

采用速度观测器的多Euler-Lagrange系统一致性跟踪控制

徐智浩, 李 胜[†], 陈庆伟

(南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 本文针对无向图拓扑网络下的多Euler-Lagrange系统, 设计了一种分布式跟踪控制策略. 在只有部分智能体能够获取领航智能体信息, 且各Euler-Lagrange系统模型未知的情况下, 针对领航智能体速度恒定和时变两种情况进行研究, 分别设计相应观测器实现了对领航者速度的观测, 且观测值的导数连续, 并给出了观测器收敛的充分条件. 控制器由两部分组成: 第1部分是一个神经网络系统的输出, 以逼近系统的未知非线性环节, 第2部分是一个鲁棒项, 以消除逼近误差与系统外部扰动的影响, 保证控制量的连续性. 采用Lyapunov理论证明了闭环系统的稳定性, 通过仿真验证了本文所提算法的有效性.

关键词: 多Euler-Lagrange系统; 分布式跟踪; 神经网络

中图分类号: TP241 **文献标识码:** A

Velocity observer based distributed consensus tracking control for multiple Euler-Lagrange systems

XU Zhi-hao, LI Sheng[†], CHEN Qing-wei

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

Abstract: A distributed coordinated tracking control strategy is proposed for Euler-Lagrange systems under undirected topology. The proposed strategy allows that only a subset of the follower agents have access to the desired trajectory. Both the cases when the generated coordinate derivatives of the leader agent is constant and varying are considered. An observer is produced with the continuous estimation of the acceleration, the sufficient conditions when the observer is stable are given. The controller is composed of two parts, the first part is the output of a neural network approximating the nonlinear function, the second part is a robust term to reduce the approximate error and external disturbance, which guarantees the continuous of the control input. The stability of the closed-loop system is proven by the Lyapunov theory, and simulations are also presented to illustrate the effectiveness of the controller.

Key words: multiple Euler-Lagrange systems; distributed tracking; neural networks

1 引言(Introduction)

多智能体系统可以应用于众多工程领域, 如智能机器人、交通控制、分布式计算、传感器网络、监控及诊断等, 具有高效率、高容错性和内在的并行性等优点. 因此, 针对多智能体系统控制问题的研究吸引了广泛的关注^[1-7]. 与传统的集中式控制相比, 分布式控制构架无需主控制器, 仅需通过各局部控制器之间的反馈与信息交互实现系统的全局控制, 具有低能耗和强鲁棒性等优点, 广泛适用于飞行器姿态同步^[8]、车辆编队控制^[9-10]、聚集^[11-12]等.

目前多智能体分布式控制的研究对象多为1阶或2阶积分系统^[3-8, 13-14], 而对Euler-Lagrange系统的研究相对较少, 该系统在工程应用中有着广泛的应用,

可以用来描述机械臂、航天器、移动车辆等机械系统. 因此对多Euler-Lagrange系统的研究具有重要的意义. 与2阶积分系统相比, Euler-Lagrange系统具有参数强耦合且非线性的特点, 给相关的控制研究带来了更大的挑战.

对多Euler-Lagrange系统(multiple Euler-Lagrange systems, MELS)的分布式一致性控制问题主要应用于聚集、编队、姿态同步等. 针对平衡点为静态时MELS一致性算法的研究, 已经取得了一定的成果, 如文献[15-20]等. 在此基础上, 学者开始对平衡点为动态的情况进行研究. 基于所有智能体能够获取领航智能体加速度信息的假设, 文献[21-22]运用滑模控制思想, 分别设计了控制算法, 实现了有限时间内MELS的

收稿日期: 2014-05-16; 录用日期: 2014-09-30.

[†]通信作者. E-mail: livic@126.com; Tel.: +86 13512503509.

国家自然科学基金项目(51175266), 江苏省高校自然科学基金项目(12KJB510008), 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(CXZZ13-0207)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (51175266), Natural Science Foundation of Jiangsu Provincial University (12KJB510008) and Graduate Student Research Innovation Programs of Jiangsu Provincial General University (CXZZ13-0207).

分布式一致性. 文献[23]设计了一致性跟踪算法, 同时考虑了系统中存在控制时延的情况. 在只有部分智能体能够获取领航智能体信息的情况下, 文献[24–25]分别通过构造观测器, 实现了对领航智能体速度的观测, 但是因加速度的观测值不连续, 最终导致系统抖震. 对此, 文献[26]设计观测器实现对加速度的连续观测, 但是假设各智能体是完全建模的. 文献[27]假设系统未建模动态满足局部Lipchitz条件, 设计鲁棒分布式跟踪算法使MELS最终收敛于动态平衡点.

本文研究无向图拓扑下MELS的一致性跟踪算法, 与现有文献相比, 本文的创新点在于: 1) 在只有部分智能体能够获取领航智能体信息的情况下, 通过设计观测器实现了对领航智能体加速度的连续观测, 并进一步通过神经网络算法设计控制器; 2) 对MELS系统中每个智能体的动力学模型, 考虑了未建模动态环节, 且不需假设该环节满足局部Lipchitz条件; 3) 采用一个鲁棒项抑制逼近误差及外部扰动带来的影响, 避免因控制量不连续导致的抖震现象.

本文剩余部分安排如下: 第2节简要介绍了Euler-Lagrange系统及代数图论的相关预备知识; 第3节中分别对领航智能体速度恒定及时变两种情况, 设计了控制器并给出了闭环系统的稳定性证明; 第4节中通过仿真验证了本文所提控制算法的有效性; 第5节总结了本文的主要研究成果, 并对后续研究进行了展望.

2 问题描述与预备知识(Problem Statement and preliminaries)

2.1 问题描述(Problem statement)

考虑由 N 个Euler-Lagrange系统组成的多智能体系统, 其模型描述为

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + G_i(q_i) + f_i(q_i, \dot{q}_i) = \tau_i, \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$, $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i \in \mathbb{R}^p$ 分别代表第 i 个Euler-Lagrange系统的广义坐标、速度及加速度向量, $M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 为正定对称的惯量矩阵, $C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i \in \mathbb{R}^p$ 为包含离心力和哥氏力的向量, $G_i \in \mathbb{R}^p$ 为重力矩向量, $f_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbb{R}^p$ 为未建模动态及未知外部扰动, τ_i 为控制输入向量. MELS系统的期望轨迹记作 $q_0 \in \mathbb{R}^p$. 惯量矩阵 $M_i(q_i)$ 和离心力与哥氏力矩阵 $C_i(q_i, \dot{q}_i)$ 满足如下反对称性质:

$$\xi^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}_i(q_i) - C_i(q_i, \dot{q}_i) \right) \xi = 0, \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^p. \quad (2)$$

为了方便起见, 将 $M_i(q_i), C_i(q_i, \dot{q}_i), G_i(q_i), f_i(q_i, \dot{q}_i)$ 分别简写为 M_i, C_i, G_i, f_i .

