

共演化博弈中的反馈机制

王 龙^{1†}, 吴 特², 张艳玲¹

(1. 北京大学 系统与控制研究中心, 北京 100871; 2. 西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 本文研究共演化动力学在合作演化中的作用. 系统的状态由个体的策略决定. 系统状态与个体的属性共同演化, 形成一种反馈机制. 特别是当个体能够根据博弈的结果调整社会关系时, 这种调整势必影响未来的博弈. 这种反馈机制在适当的时间尺度下, 总是能够促进合作. 首先, 分析了个体策略与群组属性共演化的情形, 在基于个体选择的层面上, 结合溯祖理论和演化集合论, 给出了区域性利他行为涌现的条件. 其次, 给出了结构群体中策略选择的参数判据, 将两策略判据和适应动力学结合起来, 发现通过调整与收益矩阵无关的参数可以实现性能控制. 最后, 研究了不同的角色分配方案在最后通牒博弈中对公平行为演化的影响, 发现当个体的先行者优势或所配置的资源依赖于先前分配结果时, 公平的分配方案及对公平的要求得以建立. 共演化这种反馈机制在用博弈论解决编队控制、资源配置方案设计等实际问题时显示出广泛的应用前景.

关键词: 反馈机制; 演化动力学; 溯祖理论; 机制设计; 通牒博弈

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Feedback mechanism in coevolutionary games

WANG Long^{1†}, WU Te², ZHANG Yan-ling¹

(1. Center for Systems and Control, Peking University, Beijing 100871, China;

2. School of Mechano-electronic Engineering, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: We investigate the effects of coevolutionary dynamics on the evolution of cooperation. The state of the system is described by the collective level of individual's strategies. The state coevolves with individual's property, constituting a feedback mechanism. In particular, whenever individuals are allowed to adjust their social ties in accordance with the game outcome, this adjustment is predestined to affect the payoff in the future game interactions. This feedback mechanism proves effective in promoting cooperation under appropriate time scale of strategy updating to game happening. Next, there comes the coevolutionary dynamics of individual's group affiliation and strategies. On the basis of individual-level selection, by the combination of coalescent theory and evolutionary set theory, the conditions are derived for the parochial altruism to establish. We present the criterion of strategy selection in the structured populations for multiple strategies. We apply this criterion for two-strategy setting in the framework of adaptive dynamics, and find that by adjusting the game matrix independent criterion parameters, certain performance of control systems can be realized. In the ultimatum game, whenever the first mover assignment or the size of the resource to be divided is dependent on the outcome of previous allocation rule, the fair allocation rule and the egalitarian asking demand can be stabilized. The coevolutionary dynamics, as a feedback mechanism, promises prosperous applicability in resolving the problems such as the multi-agent formation and the mechanism design in resource allocation.

Key words: feedback mechanism; evolutionary dynamics; coalescent theory; mechanism design; ultimatum game

1 引言(Introduction)

反馈是指过去或当前信息能够对系统的现状或未来产生作用, 从而构成因果环路的过程^[1-2]. 反馈在自然界和人工系统中普遍存在^[3-7], 无论是细胞组织、生物群落、生态系统, 还是经济系统、人类社会、气候与环境, 还是物理过程、化学反应、工业过程等等. 它们或者通过正反馈来自增强、自催化、自组织从而促使系统演化和发展; 或者通过负反馈来抑制、约束和选

择从而维持系统的稳定. 博弈论^[8-9]为刻画复杂系统个体间的关系和相互作用提供了强有力的工具. 共演化博弈中, 不仅个体的策略是演化的, 外界的某种属性也与之共同演化. 个体间的相互作用导致个体策略的变化, 从而影响外界某种属性; 外界的该属性反过来影响个体的策略, 从而形成一种反馈. 演化稳定策略(evolutionary stable strategy)的提出标志着演化博弈论的正式诞生^[10]. 复制动力学(replicator dynamics)

收稿日期: 2014-01-22; 录用日期: 2014-05-15.

[†]通信作者. E-mail: longwang@pku.edu.cn; Tel.: +86 10-62754083.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61020106005, 61375120).

为演化博弈的研究提供了有效的数学框架^[11-12]. 演化博弈的一个核心问题是利他性行为的涌现和维持. 这里的利他性行为既包括合作演化(evolution of cooperation), 也包括公平行为和信任等. Nowak等人总结了5种促进合作的机制^[13]: 直接互惠(direct reciprocity)^[14-16]、间接互惠(indirect reciprocity)^[16-17]、亲缘选择(kin selection)^[18-21]、群组选择(group selection)^[21-26]和空间互惠(spatial reciprocity)^[27-31]. 在研究合作演化问题时, 常用的博弈模型是囚徒困境(prisoner's dilemma game)^[28]. 在囚徒困境中, 两个个体可以选择合作(cooperation)或者作弊(defection). 当二者合作时, 各自得到收益 R . 当二者作弊时, 各自得到收益 P . 合作者遇到作弊者时, 前者收益为 S , 后者收益为 T , 并且这些参数满足 $T > R > P > S$. 不难发现, 个体的最佳策略总是作弊. 而当二者都合作时, 集体收益达到最高. 个体最优策略和集体最优策略的不一致导致社会困境的产生.

随着复杂性科学的蓬勃发展, 空间互惠即网络上的博弈引起了广泛的研究^[27-37]. Nowak等人率先研究了方格子上的囚徒困境^[28]. 在此工作中, 节点代表个体, 边表征博弈关系. 他们发现空间结构在一定程度上可促进合作. 受此启发, 无标度网络(scale-free network)^[33-35]、小世界网络(small world network)^[33-35]等更符合实际的网络上的博弈研究也接踵而至. 结果表明, 异质性的网络有利于合作的演化^[33-35]. Ohtsuki等人则给出了度规则的网络上自然选择利于合作演化的条件 $b/c > k$ ^[29]. 这里 c 是合作的代价, b 是合作带来的利益, k 是网络的度. 他们将这一结果与哈密尔顿规则进行了类比. 上述这些工作都是基于静态网络结构, 不同于无结构群体, 合作是有机会演化存活的, 甚至可以得到很大程度的提高. 然而, Hauert等人则发现网络结构并不总是能够促进合作, 尤其是在雪堆博弈(snowdrift game)中^[37]. 更进一步, 文献[38]甚至指出结构群体对合作的演化没有影响. 尽管网络上的博弈研究纷繁, 但仍缺少“公理”化的结论. 用实验证实网络结构在合作演化中的作用是非常值得探索的一个课题.

除静态网络上的博弈外, 动态网络上的博弈也掀起了一个研究热潮, 称之为博弈与结构的共演化^[39-45]. 博弈的共演化涉及到3个要素: 博弈本身、与博弈策略共演化的属性、共演化的时间尺度. 截至目前, 共演化工作多以囚徒困境为载体, 而其他类型的博弈鲜有涉及, 如信任博弈(trust game)、最后通牒博弈(ultimatum game)、独裁者博弈(dictator game)、少数者博弈(minority game), 甚至非单一类型的博弈等. 在这些博弈中, 个体的地位通常并不完全一样. 处于劣势的个体可以通过改变自己的其他属性实现自己的利益最大化. 这显然属于共演化的范畴, 值得研究.

在共演化的博弈研究中, 与个体策略共同演化的可以是刻画博弈关系的社会网络(social network)、期望(aspiration)、学习规则(learning rule)、声望(reputation)等属性. 当个体有机会根据博弈的结果调整社会关系时, 他们则会剔除那些给他们带来较小收益或者没有满足期望的博弈对象. 这种调整势必影响未来的博弈, 从而形成一个反馈环. 研究发现这种反馈环在适当的时间尺度下, 总是能够促进合作. 实现共演化的方式除了断边重连(adverse link severing and relink)^[39-45], 还包括迁移(migratoin)^[46-47]、标签的切换(tag-switching)^[48]、表现型的演化(phenotype evolving)^[49-58]、第三者的干预(intervention of the third party)^[59]等.

2 系统状态与社会网络的共演化(Coevolution of strategy and social network)

共演化作为一种反馈机制, 它对合作演化的影响得到了广泛深入的研究^[39-51]. 在断边重连的研究中, 根据时间顺序, 有博弈发生在断边重连之前、博弈发生在断边重连之后、博弈和边动力学以各自的时间尺度发生^[52-66]. 当博弈发生在断边重连之前时, 博弈的个体根据所获的收益决定是否维持这一关系, 因而决定了这一博弈关系的寿命. 如在文献[39]中, 当作弊者的模仿对象是作弊者时, 前者可以以给定概率随机选择一个非邻居的个体取代这一模仿对象. 通过仿真, 作者发现合作水平得到了显著提高. 在此研究中, 有两个较强的假设均有利于合作者. 其一, 合作者的比例在演化之初为0.6; 其二, 在做统计处理时合作水平为0的过程予以忽略. 这两方面的因素削弱了共演化机制对合作的影响. 更进一步, Fu等人^[45]考虑了当合作者与作弊者具有同样的机会来剔除作弊者邻居时共演化机制对合作的影响. 在异步更新的框架下, 一代内只涉及一对连接的个体. 该模型的核心思想是, 个体以概率 w 进行策略更新, 以概率 $1-w$ 进行邻居更新. 当策略更新时, 随机选中的一对个体与其当前所有邻居进行博弈并获得收益, 而所有的邻居只虚拟地参加博弈, 并不获得收益. 然后根据“对比较”(pairwise comparison updating)^[60]进行策略更新. 当网络动力学发生时, 如果涉及的两个个体其中一个为作弊者, 对手则会随机选择一个非邻居的个体替代此邻居. 针对该模型, 作者利用对估计理论(pair approximation)^[37], 在强选择条件下, 对系统的演化动力学行为进行了理论分析. 结论表明, 存在最优的时间尺度使得合作水平达到最高, 仿真结果进一步证实了这一发现(见图1). 这一结论在多人囚徒困境中仍然成立^[61]. 此时个体断开的不再是作弊者个体, 而是给其带来最小利益的社团. Wu等人^[62]对该模型进行了理论上的分析. 更进一步, 文献[44, 67]研究了具有

不同属性的边的稳定性. 与此工作类似, 文献[63]中边的稳定性与个体的收益相关, 得到了同样的结论. 这不难理解, 因为断边的方式只是影响系统到达稳态的时间, 而不会改变稳态的性质. 最近, Rand等人通过行为实验证实了上述理论研究结果^[64].

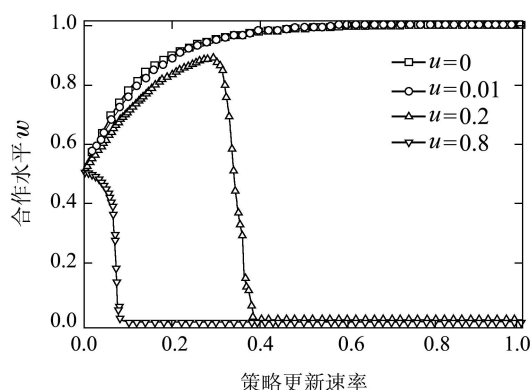


图1 当作弊诱惑 u 取不同值时, 合作水平 w 随时间尺度的变化
Fig. 1 Fraction of cooperators as a function of w with different u values.

