

网络控制系统的模型依赖平均驻留时间调度与控制

朱信成, 周川[†], 陈庆伟

(南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 针对具有随机短时延的资源受限网络控制系统, 提出了一种新的模型依赖平均驻留时间的调度策略与反馈控制联合设计方法。该调度策略由模型依赖平均驻留时间和动态试一次就丢弃(try-once-discard, TOD)调度策略共同决定, 将系统建模成带有参数不确定性的离散切换系统, 基于多Lyapunov函数方法及线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)技术, 给出了使闭环系统指数稳定的控制器设计和TOD调度策略下的各模式平均驻留时间条件。该联合设计方法降低了保守性, 在一定程度上减少了系统模态之间的切换频率。最后通过仿真验证所提方法的有效性。

关键词: 网络控制系统; 模型依赖; 平均驻留时间; 试一次就丢弃(TOD); 时延

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Model-based average dwell time scheduling and control for networked control system

ZHU Xin-cheng, ZHOU Chuan[†], CHEN Qing-wei

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

Abstract: A novel co-design method of scheduling strategy based on mode-dependent average dwell time (MADT) and feedback control for resource-constrained networked control system with random short time-delay is proposed in this paper. The scheduling strategy is determined by the mode-dependent average dwell time and dynamic TOD (try-once-discard) scheduling strategy. Firstly, the networked control system is modeled as a discrete-time switched system with some parametric uncertainties. Furthermore, by using multiple Lyapunov functions and linear matrix inequality (LMI) technique, the state-feedback controller is given such that the closed-loop switched system is exponentially stable. And the condition of the average dwell time of each mode selected by TOD scheduling strategy is also given at the same time. This co-design method in this paper not only reduces conservativeness, but also can reduce the switching frequency of the system between modes determined by the TOD scheduling strategy in a certain extent. The final simulation example illustrates the efficiency of the proposed method.

Key words: networked control system; model-based; average dwell time; try-once-discard (TOD); time-delay

1 引言(Introduction)

近年来, 网络控制系统(networked control system, NCS)的研究受到广泛关注^[1]。NCS与传统控制系统相比具有连接减少、易于扩展、成本低、易于控制、维护方便等优点。传感器与控制器间以及控制器与执行器间通过网络进行数据的传输, 不可避免的存在网络时延、丢包等^[2]。由于网络资源受限, 因此需要研究合理的调度策略保证系统具有良好的性能。

具有介质访问约束的网络控制系统的调度算法主要有静态调度^[3]和动态调度^[4-6]。静态调度策略是离线预先设计出节点调度序列, 可减少系统的计算复杂度, 但不能实时地根据系统中出现的各种复杂情况做

出调整而具有保守性。而现有的动态调度策略主要有试一次就丢弃(try-once-discard, TOD)和二次调度。文[4-5]分别针对线性网络控制系统利用两种动态调度研究了系统稳定性问题并设计相应控制器。动态调度可实时在线地根据系统反馈信息来决定系统节点的优先级。为了便于实现, 目前主要采用周期调度以及TOD动态调度。以上调度策略下给出的调度序列都是在每一个采样时刻进行的, 增加了系统的模态之间的切换频率。

引入调度策略的NCS可建模为离散切换系统, 因此可利用切换方法对网络控制系统分析与设计。Zhao等^[7]针对切换正线性系统, 通过构造带参数矩阵的联

收稿日期: 2014-04-21; 录用日期: 2014-07-29。

[†]通信作者: E-mail: njust.zc@126.com; Tel: +86 25-84315463-669。

国家自然科学基金项目(60975075)资助。

Supported by National Natural Science Foundation of China (60975075).