2.2 图论(Graph theory)

用图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ 来描述多智能体之间信息交换的情况. 其中 $\mathcal{V} = 1, \dots, N$ 代表 N 个Euler-Lagrange系

统的集合, 简称为 N 个节点; $\mathcal{E} \subseteq \{(i, j) : i, j \in \mathcal{V}, i \neq j\}$ 表示由节点对组成的非空集合. 图 $\mathcal{G}$ 的邻接矩阵定义为 $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$, 其中 $a_{ij} = 1$ 当且仅当 $\{j, i\} \in \mathcal{E}$, 否则 $a_{ij} = 0$. 图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯矩阵 L 定义为 $L = D - A$, 其中 D 为对角矩阵 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$. 将期望轨迹视作一个虚拟的领航智能体 $\mathcal{V}_0$, 其各阶状态分别为 $q_0, \dot{q}_0, \ddot{q}_0$. 由于只有部分节点能够获取期望轨迹的信息, 因此引入辅助矩阵 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, 其中 $b_i = 1$ 表示节点 i 能够获得领航智能体的信息, 否则 $b_i = 0$. 为了方便后续的控制设计, 定义矩阵 $H = L + B$, 并定义 $a_{i0} = b_i, i = 1, \dots, N$. 本文中用到的关于图的邻接矩阵 A, L 与 H 的相关性质给出如下:

性质 1 拉普拉斯矩阵 L 的所有非零特征值都大于零^[4]. 若图 $\mathcal{G}$ 是无向图且联通, 则 0 是 L 的单特征根, 且其特征向量为 1_n . 其中 $1_n = [1 \ \dots \ 1] \in \mathbb{R}^N$.

性质 2 若图 $\mathcal{G}$ 为无向连通图, 则 H 为正定对称矩阵. 即 $\lambda_{\min}(H) > 0$, 其中 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 为矩阵 “.” 的最小特征值^[5].

性质 3 若图 $\mathcal{G}$ 为无向连通图, 则 $\lambda_{\max}(H) < N + 1$, 其中 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 为矩阵 “.” 的最大特征值^[28].

2.3 神经网络系统(Neural-network system)

在实际应用中, Euler-Lagrange系统的具体参数 M_i, C_i, G_i, f_i 等均难以精确获得, 给控制带来了困难, 受到神经网络系统可以在任意紧致集上逼近任意连续函数的启发^[29], 本文采用 N 个含有一个隐含层的多输入多输出的神经网络系统来逼近控制器设计过程中含有上述未知参数的连续函数, 对第 i 个 n 输入 r 输出, 隐含层具有 l 个节点的神经网络系统, 其输出表达式为

$$y_i = W_i^T L_i(x_i), \quad (3)$$

其中: $x_i = [x_i^1 \ x_i^2 \ \dots \ x_i^n]^T$ 与 $y_i = [y_i^1 \ y_i^2 \ \dots \ y_i^r]^T$ 为神经网络系统的输入与输出, $W_i \in \mathbb{R}^{l \times r}$ 为神经网络的输出权值矩阵, $L_i(x_i) \in \mathbb{R}^l$ 为神经网络的基函数向量, 其中基函数 $L_i(x_i) = [L_i^1(x_i) \ L_i^2(x_i) \ \dots \ L_i^l(x_i)]^T$ 定义为

$$L_i^j(x_i) = \frac{\prod_{k=1}^n u_i^j(x_i^k)}{\sum_{j=1}^l \prod_{k=1}^n u_i^j(x_i^k)}, \quad (4)$$

其中 $u_i^j(x_i^k)$ 为隶属度函数. 本文中选取为Gaussian型:

$$u_i^j(x_i^k) = \exp\left(-\left(\frac{x_i^k - m_i^j}{\sigma_i^j}\right)^2\right), \quad (5)$$

其中 m_i^j, σ_i^j 为常值, 分别代表Gaussian基函数的中心

及宽度.

注1 在控制器设计中, 本文采用的是文献[29]中的自适应权值神经网络算法, 并未对算法本身进行改进, 也可以采用类似的模糊逻辑系统、模糊神经网络等实现对紧致集上任意连续函数的逼近.

2.4 相关假设(Related assumptions)

在设计控制器之前, 先做如下合理假设:

假设1 如式(1)所述各Euler-Lagrange系统的未建模动态及未知外部扰动有界, 即 $\exists k_{fi} > 0$, 满足 $\|f_i\| < k_{fi}$.

假设2 期望轨迹 q_0 及其各阶导数 $\dot{q}_0, \ddot{q}_0, \ddot{\ddot{q}}_0$ 有界.

在实际工程应用中, 可以通过轨迹规划使期望轨迹高阶可导, 有界的 $\ddot{\ddot{q}}_0$ 可以使Euler-Lagrange系统有效避免震动, 保护机械结构.

3 控制器设计(Controller design)

3.1 控制目标(Control objective)

本文探讨无向图拓扑结构下, 具有领航智能体的多Euler-Lagrange系统的分布式轨迹跟踪问题, 在只有部分智能体能够获取领航智能体信息的情况下, 设计控制器, 使各智能体对期望轨迹的跟踪误差 $q_i(t) - q_0(t)$ 与 $\dot{q}_i(t) - \dot{q}_0(t)$ 按指数收敛到原点的一个充分小的邻域内.

3.2 领航者速度恒定时的一致性跟踪算法(Consensus tracking when the leader's velocity is constant)

在设计分布式一致性算法之前, 首先设计观测器对领航智能体的状态进行观测, 第 i 个智能体对领航智能体速度 $\dot{q}_0$ 的观测值 $\hat{v}_i$ 设计为

$$\dot{\hat{v}}_i(t) = -\sum_{j=0}^N a_{ij}(\hat{v}_i(t) - \hat{v}_j(t)), \quad (6)$$

式中 $\hat{v}_0 = \dot{q}_0$.

引理1 当通信拓扑为无向连通图时, 在领航智能体速度恒定($\ddot{q}_0 = 0$)的情况下, 观测器(6)可以保证 $t \rightarrow \infty$ 时 $\hat{v}_i \rightarrow \dot{q}_0, i = 1, \dots, N$.