在上述研究中, 演化动力学是局部进行的, 更多的个体只虚拟地参加博弈. 相反, Cong等人则考虑了全局动力学下共演化机制对合作的影响^[65]. 演化按照两个步骤推进. 在步骤1中, 平均意义下每对邻居进行博弈的概率是 s . 当博弈发生时, 不稳定的邻居对(作弊者参与的博弈关系)将会断开. 在步骤2中, 所有的个体同步进行邻居更新, 以较大的概率学习邻居中收益较高的个体. 显然, 参数 s 刻画了博弈作用对策略选择的时间尺度. 结果显示, 赋予个体足够多的机会进行博弈及排斥不利的博弈对象, 合作得以演化. 这一结论在多人作用的公共品博弈(public goods game)中仍然成立^[66]. 文献[43]考虑了当对博弈关系不满意时, 个体根据收益竞争建立新的博弈关系的情形. 博弈发生在断边重连之后的工作有文献[44]. 此时, 个体对博弈关系通过“虚拟”(fictitious play)发生博弈进行预判, 如果新的博弈关系可能带来更高的收益, 个体则会建立新的博弈关系, 以取代原有的博弈关系.

此外, 文献[44]从全局的角度研究了共演化机制对合作的影响. 不同状态(策略)的个体之间可以形成邻居关系, 亦可以断开. 当策略选择的时间尺度较小时, 博弈的网络接近混合均匀网络(well-mixed population), 合作在囚徒困境中被抑制. 当策略选择的时间尺度较大时, 相应网络上的囚徒困境博弈可以转化为混合均匀网络上的“猎鹿博弈”(stag-hunt game), 使得自然选择合作成为可能. 在此框架下, Van Segbroeck等人^[67]引入了取代不满意边速率的多样性, 研究了这种多样性对合作演化的影响. Liu等人^[68]将该思想推广到了社团化的群体中. 关于共演化的研究, 仿真成果颇丰, 但是理论成果非常有限. 这是因为在

个体状态与社会关系耦合的情形下, 动力学行为难以进行准确的理论分析. 基于个体的数值仿真为解决这一难题提供了很好的途径, 尤其是在多人博弈中.

首先, 上述研究无一例外地考虑了无向边的情形, 尤其是新选择的个体无条件地接受新的社会关系. 这并不能完全反映真实的情形. 因为个体在接受之前, 会对新的社会关系进行评估. 因此研究边动力学中双向选择的情形是十分必要的. 其次, 在共演化的过程中, 博弈矩阵是一成不变的, 而实际上需要进一步考虑博弈矩阵动态变化对演化动力学的影响. 这是因为在实际情形下, 比如当环境的资源数量不同时, 即使采用相同的策略所带来的收益极有可能不同. 而资源的数量可以依赖于局部环境中生物体的密度、所用的策略、生物体之间的连接关系等. 第三, 这些研究赋予了个体动态调整社会关系的权利. 这种权利的获得本身就是一个值得研究的问题. 换句话说, 如果不作这种假设, 而是个体调整社会关系本身也是一个动态的变量, 那么系统的动力学能否稳定在这样一个状态——存活下来的个体都具备调整社会关系的能力?

在有关迁移的工作中, 一个主流的框架是考虑单层网络中含有空穴(empty sites)的情形. 当对生存环境不满意时, 个体会迁移到新的环境中去. 这反映了生物体具有“趋利避害”的重要特征. 个体对环境的评价则是通过实际博弈^[46]或者虚拟博弈^[47]来实现的. 评估的标准有收益、期望、风险、吸引力、声望等. 也有一些工作考虑了连续空间的情形. 这些研究均用囚徒困境或者公共品博弈刻画博弈关系, 揭示了迁移在解决社会困境中所起的作用. 但是, 现实中尤其是生态环境中, 处于不同地位的物种之间存在的相互竞争可以由其他类型的博弈刻画. 比如不同侧斑的蜥蜴之间的求偶配对可以用剪刀-石头-布博弈(rock-paper-scissors game)刻画. 当遇到强势对手时, 弱势个体会迁移. 这种迁移对生物多样性的维持是否有利, 迁移的时间尺度和范围又是怎样影响生物多样性的? 再如在最后通牒博弈中, 尤其是当资源的获得需要两个或者多个个体共同参与时, 如果响应者对提议者的资源分配方案不满意, 他们可以拒绝接受并且选择离开当前环境. 这不仅避免了当前被利用, 同时也降低了在未来博弈中被利用的机会. 那么在此背景下, 迁移能否使群体摆脱了博弈精炼纳什均衡理论预测的结果^[69-72], 从而稳定在公平度较高的状态上? 总之, 在迁移机制下研究其他类型博弈中的群体动力学是十分必要的. 上述研究都是在单一网络上展开的. 而在实际情形中, 个体可以参与多层网络上的博弈, 每层网络对应一个环境. 这一问题仍然属于共演化的范畴, 但是研究相对稀少. 具体的问题包括: 个体在各层网络上的投资动态变化、不同网络之间的迁移、各层网络上的博弈类型、时间尺度对系统动力学的影响.

实际上,除上述两种方式,博弈的共演化形式非常多样.一般来说,不仅博弈个体的策略随时间变化,而且个体的其他属性也随时间变化.如果两个过程之间有耦合,即博弈的结果影响这些属性,这些属性又反馈到博弈中去,那么这样的过程可以称为博弈的共演化.最近,个体的标签(phenotype)与策略的共演化是一个研究的热点问题^[49-58,73-78].在有关博弈与标签的共演化中,文献[49]颇具影响.在此研究中,合作个体的合作行为是有条件的,他们只对具有相同表现型的个体实施利他性行为.借助溯祖理论,他们得到了自然选择合作的条件为 $\frac{b}{c} > 1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$,其中: c 为合作个体付出的代价, b 为合作个体给对手带来的好处.随后,Tartina等人将上述模型推广到了多策略二人博弈中^[52-53].这些工作中假设了个体的内群偏私(in-group favoritism)特性.Fu等人进一步探索了内群偏私得以演化的条件^[51].

3 区域性利他主义的形成(Evolution of parochial altruism)

物以类聚,人以群分.在自然界中,个体常常因某一特性而聚集并因此发生具有偏好的行为,其中比较典型的特点是个体常常对其种群内个体比较宽容,而对群外个体却相对苛刻^[50-58,73-77].这种现象在人类社会中尤为普遍,人们习惯性地根据亲疏关系来决定对其他个体的态度和行为.从理论角度分析,在自然的演化过程中,自私的个体因其总体收益较高而容易存活下来.那么对群内友好而群外敌对的行为策略在漫长的演化过程中得以延续的原因是什么呢?

3.1 离散策略条件下区域性利他主义的形成(Evolution of parochial altruism under discrete strategy)

为了解开这一谜团,多位学者从动态演化博弈角度做了深入的研究^[50-58,73-77],具有种群特性的个体因偏好而做出条件性的行为,即根据博弈对象的变化可以采用不同的策略.部分个体倾向于与同一种群内部的个体进行合作,而对来自其他种群的个体进行惩罚或者驱逐.在这一博弈过程中,选择合作策略的个体对群内成员表现出了很高的友好度,而对群外则不然.他们不惜付出一定代价而去惩罚或驱逐群外个体,这一行为于其自身无益却在某种程度上保护了其所在种群以及群内其他个体的利益,这是一种区域性利他行为.这种行为的出现激发了种群之间的矛盾,同时使得区域性主义和利他主义在这一过程中实现共演化^[51-54].种群内部个体因群内偏好差异而采取不同的博弈策略,如个体选择对群内合作或背叛,而对于群外个体进行惩罚或不惩罚,驱逐或不驱逐等.在众多可选策略存在的情况下,采用区域性利他策略的个体在什么条件下才能得到自然选择的青睐呢?在混合均匀的有限种群中,当收益矩阵参数满足如下关系

时,区域性利他策略要优于其他策略.当种群数目较大时,在弱选择和小变异情况下:

$$b - 3c - \alpha + \gamma > 0. \quad (1)$$

在弱选择和一般变异的情况下:

$$b - 3c - \alpha + \gamma > \mu N(\alpha + c). \quad (2)$$

在群内博弈中,合作者与合作者博弈时付出代价 c 并得到收益 b ;背叛者与背叛者博弈时双方收益均为0;当合作者与背叛者博弈时,前者付出代价 c 而后者收益 b .在群间博弈中,惩罚者与惩罚者博弈付出代价 α 使得被惩罚者遭受损失 γ ;非惩罚者与非惩罚者博弈时二者收益均为0;当惩罚者与非惩罚者博弈时,惩罚者付出代价 α 而非惩罚者产生损失 γ ; μ 表示策略变异率.

图2中: ρ 表示某种策略单一个体成功入侵并替代目标策略群体的概率,即固定概率^[75]; t 表示固定时间.参数分别为:选择强度 $\omega = 0.0001$,策略变异率 $\mu = 0.0001$,种群规模 $N = 2000$, $b = 5$, $\alpha = 2$, $\gamma = 5$.这里:C表示合作(cooperation),P表示惩罚(punishment),N表示不惩罚(non-punishment);D表示作弊(defection);CP则表示群内合作,群外惩罚,其余类推.图2上图中 $c = 1$,下图中 $c = 3$.图中时间是缩小1000倍之后的时间.根据各策略在演化过程中的稳态分布可以看出,当参数满足条件(1)时,策略CP相比于其他策略更具优势,同时合作得到促进^[77].