合Lyapunov函数方法, 分别给出了使切换系统在任意切换下渐近稳定和指数稳定的充分条件。该设计方法降低了保守性。Zhang等^[8]针对随机系统, 基于时滞切换信号将其建模为随机切换系统, 利用类Lyapunov技术研究了随机切换系统的指数稳定性。实际切换系统中, 由于切换频繁将严重影响系统性能。因此, 文[9–12]提出了基于平均驻留时间(average dwell time, ADT)的切换方法。文[9]针对带有短时延的网络控制系统, 考虑执行器采用时间驱动方式将系统建模成一种新的离散切换系统, 基于平均驻留时间方法研究了闭环系统的指数稳定性问题, 同时利用凸优化方法求解使闭环系统指数稳定的鲁棒控制器。Zhai等^[10]针对带有时延的线性切换系统, 基于平均驻留时间及类Lyapunov函数方法研究了闭环系统的指数稳定性问题。该文考虑了控制器滞后于相应切换子系统情况, 利用线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)技术给出了使系统指数稳定的控制器设计和整个系统的共同平均驻留时间条件。Wang等^[11]针对时变时延的网络控制系统, 结合网络预测控制(networked predictive control, NPC)结构补偿网络时延的方法将其建模成离散切换系统模型, 基于平均驻留时间方法研究了闭环系统的指数稳定性问题, 给出了使系统指数稳定的鲁棒控制器和平均驻留时间条件。Zhang等^[12]针对离散切换系统, 基于平均驻留方法以及类Lyapunov函数方法设计了使闭环系统满足指数稳定的鲁棒控制器。以上基于平均驻留时间的切换方法都是针对所有子系统的, 给出了共同的平均驻留时间条件, 并没有考虑每个子系统的特点, 因而具有保守性。因此, 文[13–15]采用了一种基于模型依赖平均驻留时间的切换方法。Wang等^[13]针对离散脉冲异步切换系统, 基于模型依赖平均驻留时间方法及多Lyapunov函数方法及LMI技术, 给出了使切换系统渐近稳定的动态状态反馈控制器设计和各子系统的平均驻留时间条件。Liu等^[14]针对线性切换系统, 基于多Lyapunov函数方法及LMI技术给出了使闭环系统具有有限时间性能的动态状态反馈控制器设计以及任意切换下各个子系统的平均驻留时间条件。文[15]针对线性切换系统, 基于模型依赖平均驻留时间切换方法利用多Lyapunov函数方法及LMI技术设计了使闭环切换系统指数稳定的状态反馈控制器, 同时给出了任意切换下各个子系统的平均驻留时间条件。以上基于模型依赖平均驻留时间的切换方法, 分别对各个子系统给出了平均驻留时间条件, 降低了设计的保守性。综上, 目前研究网络控制系统的调度方法大部分没有考虑模态依赖的调度选择问题。

本文针对资源受限的网络控制系统提出了一种新的模型依赖平均驻留时间的动态调度策略与反馈控制联合设计方法, 采用模型依赖平均驻留时间方法及

动态TOD调度策略将系统建模为带有参数不确定性的离散切换系统, 利用多Lyapunov函数方法及LMI技术给出了使闭环系统指数稳定的状态反馈控制器设计和各个子系统平均驻留时间的条件。该联合设计方法避免了在每个采样时刻调度节点而减少了系统模态之间的切换频率, 同时给出了动态TOD调度策略下的各个子模态平均驻留时间条件, 降低了方法保守性。

2 问题描述(Problem formulation)

资源受限的网络控制系统如图1所示, 系统的状态方程如下所示:

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t), \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别是被控对象的状态变量和控制输入变量, A_p 和 B_p 分别是适当维数的常数矩阵。

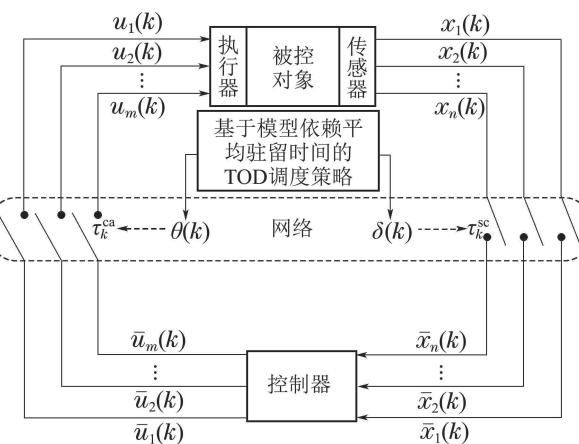


图1 网络控制系统结构图

Fig. 1 The structure diagram of networked control system

假设1 控制器和执行器均采用事件驱动的工作方式, 传感器采用时间驱动, 其中采样周期为 h 。

假设2 NCS中网络传输不存在数据包丢失, 但传感器与控制器之间存在网络诱导时延为 τ_k^{sc} , 控制器与执行器之间存在网络诱导时延为 τ_k^{ca} , $\tau_k = \tau_k^{\text{sc}} + \tau_k^{\text{ca}}$ 是随机变化的, 且满足 $0 < \tau_k < h$ 。

假设3 由于网络资源受限, 不能保证同一时刻传输所有的节点信息, 假设每个采样时刻 n 个状态变量只能传输 d_s ($0 < d_s \leq n$)个且 m 个控制变量只能传输 d_c ($0 < d_c \leq m$)个, 则系统共有 $C_n^{d_s} \times C_m^{d_c}$ 种模态。

由以上假设, 将被控对象(1)离散化, 可表示为

$$\begin{aligned} x(k+1) = & Ax(k) + B_0(\tau_k)u(k) + \\ & B_1(\tau_k)u(k-1), \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= e^{A_p h}, \quad B_0(\tau_k) = \int_0^{h-\tau_k} e^{A_p t} B_p dt, \\ B_1(\tau_k) &= \int_{h-\tau_k}^h e^{A_p t} B_p dt. \end{aligned}$$

