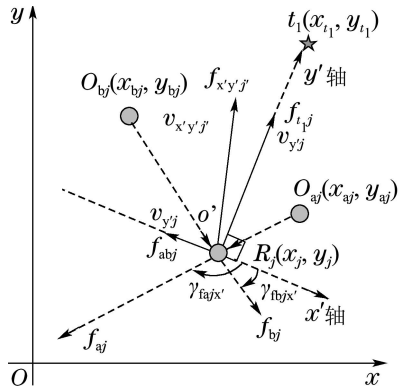
$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_{\mathrm{x}'\mathrm{y}'j} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{x}'\mathrm{y}'j} = \boldsymbol{f}_{t_1j} + \boldsymbol{f}_{\mathrm{ab}j} =\\ |f_{t_1j}(\|\boldsymbol{p}_{jt_1}\|)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{ft_1j}} + |f_{\mathrm{ab}j}|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{\mathrm{fab}j}},\end{aligned} \tag{9}$$

其中:

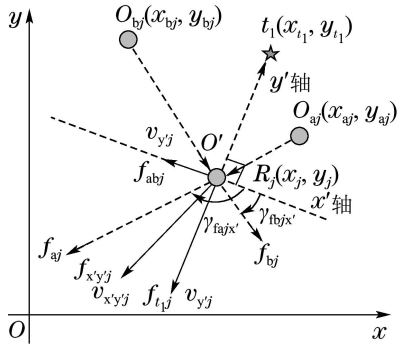
$$\begin{aligned}f_{\mathrm{ab}j} = f_{\mathrm{a}j}(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}\|) \cdot \phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'})) +\\ f_{\mathrm{b}j}(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}\|) \cdot \phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'})),\end{aligned}$$

$f_{t_1j}(\|\boldsymbol{p}_{jt_1}\|), f_{\mathrm{a}j}(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}\|)$和$f_{\mathrm{b}j}(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}\|)$分别是目标$t_1$和两对象$O_{\mathrm{a}j}, O_{\mathrm{b}j}$的施力函数, 按式(5)和(6)计算. 同时, 如果分别将$\boldsymbol{f}_{t_1j}, \boldsymbol{f}_{\mathrm{ab}j}$直接等效为$R_j$在$y'$轴方向速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{y}'j}$和$x'$轴方向的速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{x}'j}$, 则存在关系$\boldsymbol{v}_{\mathrm{y}'j} = \boldsymbol{f}_{t_1j}, \boldsymbol{v}_{\mathrm{x}'j} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{ab}j}, \boldsymbol{v}_{\mathrm{x}'\mathrm{y}'j} = \boldsymbol{v}_{\mathrm{x}'j} + \boldsymbol{v}_{\mathrm{y}'j}$, 如图2所示.

注 1 在目标静止的情况下, $f_{t_1j}(\|\boldsymbol{p}_{jt_1}\|)$中的1值可以设为0, 因为机器人不需要进入目标的势域消耗目标的体力, 只是以目标为中心包围成均匀分布的圆形即可.



(a) 简化虚拟受力模型, $f_{t_1j} \geqslant 0$



(b) 简化虚拟受力模型, $f_{t_1j} < 0$

图 2 简化虚拟受力模型

Fig. 2 Simplified virtual-force model

3.2 基于简化虚拟受力模型的个体控制输入设计(The design of individuals control input based on SVF–Model)

设$\varGamma$是运行周期, $\theta_{j\mathrm{e}}$是期望运动方向, $t_{\mathrm{nt}j}$是R_j转至期望运动方向$\theta_{j\mathrm{e}}$所需时间, $\dot{\omega}_j(t)$和$\dot{v}_j(t)$分别是R_j的角加速度和线加速度, 根据由式(7)所构建的被围捕目标t_1的运动数学方程可得各机器人R_j即式(1)的运动控制输入:

当$\varGamma \leqslant t_{\mathrm{nt}j}$时,

$$\begin{cases}\dot{\omega}_j(t) = \omega_{\mathrm{am}}^{\mathrm{H}}(\omega_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}} > \omega_j(t)),\ k\varGamma < t \leqslant (k+1)\varGamma,\\ v_j(t) = 0,\ k\varGamma < t \leqslant (k+1)\varGamma,\end{cases} \tag{10}$$

即机器人只进行转向.

当$\varGamma > t_{\mathrm{nt}j}$时,

$$\begin{cases}\dot{\omega}_j(t) = \omega_{\mathrm{am}}^{\mathrm{H}}(\omega_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}} > \omega_j(t)),\ k\varGamma < t \leqslant k\varGamma + t_{\mathrm{nt}j},\\ v_j(t) = 0,\ k\varGamma < t \leqslant k\varGamma + t_{\mathrm{nt}j},\\ \dot{v}_j(t) = a_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}(|v_{j\mathrm{f}}| > |v_j(t)|),\\ \qquad k\varGamma + t_{\mathrm{nt}j} < t \leqslant (k+1)\varGamma,\\ \omega_j(t) = 0,\ k\varGamma + t_{\mathrm{nt}j} < t \leqslant (k+1)\varGamma.\end{cases} \tag{11}$$

此时, 机器人的运动策略是先转至期望运动方向$\theta_{j\mathrm{e}}$再根据实际可达速度$v_{j\mathrm{f}}$运动. 其中$\theta_{j\mathrm{e}}, t_{\mathrm{nt}j}$和$v_{j\mathrm{f}}$按如下

公式计算:

$$\boldsymbol{v}_{j\mathrm{e}} = \boldsymbol{v}'_{t_1} + \boldsymbol{v}_{\mathrm{x'y'}j}, \theta_{j\mathrm{e}} = \mathrm{angle}(\boldsymbol{v}_{j\mathrm{e}}), \tag{12}$$

$$\begin{cases} t_{\mathrm{nt}j1} = \omega_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}/\omega_{\mathrm{am}}^{\mathrm{H}}, \\ t_{\mathrm{nt}j2} = [|\theta_{j\mathrm{e}} - \theta_{j\mathrm{bef}}| - \omega_{\mathrm{am}}^{\mathrm{H}} \cdot (t_{\mathrm{nt}j1})^2/2]/\omega_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}, \\ t_{\mathrm{nt}j} = (t_{\mathrm{nt}j1} + t_{\mathrm{nt}j2})(|\theta_{j\mathrm{e}} - \theta_{j\mathrm{bef}}| \geqslant \\ \omega_{\mathrm{am}}^{\mathrm{H}} \cdot (t_{\mathrm{nt}j1})^2/2) + \sqrt{2|\theta_{j\mathrm{e}} - \theta_{j\mathrm{bef}}|/\omega_{\mathrm{am}}^{\mathrm{H}}}(|\theta_{j\mathrm{e}} - \\ \theta_{j\mathrm{bef}}| < \omega_{\mathrm{am}}^{\mathrm{H}} \cdot (t_{\mathrm{nt}j1})^2/2), \end{cases} \tag{13}$$

$$\varGamma_{\mathrm{tnt}j} = \varGamma - t_{\mathrm{nt}j}, \tag{14}$$

$$\begin{aligned} & v_{j\mathrm{c}} = \\ & (\varGamma_{\mathrm{tnt}j} - \sqrt{\varGamma_{\mathrm{tnt}j}{}^2 - 2v_{j\mathrm{e}}\varGamma/a_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}})a_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}} \times \\ & (\varGamma_{\mathrm{tnt}j}^2 \geqslant 2v_{j\mathrm{e}}\varGamma/a_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}) + v_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}(\varGamma_{\mathrm{tnt}j}^2 < 2v_{j\mathrm{e}}\varGamma/a_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}), \end{aligned} \tag{15}$$

$$v_{j\mathrm{f}} = v_{j\mathrm{c}}(v_{j\mathrm{c}} \leqslant v_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}) + v_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}(v_{j\mathrm{c}} > v_{\mathrm{m}}^{\mathrm{H}}). \tag{16}$$

以上公式中不含有时间的函数均是指$k\varGamma$时刻的计算量且在$[k\varGamma, (k+1)\varGamma)$上保持不变, 其中$\theta_{j\mathrm{bef}}$ 是上一步的运动方向, $\boldsymbol{v}'_{t_1}$是个体感知目标的速度矢量, $\boldsymbol{v}_{j\mathrm{e}}$是机器人$R_j$围捕过程中的期望速度矢量, $v_{j\mathrm{c}}$是按期望速度进行了补偿的速度.

3.3　围捕算法步骤(Hunting algorithm steps)

根据由式(7)所构建的被围捕目标t_1的运动数学方程, 基于简化虚拟受力模型的群机器人自组织围捕算法如下:

Step 1　设定$c_1, c_2, d_1, d_2, c_{\mathrm{r}}, \mathrm{l}$和$a_{\mathrm{dis}}$等参数值进行轨迹控制, 初始化群机器人.

Step 2　获取目标和每个个体的两最近邻位置信息并计算$\|\boldsymbol{p}_{jt_1}\|, \|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}\|, \|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}\|, \gamma_{ft_1j}, \gamma_{\mathrm{fab}j}$和对目标的感知速度$\boldsymbol{v}'_{t_1}$等参数.

Step 3　计算每个个体y'轴上的受力$\boldsymbol{f}_{t_1j}$和x'轴上的受力$\boldsymbol{f}_{\mathrm{ab}j}$, 并确定每个个体的需求速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{x'y'}j}$.

Step 4　计算个体的整体期望速度$\boldsymbol{v}_{j\mathrm{e}}$, 期望运动方向$\theta_{j\mathrm{e}}(t)$, 转向时间$t_{\mathrm{nt}j}$, 补偿后速度$v_{j\mathrm{c}}$和实际可达速度$v_{j\mathrm{f}}$.