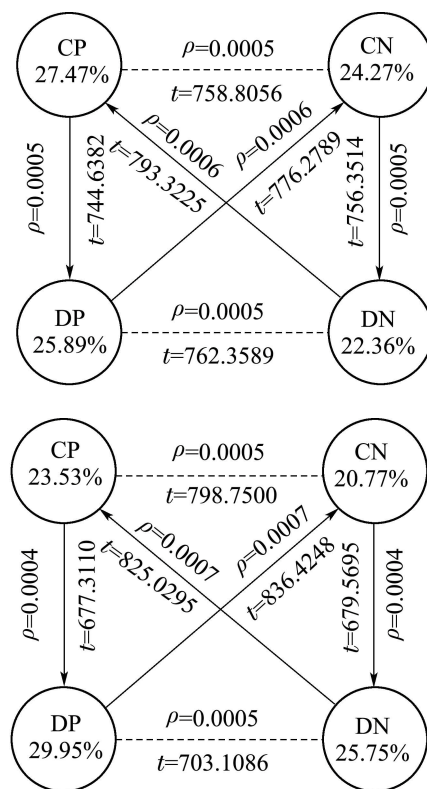


图2 各策略的稳态分布,转移概率和收敛时间

Fig. 2 Stationary probability distributions, transition probabilities, and fixation times of each strategy

此外, 有实验表明个体虽然更加倾向于与群内个体合作但是并非完全不与群外个体合作^[41, 59]. 基于此, Fu研究了内群偏私的演化条件^[51]. 在其模型中, 个体根据偏好度不同而具有不同的合作倾向, 个体策略由 (p, q) 表示, p 表示对群内个体合作的概率, q 表示对群外个体合作的概率. 适应度较高的策略具有较高的概率繁殖后代, 而适应度较高的群组也会吸引更多的个体. 内群偏私建立的条件为 $q < K(p - 1/2) + 1/2$, 其中 K 是收益与支出比 b/c , 群组数目 M , 策略变异率 μ , 以及群组变异率 ν 的函数. 下面给出了内群偏私建立的临界条件. 当种群规模较大且策略小变异情况下, 有

$$\frac{b}{c} > \begin{cases} \frac{v(v+2)^2 - (M/2)(v^3 + 3v^2 + v - 3)}{(M-1)v(v+2)}, & K > -1, \\ \frac{v(v+2)^2 + M(v^2 + 3v + 3)}{(M-1)v(v+2)}, & K > 0. \end{cases} \quad (3)$$

3.2 连续策略条件下区域性利他主义的形成 (Evolution of parochial altruism under continuous strategy)

下面考虑连续策略的情形, 即个体的策略可以在区间 $[0, 1]$ 上任意取值. 假设 N 个个体随机分配到 M 个群组, 每个个体的群组特征可以为其他个体无误差地识别, $G_i \in \{1, \dots, M\}$ 表示个体 i 的群组特征, 一对变量 (p_i, q_i) 表示个体 i 的行为策略. $p_i \in [0, 1]$ 表示个体 i 与群内个体博弈时采取合作的概率, $q_i \in [0, 1]$ 表示个体 i 与群外个体博弈时采取惩罚的概率. 群体根据依赖于频率的Moran过程进行更新. 更新过程中伴随变异, 其中群组变异速率为 ν , 策略变异速率为 μ . 个体有了群组的属性, 很自然的可以引入“群内友爱, 群外仇恨”的概念^[51]. 于是, 群内群外博弈矩阵可以分别表示为 $A^i = [b - c, -c; b, 0]$ 和 $A^o = [-\alpha - \gamma, -\alpha; -\gamma, 0]$. 此时有4个极端纯策略, 群内作弊群外不惩罚 $(0, 0)$, 群内作弊群外惩罚 $(0, 1)$, 群内合作群外不惩罚 $(1, 0)$, 群内合作群外惩罚 $(1, 1)$. 在什么条件下, 区域性利他主义, 即群内合作群外惩罚策略能够被选择? 将离散的情况推广, 可以得到连续策略条件下, 策略 (p, q) 被自然选择的条件为

$$\begin{aligned} \lambda_1 \int_{U_n} [A(p, p) - A(p, q)] dq + \\ \lambda_2 \int_{U_n} [A(p, q) - A(q, q)] dq + \\ \lambda_3 \int_{U_n} [A(p, q) - A(r, q)] dq dr > 0, \end{aligned}$$

这里 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 不依赖于博弈矩阵, 而只依赖于变异率 ν, μ 和 N, M .

于是自然选择有利于策略 $S = (p, q)$ 的条件为

$$C(p, q) =$$

$$\begin{aligned} \lambda_1^i (p - \frac{1}{6})(b - c) + \frac{\lambda_2^i}{2} (1 - 2p)(b + c) + \\ \frac{\lambda_3^i}{2} c(1 - 2p) + \lambda_1^o (\frac{1}{6} - q)(\gamma + \alpha) + \\ \frac{\lambda_2^o}{2} (2p - 1)(\gamma + \alpha) + \frac{\lambda_3^o}{2} \alpha(2p - 1) > 0. \end{aligned}$$

借助溯祖理论(coalescent theory)和演化集合论(evolutionary set theory)可以得到

$$\begin{aligned} \lambda_1^i &\propto (1 + \nu)(3 + \nu + \mu)[M(2 + \mu)(3 + 3\mu + 2\nu) + \nu(4 + 3\mu + 2\nu)], \\ \lambda_2^i &\propto M(2 + \mu)[9 + 3\mu(4 + \mu) + 6\nu + 5\mu\nu + \nu^2] + \nu[3\nu^3 + 2(2 + \nu)(3 + \nu)^2 + \mu^2(21 + 8\nu) + \mu(49 + \nu(38 + 7\nu))], \\ \lambda_3^i &\propto \mu[M(2 + \mu)(9 + 3\mu(4 + \mu) + 7\nu + 5\mu\nu + 2\nu^2)] + \nu[34 + 3\nu^3 + 40\nu + 2\nu^2(8 + \nu) + \mu(3 + \nu)(16 + 7\nu) + \mu^2(21 + 8\nu)] \end{aligned}$$

和

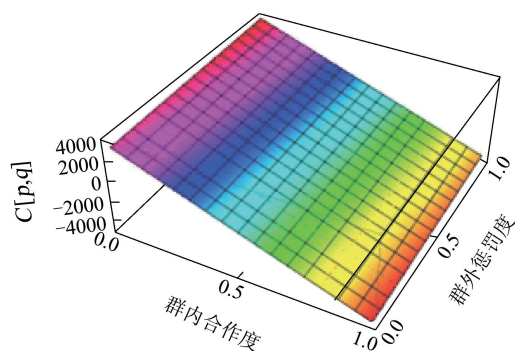
$$\begin{aligned} \lambda_1^o &\propto \nu(M - 1)(1 + \nu)(4 + 3\mu + 2\nu)(3 + \mu + \nu), \\ \lambda_2^o &\propto \nu(M - 1)[3\mu^3 + 2(2 + \nu)(3 + \nu)^2 + \mu^2(21 + 8\nu) + \mu(49 + \nu(38 + 7\nu))], \\ \lambda_3^o &\propto \mu\nu(M - 1)[34 + 3\mu^3 + 40\nu + 2\nu^2(8 + \nu) + \mu(3 + \nu)(16 + 7\nu) + \mu^2(21 + 8\nu)]. \end{aligned}$$

有意思的是, 笔者发现只要 $C(p_i, q_i) > C(p_j, q_j)$, 则在选择变异的过程中策略 $S_i = (p_i, q_i)$ 的频率高于策略 $S_j = (p_j, q_j)$ 的频率. 此外, 还可以得到群体倾向于区域性利他主义的条件为

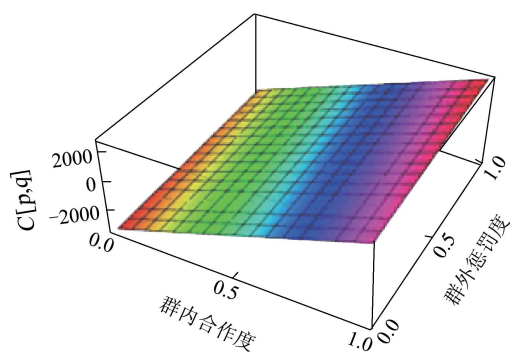
$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= \int_0^1 \int_0^1 pC(p, q) dp dq > \frac{1}{2}, \\ \langle q \rangle &= \int_0^1 \int_0^1 qC(p, q) dp dq > \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (4)$$

图3给出了在竞争演化中策略 (p, q) 占优的条件. $C[p, q]$ 为策略稳态分布判据. 容易发现, 当合作的好处越大, 则越有利于群内合作行为的存活. 当被惩罚的个体所遭受的损失越多, 则越有利于群外惩罚行为的存活. 当只考虑4种策略时, 区域性利他主义的条件由图4给出. 容易看出, 增加策略的变异率或者增加迁移率, 群外惩罚行为能够演化的条件变得苛刻. 也就是说, 策略变异使得群组内的策略出现多样性, 合作的个体在群内的收益受到削弱. 另一方面, 迁移使得惩罚者需要惩罚更多的个体, 所付出的惩罚代价也会增加. 图5同时表明, 对于给定的策略变异率 μ , 存在最优的个体迁移率, 使得 b/c 最小, 群内合作演化的条件变得容易实现. 不同的是, 对于固定的迁移率 ν , 群内合作被自然选择的临界条件 b/c 随 μ 的增加而增加. 不难发现, 当 $M = 1$ 时, 群内合作演化的条件变得不可能实现. 也就是说, 当群体混合均匀时, 不管策略如何变

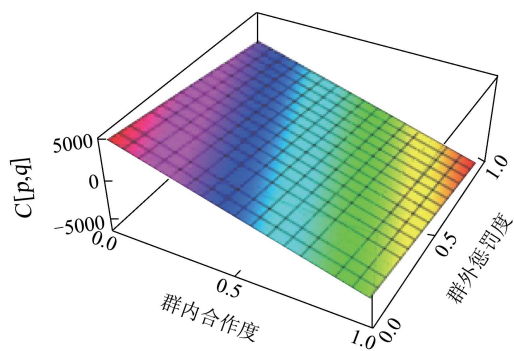
异,合作都处于劣势.



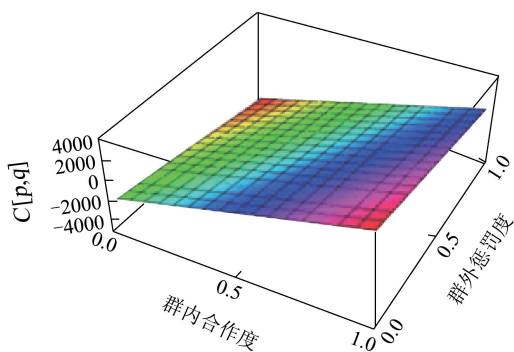
(a) $b = 1, c = 0.8, \alpha = 0.1, \gamma = 0.7$



(b) $b = 1, c = 0.1, \alpha = 0.1, \gamma = 0.7$



(c) $b = 1, c = 0.8, \alpha = 0.1, \gamma = 0.2$



(d) $b = 1, c = 0.8, \alpha = 0.1, \gamma = 0.7$

图3 连续策略条件下, 策略 (p, q) 的存活情况

Fig. 3 The viability of (p, q) under continuous strategy condition

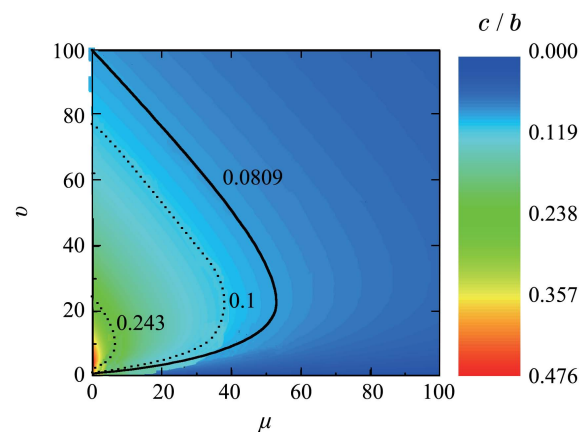
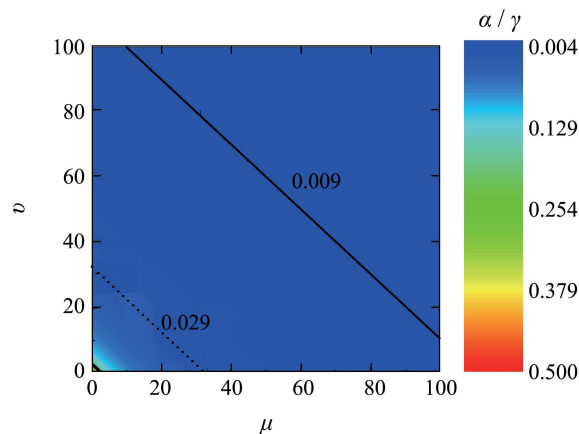


