

有干扰的控制系统故障可诊断性量化评估

李文博, 王大轶[†], 刘成瑞

(北京控制工程研究所, 北京 100190; 空间智能控制技术重点实验室, 北京 100190)

摘要: 故障可诊断性的量化指标在控制系统设计过程中极为重要. 为此, 我们提出了一种适用于线性动态系统的故障可诊断性量化评估方法. 考虑到过程和观测噪声等干扰因素对评估结果正确性的影响, 我们采用等价空间方法获取系统输入/输出与故障之间的解析冗余关系, 将故障可诊断性评估问题转化为概率统计中多元分布的差异度判别问题. 引入巴氏系数(Bhattacharyya coefficient, BC)对多元分布之间的差异度进行量化, 通过严格的数学证明得到可诊断性量化指标, 并给出具体评估流程. 以卫星姿态控制系统为仿真算例, 将本文所提评估方法应用于该系统; 仿真结果表明: 该方法能够在不依赖于任何诊断算法的前提下, 定量分析故障诊断的难易程度.

关键词: 可诊断性量化评估; 控制系统; 随机干扰; 等价空间方法; 巴氏系数

中图分类号: V467

文献标识码: A

Quantitative fault diagnosis ability evaluation for control systems with disturbances

LI Wen-bo, WANG Da-yi[†], LIU Cheng-rui

(Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China;

Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100190, China)

Abstract: Quantitative evaluation of fault diagnosis ability is important for a control system in its design phase. We propose a novel approach to evaluate quantitatively the diagnosis ability of a linear dynamic system. To avoid the influence of disturbances such as process noises and measurement noises on the precision of the evaluation results, we use the parity space method to convert the problem of evaluating fault diagnosis ability for a stochastic linear system to an issue of distinguishing the discrepancies of different multivariate distributions. Bhattacharyya coefficient is introduced to quantify the discrepancies between two different distributions, and then a novel quantitative diagnosis ability criterion is developed by using rigorous mathematical derivation. The effectiveness of the proposed approach is tested through a numerical simulation on the model of a satellite attitude control system. The simulation results show that this approach can quantify the difficulty level in diagnosing a fault, independent from the specific diagnosis algorithm in use.

Key words: quantitative fault diagnosis ability evaluation; control systems; stochastic disturbance; parity space methods; Bhattacharyya coefficient

1 引言(Introduction)

近20年来, 对于动态系统故障诊断方法的研究得到了越来越多学者和研究机构的重视^[1]. 相对于诊断算法在故障发生之后发挥功效, 工程人员更希望在设计阶段(故障发生之前)就能够了解系统的故障可诊断性能, 并通过优化传感器配置的方法提高系统薄弱环节的故障诊断能力. 动态控制系统的故障可诊断性是指^[2]: 故障能够被准确和有效识别的程度; 其中, 准确是指故障发生时能够快速无偏差地实现检测和隔离; 有效是指实现故障隔离所需优化的资源. 从定义中可以看出: 可诊断性包括可检测性和可隔离性.

基于文献[3]所述内容: 可诊断性研究主要包括可诊断性评估和设计两方面; 可诊断性评估是进行控制系统可诊断性设计的关键和依据, 只有保证系统的可诊断性得到满足, 设计诊断算法才具有实际意义. 然而, 在目前控制系统的设计过程中, 虽然也考虑到部分故障的诊断功能, 但由于缺乏必要的评估指标, 尚未开展系统的理论与方法研究. 往往是在控制系统设计完成之后, 根据工程经验通过硬件备份/冗余的方式来提高系统的可诊断性能; 这种作法虽然简单易行, 却会大大增加系统的复杂性和成本^[4]. 鉴于此, 本文提出了一种适用于线性动态系统的故障可检测性和

收稿日期: 2014-06-29; 录用日期: 2015-02-27.

[†]通信作者. E-mail: dayiwang@163.com; Tel.: +86 10-68378036.

国家自然科学基金项目(61203093, 61004073), 国防重点实验室基金项目(9140C590304130C59016)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61203093, 61004073) and National Defense Key Laboratory Foundation (9140C590304130C59016).

可隔离性量化评估方法, 将提高系统故障诊断能力的工作重点前移到设计阶段, 从而为诊断算法的设计和传感器的优化配置提供理论指导和参考依据。

考虑到基于解析模型的故障诊断算法在实际工程中的成功应用, 很多学者通过多项式基和互质分解等方法设计残差, 并根据残差的存在性进行故障可检测性的评估^[5-8]。但是, 该类方法所得评估结果严重依赖于残差的设计精度, 并不能准确反映系统的内在固有可诊断性能。

为避免诊断算法对评估结果的影响, 采用如下方法进行可检测性评估: 利用故障到输出之间传递函数的存在性, 进行可检测性分析^[9]; 将故障视作一种状态, 根据状态的能观测性评估可检测性^[10]。对于可隔离性评估: 基于不同故障之间传递函数的差异性判别可隔离性^[9]; 通过系统的输入/输出关系构造关联矩阵, 根据故障在关联矩阵中的不同形式表征可隔离性^[11-12]。