Step 5　按式(10)或式(11)运动一个时间步长, 此时如满足$|\|\boldsymbol{p}_{jt_1}\| - c_{\mathrm{r}}| < \varepsilon_1$且$|\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}\| - \|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}\|| < \varepsilon_2$, 停止; 否则, 返回Step 2; 按此循环直至每个个体都满足$|\|\boldsymbol{p}_{jt_1}\| - c_{\mathrm{r}}| < \varepsilon_1$且$|\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}\| - \|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}\|| < \varepsilon_2$时, 程序结束.

3.4　稳定性分析(Stability analysis)

借鉴文献[16]稳定性分析方法, 为了推导算法在无障碍物环境中收敛时所需要的条件, 系统偏差分解为个体到目标距离偏差$\delta_{j\mathrm{y'}} = \|\boldsymbol{p}_{jt_1}\| - c_{\mathrm{r}}$[16]和个体到两最近邻机器人距离偏差的一半$\delta_{j\mathrm{abx'}} = (s_{\mathrm{fa}j\mathrm{x'}}\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}\| + s_{\mathrm{fb}j\mathrm{x'}}\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}\|)/2$, 其中$s_{\mathrm{fa}j\mathrm{x'}}$和$s_{\mathrm{fb}j\mathrm{x'}}$用于对两最近邻机器人在其左边或右边的方位符号判断:

$$s_{\mathrm{fa}j\mathrm{x'}} = \mathrm{sgn}(-\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'})),$$
$$s_{\mathrm{fb}j\mathrm{x'}} = \mathrm{sgn}(-\cos(\gamma_{\mathrm{fb}j\mathrm{x'}})),$$

$\mathrm{sgn}(\cdot)$为符号判断函数. 当$\delta_{j\mathrm{y'}} = 0$, $\delta_{j\mathrm{abx'}} = 0 (j = 1, 2, \cdots, m)$时, 围捕理想队形形成. 因此, 获取自组织围捕系统的稳定性条件, 只需要推导$\delta_{j\mathrm{y'}} \to 0$, $\delta_{j\mathrm{abx'}} \to 0 (j = 1, 2, \cdots, m)$时的条件. 将上述系统偏差定义离散化得

$$\begin{aligned} & \delta_{j\mathrm{y'}}(k) = \|\boldsymbol{p}_{jt_1}(k)\| - c_{\mathrm{r}}, \\ & \delta_{j\mathrm{abx'}}(k) = \\ & (s_{\mathrm{fa}j\mathrm{x'}}(k)\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\| + s_{\mathrm{fb}j\mathrm{x'}}(k)\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|)/2, \\ & s_{\mathrm{fa}j\mathrm{x'}}(k) = \mathrm{sgn}(-\cos(\gamma_{\mathrm{fa}j\mathrm{x'}}(k))), \\ & s_{\mathrm{fb}j\mathrm{x'}}(k) = \mathrm{sgn}(-\cos(\gamma_{\mathrm{fb}j\mathrm{x'}}(k))),\ j = 1, 2, \cdots, m. \end{aligned}$$

令动态扰动$v_{t_1} \equiv 0$, 基于简化虚拟受力模型, 在不考虑机器人本身物理限制条件下(如角速度和线速度等的约束), 每一步按期望的速度和方向来运动, 因此得到个体的自主运动偏差方程:

$$\delta_{j\mathrm{y'}}(k+1) = \delta_{j\mathrm{y'}}(k) - v_{\mathrm{y'}j}(k)\varGamma, \tag{17}$$

$$\delta_{j\mathrm{abx'}}(k+1) = \delta_{j\mathrm{abx'}}(k) - v_{\mathrm{x'}j}(k)\varGamma, \tag{18}$$

其中$v_{\mathrm{y'}j}(k), v_{\mathrm{x'}j}(k)$分别是$v_{\mathrm{y'}j}$和$v_{\mathrm{x'}j}$的离散化形式, 可以按式(19)和式(20)来计算:

$$v_{\mathrm{y'}j}(k) = c_1(\|\boldsymbol{p}_{jt_1}(k)\| - c_{\mathrm{r}}) + c_2(n_{\mathrm{c}} < 1), \tag{19}$$

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{x'}j}(k) = {} & f_{\mathrm{a}j}(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\|) \cdot \phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}j\mathrm{x'}}(k))) + \\ & f_{\mathrm{b}j}(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|) \cdot \phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}j\mathrm{x'}}(k))). \end{aligned} \tag{20}$$

定理 1　在无障碍物的环境中, 如果每个机器人满足式(17)并且$0 < c_1\varGamma < 2$, 则系统原点平衡状态即$\varDelta_{\mathrm{y'}}(k) = (\delta_{1\mathrm{y'}}, \delta_{2\mathrm{y'}}, \cdots, \delta_{m\mathrm{y'}})^{\mathrm{T}} = 0$为大范围渐近稳定.

证　将式(19)代入式(17), 因此得到

$$\begin{aligned} \delta_{j\mathrm{y'}}(k+1) = {} & \delta_{j\mathrm{y'}}(k) - (c_1(\|\boldsymbol{p}_{jt_1}(k)\| - c_{\mathrm{r}}) + \\ & c_2(n_{\mathrm{c}} < \mathrm{l}))\varGamma. \end{aligned} \tag{21}$$

考虑到经过一段时间周期1后, c_2将变为零, 因此式(21)成为

$$\delta_{j\mathrm{y'}}(k+1) = \delta_{j\mathrm{y'}}(k) - (c_1(\|\boldsymbol{p}_{jt_1}(k)\| - c_{\mathrm{r}}))\varGamma. \tag{22}$$

又因为$\delta_{j\mathrm{y'}} = \|\boldsymbol{p}_{jt_1}\| - c_{\mathrm{r}}$, 式(22)可写成

$$\delta_{j\mathrm{y'}}(k+1) = \delta_{j\mathrm{y'}}(k)(1 - c_1\varGamma). \tag{23}$$

构造Lyapunov函数

$$V_{\mathrm{y'}}(\varDelta_{\mathrm{y'}}(k)) = \sum_{j=1}^{m} |\delta_{j\mathrm{y'}}(k)|,$$

$\varDelta_{\mathrm{y'}}(k) \neq 0$, $V_{\mathrm{y'}}(\varDelta_{\mathrm{y'}}(k)) > 0$, 且$V_{\mathrm{y'}}(0) = 0$. 进而, 可以导出

$$\begin{aligned}&\Delta V_{\mathrm{y}'}(\Delta_{\mathrm{y}'}(k))=\\&V_{\mathrm{y}'}(\Delta_{\mathrm{y}'}(k+1))-V_{\mathrm{y}'}(\Delta_{\mathrm{y}'}(k))=\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{y}'}(k+1)|-\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{y}'}(k)|=\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{y}'}(k)(1-c_1\Gamma)|-\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{y}'}(k)|\leqslant\\&-(1-|(1-c_1\Gamma)|)\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{y}'}(k)|\end{aligned}$$

显然, 当$0<c_1\Gamma<2$时, $\Delta V_{\mathrm{y}'}(\Delta_{\mathrm{y}'}(k))$为负定. 并且当原点$\Delta_{\mathrm{y}'}(k)=(\delta_{1\mathrm{y}'},\delta_{2\mathrm{y}'},\cdots,\delta_{m\mathrm{y}'})^{\mathrm{T}}$满足$\|\Delta_{\mathrm{y}'}(k)\|\to\infty$时, $V_{\mathrm{y}'}(\Delta_{\mathrm{y}'}(k))\to\infty$. 因此由离散系统Lyapunov稳定性定理得: 原点平衡状态$\Delta_{\mathrm{y}'}(k)=(\delta_{1\mathrm{y}'},\delta_{2\mathrm{y}'},\cdots,\delta_{m\mathrm{y}'})^{\mathrm{T}}=0$为大范围渐近稳定, 而$0<c_1\Gamma<2$是原点平衡状态为大范围渐近稳定的一个充分条件, 定理得证.

由定理1可知群体中所有机器人最终将收敛到有效围捕圆周上, 如果要实现均匀分布, 还需要考虑当$|\|\boldsymbol{p}_{jt_1}(k)\|-c_{\mathrm{r}}|<\varepsilon_1(j=1,2,\cdots,m)$时$\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)$即式(18)的收敛性.

定理 2 在无障碍物环境下, 如果每个机器人满足式(18)和$0<\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\mu<2$, 则系统原点平衡状态即$\Delta_{\mathrm{abx}'}(k)=(\delta_{1\mathrm{abx}'},\delta_{2\mathrm{abx}'},\cdots,\delta_{m\mathrm{abx}'})^{\mathrm{T}}=0$为大范围渐近稳定, 其中:

$$\begin{aligned}&\mu=\max\mu_j(k),\\&\mu_j(k)=\\&[\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'}(k)))/(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\|^{d_2^1})+\\&\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'}(k)))/(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|^{d_2^1})]/\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)>0,\\&j=1,2,\cdots,m,\ n\geqslant1,\ k=0,1,\cdots,n.\end{aligned}$$

证 将式(20)代入式(18)可得

$$\begin{aligned}&\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)-[f_{\mathrm{a}j}(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\|)\cdot\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'}(k)))+\\&f_{\mathrm{b}j}(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|)\cdot\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'}(k)))]\Gamma=\\&\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)-[\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'}(k)))/(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\|^{d_2^1})+\\&\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'}(k)))/(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|^{d_2^1})]\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1},\end{aligned}$$