图4 不同变异率和迁移率条件下, 区域性利他性行为演化的临界博弈参数

Fig. 4 Thresholds of α/ν and c/b above which parochial altruism can evolve

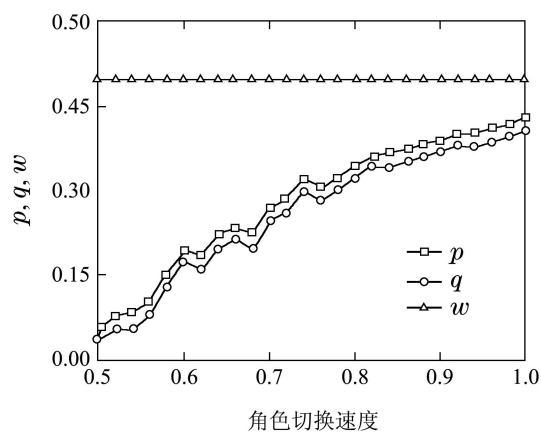


图5 当角色分配依赖博弈结果时, 群体的平均分配水平 p 、接受水平 q 、平均收益 w 随参数变化规律

Fig. 5 The giving level, acceptance level, and average payoff of the population as a function of the parameter w for outcome-based role assignment

3.3 小结(Summary)

群体结构对动态演化具有很大的影响. 一种策略在混合均匀群体中受到选择的青睐, 而在具有结构特性的群体中也许会处于劣势^[37]. 在结构种群中, 区域

性利他策略的演化将会受到结构特性的影响. 研究种群结构(如结构系数^[51-53,55])对区域性利他策略演化的影响将很有意义. 目前, 已有成果主要集中于弱选择或策略变异较小的情况下, 选择强度和变异率对内群偏好策略的演化影响还有待研究.

4 有限种群中的策略选择(Strategy selection criterion for finite population)

4.1 离散策略的两参数判据(Two parameters criterion for discrete strategies)

考虑规模为 N 的群体演化动力学, 个体拥有唯一的策略(n 个可选策略之一)和“位置”关系. “位置”决定个体间的交互关系. 例如在混合均匀群体中, 个体等概率和任意其余个体进行交互, 此时群体中的所有个体可视为平等. 又如在结构群体中, 个体只和与自己具有相同“位置”属性的个体进行博弈, 不过同一“位置”属性的所有个体可视为平等. 除了策略和“位置”, 还有收益矩阵决定个体的收益. 如下的 $(a_{ij})_{n \times n}$ 收益矩阵意味 i 策略个体和 j 策略个体交互时会获得收益 a_{ij} :

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

按照通常的假设, 个体适应度 f 为其收益 p 的线性函数, 即 $f = 1 + \delta p$. 其中: 1为独立于博弈的“背景适应度”, 参数 δ 刻画选择强度, 量化了博弈对个体适应度的影响. 极限 $\delta \rightarrow 0$ 代表弱选择.

将群体状态 s 定义为刻画所有个体的策略和“位置”的二维向量. 本质上讲, 状态包含确定个体收益的必要信息. 例如混合均匀群体的状态只需刻画所有个体的策略, 而结构群体的状态既包含所有个体的策略也包含所有个体的“位置”属性. 在更新时刻, 群体根据更新规则改变自身状态. 这部分考虑满足假设1和2的更新规则.

假设1 状态转移概率在 $\delta = 0$ 附近可微.

假设2 子代以非零概率 u 等概率随机采取 n 个策略之一, 以概率 $1 - u$ 采取父代的策略.

假设1和2并不苛刻, 蕴含于大部分已被采用的更新规则, 如“Wright-Fisher”类型过程或者“Moran”类型过程. 在前者中, 所有 N 个体在下一代死去, 并在之前等比自身适应度竞争下一代 N 个子代的产生. 后者表明所有个体等比于自身适应度产生一个子代, 此子代等概率替代群体中的一个个体. 假设1-2条件下的有限状态马尔科夫过程满足以下引理^[77-79].

引理1 若更新规则满足假设1和2, 则此过程拥有唯一的不变分布 π , 并且 π 在 $\delta = 0$ 附近连续可微, 其

导数在 $\delta = 0$ 的取值为收益矩阵元素 a_{ij} 的线性函数.

此引理的证明分为3步:

首先, 更新过程为有限状态的马尔科夫过程, 由于策略变异率非零, 此过程可以从任意状态到达任意其余状态. 用数学语言描述, 此过程的状态转移矩阵 $T = (T_{ij})$ 是随机素矩阵(stochastic primitive matrix), 也就是说, 存在一个正整数 k , 使得 $T^k > 0$. 其中 T_{ij} 是过程从状态 s_j 转移到状态 s_i 的概率. 由于适应度由 $1 + \delta \times$ 收益刻画, 易知 T_{ij} 为 δ 的有理函数, 同时 δ 与 a_{ij} 总是相伴相随, 二者不会单独出现.

其次, 根据Perron-Frobenius定理, 不变分布 $\pi = (\pi_{s_1}, \dots, \pi_{s_m})$ 存在且唯一, 为状态转移矩阵 T 对应特征值1的归一化的右特征向量. 换句话说, 1为系统 $T\pi = \pi$ 的简单特征值, 故此系统仅有一个自由度. 对此系统实施高斯消元, 得到 $\pi_{s_1} = -\pi_{s_m} v_1, \dots, \pi_{s_{m-1}} = -\pi_{s_m} v_{m-1}$. 由于行变换的基础属性, $v_1, \dots, v_{m-1}$ 与 T_{ij} 关于 δ 有相同的性质. 又由于 $1 = \pi_{s_m}(-v_1 - \dots - v_{m-1} + 1)$, 不变分布 π 与 T_{ij} 关于 δ 有相同的性质.

最后, 在弱选择下, 对 π_{s_k} 的分子和分母关于 δ 实施泰勒展开, 得到 $\pi_{s_k} = \frac{b_{0s_k} + b_{1s_k} \delta}{c_{0s_k} + c_{1s_k} \delta}$. 其中: b_{0s_k} 和 c_{0s_k} 与 a_{ij} 无关, b_{1s_k} 和 c_{1s_k} 是 a_{ij} 的线性组合, 经过简单的求导计算, π_{s_k} 的导数在 $\delta = 0$ 的取值为 a_{ij} 的线性函数.

根据引理1, 可以得到下述定理^[54]. 若非特别强调, 下文中“ $\langle \rangle$ ”表示稳定状态下的均值, “ $\langle \rangle$ ”的下标代表选择强度, x_k 为 k 策略的频率.

定理1 若更新规则满足假设1和2, 则弱选择下, 策略 k ($1 \leq k \leq n$)被自然选择所倾向($\langle x_k \rangle > 1/n$)的条件为如下的两参数不等式之一: $\sigma_1(a_{kk} - a_{**}) + (a_{k*} - a_{**}) + \sigma_2(a_{k*} - a) > 0$ 或者 $\sigma_1(a_{kk} - a_{**}) + \sigma_2(a_{k*} - a) > 0$. 其中 σ_1 和 σ_2 仅和模型及动力学有关, 而与策略数目和收益矩阵元素无关,

$$a_{**} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{ii}, \quad a_{k*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{ki}, \\ a_{*k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{ik}, \quad a = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

此定理证明思路如下: 首先根据引理1,

$$\langle x_k \rangle = \langle x_k \rangle_0 + \delta \frac{d}{d\delta} \langle x_k \rangle \big|_{\delta=0} = \langle x_k \rangle_0 + \delta R_k,$$

并且 $R_k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{kij} a_{ij}$. 由于策略的表现和自身的标号无关, 则所有策略标号经过一个轮换的双射 $P\{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ 变换后, 收益矩阵元素相应变换, 各个策略的动力学表现不变, 数学上表达为 $C_{P(kij)} = C_{kij}$. 根据 $k=i=j$, $k=i \neq j$, $k=j \neq i$, $i=j \neq k$, $i \neq j \neq k \neq i$, C_{kij} 可归为5类, R_k 相应地表示

达为5参数形式. 其次鉴于 $\sum_{k=1}^n R_k = 0$, 5参数减为3参数形式, 具体为 $R_k = \lambda_1(a_{kk} - a_{**}) + \lambda_2(a_{k*} - a_{*k}) + \lambda_3(a_{k*} - a)$. 最后考虑两种形式的 mn 个策略: 一为最初的 n 个策略均有 m 个复制版本; 二为最初的 m 个策略均有 n 个复制版本, 得到 $n\lambda_i(n) = 3\lambda_i(3)$. 换句话说, λ_i 不依赖于策略的数目. 如果 $\lambda_2(3) \neq 0$, 令 $\sigma_1 = \frac{\lambda_1(3)}{\lambda_2(3)}$, $\sigma_2 = \frac{\lambda_3(3)}{\lambda_2(3)}$. 如果 $\lambda_2(3) = 0$, 令 $\sigma_1 = \lambda_1(3)$, $\sigma_2 = \lambda_3(3)$.

特别地针对两策略, 令 $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2/2}{1 + \sigma_2/2}$, 可以得到以下推论^[52]:

推论 1 若更新规则满足假设1和2, 则弱选择下, 策略1被自然选择所倾向 ($\langle x_k \rangle > 1/2$) 的条件为单参数不等式: $\sigma a_{11} + a_{12} > a_{21} + \sigma a_{22}$.

定理1和推论1只是给出了策略表现的判据形式, 然而针对具体模型, 只有获得判据中的参数值才能判定策略是否为自然选择所倾向. 对于任意的满足假设1和2的演化过程, 这将是一个非常棘手的问题. Tarnita等人^[55]针对一类不仅满足假设1和2而且满足以下两条假设的演化模型, 给出了判据参数的计算方法:

假设 3 全局更新: 所有个体共同竞争产生后代, 群体出生率等于群体死亡率, 即群体数目不变.

假设 4 定常的出生率或死亡率, 个体的适应度只能影响自身的出生率或者死亡率.