然而, 上述方法存在以下不足: 1) 只能给出定性的分析结果, 而无法定量评估系统的可诊断性。也就是说, 只能回答故障能否被检测和隔离, 而无法明确故障被检测和隔离的难易程度; 2) 没有考虑观测和过程噪声等干扰因素的影响。在实际工程中, 系统在运行环境中会不可避免地受到各种干扰因素的影响; 而且干扰会严重影响评估结果的正确性: 干扰引起的系统偏差被误当作故障处理; 由故障引起的真实偏差被当作干扰未被考虑, 特别是动态系统早期发生的微小故障常常被淹没在噪声中^[13]。

近3年来, 基于数据驱动的故障可检测性和可隔离性评估得到了越来越多学者的重视^[14-15]。然而, 对于控制系统的设计人员而言, 他们更期望通过系统的解析模型实现故障诊断性的量化评估。

为弥补现有研究中存在的不足, 在不依赖于任何诊断算法的前提下, 本文提出了一种考虑干扰影响时控制系统故障可诊断性的量化评估方法。首先, 通过等价空间方法获取线性动态系统状态空间模型输出、输入与故障之间的解析冗余关系, 将故障可检测性和可隔离性的量化评估问题转化为不同多元概率分布之间差异度判别的数学问题; 然后, 引入巴氏系数(Bhattacharyya coefficient, BC)量化不同分布之间的差异度, 并给出可检测性和可隔离性的量化评估指标和具体评估流程; 最后, 以卫星姿态控制系统为仿真算例, 验证本方法的正确性和有效性。

2 问题的数学描述(Problem formulation)

控制系统一般可以描述成如下离散形式的状态空间模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = \\ Ax(k) + Bu(k) + B_f f(k) + B_w w(k), \\ y(k) = \\ Cx(k) + Du(k) + D_f f(k) + D_v v(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ 为状态; $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ 为输出; $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ 为输入; $f \in \mathbb{R}^{n_f}$ 为故障; $w \in \mathbb{R}^{n_w}$ 和 $v \in \mathbb{R}^{n_v}$ 为由系统过程和观测噪声产生的随机干扰因素, 假定 w 和 v 是互不相关且均值为零、方差分别为 σ_w 和 σ_v 的高斯白噪声, 即 $w \sim N(0, \sigma_w)$ 和 $v \sim N(0, \sigma_v)$; $A, B, C, D, B_f, B_w, D_f$ 和 D_v 为相应维数的系统矩阵。

从式(1)所示模型中可以发现: 实际上, 状态 x 、输入 u 和输出 y 受到干扰因素 w 和 v 以及故障 f 的耦合影响。也就是说, 当 u 和 y 的数值发生不合理偏差时, 有多种可能性: 1) 系统发生故障; 2) 系统受到较大幅值干扰因素的影响; 3) 系统受到故障和干扰因素的联合影响。因此, 在评估控制系统的故障可诊断性时, 若不考虑干扰因素的影响, 将使得评估结果产生偏差。

考虑到上述随机干扰和故障对控制系统观测信号(输入 u 和输出 y) 的耦合作用, 在进行故障可诊断性评估时必须考虑干扰因素的影响, 并将故障与干扰进行解耦, 从而保证评估方法对干扰具有鲁棒性。这是现有故障可诊断性评估问题的难点所在, 也是本文的研究重点。

具体来讲, 本文以式(1)所示控制系统为研究对象, 通过等价空间方法, 将有干扰的控制系统故障可诊断性评估问题转化为不同多元概率分布之间的差异性度量问题。

3 可诊断性量化评估方法(The approach to quantitatively evaluate fault diagnosability)

3.1 评估原理(Evaluation principle)

为便于可诊断性评估问题转化过程的说明, 首先按时间序列对式(1)所示系统进行迭代, 得到下式^[16]:

$$Lz_s = Hx_s + Ff_s + Ee_s, \quad (2)$$

式中下角标 s 表示时间窗口长度, 取值为 $s = n + 1$; 各向量和矩阵的具体形式分别为

$$z_s = \begin{bmatrix} y(k-n) \\ \vdots \\ y(k) \\ u(k-n) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}, \quad e_s = \begin{bmatrix} w(k-n) \\ \vdots \\ w(k) \\ v(k-n) \\ \vdots \\ v(k) \end{bmatrix},$$

$$x_s = \begin{bmatrix} x(k-n) \\ \vdots \\ x(k+1) \end{bmatrix}, f_s = \begin{bmatrix} f(k-n) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -B & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -B & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & -B \\ \hline I & 0 & \cdots & 0 & -D & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I & \cdots & \vdots & 0 & -D & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & I & 0 & \cdots & 0 & -D \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} A-I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A & -I & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & A & -I \\ \hline C & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & C & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} B_f & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_f & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & B_f \\ \hline D_f & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_f & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & D_f \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} B_w & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_w & \vdots & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & 0 & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & B_w & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & D_v & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & D_v & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & D_v \end{bmatrix}.$$

根据式(1)所示系统中各符号的物理含义可知: 式(2)等号左边为观测(包括输入和输出信号)所得控制系统的动态行为 Lz_s ; 等号右边包括3个基于时间序列的矢量, 依次为未知的状态变量 Hx_s 、已知的故障矢量 Ff_s 和干扰矢量 Ee_s 。