因在有效围捕圆周上全部机器人的$f_{\mathrm{ab}j}(k)(j=1,2,\cdots,m)$为零时, 具有唯一的均匀分布的平衡点, 特别是当每个个体都是以其左、右两边机器人为其两最近邻时, $f_{\mathrm{ab}j}(k)$总是消除$\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)$的存在使全部机器人达到均匀分布, $f_{\mathrm{ab}j}(k)$与$\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)$符号一致, 因$d_1>0$, $d_2^1>0$, $a_{\mathrm{dis}}^1>0$, $(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}>0$, 故$[\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'}(k)))/(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\|^{d_2^1})+\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'}(k)))/(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|^{d_2^1})]$与$\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)$符号一致, 因此可以将上式写成

$$\begin{aligned}&\delta_{j\mathrm{abx}'}(k+1)=\\&\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)-\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\mu_j(k)\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)=\\&\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)(1-\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\mu_j(k)),\end{aligned}\tag{24}$$

其中$\mu_j(k)$计算如下:

$$\begin{aligned}&\mu_j(k)=\\&[\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'}(k)))/(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\|^{d_2^1})+\\&\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'}(k)))/(\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|^{d_2^1})]/\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)>0.\end{aligned}$$

构造Lyapunov函数

$$V_{\mathrm{abx}'}(\Delta_{\mathrm{abx}'}(k))=\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)|.$$

易知, 当$\Delta_{\mathrm{abx}'}(k)\neq0$, $V_{\mathrm{abx}'}(\Delta_{\mathrm{abx}'}(k))>0$, 即其为正定. 进而, 可以导出

$$\begin{aligned}&\Delta V_{\mathrm{abx}'}(\Delta_{\mathrm{abx}'}(k))=V_{\mathrm{abx}'}(\Delta_{\mathrm{abx}'}(k+1)),\\&-V_{\mathrm{abx}'}(\Delta_{\mathrm{abx}'}(k))=\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{abx}'}(k+1)|-\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)|=\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)(1-\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\max\mu_j(k))|-\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)|\leqslant\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)||1-\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\mu|-\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)|=\\&-(1-|1-\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\mu|)\sum_{j=1}^{m}|\delta_{j\mathrm{abx}'}(k)|.\end{aligned}$$

其中假设μ在n_1步出现最大值, 即$\mu=\max\mu_j(k)(j=1,2,\cdots,m;\ k=0,1,\cdots,n_1)$. 如到$n_1$步不是$\mu$的最大值, 则最迟在$n_1+q$步得到其最大值. 令$n=n_1+q$, 有$\mu=\max\mu_j(k)(j=1,2,\cdots,m;\ k=0,1,\cdots,n)$. 显然, 当$0<\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\mu<2$时, $\Delta V_{\mathrm{abx}'}(\Delta_{\mathrm{abx}'}(k))$为负定. 当$\|\Delta_{\mathrm{abx}'}(k)\|\to\infty$时, $V_{\mathrm{abx}'}(\Delta_{\mathrm{abx}'}(k))\to\infty$. 根据离散系统Lyapunov稳定性定理得: 原点平衡状态$\Delta_{\mathrm{abx}'}(k)=(\delta_{1\mathrm{abx}'},\delta_{2\mathrm{abx}'},\cdots,\delta_{m\mathrm{abx}'})^{\mathrm{T}}=0$为大范围渐近稳定, 而$0<\Gamma d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\mu<2$是原点平衡状态为大范围渐近稳定的一个充分条件, 定理得证.

因此, 同时满足定理 1 和定理 2, 在有限时间内可使围捕群机器人以一定精度收敛在有效围捕圆周上且呈均匀分布的围捕队形, 而这并不是预先设定好的. 这两个定理同时给出了时间步长与一些参数之间的关系, 时间步长要满足

$$0<\Gamma<\min(2/c_1,2/(d_1(a_{\mathrm{dis}}^1)^{d_2^1}\mu)),$$

这有利于进行参数调试, 即如果不想改变时间步长(比如说传感器检测限制), 当系统不稳定时, 则可以减少c_1,d_1等; 反之如果传感器检测时间允许, 当系统不稳定时, 可以减少时间步长. 另外, 对于实际的围捕实验物理系统, 也可以根据这个条件来自适应改变参数取值使振荡的系统变得稳定. 然而需要注意的是, 虽然稳定性条件是在目标静止, 每一步都按期望的速度

在期望的运动方向上前进一个时间步长得到的, 但只要目标是静止的, 即使机器人本身有各种物理条件限制, 时间步长只要满足上述条件, 系统仍是稳定的, 只是收敛的速度不同而已. 而对于运动中的目标, 要形成均匀围捕队形, Γ的一个下限是每一步运动的时间足够使个体旋转180°而且还可以达到相当于猎物漫步速度以上的速度运行一个时间步长的补偿速度v_{jc} (但是不超过机器人的最大速度$v_{\rm m}^{\rm H}$), 即在式(13)和式(15) 中满足:

$$\begin{cases} t_{\rm nt1} = \omega_{\rm m}^{\rm H}/\omega_{\rm am}^{\rm H}, \\ t_{\rm nt2} = [\pi - \omega_{\rm am}^{\rm H} \cdot {t_{\rm nt1}}^2/2]/\omega_{\rm m}^{\rm H}, \\ t_{\rm nt} = t_{\rm nt1} + t_{\rm nt2}, \\ {\Gamma_{\rm tnt}}^2 - 2v_\omega^{\rm T}\Gamma/a_{\rm m}^{\rm H} > 0, \\ (\Gamma_{\rm tnt} - \sqrt{{\Gamma_{\rm tnt}}^2 - 2v_{j\rm e}\Gamma/a_{\rm m}^{\rm H}}) \leqslant v_{\rm m}^{\rm H}. \end{cases} \tag{25}$$

求解式(25)可得$\Gamma > \max(t_{\rm mit}, t_{\rm mahv})$, 其中:

$$t_{\rm mit} = (t_{\rm nt} + v_\omega^{\rm T}/a_{\rm m}^{\rm H}) + \sqrt{2v_\omega^{\rm T}t_{\rm nt}/a_{\rm m}^{\rm H} + (v_\omega^{\rm T}/a_{\rm m}^{\rm H})^2},$$

$$t_{\rm mahv} = (2t_{\rm nt}v_{\rm m}^{\rm H} + (v_{\rm m}^{\rm H})^2/a_{\rm m}^{\rm H})/(2(v_{\rm m}^{\rm H} - v_\omega^{\rm T})),$$

再与上述定理结合可得动态目标以漫步速度逃逸被成功围捕的一个充分条件为

$$\max(t_{\rm mit}, t_{\rm mahv}) < \Gamma < \min(2/c_1, 2/(d_1(a_{\rm dis}^1)^{d_2^1}\mu)). \tag{26}$$

由于猎物在实际逃逸过程中并不是每一步都转向180°, 个体也不需要每步都转向180°, 因此对于许多实例在小于式 (26) 所给定的下限时也可以成功围捕.

以上是针对无障碍物环境中群机器人围捕系统的稳定性分析, 而对于障碍物环境中这里进一步说明如下: 障碍物环境下的稳定性分析, 同样分解为两种系统偏差: 一种是目标方向距离偏差, 一种是两最近邻对象距离偏差. 对于目标距离偏差同样采用$\delta_{jy'} = \|\boldsymbol{p}_{jt_1}\| - c_{\rm r}$, 而定理1所给出系统原点平衡状态$\Delta_{\rm y'}(k) = 0$ 的稳定性分析结论同样适用于障碍物环境, 原因是障碍物在简化虚拟受力模型中并没有影响个体受到目标引力/斥力的大小, 因此并不影响个体趋向有效围捕圆周的速度, 所以与无障碍物环境下的稳定性分析一致. 而对于两最近邻对象距离偏差采用定义

$$\delta'_{j{\rm abx'}} = (s_{{\rm fa}jx'}\|\boldsymbol{p}_{\rm aj}\| + s_{{\rm fb}jx'}\|\boldsymbol{p}_{\rm bj}\| + d_{\rm jo})/2,$$

其中:

$$s_{{\rm fa}jx'} = {\rm sgn}(-\cos(\gamma_{{\rm fa}jx'})),$$
$$s_{{\rm fb}jx'} = {\rm sgn}(-\cos(\gamma_{{\rm fb}jx'})),$$
$$d_{\rm jo} = -s_{{\rm fa}jx'}\|\boldsymbol{p}_{{\rm ajox'}}\| - s_{{\rm fb}jx'}\|\boldsymbol{p}_{{\rm bjox'}}\|,$$

$\|\boldsymbol{p}_{{\rm bjox'}}\|$ 和 $\|\boldsymbol{p}_{{\rm ajox'}}\|$ 是 R_j在 以$O_{\rm bj}$ 和 $O_{\rm aj}$ 为 左 右 两最近邻时受力平衡点 $R_{\rm jo}$ 到 $O_{\rm bj}$ 和 $O_{\rm aj}$之间的距离, $\|\boldsymbol{p}_{{\rm bjox'}}\|$和$\|\boldsymbol{p}_{{\rm ajox'}}\|$满足式(27)并具有唯一解:

$$\begin{cases} \|\boldsymbol{p}_{{\rm bjox'}}\| = 2c_{\rm r}\cos(\gamma_{{\rm fb}jox'} + \pi - \pi/2), \\ \|\boldsymbol{p}_{{\rm ajox'}}\| = 2c_{\rm r}\cos(\pi/2 - (\gamma_{{\rm fa}jox'} + \pi)), \\ \|\boldsymbol{p}_{\rm ab}\| = 2c_{\rm r}\sin[(1/2)[\pi - 2(\gamma_{{\rm fb}jox'} + \pi - \\ \qquad \pi/2) + \pi - 2(\pi/2 - (\gamma_{{\rm fa}jox'} + \pi))]], \\ d_1[-0.75 - (\cos(\gamma_{{\rm fa}jox'}) + 0.5)^2]/ \\ (\|\boldsymbol{p}_{{\rm ajox'}}\|/a_{\rm dis}^i)^{d_2^i} = \\ d_1[0.75 + (\cos(\gamma_{{\rm fb}jox'}) - 0.5)^2]/ \\ (\|\boldsymbol{p}_{{\rm bjox'}}\|/a_{\rm dis}^{i'})^{d_2^{i'}}, \\ \|\boldsymbol{p}_{\rm ab}\| = \|(x_{{\rm a}j} - x_{{\rm b}j}) + i(y_{{\rm a}j} - y_{{\rm b}j})\|, \end{cases} \tag{27}$$

其中$\gamma_{{\rm fb}jox'}, \gamma_{{\rm fa}jox'}$分别是$R_{\rm jo}$受到$O_{\rm bj}, O_{\rm aj}$的斥力到以$R_{\rm jo}$为原点的$x'$轴的方向角.