由假设2可知, $B_0(\tau_k)$ 和 $B_1(\tau_k)$ 均为随机矩阵, 转化为含不确定项的矩阵 $B_0(\tau_k) = B_0 + DF(\tau'_k)E$, $B_1(\tau_k) = B_1 - DF(\tau'_k)E$, 其中: $F(\tau'_k)$ 是随时间变化的, $\tau'_k = \tau_k - h/2$, $\tau'_k \in [-h/2, h/2]$ 且 $F^T(\tau'_k) \times F(\tau'_k) \leq I$ 且 B_0, B_1, D, E 为常数矩阵, 分别表示为

$$\begin{aligned} B_0 &= \int_0^{h/2} e^{A_p t} dt B_p, \quad B_1 = \int_{h/2}^h e^{A_p t} dt B_p, \\ E &= B_p, \quad D = \alpha e^{A_p(h/2)}, \quad F(\tau'_k) = \alpha^{-1} \bar{F}(\tau'_k), \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha &= \max_{\tau'_k} \left\| \int_0^{-\tau'_k} e^{A_p t} dt \right\|_2 = \left\| \int_0^{h/2} e^{A_p t} dt \right\|_2, \\ \bar{F}(\tau'_k) &= \int_0^{-\tau'_k} e^{A_p t} dt. \end{aligned}$$

由假设3的网络带宽受限约束条件, 在每个采样时刻对网络节点信息进行传输控制. $\delta_i(k), \theta_j(k)$ 分别表示在 k 时刻第 i 个状态变量从传感器到控制器通信状态和第 j 个控制变量从控制器到执行器的通信状态, 其形式分别为

$$\begin{aligned} \delta_i(k) &= \begin{cases} 1, & \text{如果 } x_i(k) \text{ 被传输,} \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \\ \theta_j(k) &= \begin{cases} 1, & \text{如果 } \bar{u}_j(k) \text{ 被传输,} \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \end{aligned}$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$.

记 $\delta(k) = [\delta_1(k) \ \delta_2(k) \ \dots \ \delta_n(k)]^T$ 表示第 k 个采样周期传感器节点信息的通信向量, $\theta(k) = [\theta_1(k) \ \theta_2(k) \ \dots \ \theta_m(k)]^T$ 表示第 k 个采样周期控制器节点信息的通信向量.

记 $M(k) = \text{diag}\{\delta_i(k)\}$ 为状态变量的通信序列矩阵, $M(k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 则控制器的输入为

$$\bar{x}(k) = M(k)x(k) + (I - M(k))\bar{x}(k-1). \quad (3)$$

同理, 记 $N(k) = \text{diag}\{\theta_j(k)\}$ 为控制变量的通信序列矩阵, $N(k) \in \mathbb{R}^{m \times m}$, 则被控对象的输入为

$$u(k) = N(k)\bar{u}(k) + (I - N(k))u(k-1). \quad (4)$$

采用状态反馈控制器为

$$\bar{u}(k) = K_{\sigma(k)}\bar{x}(k), \quad (5)$$

其中 $\sigma(k): [\delta(k), \theta(k)] \rightarrow S = \{1, 2, \dots, M\}$ 表示为切换信号. 由假设3知 $M = C_n^{d_s} \times C_m^{d_c}$ 表示NCS共有 M 个模态, $K_{\sigma(k)}$ 为不同模态下的状态反馈增益. 则图1所示的离散NCS模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_0(\tau_k)u(k) + \\ \quad B_1(\tau_k)u(k-1), \\ \bar{x}(k) = M_{\sigma(k)}x(k) + (I - M_{\sigma(k)})\bar{x}(k-1), \\ u(k) = N_{\sigma(k)}\bar{u}(k) + (I - N_{\sigma(k)})u(k-1), \\ \bar{u}(k) = K_{\sigma(k)}\bar{x}(k), \end{cases} \quad (6)$$

其中 $M_{\sigma(k)}, N_{\sigma(k)}$ 分别为第 k 个采样周期不同模态下

的状态和控制变量的通信序列矩阵. 闭环系统模型为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \\ &(A + B_0(\tau_k)N_{\sigma(k)}K_{\sigma(k)}M_{\sigma(k)})x(k) + \\ &B_0(\tau_k)N_{\sigma(k)}K_{\sigma(k)}(I - M_{\sigma(k)})\bar{x}(k-1) + \\ &(B_1(\tau_k) + B_0(\tau_k)(I - N_{\sigma(k)}))u(k-1), \end{aligned} \quad (7)$$

选取增广向量 $\eta(k) = [x^T(k) \ \bar{x}^T(k-1) \ \bar{u}^T(k-1)]^T$, 则闭环切换系统可表示为

$$\eta(k+1) = \Phi_{\sigma(k)}\eta(k), \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Phi_{\sigma(k)} &= G_{\sigma(k)} + HN_{\sigma(k)}K_{\sigma(k)}T_{\sigma(k)} + \\ &D_0F(\tau'_k)EN_{\sigma(k)}(K_{\sigma(k)}T_{\sigma(k)} - Z), \\ G_{\sigma(k)} &= \begin{bmatrix} A & 0 & B_0(I - N_{\sigma(k)}) + B_1 \\ M_{\sigma(k)} & I - M_{\sigma(k)} & 0 \\ 0 & 0 & I - N_{\sigma(k)} \end{bmatrix}, \\ H &= \begin{bmatrix} B_0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad D_0 = \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad T_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} M_{\sigma(k)} \\ I - M_{\sigma(k)} \\ 0 \end{bmatrix}^T, \\ Z &= [0 \ 0 \ I], \quad E = B_p. \end{aligned}$$