注1 f_s 为基于时间序列描述的具体故障形式, 例如: 常值故障、阶梯型故障、间歇和周期性故障等; 由于式(1)中假设 w 和 v 为零均值的高斯白噪声, 根据 e_s 的具体形式可得: 随机干扰 e_s 服从均值为0、方差为 σ_e 的正态分布, 即 $e_s \sim N(0, \sigma_e)$ 。

为消除未知状态 x_s 的影响, 根据等价空间变换原理, 在式(2)等号两边同时左乘矩阵 N_H , 得到

$$N_H L z_s = N_H F f_s + N_H E e_s, \quad (3)$$

式中 N_H 为矩阵 H 左零空间的正交基, 即 $N_H H = 0$ 。

注2 等价空间方法在具体应用时要求 N_H 的存在性, 即保证式(2)中 H 的行数必须大于列数。由于 $s = n + 1$, 经推导发现, 矩阵 H 必然满足上述要求。

由于等价空间方法不会改变式(1)所示系统的解^[17], 可以利用式(3)所构造输入/输出与故障之间的解析冗余关系对式(1)所示系统进行描述, 从中可以明显看出: 故障矢量 $N_H F f_s$ 和干扰因素 $N_H E e_s$ 一起影响控制系统的输入和输出信号 $N_H L z_s$ 。考虑到 $N_H F f_s$ 为确定性矢量、 $N_H E e_s$ 为服从正态分布的随机矢量, 因此通过 $N_H L z_s$ 观测所得故障表现出一定的随机特性。具体来讲, 当无故障发生时, $f_s = 0$, $N_H L z_s$ 服从如下正态分布: $N_H L z_s \sim N(0, \sigma_{ne})$; 当发生故障时, $f_s \neq 0$, $N_H L z_s \sim N(N_H F f_s, \sigma_{ne})$ 。其中 σ_{ne} 表示随机干扰 $N_H E e_s$ 的方差矩阵。综上所述, 故障模式 f_s 仅使得随机分布 $N_H L z_s$ 的均值发生改变, 而对方差无影响。

为对式(3)所示解析冗余关系中包含随机特性的故障进行可诊断性评估, 有必要区分描述无故障和发生不同故障时概率分布之间的差异度。此时, 式(1)所示系统的故障可诊断性评估问题就转化为: 对式(3)中 $N_H L z_s$ 所代表不同工况的概率分布进行差异性度量, 当差异度越大时故障的可诊断性越高。

3.2 基于巴氏系数的差异性度量(Discrepancy measurement based on BC)

巴氏系数(BC)是衡量式不同概率分布之间相似性的重要指标, 该数值越大表示这两个分布越相似, 其数学表达式为^[18]

$$BC(p, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{p(z)q(z)} dz, \quad (4)$$

式中: z 为自变量; p 和 q 分别为多元分布 z_p 和 z_q 的概率密度函数。

为便于更好地按距离度量方法量化式(3)所述不同分布之间的差异性, 将上式进行改造, 得到巴氏距离(Bhattacharyya distance, BD)的计算公式:

$$BD(p, q) = -\ln[BC(p, q)], \quad (5)$$

其中 $BD(p, q)$ 具有如下属性:

$$\begin{cases} BD(p, q) \geq 0, \\ BD(p, q) = 0, \text{ when } p = q. \end{cases} \quad (6)$$

从式(5)和(6)中可以明显看出: $BD(p, q)$ 的取值范围为 $[0, +\infty)$; 当 $BD(p, q) = 0$ 时, 无法区分概率分布 z_p 和 z_q , 即 z_p 和 z_q 完全相似; $BD(p, q)$ 值越大, 分布 z_p 和 z_q 之间的差异度越大, 即 z_p 和 z_q 越容易区分; 反之, 分布 z_p 和 z_q 的差异度越小越难以区分。

注3 相对于其他相似性度量指标, 例如: Mahalanobis距离、Hausdorff距离和Chamfer距离等, 当两个概率分布服从正态分布时, 巴氏距离能够得到解析表达式且形式简单, 便于

后文的理论推导; 同时, 可以明确Bayes估计误差的最小上界^[19].

当 $z_p \sim N(\mu_p, \sigma_p)$ 且 $z_q \sim N(\mu_q, \sigma_q)$ 时, z_p 和 z_q 的概率密度函数可以写成

$$\begin{cases} p(z) = \frac{1}{(2\pi)^{d_p/2} |\sigma_p|^{1/2}} \times \\ \exp\left\{-\frac{1}{2}(z - \mu_p)^T \sigma_p^{-1} (z - \mu_p)\right\}, \\ q(z) = \frac{1}{(2\pi)^{d_q/2} |\sigma_q|^{1/2}} \times \\ \exp\left\{-\frac{1}{2}(z - \mu_q)^T \sigma_q^{-1} (z - \mu_q)\right\}, \end{cases} \quad (7)$$

式中 d_p 和 d_q 分别表示分布 z_p 和 z_q 的维数.