将系统偏差$\delta'_{j{\rm abx'}}$定义离散化得

$$\delta'_{j{\rm abx'}}(k) = (s_{{\rm fa}jx'}\|\boldsymbol{p}_{\rm aj}(k)\| + s_{{\rm fb}jx'}\|\boldsymbol{p}_{\rm bj}(k)\| + d_{\rm jo}(k))/2,$$
$$s_{{\rm fa}jx'}(k) = {\rm sgn}(-\cos(\gamma_{{\rm fa}jx'}(k))),$$
$$s_{{\rm fb}jx'}(k) = {\rm sgn}(-\cos(\gamma_{{\rm fb}jx'}(k))),$$
$$d_{\rm jo}(k) = -s_{{\rm fa}jx'}(k)\|\boldsymbol{p}_{{\rm ajox'}}(k)\| - s_{{\rm fb}jx'}(k)\|\boldsymbol{p}_{{\rm bjox'}}(k)\|.$$

同样令动态扰动$v_{t_1} \equiv 0$, 基于简化虚拟受力模型, 在不考虑机器人本身物理限制条件下(如角速度和线速度等的约束), 每一步按期望的速度和方向来运动, 采用个体的自主运动偏差方程如式(28):

$$\delta'_{j{\rm abx'}}(k+1) = \delta'_{j{\rm abx'}}(k) - v_{{\rm x'}j}(k)\Gamma, \tag{28}$$

其中$v_{{\rm x'}j}(k)$如式(20).

定理 3　在凸障碍物环境下, 如果每个机器人满足式 (28) 和 $0 < \Gamma d_1\mu' < 2$, 则系统原点平衡状态即$\Delta'_{\rm abx'}(k) = (\delta'_{1{\rm abx'}}, \delta'_{2{\rm abx'}}, \cdots, \delta'_{m{\rm abx'}})^{\rm T} = 0$ 为大范围渐近稳定, 其中:

$$\mu' = \max \mu'_j(k),$$
$$\mu'_j(k) = [\phi(\cos(\gamma_{{\rm fa}jx'}(k)))/((\|\boldsymbol{p}_{\rm aj}(k)\|/a_{\rm dis}^i)^{d_2^i}) + \phi(\cos(\gamma_{{\rm fb}jx'}(k)))/((\|\boldsymbol{p}_{\rm bj}(k)\|/a_{\rm dis}^{i'})^{d_2^{i'}})]/ \delta'_{j{\rm abx'}}(k) > 0,$$
$$j = 1, \cdots, m,\ n' \geqslant 1,\ k = 0, 1, \cdots, n',$$
$$i = 1, 2, 3,\ i' = 1, 2, 3.$$

证　将式(20)代入式(28)可得

$$\delta'_{j{\rm abx'}}(k) - [f_{\rm aj}(\|\boldsymbol{p}_{\rm aj}(k)\|) \cdot \phi(\cos(\gamma_{{\rm fa}jx'}(k))) + f_{\rm bj}(\|\boldsymbol{p}_{\rm bj}(k)\|) \cdot \phi(\cos(\gamma_{{\rm fb}jx'}(k)))]\Gamma =$$
$$\delta'_{j{\rm abx'}}(k) - [\phi(\cos(\gamma_{{\rm fa}jx'}(k)))/((\|\boldsymbol{p}_{\rm aj}(k)\|/a_{\rm dis}^i)^{d_2^i}) + \phi(\cos(\gamma_{{\rm fb}jx'}(k)))/((\|\boldsymbol{p}_{\rm bj}(k)\|/a_{\rm dis}^{i'})^{d_2^{i'}})]\Gamma d_1.$$

因为在有效围捕圆周上每一个机器人的$f_{{\rm ab}j}(k)$ $(j = 1, 2, \cdots, m)$为零时, 只有一种受力的平衡点,

特别是当每个个体都是以其左右两边机器人为其两最近邻时, $f_{\mathrm{ab}j}(k)$总是消除$\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)$ 的存在使全部机器人达到受力平衡, $f_{\mathrm{ab}j}(k)$ 与 $\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)$ 符号一致, 因 $d_1>0$, 所以$[\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'}(k)))/((\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\|/a^i_{\mathrm{dis}})^{d^i_2})+\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'}(k)))/((\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|/a^{i'}_{\mathrm{dis}})^{d^{i'}_2})]$与$\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)$符号一致, 因此可以将上式写成

$$\begin{aligned}&\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k+1)=\\&\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)-\varGamma d_1\mu'_j(k)\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)=\\&\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)(1-\varGamma d_1\mu'_j(k)),\end{aligned}\tag{29}$$

其中$\mu'_j(k)$计算如下:

$$\begin{aligned}&\mu'_j(k)=\\&[\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fa}jx'}(k)))/((\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}j}(k)\|/a^i_{\mathrm{dis}})^{d^i_2})+\\&\phi(\cos(\gamma_{\mathrm{fb}jx'}(k)))/((\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}j}(k)\|/a^{i'}_{\mathrm{dis}})^{d^{i'}_2})]/\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)>0.\end{aligned}$$

构造Lyapunov函数

$$V'_{\mathrm{abx}'}(\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k))=\sum_{j=1}^{m}|\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)|.$$

易知, 当$\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k)\neq 0$, $V'_{\mathrm{abx}'}(\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k))>0$, 即其为正定. 进而, 可以导出

$$\begin{aligned}&\varDelta V'_{\mathrm{abx}'}(\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k))=\\&V'_{\mathrm{abx}'}(\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k+1))-V'_{\mathrm{abx}'}(\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k))=\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k+1)|-\sum_{j=1}^{m}|\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)|=\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)(1-\varGamma d_1\max\mu'_j(k))|-\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)|\leqslant\\&\sum_{j=1}^{m}|\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)||1-\varGamma d_1\mu'|-\sum_{j=1}^{m}|\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)|=\\&-(1-|1-\varGamma d_1\mu'|)\sum_{j=1}^{m}|\delta'_{j\mathrm{abx}'}(k)|,\end{aligned}$$

其中: 假设μ'在n'_1步出现最大值, 即$\mu'=\max\mu'_j(k)(j=1,2,\cdots,m;\ k=0,1,\cdots,n'_1)$, 如果到$n'_1$步不是$\mu'$的最大值, 则最迟在$n'_1+q'$步得到$\mu'$的最大值. 令$n'=n'_1+q'$, 有$\mu'=\max\mu'_j(k)(j=1,2,\cdots,m,\ k=0,1,\cdots,n')$. 显然, 当$0<\varGamma d_1\mu'<2$时, $\varDelta V'_{\mathrm{abx}'}(\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k))$为负定. 当$\|\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k)\|\to\infty$时, $V'_{\mathrm{abx}'}(\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k))\to\infty$. 根据离散系统Lyapunov稳定性定理得: 原点平衡状态$\varDelta'_{\mathrm{abx}'}(k)=(\delta'_{1\mathrm{abx}'},\delta'_{2\mathrm{abx}'},\cdots,\delta'_{m\mathrm{abx}'})^{\mathrm{T}}=0$为大范围渐近稳定, 而$0<\varGamma d_1\mu'<2$是原点平衡状态为大范围渐近稳定的一个充分条件, 定理得证.

因此, 在障碍物环境中目标静止时, 同时满足定理1和定理3, 即$0<\varGamma<\min(2/c_1,2/(d_1\mu'))$, 即使有各种物理条件限制, 同样在有限时间内可使围捕机器人以一定精度收敛在有效围捕圆周上且呈受力平衡的围捕队形, 即不一定呈均匀分布, 一般情况下避开静态障碍物、动态障碍物的参数a^2_{dis}, a^3_{dis}, d^2_2和d^3_2分别大于避开机器人的参数a^1_{dis}和d^1_2, 这样做有利于机器人远离不与机器人产生协调运动的障碍物, 尽量避免相撞以致损坏. 这里同样给出了系统不稳定时参数调节方法, 即调节c_1, d_1或$\varGamma$等. 另外, 如$a^1_{\mathrm{dis}}=a^2_{\mathrm{dis}}=a^3_{\mathrm{dis}}$且$d^1_2=d^2_2=d^3_2$, 则$\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}jox'}(k)\|=\|\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}jox'}(k)\|$, $d_{j\mathrm{o}}(k)=0$, 定理3的结果则变为定理2的形式, 即定理2是定理3的特殊情况, 但需要指出的是, 当只有一个静态或动态障碍物而且障碍物在有效围捕圆周上时, 可以做到机器人与障碍物整体上在有效围捕圆周上呈均匀分布的最终平衡状态; 但当有两个及以上的静态或动态障碍物而且障碍物在有效围捕圆周上时, 只能保证相邻两障碍物之间的机器人呈均匀分布, 不保证整体上障碍物与机器人都呈均匀分布, 原因是障碍物不与机器人产生协调运动; 而当障碍物不在有效围捕圆周上但却是机器人的两个最近邻中的一个或两个时, 有效围捕圆周上的机器人也并不一定呈现均匀分布, 而是连续的机器人(机器人的两最近邻中无障碍物)之间呈均匀分布; 当有的障碍物在有效围捕圆周上, 有的不在时同样是连续的机器人 (机器人的两最近邻中无障碍物) 之间呈均匀分布, 有效围捕圆周上机器人和障碍物不一定呈现均匀分布. 如果不包含障碍物, 此时只需要避开机器人, 定理3同样变为定理2.