3 基于模型依赖平均驻留时间的调度策略 (Scheduling strategy based on mode-dependent average dwell time)

定义1 对切换信号 $\sigma(t)$ 以及任意 $T \geq t \geq 0$, 记 $N_{\sigma_p}(t, T)$ 为在时间区间 $[t, T]$ 内第 p 个子系统切换的次数, 记 $T_p(t, T)$ 在 $[t, T]$ 内第 p 个子系统运行的时间总和, 其中 $p \in S$. 如果存在正数 N_{0p} 和 τ_{ap} 满足条件: $N_{\sigma_p}(t, T) \leq N_{0p} + T_p(t, T)/\tau_{ap}$, 则称 $\sigma(t)$ 具有模型依赖平均驻留时间 τ_{ap} .

定义2^[16] 若系统的平衡状态为 x_e , 并存在常数 $\omega \geq 1, \alpha > 0$, 对于 $\forall k \geq 1$ 系统状态满足

$$\|x(k) - x_e\| \leq \omega \|x(0) - x_e\| e^{-\alpha k},$$

则称系统指数稳定且指数衰减率为 α .

传统的基于平均驻留时间的切换策略都是针对系统所有模态给定一个共同的平均驻留时间条件. 其平均驻留时间与系统的子模态没有关联, 而具有保守性. 本文提出了基于模型依赖平均驻留时间的动态TOD调度策略, 该策略降低了设计方法保守性, 同时在一定程度上减少了系统模态之间的切换次数.

定义误差为

$$e(k) = \begin{bmatrix} e_x(k) \\ e_u(k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x(k) - \bar{x}(k-1)}{\bar{x}(k-1)} \\ \frac{\bar{u}(k-1) - u(k-2)}{u(k-2)} \end{bmatrix}.$$

令 $\Gamma_i(k) = \text{diag}\{M_i, N_i\}$, 表示在第 k 个采样周期系统的第 i 个切换模态, 其中 $i = 1, 2, \dots, M$, 则根据 MEF-TOD 动态调度算法可得切换函数如下:

$$\begin{aligned}\sigma(k) &= \arg \max \{\|\Gamma_1(k)e(k)\|, \|\Gamma_2(k)e(k)\|, \\ &\quad \dots, \|\Gamma_M(k)e(k)\|\} = \\ &\quad \arg \max \{e_1(k), e_2(k), \dots, e_M(k)\},\end{aligned}$$

其中: $\sigma(k) \in \{1, 2, \dots, M\}$, $e_i(k) (i = 1, 2, \dots, M)$, 表示系统在第 i 模态下的模态误差. TOD 下模型依赖平均驻留时间的调度规则为

$$\{(\Gamma_p(k_i), T_p), (\Gamma_q(k_{i+1}), T_q), \dots\}, \quad (9)$$

其中: k_i 为系统的切换时刻, $\Gamma_p(k_i)$ 为系统在 k_i 切换时刻 p 切换模态, T_p 为系统在第 p 个模态的瞬时驻留时间且由模型依赖平均驻留时间决定, $p, q \in \{1, 2, \dots, M\}$ 且由切换函数决定.

本文设计目标为: 在调度规则(9)下, 给出使闭环系统指数稳定的状态反馈控制器设计以及各个子系统的平均驻留时间条件.

4 基于模型依赖平均驻留时间的调度策略与反馈控制联合设计(Co-design of model-based average dwell time scheduling strategy and state-feedback controller)

引理 1^[17] 设 $W, M, N, F(k)$ 为具有适当维数的实数矩阵, 其中 $F(k)$ 满足 $F^T(k)F(k) \leq I$, W 为对称矩阵, 则 $W + MF(k)N + N^T F^T(k)M^T < 0$ 当且仅当存在常数 $\varepsilon > 0$, 使得

$$W + \varepsilon MM^T + \varepsilon^{-1} N^T N < 0.$$

引理 2^[18] 对于任意适维矩阵 X, Y 和任意常数 $\varepsilon > 0$, 下列矩阵不等式成立:

$$X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y.$$

定理 1 针对闭环切换控制系统(8), 在状态反馈控制器(5)及调度规则(9)作用下, 对于 $\forall (\sigma(k_i) = p, \sigma(k_{i-1}) = q) \in S \times S$, 其中 $\sigma(k)$ 由切换函数决定, 存在一系列正定矩阵 P_p, P_q , 以及标量 λ_p, μ_p 且 $1 > \lambda_p > 0$ 和 $\mu_p > 1$ 使得下列不等式成立:

$$\Phi_p^T P_p \Phi_p - \lambda_p P_p < 0, \quad (10)$$

$$P_p < \mu_p P_q, \quad (11)$$

且系统第 p 个子系统平均驻留时间满足下列条件:

$$\tau_{ap} > \tau_{ap}^* = -\frac{\ln \mu_p}{\ln \lambda_p}, \quad (12)$$

则闭环控制系统(8)指数稳定.