当 $d_p = d_q$ 时, 将式(7)代入式(5)中, 经过推导得到 z_p 和 z_q 服从正态分布时巴氏距离的解析表达式:

$$\begin{aligned} \text{BD}(p, q) = & \frac{1}{8}(\mu_p - \mu_q)^T \sigma^{-1} (\mu_p - \mu_q) + \\ & \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\det \sigma}{\sqrt{(\det \sigma_p)(\det \sigma_q)}}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\det$ 表示矩阵的行列式; $\sigma = (\sigma_p + \sigma_q)/2$.

当 $\sigma_p = \sigma_q = I$ 时(I 表示相应维数的单位矩阵), 式(8)可以简化为

$$\text{BD}(p, q) = \frac{1}{8} \|\mu_p - \mu_q\|^2. \quad (9)$$

3.3 可检测和可隔离性的量化指标(Quantitative criteria of fault detectability and isolability)

为将上述基于巴氏距离的多元分布差异性度量指标与式(1)所示系统的可诊断性评估问题相结合, 本小节借鉴模式识别中最小距离法思想^[20], 采用最小巴氏距离量化式(3)中故障的可诊断性.

具体而言, 故障 f_i 的可检测性以及故障 f_i 与 f_j 之间的可隔离性评估公式可以写成:

$$\begin{aligned} \text{FD}(f_i) &= \min[\text{BD}(p, 0)], \\ \text{FI}(f_i, f_j) &= \min[\text{BD}(p, q)], \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\text{FD}(f_i)$ 表示故障 f_i 的可检测性; $\text{FD}(f_i)$ 值越大, 表示 f_i 越容易被检测, 即 f_i 的可检测性越高; 反之, $\text{FD}(f_i)$ 值越小, f_i 的可检测性越低; 当 $\text{FD}(f_i) = 0$ 时, f_i 不可被检测. $\text{FI}(f_i, f_j)$ 表示故障 f_i 与 f_j 之间的可隔离性; $\text{FI}(f_i, f_j)$ 值越大, 表示 f_i 与 f_j 之间的可隔离性越强; 反之, $\text{FI}(f_i, f_j)$ 值越小, f_i 与 f_j 的可隔离性越弱; 当 $\text{FI}(f_i, f_j) = 0$ 时, f_i 与 f_j 不可被隔离.

为简化推导过程, 将式(3)中干扰因素 $N_H E e_s$ 的方差矩阵 σ_{ne} 转化为单位阵. 此时, 可将式(9)所示简化的巴氏距离解析表达式分别代入式(10)中的上下两式, 得到式(11)和式(13)所示故障可检测性和可隔离性的评估指标.

根据第3.1小节的分析结果可知: 当无故障发生时, 式(3)所示正态分布的均值为0. 因此, 故障 f_i 的可检测性评估指标为

$$\text{FD}(f_i) = \min\left\{\frac{1}{8} \|\mu_p - 0\|^2\right\} = \frac{1}{8} \|N_H F_i f_{si}\|^2, \quad (11)$$

式中: F_i 表示故障 f_i 在矩阵 F 中的对应位置; f_{si} 表示 f_i 基于时间序列的故障模式.

为便于下文进行故障可隔离性评估指标的阐述, 在此先给出引理1.

引理1 对于给定的矩阵 M 和向量 n , 当矩阵 M 的行数大于列数时, 下式必成立:

$$\min_{\tilde{x}} \|M\tilde{x} - n\| = \|N_M n\|, \quad (12)$$

其中: $\tilde{x}$ 为未知变量; N_M 为 M 左零空间的正交基.

根据引理1, 得到故障 f_i 与 f_j 之间的可隔离性评估指标:

$$\begin{aligned} \text{FI}(f_i, f_j) &= \min_{\mu_p, \mu_q} \left\{ \frac{1}{8} \|\mu_p - \mu_q\|^2 \right\} = \\ & \min_{f_{si}, f_{sj}} \left\{ \frac{1}{8} \|N_H F_i f_{si} - N_H F_j f_{sj}\|^2 \right\} = \\ & \min_{f_{si}, f_{sj}} \left\{ \frac{1}{8} \|N_H (F_i f_{si} - F_j f_{sj})\|^2 \right\} = \\ & \min_{f_{si}, f_{sj}, \tilde{x}} \left\{ \frac{1}{8} \|H\tilde{x} - (F_i f_{si} - F_j f_{sj})\|^2 \right\} = \\ & \min_{f_{si}, f_{sj}, \tilde{x}} \left\{ \frac{1}{8} \|[H \ F_j] \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ f_{sj} \end{bmatrix} - F_i f_{si}\|^2 \right\} = \\ & \frac{1}{8} \|N_{[H \ F_j]} F_i f_{si}\|^2, \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $N_{[H \ F_j]}$ 为矩阵 $[H \ F_j]$ 左零空间的正交基.

注4 一般情况下, 式(13)所得故障可隔离性评估结果是非对称的, 即 $\text{FI}(f_i, f_j) \neq \text{FI}(f_j, f_i)$.

从式(11)和式(13)所示故障可检测性和可隔离性量化评估指标中可以明显看出: 评估结果仅与式(1)所示系统的故障模式 f_{si} 、系数矩阵 H 和 F 有关, 而与诊断算法的具体形式无关.