考虑到运动中的目标围捕, 同样可以给出一个充分条件, 只需要满足式 (25) 和$0<\varGamma<\min(2/c_1,2/(d_1\mu'))$, 即动态目标以漫步速度逃逸被成功围捕的一个充分条件为

$$\max(t_{\mathrm{mit}},t_{\mathrm{mahv}})<\varGamma<\min(2/c_1,2/(d_1\mu')),\tag{30}$$

同样由于猎物在实际逃逸过程中并不是每一步都转向180°, 个体在障碍物环境中也不需要每步都转向180°, 因此对于许多实例在小于式(30)所给定的下限时间也可以成功围捕.

4 仿真(Simulation)

根据第2.2节的围捕任务模型, 本节分别考虑无障碍物环境下和未知动态环境下群机器人围捕, 通过仿真来验证本文所提算法的可伸缩性、鲁棒性、灵活性以及避障性能, 并与文献[16]作对比分析. 仿真中的系统参数设置如表1如示, 考虑到机器人本身具有一定的物理半径r_j, 有效围捕半径c_{r}设置为6, 比目标的势域半径$p^{\mathrm{T}}_{\mathrm{r}}$大1.9, 在保证$c_{\mathrm{r}}$大于$p^{\mathrm{T}}_{\mathrm{r}}$的前提下, 其大小可根据实际情况灵活设置. 围捕机器人对不同近邻对象进行避碰/避障参数值如表2所示, 目标和动态障碍物避障参数值如表3所示.

表 1 围捕系统参数值

Table 1 The parameters of the hunting systems

参数	c_1	c_2	d_1	l	$c_{\rm r}$	$\rm p_r^T$	$\rm s_r^H$	$\rm s_r^T$	ρ_h	ρ_t	ε_1	ε_2	$v_{\rm m}^{\rm T}$	$v_{\rm m}^{\rm H}$	$a_{\rm m}^{\rm H}$	$\omega_{\rm m}^{\rm H}$	$\omega_{\rm am}^{\rm H}$
数值	1	3.5	4.3	9	6	4.1	15	8	2.5	7	0.01	0.5	1	1	25	6.5	162.5

表 2 围捕机器人避碰/避障参数值

Table 2 Avoiding collisions parameters of the hunting robots

参数	$a_{\rm dis}^1$	$a_{\rm dis}^2$	$a_{\rm dis}^3$	d_2^1	d_2^2	d_2^3
数值	1	2.5	$20\Gamma v_\omega^{\rm U}$	1	2	2

表 3 目标和动态障碍物避障参数值

Table 3 Avoiding collisions parameters of the target and dynamic obstacles

参数	$a_{\rm r}^{\rm S}$	$a_{\rm r}^{\rm U}$	d_3	d_4	ρ_s	ρ_u
数值	1.5	$20\Gamma v_\omega^{\rm U}$	2	2	7.5	7.5

4.1 无障碍物环境下仿真与分析(Simulation and analysis in no obstacle environment)

为了测试所提算法的基本性能和特点, 第一个仿真环境中无障碍物, 群机器人个数为12个, 可以任意给定其初始位置进行围捕, 表4为其初始位置. 根据系统参数表1和式(26)所计算的Γ应大于0.8719, 本仿真中为0.65, 因为猎物并不是每步都转向, 所以也可以成功围捕.

表 4 仿真1中群机器人初始位置坐标

Table 4 Initial coordinate values of swarm robots in simulation 1

	t_1	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}	R_{11}	R_{12}
X	–4.0	0.8	3.5	–2.15	0.1	3.9	1.0	–2.2	–0.4	–3.0	–0.5	–5.3	–7.0
Y	1.0	–0.8	0.6	–2.5	–1.8	–6.0	–5.0	–4.6	–7.2	–3.8	–3.0	–4.8	–2.8

4.1.1 仿真结果(Simulation results)

群机器人围捕仿真轨迹如图3所示. 实线圆周内部代表猎物势域, 虚线圆周代表有效围捕圆周.

图3(a)中, 初始位置由于猎物势域内机器人的合势小, 猎物与邻近R_3进行对抗, 其方向为势角反向, 2步后已有5个机器人进入猎物势域, 其合势大于猎物的势, 因此猎物下一步运动方向指向机器人的势角方向, 准备逃离.

图3(b)中, 猎物加速至最大速度逃离, 群机器人同样加速至最大速度追赶, 在追赶一段时间即$l = 9$步(式(5)中所示, l步后第2项消失) 快速消耗猎物体力后, 集体向猎物势域外运动, 11步时猎物发现势域内只有势较小的R_{12}, 此时猎物又重新选择了对抗.

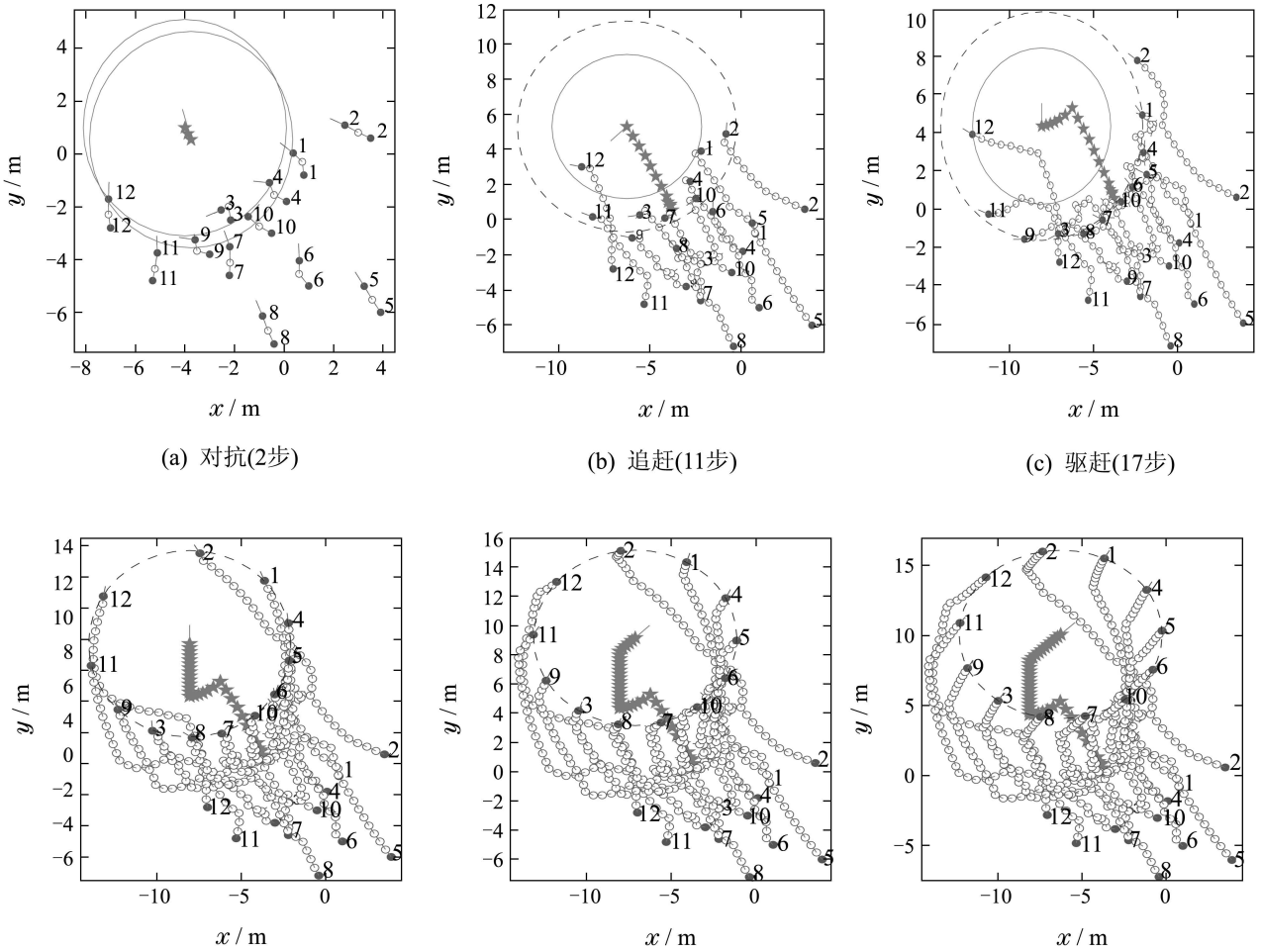
从整体上来看, 猎物在机器人远离时顺势勇猛的将R_{12}赶出其势域, 其他机器人也如惧怕猎物一样远离开去, 17步时, 猎物感觉威胁解除, 准备减速进行逃离, 如图3(c)所示.

图3(d)中, 猎物减速至漫步速度逃离, 随后机器人在有效围捕圆周上以大于猎物速度快速包抄了猎物.

图3(e)中机器人在有效围捕圆周上成功包围了猎物, 之后, 其与猎物的运动方向保持一致, 围捕队形达到理想状态, 如图3(f)所示. 这里感到巧妙的是, 个体之间的排斥力最后竟然成了围捕队形均匀分布所需要的协调行为的源动力.

另外, 之所以个体之间可以良好避碰是因为个体受的力分为两部分, 一部分是来自目标方向的力, 另一部分是来自两最近邻的斥力, 这两种力转化为个体趋向目标方向的速度和远离最近邻的速度, 由式(6) 可知, 两个个体之间距离越小, 产生的斥力越大, 即相互远离时的速度越大, 即使机器人个体同在目标方向上, 由式(4) 将其近邻产生的斥力等效为来自其左方的斥力, 这样可以提前避碰.