证 1) 对 $\forall \sigma(k_i) = p \in S, \forall \sigma(k_{i-1}) = q \in S$, $p = q$, 选取多 Lyapunov 函数 $V_p(k) = \eta^T(k)P_p\eta(k)$, 则

$$\Delta V_p(k) = V_p(k+1) - \lambda_p V_p(k) =$$

$$\eta^T(k)(\Phi_p^T P_p \Phi_p - \lambda_p P_p)\eta(k).$$

由式(10)可得 $\Delta V_p(k) < 0$, 即

$$V_p(k+1) < \lambda_p V_p(k), \quad (13)$$

从而可知 $V_p(k)$ 在子系统 p 上指数衰减.

2) 令 $k_0, k_1, \dots, k_{i-1}, k_i$ 表示 $\sigma(k)$ 在时间 $[0, k)$ 内的切换点, 且满足 $k_0 < k_1 < \dots < k_{i-1} < k_i < k$, 其中 $i \geq 1, k_0 = 0$. 对 $\forall \sigma(k_i) = p \in S, \sigma(k_{i-1}) = q \in S$, 且 $p \neq q$, 由式(10)可得

$$V_p(k_i) < \mu_p V_q(k_i). \quad (14)$$

由式(13)–(14)可得

$$\begin{aligned}V_{\sigma(k)}(k) &= V_{\sigma(k_i)}(k) \leq \\ &\mu_{\sigma(k_i)} V_{\sigma(k_{i-1})}(k_i) \leq \\ &\mu_{\sigma(k_i)} \lambda_{\sigma(k_{i-1})}^{(k_i-k_{i-1})} V_{\sigma(k_{i-1})}(k_{i-1}) \leq \dots \leq \\ &\lambda_{\sigma(k_{i-1})}^{(k_i-k_{i-1})} \dots \lambda_{\sigma(0)}^{(k_1-0)} \times \\ &\mu_{\sigma(k_i)} \mu_{\sigma(k_{i-1})} \dots \mu_{\sigma(k_1)} V_{\sigma(0)}(0) = \\ &\prod_{j=0}^{N_\sigma-1} \mu_{\sigma(k_{j+1})} \prod_{i=0}^{N_\sigma-1} \lambda_{\sigma(k_i)}^{(k_{i+1}-k_i)} V_{\sigma(0)}(0) = \\ &\prod_{p=1}^{M_1} \mu_p^{N_{\sigma,p}} \prod_{p=1}^{M_1} \lambda_p^{T_p} V_{\sigma(0)}(0) \leq \\ &\exp \left\{ \sum_{p=1}^{M_1} N_{0,p} \ln \mu_p \right\} \times \\ &\exp \left\{ \sum_{p=1}^{M_1} T_p \left(\ln \lambda_p + \frac{\ln \mu_p}{\tau_{ap}} \right) \right\} V_{\sigma(0)}(0) \leq \\ &\exp \left\{ \sum_{p=1}^{M_1} N_{0,p} \ln \mu_p \right\} \times \\ &\exp \left\{ \max_{p \in S} \left(\ln \lambda_p + \frac{\ln \mu_p}{\tau_{ap}} \right) k \right\} V_{\sigma(0)}(0), \quad (15)\end{aligned}$$

其中: N_σ 记为在 $[0, k)$ 上的切换总次数, M_1 记为在 $[0, k)$ 上的切换模态种类数.

由不等式(15)可进一步得

$$\begin{aligned}\theta_1 \|\eta(k)\|_2^2 &\leq V_{\sigma(k)}(k) \leq \\ &\exp \left\{ \sum_{p=1}^{M_1} N_{0,p} \ln \mu_p \right\} \times \\ &\exp \left\{ \max_{p \in S} \left(\ln \lambda_p + \frac{\ln \mu_p}{\tau_{ap}} \right) k \right\} \theta_2 \|\eta(0)\|_2^2.\end{aligned}$$