证 定义观测误差

$$\bar{v}_i = \hat{v}_i - \dot{q}_0. \quad (7)$$

对式(7)求导得到

$$\begin{aligned} \dot{\bar{v}}_i &= \dot{\hat{v}}_i - \ddot{q}_0 = -\sum_{j=0}^N a_{ij}(\hat{v}_i - \hat{v}_j) = \\ &= -\sum_{j=0}^N a_{ij}((\hat{v}_i - \dot{q}_0) - (\hat{v}_j - \dot{q}_0)) = \\ &= -\sum_{j=0}^N a_{ij}(\bar{v}_i - \bar{v}_j). \end{aligned} \quad (8)$$

记 $\hat{v} = [\hat{v}_1^T \ \hat{v}_2^T \ \dots \ \hat{v}_N^T]^T$, $\bar{v} = [\bar{v}_1^T \ \bar{v}_2^T \ \dots \ \bar{v}_N^T]^T$, 则式(8)可以写为

$$\dot{\bar{v}} = -(H \otimes I_p)\bar{v}, \quad (9)$$

式中: $\otimes$ 为Kronecker积, I_p 为 p 维单位矩阵. 根据性质2, H 为正定对称矩阵.

取Lyapunov函数为

$$V = \frac{1}{2}\bar{v}^T\bar{v}. \quad (10)$$

对式(10)求导得到

$$\dot{V} = \bar{v}^T\dot{\bar{v}} = -\bar{v}^T(H \otimes I_p)\bar{v} \leq 0. \quad (11)$$

证毕.

注2 观测器(6)要求各智能体之间对领航智能体速度的观测器进行信息交换, 文献[19–20]在系统不存在领航智能体的情况下提出了一种不需要观测器交换状态的算法, 实现了多智能体系统的一致性, 且不增加系统的通信成本, 可以在此基础上设计观测器应用于本文系统, 该观测器可根据文献[30]扩展到有向拓扑情形.

下面定义辅助变量

$$e_i = \sum_{j=0}^N a_{ij}(q_i - q_j), \quad (12)$$

$$\dot{q}_{ri} = \hat{v}_i - (\alpha + 1)e_i, \quad (13)$$

$$s_i = \dot{q}_i - \dot{q}_{ri}, \quad (14)$$

式中 $\alpha > 0$ 为可调变量. 对式(14)求导并将式(1)(13)代入得到

$$\begin{cases} M_i \dot{s}_i = \tau_i - C_i s_i - F_i - f_i, \\ F_i = M \ddot{q}_{ri} + C_i \dot{q}_{ri} + G_i. \end{cases} \quad (15)$$

根据观测器(6)与辅助变量(12)–(14)的定义, F_i 为含有 M_i, C_i, G_i 等未知环节的连续函数, 可以采用第2.3节的神经网络系统进行逼近:

$$F_i = W_i^{*T} L_i + \epsilon_i, \quad (16)$$

式中: $W_i^{*T} \in \mathbb{R}^{p \times l}$ 为最优神经网络权值, $L_i \in \mathbb{R}^l$ 为基函数向量, $\epsilon_i \in \mathbb{R}^p$ 为最优逼近误差, 根据假设1, 进一步假设存在 $d_i > 0$, 满足 $\|\epsilon_i + f_i\| < d_i$.

取控制量为

$$\begin{cases} \tau_i = \hat{W}_i^T L_i - K_i s_i + \tau_{ci}, \\ \tau_{ci} = -\frac{d_i^2 s_i}{4\epsilon_{di}}, \end{cases} \quad (17)$$

式中: $\hat{W}_i$ 为对 W_i^* 的估计值, 估计误差为 $\tilde{W}_i \triangleq \hat{W}_i - W_i^*$, τ_{ci} 为鲁棒补偿项, $\epsilon_{di} > 0$ 为可调参数. 将式(16)–(17)代入式(15)得到

$$M_i \dot{s}_i = \tilde{W}_i^T L_i - K_i s_i - C_i s_i - \frac{d_i^2 s_i}{4\epsilon_{di}} - (\epsilon_i + f_i). \quad (18)$$

定理1 对MELS系统(1), 通信拓扑为无向连通

图且领航智能体速度恒定($\ddot{q}_0 = 0$)时, 若自适应更新率取式(19), 观测器(6)和控制率(17)可使系统(1)实现第3.1节意义下的一致性跟踪.

$$\dot{W}_i = -\Gamma_i L_i s_i^T - \sigma \hat{W}_i. \quad (19)$$

证 记 $e = [e_1^T \ e_2^T \ \cdots \ e_N^T]^T$, $q = [q_1^T \ q_2^T \ \cdots \ q_N^T]^T$, $\dot{q}_0 = [\dot{q}_0^T \ \dot{q}_0^T \ \cdots \ \dot{q}_0^T]^T$, $\dot{q} = [\dot{q}_1^T \ \dot{q}_2^T \ \cdots \ \dot{q}_N^T]^T$, 将

$H \otimes I_p$ 与 $B \otimes I_p$ 简写为 $\mathcal{H}$, $\mathcal{B}$. 并取Lyapunov函数为

$$V_1 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2K_i} s_i^T M_i s_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \text{tr}(\tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i) + \frac{1}{2} e^T \mathcal{H}^{-1} e + \frac{1}{2} \bar{v}^T \mathcal{H}^{-1} \bar{v}. \quad (20)$$

对式(12)求导并写为级联形式

$$\dot{e} = \sum_{j=0}^N a_{ij}(\dot{q}_i - \dot{q}_j) = \mathcal{H}\dot{q} - \mathcal{B}\dot{q}_0. \quad (21)$$

根据性质1, $\mathcal{L}\dot{q}_0 = 0$, 式(21)可以改写为

$$\dot{e} = \mathcal{H}\dot{q} - \mathcal{B}\dot{q}_0 - \mathcal{L}\dot{q}_0 = \mathcal{H}(\dot{q} - \dot{q}_0). \quad (22)$$