与文献 [16]相似的是, 个体只是根据简化虚拟受力模型进行运动同样可以涌现出Leader, 如图3(d)中的R_2和R_{12}, 并且整体最终在宏观层面上涌现出均匀的围捕队形. 图3(c)和3(e)中, 猎物运动方向的改变是猎物随机选择的结果.



(a) 对抗(2步) (b) 追赶(11步) (c) 驱赶(17步)

(d) 包抄(30步) (e) 成功围捕(37步) (f) 围捕队形生成(42步)

图 3 无障碍物环境下群机器人自组织围捕

Fig. 3 Swarm robots self-organizing hunting in no obstacle environment

4.1.2 偏差收敛分析(Deviation convergence analysis)

1) 目标距离偏差分析.

图4中, 初始时猎物与群机器人进行对抗, 群体迅速靠近猎物(斜率绝对值较大); 但随着猎物在3−10步的加速逃离, 其距离除R_2和R_{12}外又逐渐变大; 在11步时其距离突然变大是因为群体已经向有效围捕圆周上运动所致, 驱赶之后猎物以漫步速度逃离, 所有个体逐渐趋近于有效围捕圆周上进行追捕, 偏差大约在38步之后达到稳态, 此时所有个体以一定精度达到猎物的有效围捕圆周上.

此外, 由于目标在32步突然向右偏转, 所有机器人在34− 37步左右进行了加速并收敛到猎物的有效围捕圆周上. 收敛过程整体上与文献[16]不完全一致, 本文允许围捕机器人在有效围捕圆周内外运动更符合实际情况, 而文献[16]中始终是只在收敛圆域外运动.

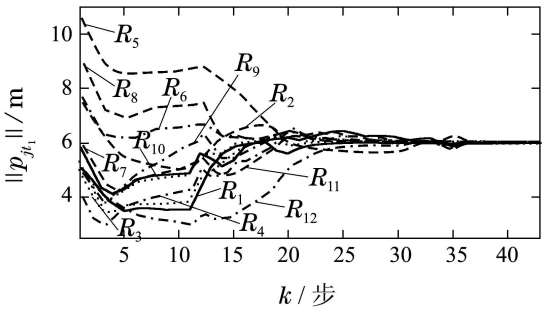


图 4 目标距离偏差

Fig. 4 The distance deviation of robots towards target

2) 近邻对象合力偏差分析

近邻对象合力偏差是指两最近邻对象在x'轴方向上合力偏差即$f_{\mathrm{ab}j}$, 其变化体现R_j在x'轴方向上的速度大小, 当$f_{\mathrm{ab}j}=0$时则说明R_j不再在x'轴方向上运动, 已达到均匀分布, 同时也是为了体现简化虚拟受力模型的有效性, 这里采用$f_{\mathrm{ab}j}$来分析群体达到理想围捕队形过程中的特点.

图5中, 正的偏差值表示R_j实际运行方向$\theta_j(t)$向其右边偏转, 反之表示$\theta_j(t)$向其左边偏转. 由图5可知大约36步之后, 所有个体的$f_{\mathrm{ab}j}$逼近于零, 而原来在包抄过程中涌现出来的Leader R_2和R_{12}震荡最小, 振荡较剧烈的是相对于Leader较远的R_7, R_{10}, R_6和R_8, 此特点与文献[16]一致.

由图5可知机器人判定自己是否为Leader的条件是偏差值出现一个较大值后近似单调逐步衰减(这与文献[16]中确定Leader的规律正好相反), 因此本文中Leader涌现时产生振荡较小.

4.2 未知动态环境下仿真与分析(Simulation and analysis in unknown dynamic environments)

为了测试所提算法的可伸缩性、鲁棒性、灵活性和避障性能, 本小节考虑未知动态环境, 环境中包括4个点状静态障碍物, 2个点状动态障碍物以及6个多边形或圆形障碍物, 采用6个围捕机器人, 其初始状态坐标如表5所示. 群机器人, 目标和动态障碍物遇到静态和/或动态障碍物时都要避障. 根据系统参数和式(30)所计算的Γ应大于0.8719, 本仿真中Γ为0.9.