定理 2 满足假设1-4的多策略演化动力学, 弱选择下 $\langle x_k \rangle > 1/n$ 的两参数为

$$\sigma_1 = \frac{\langle x_k I_{jj} \rangle - \langle x_k I_{ij} \rangle}{\langle x_k I_{jk} \rangle - \langle x_k I_{ij} \rangle},$$

$$\sigma_2 = \frac{n \langle x_k I_{ij} \rangle}{\langle x_k I_{jk} \rangle - \langle x_k I_{ij} \rangle},$$

其中: $i \neq j \neq k \neq i$, I_{ij} 代表 i 策略个体和 j 策略个体的交互数目. 满足假设1-4的两策略演化动力学, 弱选择下 $\langle x_1 \rangle > 1/2$ 的单参数为 $\sigma = \frac{\langle x_2 I_{11} \rangle}{\langle x_2 I_{12} \rangle}$.

定理2可以由以下的“选择-变异分析”获得.

首先, 群体的演化动力学明显受两股力量支配: 选择和变异. 当系统达到稳定状态, 这两股力量达成平衡. 平均意义下, 每种策略的频率在一步更新中是没有变化的: $0 = \langle \Delta x_i^{\text{tot}} \rangle = \langle \Delta x_i^{\text{sel}} \rangle + \langle \Delta x_i^{\text{mut}} \rangle$, 其中 Δx_i^{tot} 表示在一步更新内策略 i 的变化率. 它由两部分组成: Δx_i^{sel} 和 Δx_i^{mut} , 分别表示仅由选择和仅由变异引起 i 策略的频率 x_i 在一步更新中的变化.

其次, 在一个给定的状态, 选择引起 i 策略频率变化为 (该策略全部个体产生子代的数目 b_i - 现存该策略个体死去的数目 d_i) / N , 即 $\Delta x_i^{\text{sel}} = \frac{b_i - d_i}{N}$. 有两种方

式产生 i 策略个体: i 策略个体产生后代并且没有变异到其他策略或者其余策略个体产生后代并且变异到 i 策略, 仅有一种方式失去 i 策略个体: i 策略个体死去. 故综合考虑选择和变异两股力量: $\Delta x_i^{\text{tot}} = \Delta x_i^{\text{sel}}(1 - u) + \frac{u}{N} \sum_i b_i (\frac{1}{n} - x_i)$.

再次, 由 $\langle \Delta x_i^{\text{tot}} \rangle = 0$, 不难得到 $\langle x_i \rangle > \frac{1}{n}$ 的条件为 $\langle \Delta x_i^{\text{sel}} \rangle > 0$. 此结论适用于任意选择强度和变异率, 然而 $\langle \Delta x_i^{\text{sel}} \rangle$ 在任意选择强度下不能解析求出. 不过在弱选择下, $\langle \Delta x_i^{\text{sel}} \rangle$ 可由 $\langle \Delta x_i^{\text{sel}} \rangle > 0$ 近似. 根据定理1和摄动理论得到 $\langle \Delta x_i^{\text{sel}} \rangle = \delta \langle \frac{d}{d\delta} \Delta x_i^{\text{sel}} \rangle > 0$. 最后, 不失一般性, 以下的分析假设适应度只影响出生率, 死亡率恒定, 常见更新过程为“Wright-Fisher”过程和“Moran”过程, 前者意味 $b_i = N \frac{N x_i + \delta P_i^{\text{tot}}}{N + \delta P^{\text{tot}}}$, $d_i = N x_i$, $\sum_i b_i = \sum_i d_i = N$. 后者表明

$$b_i = \frac{N x_i + \delta P_i^{\text{tot}}}{N + \delta P^{\text{tot}}}, \quad d_i = x_i, \quad \sum_i b_i = \sum_i d_i = 1.$$

上述公式中 p_i^{tot} 和 p^{tot} 分别为全部 i 策略个体和整个群体的收益之和. 不难得到

$$\langle \frac{d}{d\delta} \Delta x_i^{\text{sel}} \rangle > 0 = \langle p_i^{\text{tot}} - x_i p^{\text{tot}} \rangle > 0.$$

将 $\langle p_i^{\text{tot}} - x_i p^{\text{tot}} \rangle > 0$ 与 $\sigma_1(a_{kk} - a_{**}) + (a_{k*} - a_{*k}) + \sigma_2(a_{k*} - a)$ 对比和简单的变形获得定理2.

事实上, 定理2给出计算 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma$ 的简单算法: 在所有个体具有相同适应度的结构群体演化很长一段时间后, 记录结构群体在每一时刻的状态 (主要收集 x_i, I_{ij}). 与此同时, 已经有很多研究针对具体模型, 在大群体的前提下给出 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma$ 的解析表达式^[77-78], 并由此研究结构对于群体合作的影响. 例如, Antal和Fu等人^[49, 51]研究了合作如何在一维结构群体 (“位置”可由一维向量表示) 中演化, Tarnita等人^[53]将此模型推广到高维结构群体中. 这些工作的共同解决方法是将参数解析式转化为溯祖概率的计算. 利用同样的思路, Antal等人^[56]获得混合均匀群体的多策略判据, 其后Tarnita等人^[52]又将一维结构群体的两策略推广到多策略, 详见定理3.

定理 3 满足假设1-4的混合均匀群体博弈, 当群体充分大时, 两参数为 $\sigma_1 = 1, \sigma_2 = \mu$; 满足假设1-4的孤岛群体博弈, 当群体充分大时, 两参数为 $\sigma_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \sigma_2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2}$, 其中:

$$\lambda_1 = (1 + v)(3 + \mu + v)[M(2 + \mu)(3 + 3\mu + 2v) + v(4 + 3\mu + 2v)],$$

$$\lambda_2 = M(2 + \mu)[9 + 3\mu(4 + \mu) + 6v + 5\mu v +$$

$$v^2] + v[3\mu^3 + \mu^2(21 + 8v) + \mu(49 + v(38 + 7v)) + 2(2 + v)(3 + v)^2],$$

$$\lambda_3 = \mu[M(2 + \mu)(9 + 3\mu(4 + \mu) + 7v + 5\mu v + 2v^2) + v(34 + 3\mu^3 + 40v + 2v^2(8 + v) + \mu^2(21 + 8v) + \mu(3 + v)(16 + 7v))],$$

$\mu = Nu, v = N\nu$, u 为变异发生的概率, ν 为迁移发生的概率.

以往参数解析表达式的计算均假设群体规模非常大, 此时自动忽略了群体规模对于演化的影响. 为了弥补这些缺憾, 笔者探索了任意群体规模下的两参数值, 获得如下定理.

定理 4 满足假设1-4的混合均匀群体博弈, 当群体规模任意, 两参数为

$$\sigma_1 = 1, \sigma_2 = -2 - \frac{a_1 - 1}{a_1 - a_2},$$

其中:

$$a_1 = \frac{1 - u}{1 + (N - 1)u},$$

$$a_2 = \frac{1 - u}{1 + (N - 1)u} \frac{1 - u}{1 + \frac{(N - 2)u}{2}}.$$

满足假设1-4的孤岛群体博弈, 当群体规模任意, 两参数为

$$\sigma_1 = 1 + \frac{(M - 1)(3x_3 - x_4 - x_5 - x_6)}{(M - 1)(x_4 + x_5 + x_6 - 2x_1 - x_2) - 3x_8 + 3x_9},$$

$$\sigma_2 = -2 + 3 \frac{(M - 1)(-x_3 + x_7) - x_9 + 1}{(M - 1)(x_4 + x_5 + x_6 - 2x_1 - x_2) - 3x_8 + 3x_9}.$$

其中:

$$x_1 = f(0, 0, 0)g(0, 0, 1, 0, 0, 1),$$

$$x_2 = f(0, 0, 2)g(0, 0, 1, 0, 0, 0),$$

$$x_3 = f(0, 0, 0)g(3, 3, 3, 2, 2, 2),$$

$$x_4 = f(0, 0, 0)g(0, 1, 1, 0, 1, 1),$$

$$x_5 = f(0, 0, 2)g(0, 1, 1, 0, 1, 0),$$

$$x_6 = f(0, 2, 0)g(0, 1, 1, 0, 0, 1),$$

$$x_7 = f(0, 2, 0)g(3, 3, 3, 2, 2, 2),$$

$$x_8 = f(0, 0, 2)g(0, 0, 3, 0, 0, 2),$$

$$x_9 = f(0, 0, 2)g(3, 3, 3, 2, 2, 2),$$

$$f(x, y, z) = \frac{f_1(x, y, z)}{f_2(x, y, z)},$$

$$f_1(x, y, z) = \frac{uvx}{2} + \frac{u(1 - v)y}{2} + \frac{(1 - u)vz}{2} + (1 - u)(1 - v),$$

$$f_2(x, y, z) = (N - 1)[uv(1 - \frac{x}{2}) + u(1 - v)(1 - \frac{y}{2})] + (N - 1)(1 - u)v(1 - \frac{z}{2}) + 1,$$

$$g(x, y, z, x', y', z') = \frac{g_1(x', y', z')}{g_2(x, y, z)},$$

$$g_1(x', y', z') = \frac{u(1 - v)y'}{2} + \frac{(1 - u)vz'}{2} + \frac{uvx'}{2} + (1 - u)(1 - v),$$

$$g_2(x, y, z) = 1 + \frac{(N - 2)uv(1 - \frac{x}{3})}{2} + \frac{(N - 2)u(1 - v)(1 - \frac{y}{3})}{2} + \frac{(N - 2)(1 - u)v(1 - \frac{z}{3})}{2}.$$

4.2 适应动力学及其与参数判据的结合(Application of strategy selection criterion under adaptive dynamics framework)

适应动力学研究多维连续策略 $x \in \mathbb{R}^d$ 的长期演化, 通常假设如下(在此基础上, 可以获得引理2^[57-58, 79]):

假设 5 群体的变异率非常小.

假设 6 变异策略 x' 与常驻策略 x 充分接近.

假设 7 策略 $x = (x_1, x_2, \dots, x_d)$ 的变异均值及不同元素的变异协方差为零.

假设 8 变异体的固定概率 $\rho(x'; x)$ 在 $x' \approx x$ 处关于参数 x 和 x' 可微.

引理 2 若假设5-8满足, 连续策略 x 第 i 个元素的适应性演化为 $\frac{dx_i}{dt} = Nu(x)v_i \frac{\partial \rho(x'; x)}{\partial x'_i} \big|_{x'=x}$, 其中 N 和 v_i 分别为群体规模和第 i 个元素的变异方差, 二者与 x 无关, $u(x)$ 为单位变异率.

此引理的证明可以按以下步骤完成.

首先, 根据假设5, 连续策略 x 的适应性演化可由马尔科夫“跳”过程刻画. 群体未发生变异时, 会一直处于常驻策略 x . 否则, 群体会“跳”到一个新的变异策略 x' . “跳”代表变异策略 x' 取代 x 占领整个群体的迭代事件. 从一个非常漫长的时间来看, 迭代事件发生于瞬间, 群体可被视为“时时”采取单一策略.