故由上式可得

$$\begin{aligned}\|\eta(k)\| &\leq \\ &\exp \left\{ \sum_{p=1}^{M_1} \frac{N_{0,p}}{2} \ln \mu_p \right\} \times \\ &\exp \left\{ \max_{p \in S} \left(\frac{\ln \lambda_p}{2} + \frac{\ln \mu_p}{2\tau_{ap}} \right) k \right\} \sqrt{\frac{\theta_2}{\theta_1}} \|\eta(0)\| = \\ &\omega \|\eta(0)\| e^{-\alpha k},\end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}\omega &= \exp\left\{\sum_{p=1}^{M_1} \frac{N_{0p}}{2} \ln \mu_p\right\} \sqrt{\frac{\theta_2}{\theta_1}}, \\ \theta_1 &= \min\{\lambda_{\min}(P_1), \dots, \lambda_{\min}(P_M)\}, \\ \theta_2 &= \max\{\lambda_{\max}(P_1), \dots, \lambda_{\max}(P_M)\}, \\ \alpha &= -\max_{p \in S}\left(\frac{\ln \lambda_p}{2} + \frac{\ln \mu_p}{2\tau_{ap}}\right).\end{aligned}$$

由不等式(12)以及 $0 < \lambda_p < 1, \mu_p > 1$ 知 $\omega > 1$, 且 $\alpha > 0$, 根据定义2可得闭环切换系统指数稳定且具有指数衰减率 α . 证毕.

注1 当切换时刻到达或当前模态驻留时间结束时, 则根据TOD选取下一次即将驻留的模态, 即由MEF-TOD决定的切换函数选取驻留模态.

注2 当由TOD选取的模态确定后, 则根据模态依赖平均驻留时间所满足的条件确定驻留时间.

注3 MEF-TOD切换函数是选择当前时刻需要传输的信息与上一次网络传输的信息之间的相对误差较大的节点传输, 由于系统的状态信息的量级可能不一致, 故本文选择相对误差来代替绝对误差.

推论1 针对闭环切换控制系统(8), 在调度规则(9)作用下, 给定常数 $0 < \lambda_p < 1, \varepsilon_p > 0, \delta_p$ 和 $\mu_p > 1$, 存在适维矩阵 $X_p > 0$ 和 Y_p 及正定矩阵 P_p, P_q , 其中 $p, q \in S$, 使得不等式(11)以及下列线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -X_p + \varepsilon_p D_0 D_0^T & 0 & 0 \\ * & -\lambda_p X_p & (-EN_p ZX_p)^T \\ * & * & -\varepsilon_p I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ \delta_p G_p + H N_p Y_p T_p & 0 \\ 0 & X_p \\ EN_p Y_p T_p & 0 \\ -\delta_p I & 0 \\ * & -\delta_p I \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

且平均驻留时间满足式(12)则存在状态反馈控制器 $K_p = \delta_p^{-1} Y_p (p \in S)$ 使得闭环控制系统(8)指数稳定.

证 根据Schur补引理, 式(10)可转化为

$$\begin{bmatrix} -P_p^{-1} & \Phi_p \\ * & -\lambda_p P_p \end{bmatrix} < 0. \quad (17)$$

经过整理并进一步转化可得

$$\begin{bmatrix} -P_p^{-1} G_p + H N_p K_p T_p \\ * & -\lambda_p P_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_0 \\ 0 \end{bmatrix} F(\tau'_k) [0 \ EN_p(K_p T_p - Z)] +$$

$$[0 \ EN_p(K_p T_p - Z)]^T F^T(\tau'_k) \begin{bmatrix} D_0 \\ 0 \end{bmatrix}^T < 0. \quad (18)$$

由引理1, 式(18)可转换为

$$\begin{aligned}\varepsilon_p^{-1} [0 \ EN_p(K_p T_p - Z)]^T [0 \ EN_p(K_p T_p - Z)] + \\ \begin{bmatrix} -P_p^{-1} G_p + H N_p K_p T_p \\ * & -\lambda_p P_p \end{bmatrix} + \varepsilon_p \begin{bmatrix} D_0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_0 \\ 0 \end{bmatrix}^T < 0.\end{aligned} \quad (19)$$

由Schur补引理可得

$$\begin{bmatrix} -P_p^{-1} + \varepsilon_p D_0 D_0^T & G_p + H N_p K_p T_p \\ * & -\lambda_p P_p \\ * & * \\ 0 & (EN_p(K_p T_p - Z))^T \\ -\varepsilon_p I & \end{bmatrix} < 0. \quad (20)$$

令 $X_p = P_p^{-1} (p = 1, 2, \dots, M)$, 并令上式分别左乘和右乘 $\text{diag}\{I, X_p, I\}$ 得

$$\begin{bmatrix} -X_p + \varepsilon_p D_0 D_0^T & (G_p + H N_p K_p T_p) X_p \\ * & -\lambda_p X_p \\ * & * \\ 0 & (EN_p(K_p T_p X_p - Z X_p))^T \\ -\varepsilon_p I & \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

上式整理并由引理2可得

$$\begin{bmatrix} -X_p + \varepsilon_p D_0 D_0^T & 0 & 0 \\ * & -\lambda_p X_p & (-EN_p ZX_p)^T \\ * & * & -\varepsilon_p I \end{bmatrix} + \begin{aligned}\delta_p \begin{bmatrix} G_p + H N_p K_p T_p \\ 0 \\ EN_p K_p T_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_p + H N_p K_p T_p \\ 0 \\ EN_p K_p T_p \end{bmatrix}^T + \\ \delta_p^{-1} [0 \ X_p \ 0]^T [0 \ X_p \ 0] < 0.\end{aligned} \quad (22)$$