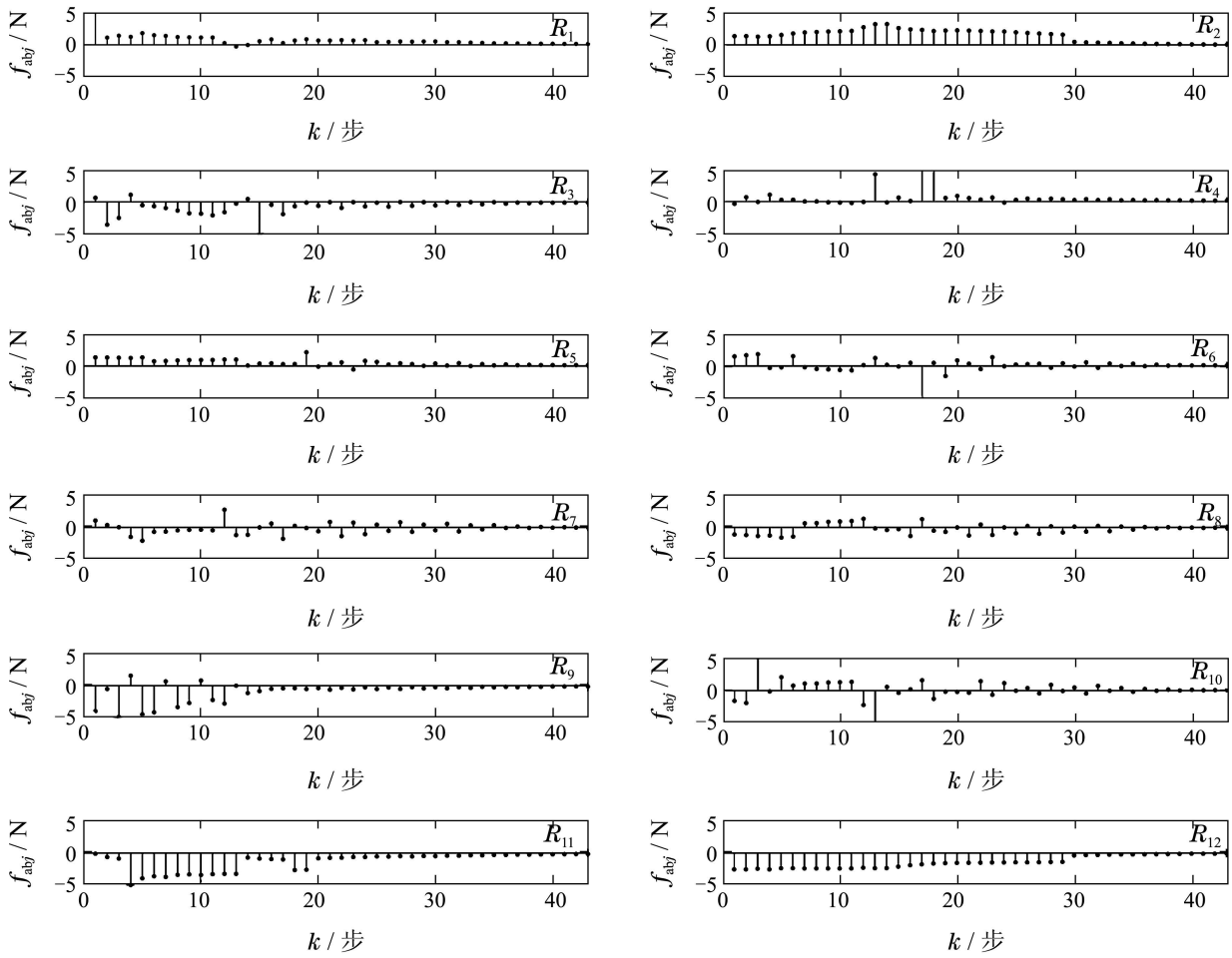


图 5 近邻对象合力偏差

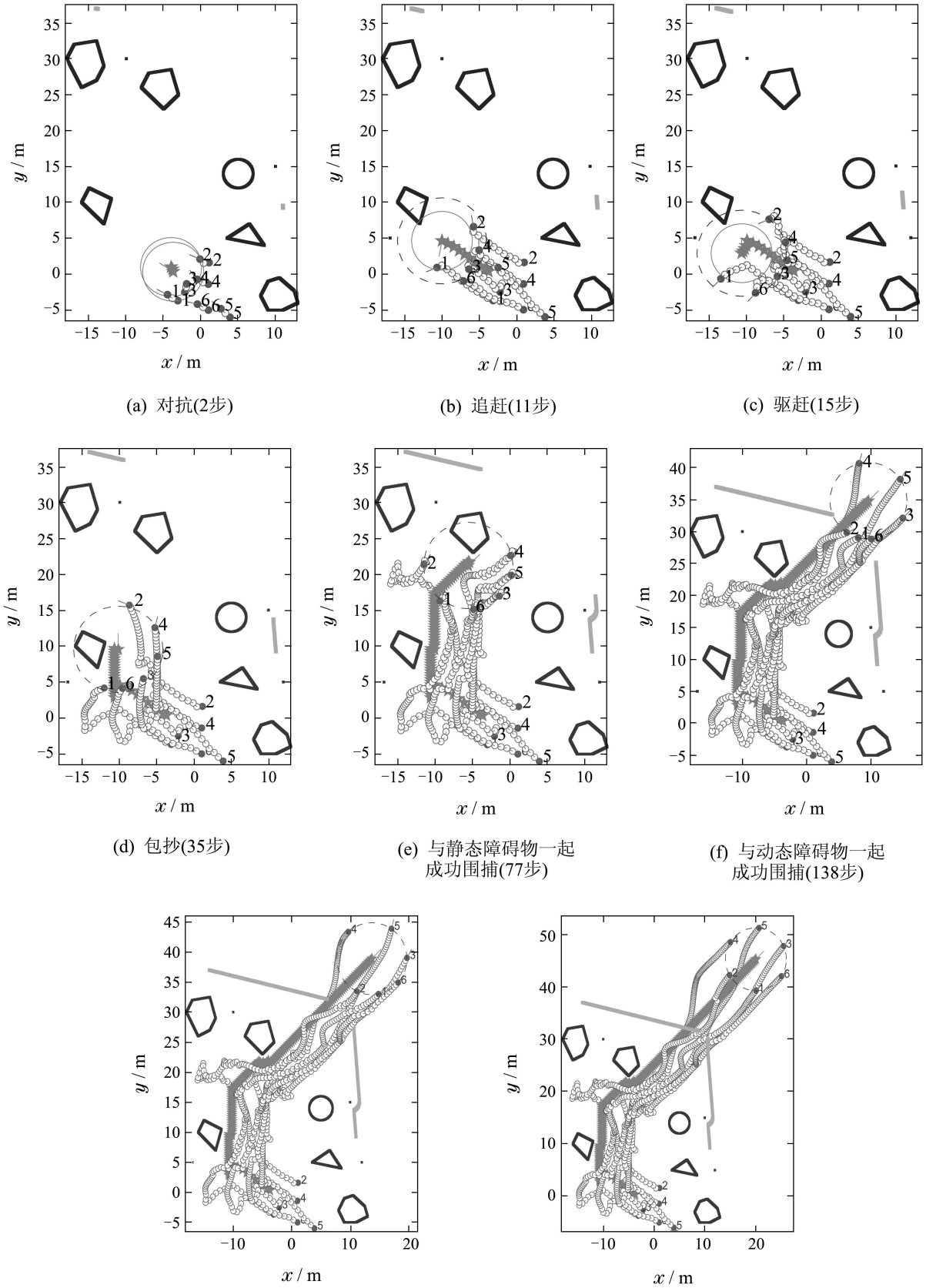
Fig. 5 The resultant force deviation of nearer objects

表 5 仿真2中群机器人初始位置坐标

Table 5 Initial coordinate values of swarm robots in simulation 2

	t_1	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
X	−4.0	−3.1	1.1	−2.15	1.0	3.9	1.0
Y	1.0	−3.7	1.6	−2.5	−1.4	−6.0	−5.0

图6所示为仿真轨迹. 整体上其运动过程及原因与第一个仿真相似. 不同的是障碍物的影响使得本仿真多了与静态障碍物一起成功围捕和与动态障碍物一起成功围捕过程, 如图6中的(e)和(f)所示. 产生图6(e)的原因是这样的, 包抄之后大约55步时, 猎物突然转向右上方逃逸, 而其左方和后方分别早已有原为Leader的R_2和R_1带领机器人正预形成合围之势, 此时前方的五边形障碍物将机器人群体分开, 然而从整体上来看, 群机器人与障碍物一起暂时成功围捕目标.



(a) 对抗(2步)

(b) 追赶(11步)

(c) 驱赶(15步)

(d) 包抄(35步)

(e) 与静态障碍物一起成功围捕(77步)

(f) 与动态障碍物一起成功围捕(138步)

(g) 群机器人成功围捕(154步)

(h) 围捕队形生成(179步)

图 6 未知动态环境下群机器人自组织围捕

Fig. 6 Swarm robots self-organizing hunting in unknown dynamic environments

接着, 目标避开五边形障碍物, 而群机器人相互协调既动态保持包围队形又顺利避开了五边形障碍物, 之后左边和下边动态障碍物的到来, 群机器人同样成功避障并兼顾队形保持, 从整体来看又与动态障碍物形成一起暂时成功围捕目标的奇观. 这里针对成功避障的原因需要指出的是, 在包抄过程中, 当R_1感应到左上方的四边形障碍物时 (这里只需要感应到一至两个最近点), 由式(4)将其映射为近似来自其左方的较大的斥力, 这样处理有利于R_1提前做避障运动, 而机器人之间的相互协调使得整个群体成功避障的同时又兼顾包围队形保持. 避开五边形及动态障碍物的原因与此相似.

由于复杂的障碍物环境本仿真涌现出了众多Leaders, 按出现顺序分别是R_1, R_2和R_4, 如图6中的(d)−(f)所示. 整个群体在机器人数目减少了一半并且环境未知动态的情况下仍然可以严格避碰/避障顺利完成围捕任务, 体现本算法除了与基于LP–Rule的方法[16]一样具有良好的可伸展性、鲁棒性以外, 还具有较好的灵活性和避碰/避障性能.

5 SVF–Model 与 LP–Rule 的比较分析 (The comparative analysis between SVF–Model and LP–Rule)

基于SVF–Model的围捕算法与基于 LP–Rule 的算法[16]相比优势如下:

1) 模型比较简单.

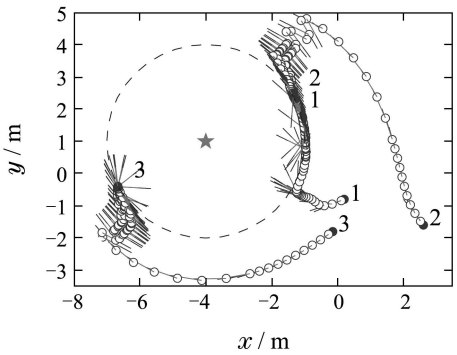
SVF–Model将群体围捕行为分解为y'轴方向上的引力/斥力驱动行为和x'轴方向上的个体间斥力驱动行为, 模型直观, 所用公式简单, 物理含义明确, 只需要对目标和两最近邻简单的力学分析就可以得出需求的运动速度大小和方向. 不需要像LP–Rule一样把直角坐标系空间分成4个象限, 再把16种不同运动情况的松散空间指向都分别确定之后再建立统一的规则.

2) 机器人较少时也可以均匀分布.

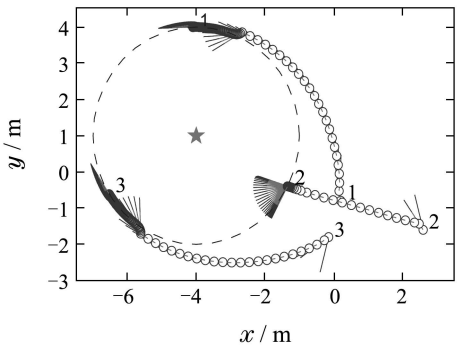
SVF–Model模型即使机器人较少时也可以做到均匀分布, 而LP–Rule 当机器人为3或4个时易出现不均匀分布的平衡点, 这与LP–Rule规则有关. 当群体为3个机器人时, 理论上有两个平衡点. 这与LP–Rule中互联特征变量Γ_i的计算原理有关. Γ_i按式(31)来计算:

$$\Gamma_i = [|cl_{pi}||cl_{qi}|]\left(\begin{bmatrix}\operatorname{sgn}\theta_{pti}\\ \operatorname{sgn}\theta_{qti}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\sin\theta_{pti}-\operatorname{sgn}\theta_{pti}\\ \sin\theta_{qti}-\operatorname{sgn}\theta_{qti}\end{bmatrix}(|cl_{ti}|-r_{\rm c}\neq 0)\right). \quad (31)$$

其实无论是在实际物理实验中还是仿真中, $|cl_{ti}|-r_{\rm c}=0$都是比较难以做到的, 总是有少许误差, 因此式(31)就成为$\Gamma_i=|cl_{pi}|\cdot\sin\theta_{pti}+|cl_{qi}|\cdot\sin\theta_{qti}$, 此时要使$\Gamma_i\to 0$, 即达到稳定状态, 有两种可能: 第1种是$|cl_{pi}|\to|cl_{qi}|$, $|\sin\theta_{pti}|\to-|\sin\theta_{qti}|$; 第2种是$|\sin\theta_{pti}|\to 0$, $|cl_{qi}|\to 0$或$|\sin\theta_{qti}|\to 0$, $|cl_{pi}|\to 0$. 第1种是会使整个群机器人趋近于均匀分布的情况, 第2种是一个近邻与R_i近似位于围捕圆周的一条直径上的两端, 另一个近邻与R_i靠在一起, 这在只有3个机器人的群体围捕中很容易发生, 这也是文献[16] 3个机器人进行围绕的物理实验中经常会出现两个机器人碰撞现象的主要原因. 另外, 在大量群机器人围捕过程中如出现上述第2种情况则容易导致与邻近机器人发生相碰, 如近邻是障碍物时则容易碰到障碍物上. 当机器人个数为4个时最终状态也会出现不均匀分布现象. 图7所示为给定任意初始位置且只有3个机器人进行围捕静态目标的仿真结果, 图7(a)和7(b)所示分别为采用LP–Rule方法和SVF–Model方法的机器人围捕轨迹. 时间步长$\Gamma=0.3$.



(a) LP–Rule方法



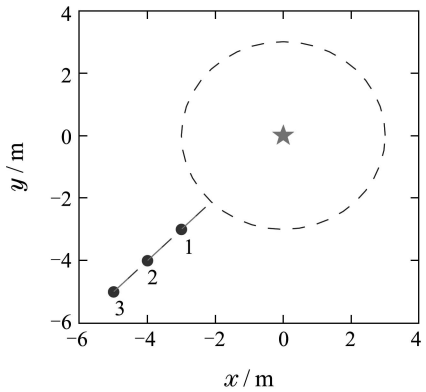
(b) SVF–Model方法

图 7 围捕静态目标轨迹

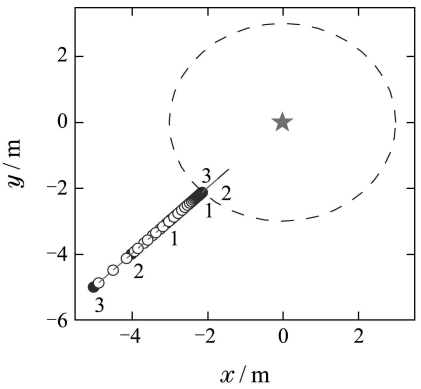
Fig. 7 The trajectories of hunting the static target

3) 处理了特殊情况.