对式(20)求导并将式(13)–(14)(18)(22)代入得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{K_i} s_i^T M_i \dot{s}_i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2K_i} s_i^T \dot{M}_i s_i + \\ &\quad \sum_{i=1}^N \text{tr}(\tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i) + e^T \mathcal{H}^{-1} \dot{e} + \\ &\quad \bar{v}^T \mathcal{H}^{-1} \dot{\bar{v}} = \\ &\quad \sum_{i=1}^N \frac{1}{K_i} s_i^T [\tilde{W}_i^T L_i - K_i s_i - C_i s_i - \frac{d_i^2 s_i}{4\epsilon_{di}} - \\ &\quad (\epsilon_i + f_i)] + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2K_i} s_i^T \dot{M}_i s_i + \\ &\quad \sum_{i=1}^N \text{tr}(-\tilde{W}_i^T L_i s_i^T - \sigma_i \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \hat{W}_i) + \\ &\quad e^T (\dot{q} - \dot{q}_0) - \bar{v}^T \dot{\bar{v}} = \\ &\quad - \sum_{i=1}^N s_i^T s_i - \sum_{i=1}^N \frac{1}{K_i} s_i^T (\frac{d_i^2 s_i}{4\epsilon_{di}} + \epsilon_i + f_i) - \\ &\quad \sum_{i=1}^N \text{tr}(\sigma_i \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \hat{W}_i) + e^T [s + \bar{v} - \\ &\quad (\alpha + 1)e] - \bar{v}^T \dot{\bar{v}} \leq \\ &\quad - \sum_{i=1}^N s_i^T s_i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{K_i} (-\frac{d_i^2 s_i^T s_i}{4\epsilon_{di}} + \|s_i\| d_i) - \\ &\quad \sum_{i=1}^N \text{tr}(\sigma_i \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \hat{W}_i) + \frac{1}{2} e^T e + \frac{1}{2} s^T s + \\ &\quad \frac{1}{2} e^T e + \frac{1}{2} \bar{v}^T \bar{v} - (\alpha + 1) e^T e - \bar{v}^T \dot{\bar{v}} \leq \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N s_i^T s_i - \frac{\sigma_i}{2} \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i - \alpha e^T e - \\ &\quad \frac{1}{2} \bar{v}^T \bar{v} + \sum_{i=1}^N \epsilon_{di} + \frac{\sigma_i}{2} \tilde{W}_i^{*T} \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i^* \leq \\ &\quad b_0 V_1 + \epsilon_0. \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)中:

$$b_0 = \min\{K_i \lambda_{\min}(M_i), \sigma_i, 2\lambda_{\min}(H), 2\alpha\lambda_{\min}(H)\},$$

$$\epsilon_0 = \sum_{i=1}^N \epsilon_{di} + \frac{\sigma_i}{2} \tilde{W}_i^{*T} \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i^*.$$

对式(23)求积分得到

$$V_1(t) \leq e^{b_0 t} V_1(0) + \frac{\epsilon_0}{b_0} (1 - e^{b_0 t}). \quad (24)$$

再根据式(20)易得

$$s^T s \leq \frac{2K}{\lambda_{\min}(M_i)} V_1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) \leq \sqrt{\frac{2K\epsilon_0}{\lambda_{\min}(H)b_0}}, \quad (25)$$

$$e^T e \leq 2\mathcal{H}V_1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \leq \sqrt{\frac{2\mathcal{H}\epsilon_0}{b_0}}. \quad (26)$$

在可调参数 K_i, σ_i 选定的情况下, 可以通过选择充分小的 ϵ_{di}, Γ_i 来保证 ϵ_0 充分小, 从而保证了 $(s, \bar{v}, e)$ 按指数收敛到原点的一个充分小的邻域内. 定义各智能体对期望轨迹的跟踪误差为 $\varepsilon_i = q_i - q_0$, 其级联形式为 $\varepsilon = [\varepsilon_1^T \ \varepsilon_2^T \ \cdots \ \varepsilon_N^T]^T$. 根据式(12)与式(26),

$$\varepsilon^T \varepsilon \leq \frac{2}{\mathcal{H}} V_1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) \leq \sqrt{\frac{2\epsilon_0}{\mathcal{H}b_0}}. \quad (27)$$

再根据式(12)–(14),

$$\dot{\varepsilon} = s + \bar{v} - (\alpha + 1)e, \quad (28)$$

因此 ε 与 $\dot{\varepsilon}$ 也按指数收敛到原点的一个充分小的邻域内. 证毕.

本节针对领航者速度恒定的情况, 首先通过设计观测器(6)实现了各智能体对领航智能体速度的观测, 然后基于神经网络算法设计控制器(17), 并采用一个鲁棒补偿项抑制未知扰动及逼近误差带来的影响, 最后通过Lyapunov方法证明了闭环系统的稳定性.

3.3 领航者速度时变时的分布式跟踪算法 (Consensus tracking when the leader's velocity is varying)

本节考虑领航者速度时变的情形, 即 $\ddot{q}_0 \neq 0$. 观测领航智能体速度的观测器设计如下:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{v}}_i(t) &= \\ &= -(k_1 + 1)\hat{v}_i(t) - \int_0^t (k_2 \sum_{j=0}^N a_{ij}(\hat{v}_i(t) - \hat{v}_j(t)) + \\ &\quad k_3 \text{sgn}(\sum_{j=0}^N a_{ij}(\hat{v}_i(\tau) - \hat{v}_j(\tau))) d\tau, \end{aligned} \quad (29)$$

其中: $k_1, k_2, k_3 > 0$ 为可调参数; $\hat{v}_i, \hat{v}_j$, $i, j = 1, \dots, N$ 分别为第 i 个与第 j 个智能体对 $\dot{q}_0$ 的观测值, $\hat{v}_0 = \dot{q}_0$.

定义观测误差

$$\bar{v}_i = \sum_{j=0}^N a_{ij}(\hat{v}_i - \hat{v}_j). \quad (30)$$

记 $\hat{v} = [\hat{v}_1^T \ \hat{v}_2^T \ \cdots \ \hat{v}_N^T]^T$, $\bar{v} = [\bar{v}_1^T \ \bar{v}_2^T \ \cdots \ \bar{v}_N^T]^T$, 式(29)与式(30)可以改写为

$$\dot{\hat{v}} = -(k_1 + 1)\hat{v} - \int_0^t (k_2 \bar{v}(\tau) + k_3 \text{sgn}(\bar{v}(\tau))) d\tau, \quad (31)$$

$$\bar{v} = \mathcal{H}\hat{v} - \mathcal{B}\dot{\underline{q}}_0. \quad (32)$$

对式(31)求导并将式(32)代入得到

$$\dot{\bar{v}} = -(k_1 + 1)\mathcal{H}\hat{v} - \int_0^t (k_2 \mathcal{H}\bar{v}(\tau) + k_3 \mathcal{H}\text{sgn}(\bar{v}(\tau))) d\tau - \mathcal{B}\ddot{\underline{q}}_0. \quad (33)$$