其次, 根据马尔科夫链的性质,

$\frac{d}{dt}p(x, t) = \int W(x|x')p(x', t) - W(x'|x)p(x, t)dx'$, 其中: $p(x, t)$ 为群体在 t 时刻位于策略 x 的概率, $W(x|x')dx'$ 为群体的策略由 x' 转移到 x 的概率. 常驻策略为 x 的群体以概率 $Nu(x)r^{xc}$ 产生单一变异体, 变异

体以概率 $M(x' - x)dx'$ 采取策略 x' , 单个变异体 x' 以概率 $\rho(x'; x)$ 在常驻群体 x 中固定, 因此

$$W(x|x')dx' = Nu(x)M(x' - x)\rho(x'; x)dx'.$$

再次, 根据假设6, 随机实现与其均值相差不大, 则

$$\frac{d\langle x \rangle}{dt} = \int x \frac{dp(x, t)}{dt} dx = \langle a(x) \rangle = a(\langle x \rangle),$$

其中 $a(x) = \int (x' - x)Nu(x)M(x' - x)\rho(x'; x)dx'$. 简约起见, 下文中 x 代表其均值 $\langle x \rangle$, 连续策略的平均路径为

$$\frac{dx(t)}{dt} = \int (x' - x)Nu(x)M(x' - x)\rho(x'; x)dx'.$$

最后根据假设7和8, 将 $\rho(x'; x)$ 的一阶泰勒展开代入上式可得

$$\frac{dx_i}{dt} = Nu(x)v_i \frac{\partial \rho(x'; x)}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x}.$$

本文并不能显式给出一般交互结构群体的固定概率 $\rho(x'; x)$. 不过当群体混合均匀, 且更新过程为不依赖频率的生灭过程, 令 $b(x'; x)$ 和 $d(x'; x)$ 为变异体的单位出生率和死亡率,

$$\rho(x'; x) = \frac{1 - b(x'; x)/d(x'; x)}{1 - (b(x'; x)/d(x'; x))^N}.$$

当 $N \rightarrow +\infty$, $\rho(x'; x)$ 近似为

$$f(x'; x) = \max\left\{\frac{b(x'; x) - d(x'; x)}{b(x)}, 0\right\}.$$

并令 $u(x) = b(x)\mu$, 应用引理2可得以下推论^[80-82].

推论2 若更新过程为不依赖频率的生灭过程, 在混合均匀的大规模群体中, 两人博弈的适应性动力学为 $\frac{dx_i}{dt} = N\mu v_i \frac{\partial f(x'; x)}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x}$.

如果没有 $\rho(x'; x)$ 的显式表达式, 就不能利用引理2得到相应的适应动力学. 下面结合引理2和推论1解决满足假设9-13的结构群体适应动力学^[79]. 本文关注的迭代事件(即“跳”)的具体过程为有限状态的马尔科夫链. 此过程的初始时刻, 常驻策略 x (简记为 R) 的群体产生单一的变异体 x' (简记为 M). 此过程在全部个体采取变异策略 x' 或全部个体采用常驻策略 x 时结束. 常驻策略 x 和变异策略 x' 的收益矩阵 $A(x, x')$, 元素为 $a_{RR} = a(x; x)$, $a_{RM} = a(x; x')$, $a_{MR} = a(x'; x)$ 和 $a_{MM} = a(x'; x')$, 其中 $a(x; y)$ 为 x 策略者遇到 y 策略者的收益.

假设9 常驻策略仅仅影响收益矩阵 $A(x, x')$, 并不影响交互结构和更新规则, 转移概率完全由收益矩阵 $A(x, x')$ 决定.

假设10 变异体固定的状态是吸收态, 且变异

体固定从任意初始状态均是可能的.

假设11 如果收益矩阵 $A(x, x')$ 乘以正常数, 固定概率 $\rho(x'; x)$ 不变.

假设12 当 x' 充分接近 x , 转移概率关于收益矩阵元素可微, 收益矩阵元素关于 x 及 x' 可微.

假设13 $\rho(x'; x)$ 关于 a_{MM} 及 a_{MR} 递增.

定理5 若演化过程满足假设5-7, 9-13, $\frac{dx_i}{dt}$ 正比于 $\frac{\partial a(x'; x)}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x} + \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} \frac{\partial a(x; x')}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x}$.

此定理的证明思路如下: 首先假设9-12说明固定概率 $\rho(x'; x)$ 关于 x 及 x' 可微, 故此时引理2适用. 其次利用多变量链式规则, 以及假设11-13, $\frac{\partial \rho(x'; x)}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x}$ 正比于

$$\frac{\partial a(x'; x)}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x} + k \frac{\partial a(x; x')}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x}.$$

k 的表达式为

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial a_{MM}} + \frac{\partial \rho}{\partial a_{RM}}\right) / \left(\frac{\partial \rho}{\partial a_{MM}} + \frac{\partial \rho}{\partial a_{MR}}\right) \Big|_{A(x, x)/a(x; x)},$$

显然它与收益矩阵无关. 最后将 k 值和推论1的 σ 建立联系, 而 σ 可以利用定理2求出. 由假设11可知

$$\frac{\partial \rho(x'; x')}{\partial x'_i} \Big|_{x'=0} = 0,$$

进而对于较小的 $x' > 0$,

$$\rho(x'; 0) > \rho(0; x') \Leftrightarrow \frac{\partial \rho(x'; 0)}{\partial x'_i} \Big|_{x'=0} > 0.$$

考虑一特殊博弈, 收益函数为 $a(x; y) = -cx + by + 1$. 根据推论1, 变异策略 $x' > 0$ 和常驻策略 $x = 0$ 相比占优的判断为 $\rho(x'; 0) > \rho(0; x') \Leftrightarrow \sigma(b - c) - c > b$. 又因为

$$\frac{\partial \rho(x'; 0)}{\partial x'_i} \Big|_{x'=0} > 0 \Leftrightarrow -c + kb > 0,$$

则 $k = \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1}$, 进而可知 $\frac{dx_i}{dt}$ 正比于

$$\frac{\partial a(x'; x)}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x} + \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} \frac{\partial a(x; x')}{\partial x'_i} \Big|_{x'=x}.$$

若更新过程为依赖频率的生灭过程, 混合均匀的有限群体中 $\sigma = \frac{N-2}{N}$, 混合均匀的无限群体中 $\sigma = 1$, 代入定理3即得推论3^[83]. 已知混合均匀群体的固定概率的显式表达式, 故此推论最初是由直接对固定概率求导而得.

推论3 若更新过程为依赖频率的生灭过程, 在混合均匀的任意规模的群体中, 两人博弈的 $x \in \mathbb{R}^d$ 关于时间的导数正比于

$$\frac{N-1}{N} \frac{\partial}{\partial x'_i} a(x'; x) \Big|_{x'=x} - \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial x'_i} a(x; x') \Big|_{x'=x}.$$

特别当群体规模无限大时, 两人博弈的 $x \in \mathbb{R}^d$ 关于时间的导数正比于 $\frac{\partial}{\partial x_i} a(x'; x)|_{x'=x}$.

值得一提的是, 定理3只适合于二人博弈, 对于公共品博弈的适应动力学却无能为力. 笔者已经导出混合均匀群体下的公共品博弈的适应动力学^[58-59]:

定理6 若更新过程为依赖频率的生灭过程, 在混合均匀的任意规模的群体中, k 人公共品博弈的 $x \in \mathbb{R}$ 关于时间的导数正比于

$$(N-k) \sum_{j=0}^{k-1} \binom{k-1}{j} x^j (1-x)^{k-1-j} (g(\frac{j+1}{k}) - g(\frac{j}{k})),$$

其中 $g(x)$ 为满足 $g(0) = 0$ 的递增函数.

利用此动力学, 笔者探究了两种贡献机制如何随着生产函数 $g(x)$ 变化. 发现了不同于二人博弈的物理现象: “分支现象” 和 “鞍点效应”.

4.3 小结(Summary)

本部分包括两方面的工作, 其一为结构群体多策略演化的两参数判据形式及其参数的计算方法, 其二为结构群体的适应动力学与两策略演化的单参数判据的结合. 在此基础上, 还有很多有意义的理论工作值得探索. 首先, 本部分除了定理6的所有定理只是针对两人博弈的. 然而, 多人参与的公共品博弈在动物界和人类社会随处可见, 可以将这些结果延拓到多人博弈. 例如获得结构群体中多人多策略演化的判据形式, 并以此为依据推导出结构群体中多人博弈的适应动力学. 其次, 本部分所有结果均有假设条件, 放松假设获得更加一般的结论是值得研究的问题. 例如假设2表明变异在 n 个可选择的策略中是无偏差的, 可变异偏私(即变异个体不是等概率随机选取 n 个策略之一)在自然界中被广泛发现, 并且具有重要的生物意义. 一种可行方案是将 n 个可选择的策略视作位于一个圆上, 变异个体只能选择临近父代的某些策略. 此时, 假设2可视为特殊情形. 在该放松条件下, 结构群体多策略演化的判据形式值得深入研究.

5 通牒博弈中的公平演化(Emergence of fairness in the ultimatum game)

博弈论研究通常假定个体在博弈中行为选择是理性自私的. 然而, 大量的行为实验数据说明, 个体在博弈中进行行为选择不是仅仅关注其自身的收益, 而是较大程度地受到其他个体收益的影响. 即个体在行为选择时展现出所谓的 “涉他偏好”^[69-71, 84]. 为研究个体的这种非理性行为, 最后通牒博弈被广泛采用. 在常见的最后通牒博弈中^[72], 两个参与者分别以提议者(proposer)和响应者(responder)的身份同分一笔资金(可以被认为是给参与者带来实际效用的物品, 如资源, 商品等). 提议者决定将一定比例的资金分给响应者. 如果响应者接受这个比例, 余下的资金归提议者

所有. 否则, 他们将一无所获. 不难发现, 此博弈的子博弈精炼纳什均衡便是: 对于理性自私的提议者, 在单次匿名最后通牒博弈中, 将为响应者提供自己认为能被接受的尽量少的资金; 而同等状态的响应者应该接受任何一份非零的提议比例^[85-91]. 为了验证这一基于博弈论的分析结果, 相关研究者进行了大量的行为实验^[85-97]. 虽然不同的实验结果有一定的差异, 但是两种典型的实验结果具有很强的鲁棒性. 第一, 大部分的响应者拒绝低水平(非零)的提议比例; 第二, 大部分的提议者给出了高于能被接受的最低资金比例. 这些实验定量地得到, 半数以上的响应者拒绝低于30%的提议比例, 提议者平均将40%-50%的资金分给响应者^[85-97]. 针对以上研究结果, 研究者普遍认为是个体对于公平行为的追求导致了此类非理性行为.