根据上述可诊断性量化评估指标的推导过程, 可以发现: 式(11)和式(13)的评估原理同文献[21]所述基于结构化残差集的故障诊断算法在本质上是一致的, 即设计一组残差集, 使其中的每一个残差仅对指定故障敏感而对其余故障均不敏感. 因此, 本文所得可诊断性量化评估指标可用于优化设计基于结构化残差集的故障诊断算法; 同时, 也可以将式(11)和式(13)当作式(1)所示控制系统的一种设计目标, 用于指导传感器和执行器的优化配置, 待优化的变量包括: 传感器和执行器的个数、类型以及安装位置等.

3.4 评价流程 (The process of evaluating fault detectability and isolability)

基于上一小节得到的故障可诊断性量化指标, 本小节给出式(1)所示控制系统实现故障可诊断性评估的具体流程。

本文所提有干扰的控制系统故障可检测性和可隔离性量化评估方法的具体操作流程如图1所示。从图1中可以发现: 本方法主要包括前处理、可检测性评估和可隔离性评估3部分。其中, 前处理由时间序列描述、等价空间方法和干扰因素方差矩阵的单位阵转换组成; 可检测性和可隔离性的量化指标分别如式(11)和式(13)所示。

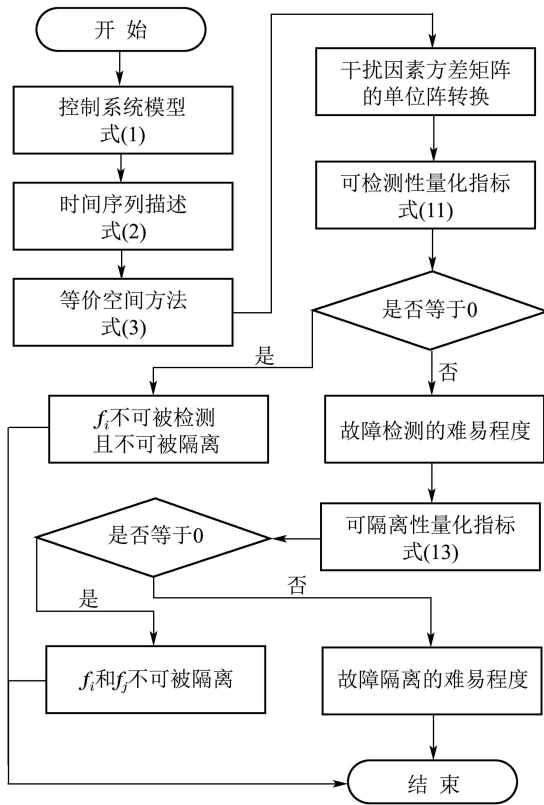


图1 故障可诊断性量化评估流程图

Fig. 1 Flowchart of the approach to evaluate quantitatively fault diagnosability

为将式(3)中干扰因素 $N_H E e_s$ 的方差矩阵转换为单位阵, 可以在式(3)的等号两边同时左乘矩阵 Q , 具体形式如下^[16]:

$$Q = [(\alpha^{-1})^T \quad I], \quad (14)$$

其中 $\alpha \alpha^T = N_H E \sigma_{ne} E^T N_H^T$.

在此需要说明的是: 对于不可被检测的故障无法讨论其可隔离性; 因此, 当式(11)等于0时, 故障 f_i 不可被检测和隔离。式(11)和式(13)所示指标并不是以其是否等于0为标准, 而是根据指标计算数值的大小来量化故障检测和隔离的难易程度, 即可检测性和可隔

离性越强, 故障越容易被检测和隔离; 式(11)和式(13)等于0, 只是故障不可被检测和隔离的一种特殊情况。

4 仿真实验 (Simulation verification)

本节以卫星姿态控制系统模型为仿真算例, 验证上一节所提有干扰控制系统故障可诊断性量化评估方法的正确性和有效性。

4.1 卫星姿态控制系统模型 (The mathematical model of the satellite control system)

三轴稳定卫星姿态控制系统的动力学方程为^[22]:

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z = T_x, \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z = T_y, \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y = T_z, \end{cases} \quad (15)$$

式中: $I_i (i = x, y, z)$ 为卫星在3个惯性主轴的转动惯量; ω_i 为卫星姿态角速度矢量在主惯量轴上的投影; T_i 为控制力矩沿主惯量轴的分量。

当卫星相对轨道坐标系的姿态角(滚动角 φ 、俯仰角 θ 和偏航角 ψ)均为小量时, 运动学方程可以写成:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \omega_x + \omega_0 \psi, \\ \dot{\theta} = \omega_y + \omega_0, \\ \dot{\psi} = \omega_z - \omega_0 \varphi, \end{cases} \quad (16)$$