定义误差函数

$$\mathcal{H}s = \dot{\bar{v}} + \bar{v}. \quad (34)$$

对式(34)求导得到

$$\begin{aligned} \mathcal{H}\dot{s} &= \ddot{\bar{v}} + \dot{\bar{v}} = \\ &= -(k_1 + 1)\mathcal{H}\dot{\hat{v}} - k_2 \mathcal{H}\bar{v} - k_3 \mathcal{H}\text{sgn} \bar{v} + \\ &= \mathcal{H}\dot{\hat{v}} - \mathcal{B}\ddot{\underline{q}}_0 - \mathcal{B}\ddot{\underline{q}}_0 = \\ &= -k_1 \mathcal{H}\dot{\hat{v}} - k_2 \mathcal{H}\bar{v} - k_3 \mathcal{H}\text{sgn} \bar{v} - \\ &= \mathcal{B}(\ddot{\underline{q}}_0 + \ddot{\underline{q}}_0) = \\ &= -k_1 \mathcal{H}s - (k_2 \mathcal{H} - k_1)\bar{v} - k_3 \mathcal{H}\text{sgn} \bar{v} - \\ &= \mathcal{B}\ddot{\underline{q}}_0 - (k_1 + 1)\mathcal{B}\ddot{\underline{q}}_0. \end{aligned} \quad (35)$$

式(35)可以改写为

$$\mathcal{H}\dot{s} = -k_1 \mathcal{H}s - (k_2 \mathcal{H} - k_1)\bar{v} - k_3 \mathcal{H}\text{sgn} \bar{v} + \mathcal{H}\phi_d, \quad (36)$$

其中 $\phi_d = -\mathcal{H}^{-1}(\mathcal{B}\ddot{\underline{q}}_0 + (k_1 + 1)\mathcal{B}\ddot{\underline{q}}_0)$.

根据假设2与性质3, 可知 ϕ_d 与其导数 $\dot{\phi}_d$ 有界, 即存在常数 $c_1, c_2 > 0$ 满足 $\|\phi_d\| < c_1, \|\dot{\phi}_d\| < c_2$.

引理2 如式(37)所示的函数 $p(t) \geq 0$, 若选取 $k_2 > c_1 + c_2$,

$$p(t) = \bar{v}^T(0)k_2 \text{sgn}(\bar{v}(0)) - \bar{v}^T(0)\phi_d(0) - \int_0^t s^T \mathcal{H}(\phi_d - k_2 \text{sgn}(\bar{v})) d\tau. \quad (37)$$

证 对 $s^T \mathcal{H}(\phi_d - k_2 \text{sgn} \bar{v})$ 求积分得到

$$\begin{aligned} & \int_0^t s^T \mathcal{H}(\phi_d - k_2 \text{sgn} \bar{v}) d\tau = \\ & \int_0^t (\mathcal{H}s)^T (\phi_d - k_2 \text{sgn} \bar{v}) d\tau = \\ & \int_0^t \dot{\bar{v}}^T \phi_d d\tau - \int_0^t \dot{\bar{v}}^T k_2 \text{sgn} \bar{v} d\tau + \\ & \int_0^t \bar{v}^T \phi_d d\tau - \int_0^t \bar{v}^T k_2 \text{sgn} \bar{v} d\tau = \\ & \bar{v}^T \phi_d \Big|_0^t - \int_0^t \bar{v}^T \dot{\phi}_d d\tau - \bar{v}^T k_2 \text{sgn} \bar{v} \Big|_0^t + \\ & \int_0^t \bar{v}^T \phi_d d\tau - \int_0^t \bar{v}^T k_2 \text{sgn} \bar{v} d\tau = \\ & \bar{v}^T(t)\phi_d(t) - \bar{v}^T(0)\phi_d(0) + \\ & \bar{v}^T(0)k_2 \text{sgn}(\bar{v}(0)) - \bar{v}^T(t)k_2 \text{sgn}(\bar{v}(t)) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^t \bar{v}^T (\phi_d - \dot{\phi}_d - k_2 \text{sgn} \bar{v}) d\tau \leq \\ & -\bar{v}^T(0)\phi_d(0) + \bar{v}^T(0)k_2 \text{sgn}(\bar{v}(0)) + \\ & \int_0^t \|\bar{v}\|(\|\phi_d(t)\| + \|\dot{\phi}_d(t)\| - k_2) d\tau + \\ & \|\bar{v}\|(\|\phi_d(t)\| - k_2) \leq \\ & -\bar{v}^T(0)\phi_d(0) + \bar{v}^T(0)k_2 \text{sgn}(\bar{v}(0)) + \\ & \int_0^t \|\bar{v}\|(c_1 + c_2 - k_2) d\tau + \|\bar{v}\|(c_1 - k_2). \end{aligned} \quad (38)$$

若取 $k_2 > c_1 + c_2$, 即可保证 $p(t) \geq 0$. 证毕.

引理3 当通信拓扑为无向连通图, 在领航智能体速度时变($\dot{q}_0 \neq 0$)的情况下, 观测器(29)可以保证 $t \rightarrow \infty$ 时 $\hat{v}_i \rightarrow \dot{q}_0, i = 1, \dots, N$, 若选取 $k_2 > c_1 + c_2, k_1 < 4k_2\lambda_{\min}(\mathcal{H})$.

证 取函数

$$V = \frac{1}{2}s^T \mathcal{H}s + \frac{k_2}{2}\bar{v}^T \bar{v} + p(t). \quad (39)$$

根据引理2, 当 $k_2 > c_1 + c_2$ 时, $p(t) \geq 0$, 此时 $V \geq 0$, 为Lyapunov函数. 对式(39)求导并将式(32)(34)(36)代入得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \mathcal{H}\dot{s} + k_2 \bar{v}^T \dot{\bar{v}} + \dot{p}(t) = \\ &= s^T [-k_1 \mathcal{H}s - (k_2 \mathcal{H} - k_1)\bar{v} - k_3 \mathcal{H}\text{sgn} \bar{v} + \mathcal{H}\phi_d] + \\ &= k_2 \bar{v}^T \dot{\bar{v}} + \dot{p}(t) = \\ &= s^T [-k_1 \mathcal{H}s - (k_2 \mathcal{H} - k_1)\bar{v} - k_3 \mathcal{H}\text{sgn} \bar{v} + \mathcal{H}\phi_d] + \\ &= k_2 \bar{v}^T (\mathcal{H}s - \bar{v}) - s^T \mathcal{H}(\phi_d - k_2 \text{sgn} \bar{v}) = \\ &= -k_1 s^T \mathcal{H}s + k_1 s^T \bar{v} - k_2 \bar{v}^T \bar{v} = \\ &= -[s^T \ \bar{v}^T] \begin{bmatrix} k_1 \mathcal{H} & -\frac{k_1}{2} \\ -\frac{k_1}{2} & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ \bar{v} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (40)$$