5.1 公平行为涌现的机理(Emergence of fairness behavior)

基于最后通牒博弈, 公平行为的演化得到了广泛的关注^[85-97]. 理论研究表明, 个体策略的离散化, 以及个体的同理心(empathy)、社会关系、声誉等社会属性均在公平行为演化中发挥着关键性作用^[91-97]. 早期相关研究中, Page等人利用演化博弈的方法得到: 在混合均匀的种群(无空间结构)中, 自然选择偏好于个体的理性选择, 而种群的空间结构作为一个有力的机制, 能够促进公平行为的演化^[87, 90-91]. 此后, 研究者分别在不同的参与者类型、更新规则、种群结构以及共演化情形下验证了空间结构利于公平行为演化这一结论. 在已有研究中, 对于提议者和响应者的角色分配大多是无差异的, 这体现在等概率分配角色或者轮换角色进行博弈. 然而, 由于个体社会属性的不同, 在角色分配时, 异质性势必要考虑在内. Wu等人考虑了自适应的角色切换对公平演化的影响^[59]. 简言之, 若分配方案失败, 则两个个体以概率切换角色. 结果表明这一简单的反馈机制能有效地促进公平行为的演化(见图5). 这一发现对资源分配, 公司管理, 监督机制的制定具有重要启示作用.

5.2 小结(Summary)

对于公平行为的演化问题, 目前多数的研究基于实验经济学以及演化博弈论, 认知科学领域对该问题的研究尚待加强, 如果能从人脑认知领域探求人类对于公平行为偏好的生物学依据将有重要意义. 针对人类复杂交互行为中公平涌现问题, Szolnoki等人^[98]将系统状态(个体策略)进行了离散化, 他们发现在人类探求公平行为的交互中, 系统状态的离散化引起了系统连续与非连续的动力学相变现象^[66-68, 84, 98-104]. 这一复杂性启示我们对离散系统状态, 诸如个体的同理心、社会关系、声誉等社会属性对公平行为的演化作进一步研究. 近年来, 多个体交互情形得到了越来越

多的关注,但就公平行为演化的研究而言,尚缺少多个体交互情形下的研究.利用随机演化动力学、经典演化动力学方程等方法对该问题进行理论建模分析,并采用实验经济学方法对结论进行验证是值得关注的领域.

6 结论与展望(Conclusions and outlook)

演化博弈是复杂性科学中的一个热点问题,尤其是利他性行为的演化,包括合作演化和公平性的演化.在复杂网络的背景下,上述问题的研究已经取得了一些结果,在一定程度上揭示了这些物理现象背后的规律.但是这些结果多以数值仿真为主.相应的数学工具和严格的证明相对匮乏.寻找和探索有效的数学工具是一个具有挑战性的问题.

演化博弈的研究可以为解决以下实际问题提供借鉴,并最终达到深入认识或解决实际问题的目的.一是资源配置中的机制设计问题,以期实现资源自发有效的分配和利用.二是复杂系统分析建模并应用于金融系统,实现系统的有效运行,尤其是风险的发现与规避.三是收集分析数据,结合复杂系统动力学分析、大数据(big data)的快速处理,辨识传染病传播的模型,反过来应用于传染病动力学的分析与预测,以期实现传染病的预防与控制.四是电子商务时代,商品定价机制的设计.

演化博弈论在解决复杂系统的控制问题中也将发挥巨大的作用.传统的简单系统一般采用自上而下的集中式控制.在复杂系统的控制中,通常难以获取个体和环境的全部信息,从而难以建立最优的控制策略.复杂系统中的个体通常具有一定的智能性^[1-10].这些智能性可以通过博弈刻画.系统的性能可以用收益表征.这样就实现了用博弈论的方法研究复杂系统.设计合理的反馈机制,使理性个体在追求个人利益的前提下,实现系统整体的控制目标.这为复杂系统的控制提供了新的视角.

致谢 在本文的形成过程中,研究生丛睿、王晓峰、李阿明、高世萍提出了有益的建议,作者在此表示感谢.

参考文献(References):

- [1] 郑维敏. 正反馈 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.
(ZHENG Weimin. *Positive Feedback* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998.)
- [2] 吴麒, 王诗密. 自动控制原理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
(WU Qi, WANG Shimi. *Automatic Control Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.)
- [3] BODE H W. *Network Analysis and Feedback Amplifier Design* [M]. New Jersey, Princeton: D. Van Nostrand company, Inc, 1945.
- [4] WIENER N. *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine* [M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1948.
- [5] TSIEN H S. *Engineering Cybernetics* [M]. New York: McGraw Hill Book Company, 1954.
- [6] DESOER C A, VIDYSAGAR M. *Feedback Systems: Input-Output Properties* [M]. New York: Academic Press, 1975.
- [7] WONHAM W M. *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach* [M]. New York: Springer-Verlag, 1985.
- [8] 王龙, 伏锋, 陈小杰, 等. 复杂网络的演化博弈 [J]. 智能系统学报, 2007, 2(2): 1 – 10.
(WANG Long, FU Feng, CHEN Xiaojie, et al. Evolutionary games on complex networks [J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2007, 2(2): 1 – 10.)
- [9] 王龙, 伏锋, 陈小杰, 等. 演化博弈与自组织合作 [J]. 系统科学与数学. 2007, 27(3): 330 – 343.
(WANG Long, FU Feng, CHEN Xiaojie, et al. Evolutionary games and self-organized cooperation [J]. *Journal of System Science and Mathematical Science*, 2007, 27(3): 330 – 343.)
- [10] MAYNARD SMITH J, PRICE G R. The logic of animal conflict [J]. *Nature*, 1973, 246(5427): 15 – 17.
- [11] HOFBAUER J, SIGMUND K. *Evolutionary Games and Population Dynamics* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [12] WEIBULL J W. *Evolutionary Game Theory* [M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1995.
- [13] NOWAK M A. Five rules for the evolution of cooperation [J]. *Science*, 2006, 314(5805): 1560 – 1563.
- [14] BSHARY R, GRUTTER A S. Image scoring and cooperation in a cleaner fish mutualism [J]. *Nature*, 2006, 441(7096): 975 – 978.
- [15] NOMAK M A, SIGMUND K. Evolution of indirect reciprocity by image scoring [J]. *Nature*, 1998, 393(7063): 573 – 577.
- [16] TRIVERS R. The evolution of reciprocal altruism [J]. *Quarterly Review of Biology*, 1971, 46(1): 35 – 57.
- [17] WEDEKIND C, MILINSKI M. Cooperation through image scoring in humans [J]. *Science*, 2000, 288(5467): 850 – 852.
- [18] HAMILTON W D. The genetical evolution of social behavior [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 1964, 7(1): 1 – 16.
- [19] HAMILTON W D. The evolution of altruistic behavior [J]. *American Naturalist*, 1963, 97(896): 354 – 356.
- [20] WEST S A, PEN I, GRIFFIN A S. Cooperation and competition between relatives [J]. *Science*, 2002, 296(5565): 72 – 75.
- [21] TAYLOR P D, JONKER L B. Evolutionary stable strategies and game dynamics [J]. *Mathematical Biosciences*, 1978, 40(1): 145 – 156.
- [22] SOBER E, WILSON D S. *Unto Others: The Evolution and Psychology of Unselfish Behavior* [M]. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1999.
- [23] TRAULSEN A, NOWAK M A. Evolution of cooperation by multi-level selection [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2006, 103(29): 10952 – 10955.
- [24] TRAULSEN A, SHORESH N, NOWAK M A. Analytical results for individual and group selection of any intensity [J]. *Bulletin of Mathematical Biology*, 2008, 70(5): 1410 – 1424.
- [25] WILSON D S. A theory of group selection [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1975, 72(1): 143 – 146.
- [26] WILSON D S. The group selection controversy: history and current status [J]. *Annual Review of Ecology and Systematics*, 1983, 14(1): 159 – 187.
- [27] NOWAK M A, MAY R M. Evolutionary games and spatial chaos [J]. *Nature*, 1992, 359(6398): 826 – 829.
- [28] NOWAK M A, BONHOEFFER S, MAY R M. Spatial games and the maintenance of cooperation [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1994, 91(11): 4877 – 4881.