式中 ω_0 为卫星的轨道角速度。

令状态变量 $x = (\varphi, \theta, \psi, \omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$; 控制输入 $u = (T_x, T_y, T_z)^T$, 则卫星姿态控制系统的数学模型为

$$\dot{x}(t) = q(x, t) + B_{ut} u(t), \quad (17)$$

其中:

$$q(x, t) = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6]^T,$$

$$q_1 = \omega_0 \psi + \omega_x,$$

$$q_2 = \omega_y + \omega_0,$$

$$q_3 = -\omega_0 \varphi + \omega_z,$$

$$q_4 = (I_y - I_z) \omega_y \omega_z / I_x,$$

$$q_5 = (I_z - I_x) \omega_x \omega_z / I_y,$$

$$q_6 = (I_x - I_y) \omega_x \omega_y / I_z,$$

$$B_{ut} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix} B_J,$$

$$B_J = \text{diag}\{1/I_x, 1/I_y, 1/I_z\}.$$

执行机构采用沿3个主惯量轴正装的动量轮; 测量输出 $y = x$, 分别采用星敏感器和陀螺仪作为测量元件观测卫星的姿态角和角速率; 考虑执行机构和测量元件的加性故障, 设 $f_i (i = 1, 2, 3)$ 为动量轮故障; $f_j (j = 4, 5, 6)$ 为星敏感器故障; $f_k (k = 7, 8, 9)$ 为陀螺仪故障, 得到如下所示状态空间模型:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = q(x, t) + B_{ut}u(t) + B_{ft}f(t) + B_w w(t), \\ y(t) = Cx(t) + D_f f(t) + D_v v(t), \end{cases} \quad (18)$$

式中:

$$\begin{aligned} B_{ft} &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 9} \\ B_J & 0_{3 \times 6} \end{bmatrix}, \\ B_w &= D_v = I_{6 \times 6}, \\ C &= I_{6 \times 6}, \\ D_f &= [0_{6 \times 3} \quad I_{6 \times 6}]. \end{aligned}$$

从上式可以看出: 卫星姿态控制系统属于典型的非线性系统, 而本文所提可诊断性评估方法是以式(1)所示线性动态系统为研究对象. 为此, 采用传统的工程方法, 即在不同工作点 x_s 附近对式(18)所示非线性系统进行线性化和离散化处理, 得到

$$\begin{cases} x(k+1) = \\ Ax(k) + B_{uk}u(k) + B_{fk}f(k) + B_w w(k), \\ y(k) = Cx(k) + D_f f(k) + D_v v(k), \end{cases} \quad (19)$$

式中: 采样时间间隔设为 $dt = 0.01$ s; 相应矩阵的具体形式分别为

$$A = \left. \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} \right|_{x=x_s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \omega_0 dt & dt & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & dt & 0 \\ -\omega_0 dt & 0 & 1 & 0 & 0 & dt \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha \omega_z & \alpha \omega_y \\ 0 & 0 & 0 & \beta \omega_z & 1 & \beta \omega_x \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \omega_y & \gamma \omega_x & 1 \end{bmatrix}_{x=x_s},$$

$$\alpha = \frac{I_y - I_z}{I_x} dt,$$

$$\beta = \frac{I_z - I_x}{I_y} dt,$$

$$\gamma = \frac{I_x - I_y}{I_z} dt,$$

$$B_{uk} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ B_J B_{dt} \end{bmatrix},$$

$$B_{dt} = \text{diag}\{dt, dt, dt\},$$

$$B_{fk} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 9} \\ B_J B_{dt} & 0_{3 \times 6} \end{bmatrix}.$$

相关仿真参数设置如下:

卫星本体主惯量分别为 $I_x = 12.50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_y = 13.70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 和 $I_z = 15.90 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 卫星的轨道角速度为 $\omega_0 = 0.001 \text{ rad/s}$; 过程噪声和观测噪声分别服从以下正态分布 $w(t) \sim N(0_{6 \times 1}, 2.25 \times 10^{-10} I_{6 \times 6})$ 和 $v(t) \sim N(0_{6 \times 1}, \sigma_v^2)$. 其中

$$\sigma_v^2 = \begin{bmatrix} 8.70 \times 10^{-5} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 4.20 \times 10^{-6} I_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

注5 本文后续内容将基于式(19)所示线性模型, 分别采用式(11)和式(13)所示指标对卫星姿态控制系统的故障可检测性和可隔离性进行量化评估. 由于式(19)所示系统模型是在工作点 x_s 附近通过线性化处理得到的, 该模型只能反映系统的局部特性. 因此, 本文所提故障可诊断性评估方法并不是全局适用的, 而是对卫星姿态控制系统的局部可诊断性实现评估.

下面将重点分析工作点 x_s 、时间窗口长度 s 和故障模式 f_s 的不同设置对卫星姿态控制系统故障可诊断性评估结果的影响.

4.2 工作点的影响分析(Impact analysis at different operating points)

从式(19)中可以发现: 工作点 x_s 的不同选取仅影响矩阵 A 中相应元素数值的变化, 而对其余矩阵无影响. 具体来说, 矩阵 A 中元素数值的变化仅与不同工作点的角速率 ω_x , ω_y 和 ω_z 有关, 而与 φ , θ 和 ψ 无关.

因此, 本小节通过设置不同的角速率数值实现工作点 x_s 的不同选取, 并分析不同工作点时式(19)所示卫星姿态控制系统故障可诊断性的变化情况.

考虑到卫星姿态控制的实际稳定精度指标, 将姿态角速率按 10^{-3} 至 10^{-8} 共6个数量级进行设置, 并依次评估不同角速率时式(19)所示模型中故障 f_1 至 f_9 的可检测性和可隔离性.