令 $Y_p = \delta_p K_p$, 上式可整理为

$$\begin{bmatrix} -X_p + \varepsilon_p D_0 D_0^T & 0 & 0 \\ * & -\lambda_p X_p & (-EN_p ZX_p)^T \\ * & * & -\varepsilon_p I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_p G_p + H N_p Y_p T_p & 0 \\ 0 & X_p \\ EN_p Y_p T_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_p^{-1} I & 0 \\ * & \delta_p^{-1} I \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} \delta_p G_p + H N_p Y_p T_p & 0 \\ 0 & X_p \\ EN_p Y_p T_p & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (23)$$

由Schur补引理, 式(23)等价于式(16). 证毕.

5 仿真算例(Illustrative example)

考虑网络控制系统连续被控对象状态方程如下:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t),$$

其中传感器采样周期 $h = 0.02$ s, 由式(2)离散化得

$$A = \begin{bmatrix} 0.9992 & 0.0388 \\ -0.0388 & 0.941 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0099 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.0096 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.0002 \\ -0.0002 & 0.0097 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

由于系统有两个状态变量和两个输入变量, 取 $d_s = d_c = 1$, 则该系统共有4个切换模态, 分别为

$$s_{11} = [1 \ 0 \ 1 \ 0], s_{12} = [1 \ 0 \ 0 \ 1],$$

$$s_{21} = [0 \ 1 \ 1 \ 0], s_{22} = [0 \ 1 \ 0 \ 1].$$

给定 $\lambda_1 = 0.5, \lambda_2 = 0.6, \lambda_3 = 0.7, \lambda_4 = 0.8$, 由式(12)可求得各模态平均驻留时间分别为

$$\tau_{a1} = 1.0704 \text{ s}, \tau_{a2} = 0.3569 \text{ s},$$

$$\tau_{a3} = 1.6480 \text{ s}, \tau_{a4} = 0.8171 \text{ s}.$$

由式(15)及LMI工具箱可求得控制器增益分别为

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.0012 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.0000114 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0.0000238 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.0017 \end{bmatrix}.$$

给定系统的初始值 $x = [-1 \ 1]^T$, 基于模型依赖平均驻留时间的TOD调度策略与控制器联合设计方法, 利用Trutime工具箱, 可得仿真如图2~4所示. 图2为系统状态响应曲线图, 可以看出系统状态最终收敛于平衡点且收敛速度快.

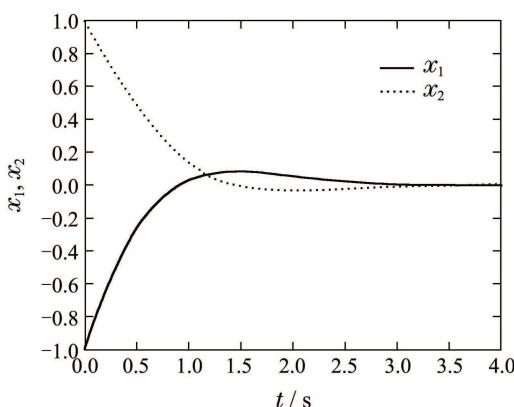


图2 状态响应曲线

Fig. 2 The response of states

图3为系统模态切换响应曲线图. 图4是模态误差

响应曲线图, 图中 $e_1(k), e_2(k), e_3(k), e_4(k)$ 分别表示模态1、模态2、模态3及模态4的各模态误差. 首先根据图4中模态误差大小选择模态, 并由驻留条件确定在该模态下驻留的时间; 当驻留时间到达时, 则再根据图4所示的模态误差选取下次所驻留的模态, 如图3所示. 故图3与图4是一一对应的关系, 并由图可验证所提调度策略的有效性, 并且可看出系统模态之间的切换频率.

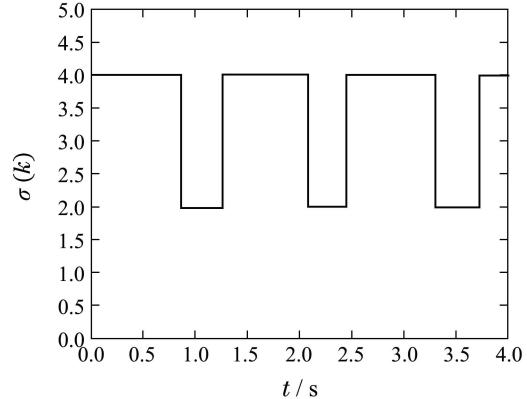


图3 模态切换响应曲线

Fig. 3 The response of switch mode

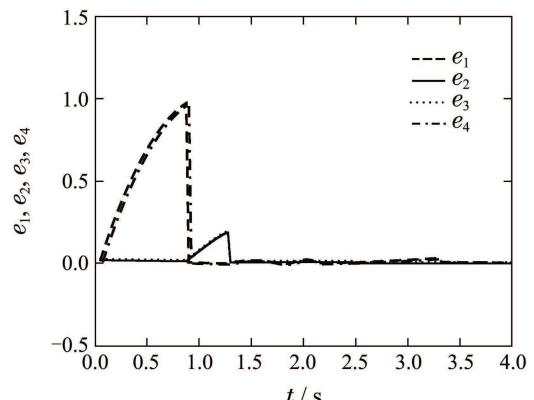


图4 模态误差响应曲线

Fig. 4 The response of mode error

6 结论(Conclusions)