- [29] OHTSUKI H, HAUERT C, LIEBERMAN W, et al. A simple rule for the evolution of cooperation on graphs and social networks [J]. *Nature*, 2006, 441(7092): 502 – 505.
- [30] TAYLOR P D, DAY T, WILD G. Evolution of cooperation in a finite homogeneous graph [J]. *Nature*, 2007, 447(7143): 469 – 472.
- [31] TAYLOR C, NOWAK M A. Transforming the dilemma [J]. *Evolution*, 2007, 61(10): 2281 – 2292.
- [32] DOEBELI M, HAUERT C. Models of cooperation based on the Prisoner's Dilemma and the Snowdrift game [J]. *Ecology Letters*, 2005, 8(7): 748 – 766.
- [33] BARABÁSI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks [J]. *Science*, 1998, 286(5439): 509 – 512.
- [34] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small-world networks [J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440 – 442.
- [35] SANTOS F C, PACHECO J M. Scale-free networks provides a unifying framework for the emergence of cooperation [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(9): 098104: 1 – 4.
- [36] WU T, FU F, WANG L. Partner selections in public goods games with constant group size [J]. *Physical Review E*, 2009, 80(2): 026121: 1 – 8.
- [37] HAUERT C, DOEBELI M. Spatial structure often inhibits the evolution of cooperation in snowdrift game [J]. *Nature*, 2004, 428(6983): 643 – 646.
- [38] GRACIA-LÁZARO C, CUESTA J A, SÁNCHEZ A, et al. Human behavior in Prisoner's Dilemma experiments suppresses network reciprocity [J]. *Scientific Reports*, 2012, 2(325): 1 – 4.
- [39] ZIMMERMANN M G, EGUÍLUZ V M, SAN MIGUEL M. Coevolution of dynamical states and interactions in dynamic networks [J]. *Physical Review E*, 2004, 69(6): 065102: 1 – 4.
- [40] MCNAMARA J M, BARTA Z, FROMHAGE L, et al. The coevolution of choosiness and cooperativeness [J]. *Nature*, 2008, 451(7175): 189 – 192.
- [41] SKYRMS B, PEMANTLE R. A dynamic model of social network formation [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2000, 97(16): 9340 – 9346.
- [42] ZIMMERMANN M G, EGUÍLUZ V M. Cooperation, social networks, and the emergence of leadership in a prisoner's dilemma with adaptive local interactions [J]. *Physical Review E*, 2005, 72(5): 056118: 1 – 15.
- [43] SANTOS F C, PACHECO J M, LENAERTS T. Cooperation prevails when individuals adjust their social ties [J]. *PLoS Computational Biology*, 2006, 2(10): 1284 – 1291.
- [44] PACHECO J M, TRAULSEN A, NOWAK M A. Coevolution of strategy and structure in complex networks with dynamical linking [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(25): 2582013: 1 – 4.
- [45] FU F, WU T, WANG L. Partner switching stabilizes cooperation in coevolutionary prisoner's dilemma [J]. *Physical Review E*, 2009, 79(3): 036101: 1 – 7.
- [46] WU T, FU F, WANG L. Expectation-driven migration promotes cooperation by group interactions [J]. *Physical Review E*, 2012, 85(6): 066104: 1 – 9.
- [47] HELBING D, YU W J. The outbreak of cooperation among success-driven individuals under noisy conditions [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2009, 106(10): 3680 – 3685.
- [48] WU T, FU F, ZHANG Y L, et al. Adaptive tag switching reinforces the coevolution of contingent cooperation and tag diversity [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2013, 330(15): 45 – 55.
- [49] ANTAL T, OHTSUKI H, WAKELEY J, et al. Evolution of cooperation by phenotypic similarity [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2009, 106(21): 8597 – 8600.
- [50] RAND D G, PFEIFFER T, DREBER A, et al. Dynamic remodeling of in-group bias during the 2008 presidential election [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2009, 106(14): 6187 – 6191.
- [51] FU F, TARNITA C E, CHRISTAKIS N A, et al. Evolution of in-group favoritism [J]. *Scientific Reports*, 2012, 2(460): 1 – 6.
- [52] TARNITA C E, OHTSUKI H, ANTAL T, et al. Strategy selection in structured populations [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2009, 259(3): 570 – 581.
- [53] TARNITA C E, ANTAL T, OHTSUKI H, et al. Evolutionary dynamics in set structured populations [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2009, 106(21): 8601 – 8604.
- [54] TARNITA C E, WAGE N, NOWAK M A. Multiple strategies in structured populations [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2011, 108(6): 2334 – 2337.
- [55] NATHANSON C G, TARNITA C E, NOWAK M A. Calculating evolutionary dynamics in structured populations [J]. *PLoS Computational Biology*, 2009, 5(12): 1 – 7.
- [56] ANTAL T, TRAULSEN A, OHTSUKI H, et al. Mutation-selection equilibrium in games with multiple strategies [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2009, 258(4): 614 – 622.
- [57] ZHANG Y L, WU T, CHEN X J, et al. Mixed strategy under generalized public goods games [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2013, 334(19): 52 – 60.
- [58] ZHANG Y L, FU F, WU T, et al. A tale of two contribution mechanisms for nonlinear public goods [J]. *Scientific Reports*, 2013, 3(202): 1 – 5.
- [59] WU T, FU F, ZHANG Y L, et al. Adaptive role switching promotes fairness in networked ultimatum game [J]. *Scientific Reports*, 2013, 3(1550): 1 – 8.
- [60] TRAULSEN A, NOWAK M A, PACHECO J M. Stochastic dynamics of invasion and fixation [J]. *Physical Review E*, 2006, 74(1): 011909: 1 – 5.
- [61] WU T, FU F, WANG L. Individuals' expulsion to nasty environment promotes cooperation in public goods games [J]. *EuroPhysics Letters*, 2009, 88(3): 30011: 1 – 6.
- [62] WU B, ZHOU D, FU F, et al. Evolution of cooperation on stochastic dynamical networks [J]. *PLoS ONE*, 2010, 5(6): 1 – 7.
- [63] YANG Z H, LI Z, WU T, et al. Effects of adaptive dynamic linking in networked games [J]. *Physical Review E*, 2013, 88(4): 042128: 1 – 6.
- [64] RAND D G, ARBESMAN S, CHRISTAKIS N A. Dynamic social networks promote cooperation in experiments with humans [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2011, 108(48): 19193 – 19198.
- [65] CONG R, WU T, QIU Y Y, et al. Time scales in evolutionary game on adaptive networks [J]. *Physics Letters A*, 2014, 378(13): 950 – 955.
- [66] LI A M, WU T, CONG R, et al. One step memory of group reputation is optimal to promote cooperation in public goods games [J]. *EuroPhysics Letters*, 2013, 103(3): 30007: 1 – 6.
- [67] VAN SEGBROECK S, SANTOS F C, LENAERTS T, et al. Reacting differently to adverse ties promotes cooperation in social networks [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(5): 058105: 1 – 4.
- [68] LIU Y K, LI Z, CHEN X J, et al. Effect of community structure on coevolutionary dynamics with dynamical linking [J]. *Physica A*, 2011, 390(1): 43 – 49.
- [69] SELTON R D. Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games [J]. *International Journal of Game Theory*, 1975, 4(1): 25 – 45.

- [70] RAND D G, TARNITA C E, OHTSUKI H, et al. Evolution of fairness in the one-shot anonymous Ultimatum Game [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2013, 110(7): 2581 – 2586.
- [71] NOWAK M A, PAGE K M, SIGMUND K. Fairness versus reason in the ultimatum game [J]. *Science*, 2000, 289(5485): 1773 – 1775.
- [72] GÜTH W, SCHMITTBERGER R, SCHWARZE B. An experimental analysis of ultimatum bargaining [J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1982, 3(4): 367 – 388.
- [73] CHOI J K, BOWLES S. The coevolution of parochial altruism and war [J]. *Science*, 2007, 318(5850): 636 – 640.
- [74] BERNHARD H, FISCHBACHER U, FEHR E. Parochial altruism in humans [J]. *Nature*, 2006, 442(7105): 912 – 915.
- [75] NOWAK M A, SASAKI A, TAYLOR C, et al. Emergence of cooperation and evolutionary stability in finite populations [J]. *Nature*, 2004, 428(6983): 646 – 650.
- [76] HAUERT C, TRAUlsen A, BRANDT H, et al. Via freedom to coercion: the emergence of costly punishment [J]. *Science*, 2007, 316(5833): 1905 – 1907.
- [77] NOWAK M A, TARNITA C E, ANTAL T. Evolutionary dynamics in structured populations [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 2010, 365(1537): 19 – 30.
- [78] NOWAK M A, TARNITA C E, WILSON E O. The evolution of eusociality [J]. *Nature*, 2010, 466(7310): 1057 – 1062.
- [79] ALLEN B, NOWAK M A, DIECKMANN U. Adaptive dynamics with interaction structure [J]. *American Society of Naturalists*, 2013, 181(6): 139 – 163.
- [80] DIECKMANN U, LAW R. The dynamical theory of coevolution: a derivation from stochastic ecological processes [J]. *Journal of Mathematical Biology*, 1996, 34(5/6): 579 – 612.
- [81] HOFBAUER J, SIGMUND K. Adaptive dynamics and evolutionary stability [J]. *Applied Mathematics Letters*, 1990, 3(4): 75 – 79.
- [82] NOWAK M, SIGMUND K. The evolution of stochastic strategies in the Prisoner's Dilemma [J]. *Acta Applicandae Mathematicae*, 1990, 20(3): 247 – 265.
- [83] IMHOF L A, NOWAK M A. Stochastic evolutionary dynamics of direct reciprocity [J]. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 2010, 277(1680): 463 – 468.
- [84] CAMERER C F. *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction* [M]. New Jersey, Princeton: Princeton University Press, 2003.
- [85] NEELIN J, SONNENSCHN H, SPIEGEL M. A further test of noncooperative bargaining theory: comment [J]. *The American Economic Review*, 1988, 78(4): 824 – 836.
- [86] BOLTON G E. A comparative model of bargaining: theory and evidence [J]. *The American Economic Review*, 1991, 81(5): 1096 – 1136.
- [87] BOLTON G E, ZWICK R. Anonymity versus punishment in ultimatum bargaining [J]. *Games and Economic Behavior*, 1995, 10(1): 95 – 121.
- [88] BOLTON G E, OCKENFELS A. ERC: A theory of equity, reciprocity, and competition [J]. *The American Economic Review*, 2000, 90(1): 166 – 193.
- [89] BINMORE K, SHAKED A R, SUTTON J. Testing noncooperative bargaining theory: a preliminary study [J]. *The American Economic Review*, 1985, 75(5): 1178 – 1180.
- [90] OCHS J, ROTH A E. An experimental study of sequential bargaining [J]. *The American Economic Review*, 1989, 79(3): 355 – 384.
- [91] HÄRDLING R. Fairness evolution in the ultimatum game is a function of reward size [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2007, 246(4): 720 – 724.
- [92] KUPERMAN M N, RISAU-GUSMAN S. The effect of the topology on the spatial ultimatum game [J]. *The European Physical Journal B*, 2008, 62(2): 233 – 238.
- [93] SINATRA R, IRANZO J, GÓMEZ-GARDEÑES J, et al. The ultimatum game in complex networks [J]. *Journal of Statistical Mechanics: Experiment and Theory*, 2009, 9(12): 1 – 22.
- [94] GAO J, LI Z, WU T, et al. The coevolutionary ultimatum game [J]. *EuroPhysics Letters*, 2011, 93(4): 48003: 1 – 5.
- [95] PAGE K M, NOWAK M A, SIGMUND K. The spatial ultimatum game [J]. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 2000, 267(1458): 2177 – 2182.
- [96] CROSON R T A. Information in ultimatum games: an experimental study [J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1996, 30(2): 197 – 212.
- [97] STRAUB P G, MURNIGHAN J K. An experimental investigation of ultimatum games: information, fairness, expectations, and lowest acceptable offers [J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1995, 27(3): 345 – 364.
- [98] SZOLNOKI A, PERC M, SZABO G. Defense mechanisms of empathetic players in the spatial Ultimatum Game [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(7): 078701: 1 – 4.
- [99] PAGE K M, NOWAK M A. Empathy leads to fairness [J]. *Bulletin of Mathematical Biology*, 2002, 64(6): 1101 – 1116.
- [100] PAGE K M, NOWAK M A. A generalized adaptive dynamics framework can describe the evolutionary ultimatum game [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2001, 209(2): 173 – 179.
- [101] IRANZO J, ROMÁN J, SÁNCHEZ A. The spatial ultimatum game revisited [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2011, 278(1): 1 – 10.
- [102] PACHECO J M, SANTOS F C, SOUZA M O, et al. Evolutionary dynamics of collective action in n-person stag hunt dilemmas [J]. *Proceedings of the Royal Society B*, 2009, 276(1655): 315 – 321.
- [103] GOKHALE C, TRAUlsen A. Evolutionary games in the multiverse [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2012, 107(12): 5500 – 5504.
- [104] PERC M, GÓMEZ-GARDEÑES J, SZOLNOKI A, et al. Evolutionary dynamics of group interactions on structured populations: a review [J]. *Journal of the Royal Society Interface*, 2013, 10(80): 20120997: 1 – 17.

作者简介:

王 龙 (1964–), 男, 第1届(1994年)《关肇直奖》获奖论文作者, 教授, 博士生导师, 长江学者, 是“新世纪百千万人才工程”国家级人选, 国家杰出青年科学基金获得者, 主要从事复杂系统智能控制、集群行为与集群智能、演化博弈与群体决策等方面的研究工作, E-mail: longwang@pku.edu.cn;

吴 特 (1985–), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为演化博弈、机制设计、传染病动力学, E-mail: wute@pku.edu.cn;

张艳玲 (1987–), 女, 博士研究生, 主要研究方向为演化博弈、传染病动力学、复杂网络的可控性, E-mail: yanlzhang@pku.edu.cn.