当 $k_1 k_2 \mathcal{H} - \frac{k_1^2}{4} > 0$, 即 $k_1 < 4k_2\lambda_{\min}(\mathcal{H})$ 时, 可以保证 $\dot{V} \leq 0$, 有 $t \rightarrow \infty$ 时 $s \rightarrow 0$. 根据性质2与式(34), 可以得到 $t \rightarrow \infty$ 时有 $\bar{v} \rightarrow 0$. 即

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \mathcal{H}\hat{v} - \mathcal{B}\dot{\underline{q}}_0 = \\ &= \mathcal{H}\hat{v} - \mathcal{H}\dot{\underline{q}}_0 + \mathcal{H}\dot{\underline{q}}_0 - \mathcal{B}\dot{\underline{q}}_0 = \\ &= \mathcal{H}(\hat{v} - \dot{\underline{q}}_0) + \mathcal{L}\dot{\underline{q}}_0. \end{aligned} \quad (41)$$

根据性质1, $\mathcal{L}\dot{\underline{q}}_0 = 0$, 因此有 $t \rightarrow \infty$ 时 $\bar{v} = \mathcal{H}(\hat{v} - \dot{\underline{q}}_0) \rightarrow 0$. 再根据性质2, $\mathcal{H}$ 为正定矩阵, 因此 $\hat{v} - \dot{\underline{q}}_0 \rightarrow 0$, 即 $t \rightarrow \infty$ 时, $\hat{v}_i \rightarrow \dot{q}_0, i = 1, \dots, N$. 证毕.

注3 通过对引理1与3证明可以看到, 本文所设计的两种观测器初值的选取对闭环系统的稳定性没有影响, 可以任意给定. 由于每个智能体无法获得全局拓扑结构的信息, 因此 $\mathcal{H}$ 与 $\mathcal{B}$ 对每个智能体而言是未知的, c_1 与 c_2 存在但未知. 在选取 k_1 与 k_2 时, 应首先选取 k_1 及一个较大的 k_2 , 然后逐渐减小 k_2 以观测器性能较好的参数 k_1 与 k_2 .

类似第3.2节, 定义辅助变量

$$e_i = \sum_{j=0}^N a_{ij}(q_i - q_j), \quad (42)$$

$$\dot{q}_{ri} = \hat{v}_i - (\alpha + 1)e_i, \quad (43)$$

$$s_i = \dot{q}_i - \dot{q}_{ri}, \quad (44)$$

式中: $\alpha > 0$ 为可调变量, $\hat{v}_i$ 为观测器(29)的输出值.

定理2 对MELS系统(1), 通信拓扑为无向连通图且领航智能体速度时变($\dot{q}_0 \neq 0$)时, 自适应更新率取式(19), 观测器(29)和控制率(17)可使系统(1)实现第3.1节意义下的一致性跟踪, 若满足 $k_2 > c_1 + c_2$, $k_1 < 4k_2\lambda_{\min}(\mathcal{H})$.

定理2的证明与定理1类似, 在此不再赘述.

本节针对更常见的领航者速度时变的情况, 设计一个新的速度观测器(29)代替观测器(6), 以保证对加速度的观测值连续, 并给出了观测器收敛的充分条件.

4 数值仿真(Numerical simulation)

在MATLAB环境下, 通过仿真验证本文所提算法的有效性. 考虑由4个节点组成的MELS系统, 图1为4个节点与领航智能体之间的通信拓扑结构. 为方便起见, 取 $p = 1$.

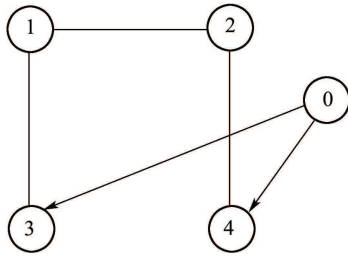


图1 通信拓扑

Fig. 1 Communication graph

如式(1)所示的各Euler-Lagrange系统动力学参数选取为

$$M_i(q_i) = 2 + 0.4\sin q_i,$$

$$C_i(q_i, \dot{q}_i) = 0.2\dot{q}_i\cos q_i,$$

$$G_i(q_i) = 0.2\cos q_i,$$

$$f_i(q_i, \dot{q}_i) = 0.5\operatorname{sgn} \dot{q}_i + 0.1i(\dot{q}_i).$$

各Euler-Lagrange系统的初始状态分别为

$$q(0) = [1 \ 2 \ 3 \ 4]^T, \quad \dot{q}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T.$$

观测器的初始值选取为

$$\hat{v}(0) = [-2 \ -4 \ 2 \ 4]^T.$$

控制器的相关参数选取为

$$K_i = 5, \quad k_1 = 5, \quad k_2 = 10, \quad k_3 = 5,$$

$$\Gamma_i = 10, \quad \eta_i = 5, \quad \alpha = 2.$$

神经网络系统隐含层节点个数为7, 隶属度函数分别取

$$u_i^1(x_i^k) = \exp(-(\frac{x_i^k + 3}{2})^2),$$

$$u_i^2(x_i^k) = \exp(-(\frac{x_i^k + 2}{2})^2),$$

$$u_i^3(x_i^k) = \exp(-(\frac{x_i^k + 1}{2})^2),$$

$$u_i^4(x_i^k) = \exp(-(\frac{x_i^k}{2})^2),$$

$$u_i^5(x_i^k) = \exp(-(\frac{x_i^k - 1}{2})^2),$$

$$u_i^6(x_i^k) = \exp(-(\frac{x_i^k - 2}{2})^2),$$

$$u_i^7(x_i^k) = \exp(-(\frac{x_i^k - 3}{2})^2).$$

为了验证在领航智能体处于不同状态的情况下, 本文所提一致性跟踪算法的有效性, 分为以下3种情况进行仿真.

仿真1 考虑领航智能体为静态的情况. 定义领航智能体状态为 $q_0 = 0$, $c_1 = 0$, $c_2 = 0$. 领航智能体为静态是速度恒定时的一种特殊情况. 在观测器(6)的作用下, 各智能体对领航智能体速度的观测曲线如图2所示. 在控制器(17)的作用下, 各智能体的跟踪曲线如图3所示.