本文针对具有随机短时延的资源受限网络控制系统, 基于模型依赖平均驻留时间进行动态调度与反馈控制联合设计. 首先将NCS建模成带有参数不确定性的离散切换系统, 并提出了一种新的模型依赖平均驻留时间的调度策略. 基于多Lyapunov函数方法及LMI技术给定了使闭环系统指数稳定的状态反馈控制器设计和TOD策略下的各个子系统平均驻留时间条件, 降低了系统的保守性, 一定程度上减少了系统模态之间的切换次数. 最后, 利用Trutime工具箱, 验证了所提方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] YOU K Y, XIE L H. Survey of recent progress in networked control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(2): 101–117.

- [2] ZHANG W A, YU L. Modelling and control of networked control systems with both network-induced delay and packet-dropout [J]. *Automatica*, 2008, 44(12): 3206 – 3210.
- [3] XU Y, SU H Y, YA J P, et al. Stability analysis of networked control systems with round-robin scheduling and packet dropouts [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, 350(8): 2013 – 2027.
- [4] DACIC D B, NESIC D. Quadratic stabilization of linear networked control systems via simultaneous protocol and controller design [J]. *Automatica*, 2007, 43(7): 1145 – 1155.
- [5] DONKERS M C F, HEEMELS W P M H, VAN DE N W, et al. Stability analysis of networked control systems using a switched linear systems approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(9): 2101 – 2115.
- [6] 杜明莉, 周川, 陈庆伟, 等. 具有通信约束的网络控制系统动态调度与 H_{∞} 控制协同设计 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1132 – 1138.
(DU Mingli, ZHOU Chuan, CHEN Qingwei, et al. Coordinate design of dynamic scheduling and H_{∞} control for networked control systems with communication constraints [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1132 – 1138.)
- [7] ZHAO X D, YU Q, ZHANG J F, et al. A novel approach to stability analysis for switched positive linear systems [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(7): 3883 – 3898.
- [8] ZHANG H, WU Z J, XIA Y Q. Exponential stability of stochastic systems with hysteresis switching [J]. *Automatica*, 2014, 50(2): 599 – 606.
- [9] ZHANG W A, YU L, YIN S. A switched system approach to H_{∞} control of networked control systems with time-varying delays [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2011, 348(2): 165 – 178.
- [10] ZHAI S D, YANG X S. Exponential stability of time-delay feedback switched systems in the presence of asynchronous switching [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, 350(1): 34 – 49.
- [11] WANG R, WANG B, LIU G P, et al. H_{∞} controller design for networked predictive control systems based on the average dwell-time approach [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 2010, 57(4): 310 – 314.
- [12] ZHANG L X, SHI P. Stability, L_2 -gain and asynchronous H_{∞} control of discrete-time switched systems with average dwell time [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(9): 2193 – 2200.
- [13] WANG B, ZHANG H B, WANG G, et al. Asynchronous control of discrete-time impulsive switched systems with mode-dependent average dwell time [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(2): 367 – 372.
- [14] LIU H, ZHAO X D. Finite-time H_{∞} control of switched systems with mode-dependent average dwell time [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(3): 1301 – 1315.
- [15] ZHAO X D, ZHANG L X, SHI P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(7): 1809 – 1815.
- [16] ZHANG L X, GAO H J. Asynchronously switched control of switched linear systems with average dwell time [J]. *Automatica*, 2010, 46(5): 953 – 958.
- [17] JI Z, WANG L, XIE G, et al. Linear matrix inequality approach to quadratic stabilization of switched systems [J]. *IEEE Proceedings — Control Theory and Applications*, 2004, 151(3): 289 – 294.
- [18] BARMISH B R. Necessary and sufficient conditions for quadratic stabilizability of an uncertain system [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1985, 46(4): 399 – 408.

作者简介:

- 朱信成** (1989–), 男, 硕士研究生, 研究方向为网络控制系统, E-mail: zxc1061922487@163.com;
- 周川** (1970–), 男, 教授, 研究方向为网络控制与智能控制, E-mail: njust.zc@126.com;
- 陈庆伟** (1963–), 男, 教授, 研究方向为网络控制、智能控制及高性能伺服系统, E-mail: cqw1002@sina.com.