图2给出了选取不同工作点后动量轮故障 f_1 的可检测性评估结果. 由于其余故障的可检测性和可隔离性评估结果与图2相类似且由于篇幅所限, 在此就不再赘述. 从仿真结果中可以明显看出: 不同姿态角速率 ω_x , ω_y 和 ω_z 的设置, 使得式(19)所示系统位于不同的工作点; 而不同工作点 x_s 的选取对系统的可检测性和可隔离性评估结果没有影响.

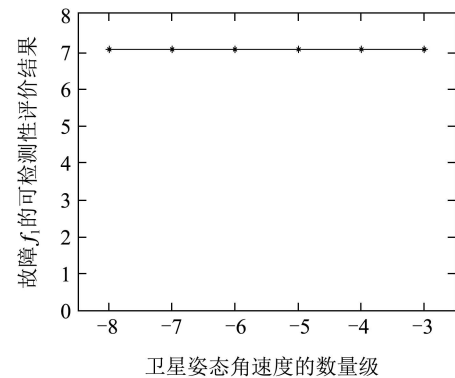


图2 工作点对评估结果的影响分析

Fig. 2 Impact analysis of fault diagnosis ability at different operating points

工作点 x_s 的不同选取仅使得式(19)中矩阵 A 相应元素数值的数量级发生变化而对其余矩阵无影响,进而导致按照图1所示评估流程构造时间序列表达式(2)时仅改变矩阵 H 中相应元素的数量级.然而, H 中元素的数量级发生变化对其左零空间正交基 N_H 无任何影响,这最终使得基于式(11)和式(13)所得可检测性和可隔离性评估结果呈现出图2所示现象.

4.3 窗口长度的影响分析(Impact analysis for the different length of the sliding window)

为验证窗口长度 s 对式(19)所示卫星姿态控制系统故障可诊断性评估结果的影响,依次将 s 设置为: $s = 2, 3, \dots, 15$.图3描述了不同 s 对陀螺仪故障 f_9 可检测性评估结果的影响;由于剩余故障可检测性和可隔离性的影响分析结果与图3相似,本文就不再赘述.

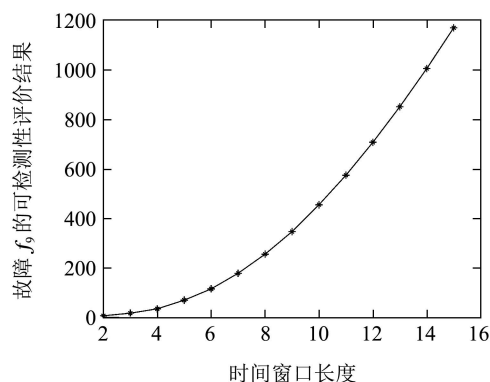


图3 窗口长度对评估结果的影响分析

Fig. 3 Impact analysis of fault diagnosis ability for the different length of the sliding window

从仿真结果中可以发现:随着时间窗口长度 s 的增加,式(11)和式(13)所得故障可诊断性评估结果的数值也不断增长;这表示随着时间的增加,故障检测和隔离的准确性得到大幅提升,使得故障越来越容易被诊断.当 $s \leq 6$ 时,故障可诊断性评估结果的增长趋势较缓慢;而当 $s \geq 7$ 时,可诊断性的增长趋势较快.同时,随着窗口长度 s 的增加,实现可诊断性评估所花费的计算时间也大幅增加.

综上所述,为快速、准确地评估故障可检测性和可隔离性,并平衡计算时间和结果准确性之间的矛盾,借鉴系统辨识的思想,最终将时间窗口长度 s 设置为 $s \geq n + 1$.

4.4 故障模式的影响分析(Impact analysis for different fault modes)

基于第4.2和4.3小节的分析,令时间窗口长度 $s = 7$ 、工作点 $x_s = [\beta \ \tau]^T$,分别将故障模式设置为常值故障模式 f_{sc} 和阶梯故障模式 f_{sr} ,对式(19)所示卫星姿态控制系统进行可检测性和可隔离性评估.相关参数设置如下:

$$\beta = [9 \times 10^{-4} \ 7 \times 10^{-4} \ 6 \times 10^{-4}] \text{ rad},$$

$$\tau = [-3.7 \times 10^{-5} \ 1.9 \times 10^{-5} \ 4.3 \times 10^{-5}] \text{ rad/s},$$

$$f_{sc} = [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T,$$

$$f_{sr} = [0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.7]^T.$$

表1和3分别给出常值故障模式 f_{sc} 可检测性和可隔离性的量化评估结果.

表1 可检测性评估结果(常值故障模式 f_{sc})

Table 1 Detectability evaluation results for the constant fault mode f_{sc}

故障	可检测性	故障	可检测性
f_1	0.0055	f_6	0.0002
f_2	0.0045	f_7	176.7283
f_3	0.0034	f_8	176.7283
f_4	0.0002	f_9	176.7283
f_5	0		

从表1中可以看出:对于常值故障模式 f_{sc} ,陀螺仪故障 f_7 至 f_9 的可检测性最高(均为176.7283),即该故障最容易被检测;动量轮故障 f_1 至 f_3 的可检测性次之(分别为0.0055, 0.0045和0.0034);星敏感器故障 f_4 和 f_6 的可检测性最低(均为0.0002),最不容易被检测; y 轴星敏感器的故障 f_5 不可被检测.