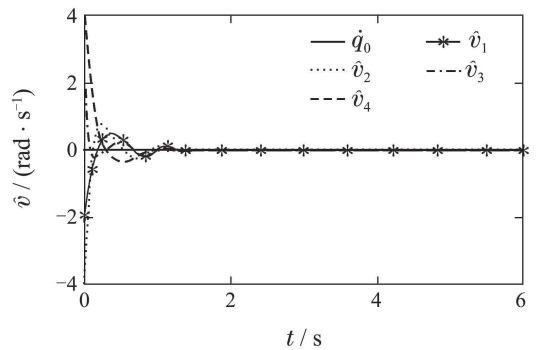


图2 领航智能体静态时观测器的观测值

Fig. 2 Output of observer when leader is static

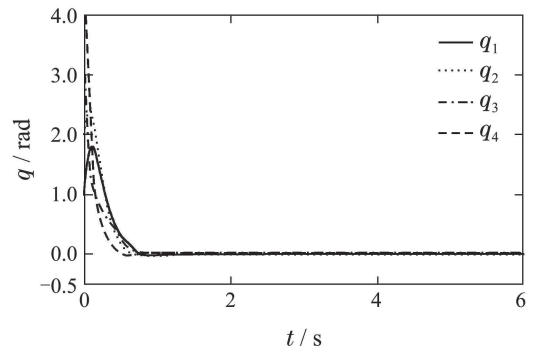


图3 领航智能体静态时MELS的跟踪曲线

Fig. 3 Tracking trajectory of MELS when leader is static

仿真2 考虑领航智能体加速度恒定的情况. 领航智能体的状态选取为 $\dot{q}_0 = 1$, $\dot{q}_0(0) = 0$, $q_0(0) = 0$. $c_1 = 1$, $c_2 = 1$. 观测器(29)的观测曲线及控制器(17)作用下MELS的跟踪曲线分别如图4–5所示.

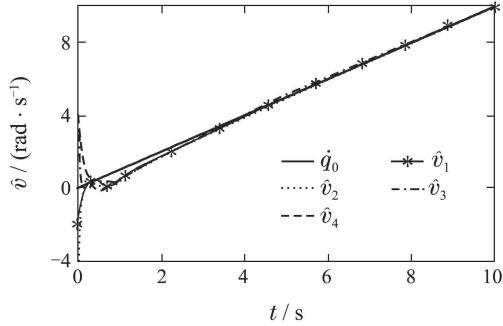


图4 领航智能体加速度恒定时观测器的输出

Fig. 4 Output of observer when leader's acceleration is constant

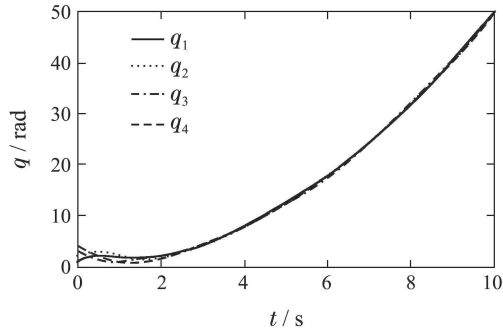


图5 领航智能体加速度恒定时MELS的跟踪曲线
Fig. 5 Tracking trajectory of MELS when leader's acceleration is constant

仿真3 考虑领航智能体加速度时变的情况, 并与文献[26]所提算法进行比较, 取领航智能体的状态选取为 $q_0 = \sin t$. 观测器(29)的观测曲线及控制器(17)作用下MELS的跟踪曲线分别如图6–7所示, 文献[26]所提算法下MELS的跟踪曲线如图8, 通过对比说明, 本文所提算法能够是跟踪误差更快收敛. 控制器的输出曲线如图9所示, 控制量是连续的, 能够有效避免因控制量不连续带来的抖震现象.

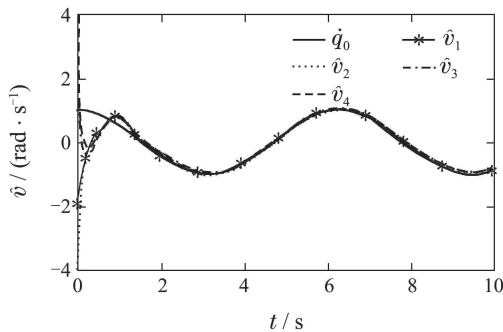


图6 领航智能体加速度时变时观测器的观测值

Fig. 6 Output of observer when leader's acceleration is varying

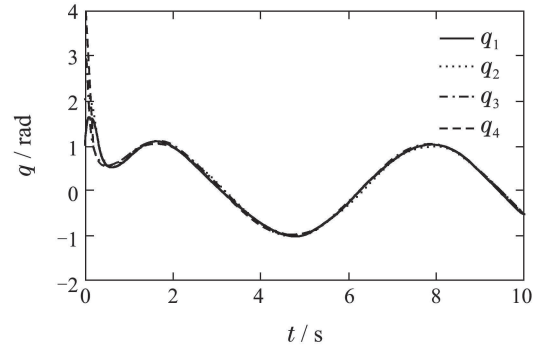


图7 领航智能体速度时变时MELS的跟踪曲线

Fig. 7 Tracking trajectory of MELS when leader's velocity is varying

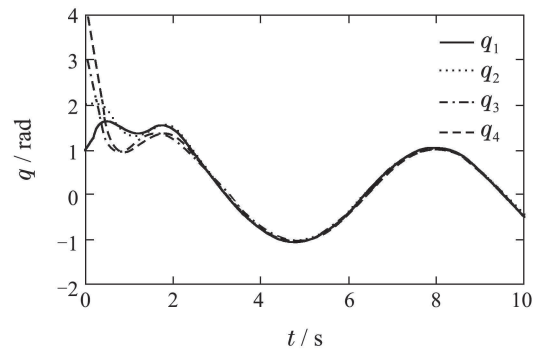


图8 文献[26]算法下MELS的跟踪曲线

Fig. 8 Tracking trajectory of MELS under control method of reference [26]

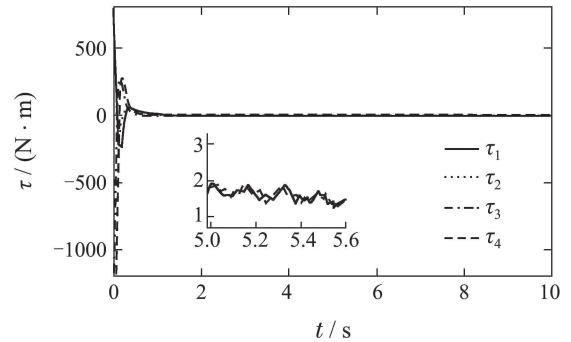


图9 领航智能体速度时变时控制器输出曲线

Fig. 9 Control torque when leader's velocity is varying

以上3组仿真表明, 当领航智能体处于不同状态时, 本文所提方法能够使MELS的广义坐标及速度与领航智能体一致.