SVF–Model处理了两最近邻在目标方向上时的特殊情况, 而 LP–Rule没有处理, 易导致相碰发生. 图8和图9所示为3个机器人初始位置与静态目标在同一方向上时分别采用基于LR–Rule的方法和本文方法的仿真结果. 时间步长$\Gamma = 0.3$. 由图8知, 基于LP–Rule的围捕最终聚集在一起, 没有实现对目标的围捕. 而处理了特殊情况的基于SVF–Model的围捕没有影响其收敛性, 最终形成均匀围捕队形.



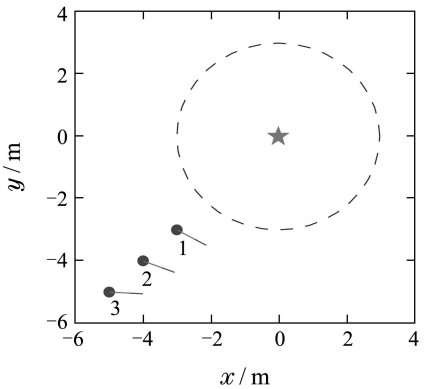
(a) 初始状态



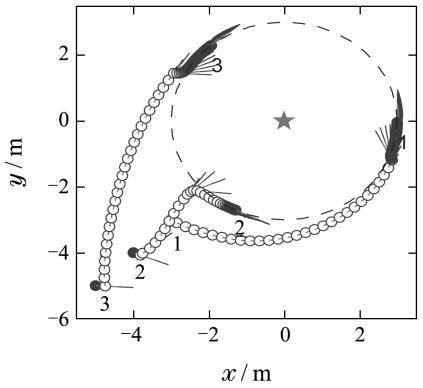
(b) 最终状态

图 8 基于LP–Rule的围捕轨迹

Fig. 8 Hunting trajectories based on LP–Rule



(a) 初始状态



(b) 最终状态

图 9 基于SVF–Model的围捕轨迹

Fig. 9 Hunting trajectories based on SVF–Model

4) 速度设置更合理.

针对文献[16]中图4所列举的“松散”空间中当两最近邻同在S^+或S^-时, SVF–Model使得R_j离两最近邻对象距离越近, 远离时速度越大, 有利于良好避碰或避障; 距离越远, 远离时速度越小, 使得领导涌现时振荡较小, 这更符合群体围捕运动过程中的现象. 而基于LP–Rule 的速度设置恰恰相反, 这也是为什么SVF–Model与LP–Rule 的leader涌现规律正好相反的原因.

5) 可以较好的避障.

由第4节仿真可知基于SVF–Model的围捕算法具有较好地避开静态、动态障碍物性能, 而LP–Rule没有考虑如何避障.

6) 易于实现更高级自组织行为.

对于基于SVF–Model的更高级自组织行为, 可以通过简单的矢量相加来实现, 而如果基于LP–Rule则需要更加复杂的规则来实现.

6 总结(Conclusions)

本文给出了一种基于简化虚拟受力模型的非完整移动群机器人围捕方法, 完成如下工作: 1) 基于未知动态环境下群体围捕行为建立了简单有效的个体虚拟受力模型, 有效抽象出群体围捕行为的一般力学规律. 2) 验证了通过简化的个体虚拟受力模型可以使群机器人自组织系统涌现出期望的群体行为, 有助于涌现控制建模的研究. 3) 验证了个体的简化虚拟受力模型使得个体不存在局部极小值的问题. 4) 与基于LP–Rule的围捕方法进行了对比研究.

参考文献(References):

[1] ŞAHIN E. *Swarm Robotics* [M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005: 10 – 20.

[2] PHAN T A, RUSSELL R A. A swarm robot methodology for collaborative manipulation of non-identical objects [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2012, 31(1): 101 – 122.

[3] 程磊, 俞辉, 吴怀宇, 等. 一类有序化多移动机器人群集运动控制系统 [J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 1117 – 1120.
(CHENG Lei, YU Hui, WU Huaiyu, et al. A sequential flocking control system for multiple mobile robots [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(6): 1117 – 1120.)

[4] 楚天广, 杨正东, 邓魁英, 等. 群体动力学与协调控制研究中的若干问题 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(1): 86 – 93.
(CHU Tianguang, YANG Zhengdong, DENG Kuiying, et al. Problems in swarm dynamics and coordinated control [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(1): 86 – 93.)

[5] 杨帆, 刘士荣, 仲朝亮, 等. 起伏地形环境中多移动机器人协作运输策略 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(7): 857 – 866.
(YANG Fan, LIU Shirong, ZHONG Chaoliang, et al. Cooperative transport strategy for multiple mobile robots in the environment with undulating terrain [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(7): 857 – 866.)

[6] NAVARRO I, MATIA F. An introduction to swarm robotics [J]. *ISRN Robotics*, 2013(2013): 1 – 10.

[7] BAYINDIR L, ŞAHIN E. A review of studies in swarm robotics [J]. *Turkish Journal of Electrical Engineering*, 2007, 15(2): 115 – 147.

[8] BRAMBILLA M, FERRANTE E, BIRATTARI M, et al. Swarm robotics: a review from the swarm engineering perspective [J]. *Swarm Intelligence*, 2013, 7(1): 1 – 41.

[9] SHINAR J, GLIZER V Y, TURETSKY V. A pursuit-evasion game with hybrid pursuer dynamics [J]. *European Journal of Control*, 2009, 15(6): 665 – 684.

[10] LI J, PAN Q S, HONG B R. A new approach of multi-robot cooperative pursuit based on association rule data mining [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2010, 7(3): 165 – 172.

[11] 原魁, 李园, 房立新. 多移动机器人系统研究发展近况 [J]. 自动化学报, 2007, 33(8): 785 – 794.
(YUAN Kui, LI Yuan, FANG Lixin. Multiple mobile robot systems: a survey of recent work [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(8): 785 – 794.)

[12] 蔡云飞, 唐振民, 张浩峰. 基于 Cross-EKF 定位的多机器人协作围捕策略研究 [J]. 控制与决策, 2010, 25(9): 1313 – 1317.
(CAI Yunfei, TANG Zhenmin, ZHANG Haofeng. Multi-robots cooperative hunting strategy based on cross-EKF localization [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(9): 1313 – 1317.)

[13] NI J J, YANG S X. Bioinspired neural network for real-time cooperative hunting by multirobots in unknown environments [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22(12): 2062 – 2077.

[14] 熊举峰, 谭冠政, 皮剑. 基于虚拟力的群机器人围捕算法 [J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(25): 48 – 51.
(XIONG Jufeng, TAN Guanzhen,PI Jian. Swarm-robots capturing algorithm based on virtual force [J]. *Computer Engineering and Application*, 2008, 44(25): 48 – 51.)

[15] MURO C, ESCOBEDO R, SPECTOR L, et al. Wolf-pack (canis lupus) hunting strategies emerge from simple rules in computational simulations [J]. *Behavioural processes*, 2011, 88(3): 192 – 197.

[16] 黄天云, 陈雪波, 徐望宝, 等. 基于松散偏好规则的群体机器人系统自组织协作围捕 [J]. 自动化学报, 2013, 39(1): 57 – 68.
(HUANG Tianyun, CHEN Xuebo, XU Wangbao, et al. A self-organizing cooperative hunting by swarm robotic systems based on loose-preference rule [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(1): 57 – 68.)

[17] WU M, HUANG F F, WANG L, et al. A distributed multi-robot cooperative hunting algorithm based on limit-cycle [C] //*Proceedings of International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*. Bangkok: IEEE, 2009: 156 – 160

[18] 徐望宝, 陈雪波. 组群机器人队形控制的人工力矩法 [J]. 中国科学 (E辑: 信息科学), 2008, 51(10): 1521 – 1531.
(XU Wangbao, CHEN Xuebo. Artifial moment method for swarm robot formation control [J]. *Science in China, Series F: Information Sciences*, 2008, 51(10): 1521 – 1531.)

[19] XU W B, CHEN X B, ZHAO J, et al. A decentralized method using artificial moments for multi-robot path-planning [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2013, 10(24): 1 – 12.

[20] MADDEN J D, ARKIN R C,MACNULTY D R. Multi-robot system based on model of wolf hunting behavior to emulate wolf and elk interactions [C] //*Proceedings of International Conference on Robotics and Biomimetics*. Tianjin: IEEE, 2010: 1040 – 1050.

作者简介:

张红强 (1979–), 男, 讲师, 博士研究生, 研究领域为群机器人系统、群体智能、优化与智能控制等, E-mail: hongniuok@qq.com;

章 兢 (1957–), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为智能控制理论与应用、复杂系统工业控制、节能减排管控一体化、智能系统等, E-mail: zhangj@hnu.cn;

周少武 (1964–), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为复杂控制系统和非线性系统的鲁棒控制、智能机器人控制等, E-mail: shaowuzhou@163.com;

曾照福 (1969–), 男, 副教授, 博士研究生, 研究领域为多机器人系统与协调控制、现场总线技术等, E-mail: zenzf@163.com;

吴亮红 (1977–), 男, 副教授, 博士, 研究领域为智能优化算法及应用, E-mail: lhwu@hnust.cn.