5 结论(Conclusions)

本文考虑无向拓扑结构下MELS系统的一致性跟踪问题, 设计了一致性跟踪算法, 使MELS的广义坐标及广义速度收敛于期望轨迹, 运用Lyapunov方法给出了闭环系统的稳定性证明. 最后通过分组仿真实验验证了算法的有效性. 在下一步的研究中, 笔者将进一步研究更普通的拓扑结构(如有向图、时延网络等)下的一致性跟踪算法.

参考文献(References):

- [1] 闵海波, 刘源, 王仕成, 等. 多个体协调控制问题综述 [J]. 自动化学报, 2012, 10(38): 1557 – 1570.
(MIN Haibo, LIU Yuan, WANG Shicheng, et al. An overview on coordination control problem of multi-agent system [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 10(38): 1557 – 1570.)
- [2] CAO Y C, YU W W, REN W, et al. An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, 9(1): 427 – 428.
- [3] HONG Y, HU J, GAO L. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology [J]. *Automatica*, 2006, 42(7): 1177 – 1182.
- [4] OGREN P, EGERSTEDT M, HU X. A control Lyapunov function approach to multi-agent coordination [C] // *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*. Orlando: IEEE, 2001, 2: 1150 – 1155.
- [5] HONG Y, CHEN G, BUSHNELL L. Distributed observers design for leader-following control of multi-agent networks [J]. *Automatica*, 2008, 44(3): 846 – 850.
- [6] OLFATI-SABER R. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 401 – 420.
- [7] XIAO F, WANG L, CHEN J, et al. Finite-time formation control for multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(11): 2605 – 2611.
- [8] SARLETTE A, SEPULCHRE R, LEONARD N E. Autonomous rigid body attitude synchronization [J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 572 – 577.
- [9] LAFFERRIERE G, WILLIAMS A, CAUGHMAN J, et al. Decentralized control of vehicle formations [J]. *Systems & Control Letters*, 2005, 54(9): 899 – 910.
- [10] PORFIRI M, ROBERSON D G, STILWELL D J. Tracking and formation control of multiple autonomous agents: a two-level consensus approach [J]. *Automatica*, 2007, 43(8): 1318 – 1328.
- [11] LEE D, SPONG M W. Stable flocking of multiple inertial agents on balanced graphs [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(8): 1469 – 1475.
- [12] TANNER H G, JADBABAIE A, PAPPAS G J. Flocking in fixed and switching networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(5): 863 – 868.
- [13] YU W, CHEN G, CAO M, et al. Second-order consensus for multi-agent systems with directed topologies and nonlinear dynamics [J]. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2010, 40(3): 881 – 891.
- [14] HU G. Robust consensus tracking of a class of second-order multi-agent dynamic systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2012, 61(1): 134 – 142.
- [15] LIU Y, MIN H, WANG S, et al. Distributed consensus of a class of networked heterogeneous multi-agent systems [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(3): 1700 – 1716.
- [16] LIU Y, WANG S C, MIN H B, et al. Distributed adaptive regulation algorithm of networked Euler-Lagrange system with input and communication delays [C] // *Proceedings of the 31st Chinese Control Conference (CCC)*. Hefei: IEEE, 2012: 847 – 852.
- [17] REN W. Distributed leaderless consensus algorithms for networked Euler-Lagrange systems [J]. *International Journal of Control*, 2009, 82(11): 2137 – 2149.
- [18] 刘源, 王仕成, 闵海波, 等. 无领航者的多Euler-Lagrange系统有限时间一致性算法 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(1): 93 – 99.
(LIU Yuan, WANG Shicheng, MIN Haibo, et al. Decentralized finite-time leaderless consensus algorithm for networked Euler-Lagrange systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(1): 93 – 99.)
- [19] ZHOU B, LIN Z L. Consensus of high-order multi-agent systems with large input and communication delays [J]. *Automatica*, 2014, 50(2): 452 – 464.
- [20] ZHOU B, XU C, DUAN G R. Distributed and truncated reduced-order observer based output feedback consensus of multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(8): 2264 – 2270.
- [21] ZHAO D, ZOU T, LI S, et al. Adaptive backstepping sliding mode control for leader-follower multi-agent systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 6(8): 1109 – 1117.
- [22] KHOO S, XIE L, MAN Z. Robust finite-time consensus tracking algorithm for multirobot systems [J]. *IEEE Transactions on Mechatronics*, 2009, 14(2): 219 – 228.
- [23] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [24] ZHAO Y, DUAN Z, WEN G. Distributed finite-time tracking of multiple Euler-Lagrange dynamics without velocity measurements [C] // *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference (CCC)*. Xi'an: IEEE, 2013: 6923 – 6928.
- [25] NUNO E, ORTEGA R, BASANEZ L, et al. Synchronization of networks of nonidentical Euler-Lagrange systems with uncertain parameters and communication delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(4): 935 – 941.
- [26] MENG Z Y, DIMAROGONAS D V, JOHANSSON K H. Zero-error coordinated tracking of multiple lagrange systems using continuous control [C] // *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*. Florence: IEEE, 2013: 6712 – 6717.
- [27] FENG Z, HU G. Distributed coordinated tracking control for multiple unknown nonlinear Euler-Lagrange systems [C] // *Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*. Hangzhou: IEEE, 2013: 123 – 128.
- [28] MERRIS R. Laplacian matrices of graphs: a survey [J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 1994, 197(1): 143 – 176.
- [29] HAGAN M T, DEMUTH H B, BEALE M H. *Neural Network Design* [M]. Boston: PWS-KENT Publishing, 1996.
- [30] 梅杰, 张海博, 马广富. 有向图中网络Euler-Lagrange系统的自适应协调跟踪 [J]. 自动化学报, 2011, 37(5): 596 – 603.
(MEI Jie, ZHANG Haibo, MA Guangfu. Adaptive coordinated tracking for networked Euler-Lagrange systems under a directed graph [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(5): 596 – 603.)

作者简介:

徐智浩 (1989–), 男, 博士研究生, 从事机械臂高精度控制与多机械臂协调控制的研究, E-mail: feng11q@126.com;

李 胜 (1976–), 男, 副教授, 从事非线性控制系统、机器人控制系统、欠驱动控制系统的研究, E-mail: livic@126.com;

陈庆伟 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制与智能系统、高精度轨迹跟踪系统的研究, E-mail: cqwnjust@hotmail.com