表2 可检测性评估结果(阶梯故障模式 f_{sr})

Table 2 Detectability evaluation results for the ramp fault mode f_{sr}

故障	可检测性	故障	可检测性
f_1	0.0709	f_6	1.7673e6
f_2	0.0590	f_7	1.1159e4
f_3	0.0438	f_8	1.1159e4
f_4	1.7673e6	f_9	1.1159e4
f_5	1.7673e6		

从表3中相关数值可以发现:对于常值故障模式 f_{sc} ,故障 f_4 与 f_6 、 f_4 与 f_9 、 f_6 与 f_4 、 f_6 与 f_7 、 f_7 与 f_4 、 f_7 与 f_6 、 f_8 与 f_5 、 f_9 与 f_4 以及 f_9 与 f_6 之间不可被隔离,这是因为在卫星姿态控制系统中 x 轴和 z 轴之间的姿态角和角速率存在耦合作用(详见式(15)和式(16)所示卫星姿态动力学与运动学方程),这导致当故障模式 f_{sc} 发生时上述相关故障之间难以区分;由于故障 f_5 不可被检测, f_5 与其他故障之间的可隔离性均为0.

对于阶梯故障模式 f_{sr} ,其可检测性和可隔离性评估结果分别如表2和4所示.

对比表1和2可以得出:两种不同故障模式下,故障 f_1 至 f_9 的可检测性数值发生较大变化;陀螺仪故障 f_7 至 f_9 较动量轮故障 f_1 至 f_3 被检测的困难程度保持不变,即 f_7 至 f_9 的可检测性远远大于 f_1 至 f_3 ;相对于常值故障模式 f_{sc} 而言,星敏感器故障 f_4 和 f_6 对于阶梯故障模式 f_{sr} 的可检测性得到大幅提升(由0.0002提升为1.7673e6),且 f_5 可被检测(对于故障模式 f_{sc} , f_5 不可被检测).

表3 可隔离性评估结果(常值故障模式 f_{sc})Table 3 Isolability evaluation results for the constant fault mode f_{sc}

故障	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
f_1	0	0.0055	0.0055	0.0053	0.0055	0.0054	0.0001	0.0055	0.0055
f_2	0.0045	0	0.0045	0.0045	0.0044	0.0045	0.0045	0.0001	0.0045
f_3	0.0034	0.0034	0	0.0034	0.0034	0.0033	0.0034	0.0034	0.0001
f_4	0.0002	0.0002	0.0002	0	0.0002	0	0.0002	0.0002	0
f_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_6	0.0002	0.0002	0.0002	0	0.0002	0	0	0.0002	0.0002
f_7	173.0969	176.7283	176.7283	0	176.7283	0	0	176.7283	176.7283
f_8	176.7283	173.0969	176.7283	176.7283	0	176.7283	176.7283	0	176.7283
f_9	176.7283	176.7283	173.0969	0	176.7283	0	176.7283	176.7283	0

表4 可隔离性评估结果(阶梯故障模式 f_{sr})Table 4 Isolability evaluation results for the ramp fault mode f_{sr}

故障	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
f_1	0	0.0709	0.0709	0.0693	0.0709	0.0702	0.0009	0.0709	0.0709
f_2	0.0590	0	0.0590	0.0590	0.0577	0.0590	0.0590	0.0008	0.0590
f_3	0.0438	0.0438	0	0.0434	0.0438	0.0428	0.0438	0.0438	0.0006
f_4	1.7310e6	1.7673e6	1.7673e6	0	1.7673e6	0	0.0023	1.7673e6	1.7673e6
f_5	1.7673e6	1.7310e6	1.7673e6	1.7673e6	0	1.7673e6	1.7673e6	0	1.7673e6
f_6	1.7673e6	1.7673e6	1.7310e6	0	1.7673e6	0	1.7673e6	1.7673e6	0.0023
f_7	2.2677e3	1.1159e4	1.1159e4	8.3311e3	1.1159e4	8.3311e3	0	1.1159e4	1.1159e4
f_8	1.1159e4	2.2677e3	1.1159e4	1.1159e4	8.3311e3	1.1159e4	1.1159e4	0	1.1159e4
f_9	1.1159e4	1.1159e4	2.2677e3	8.3311e3	1.1159e4	8.3311e3	1.1159e4	1.1159e4	0

对比表3和4可以发现: 在两种不同故障模式下, 故障 f_4 与 f_6 、 f_5 与 f_8 以及 f_6 与 f_4 之间均不可被隔离; 相对于 f_{sc} , 当故障模式 f_{sr} 发生时, 剩余故障之间的可隔离性得到不同程度的提升. 这表示对于同一系统, 不同的故障模式对可诊断性量化评估结果的影响差异较大. 因此, 采用式(11)和式(13)进行故障可检测性和可隔离性评估时需要结合具体的故障模式进行分析.

对比表1至4可以得出: 同一故障的可检测性不小于其可隔离性, 即 $FD(f_i) \geq FI(f_i, f_j)$.

注6 本文所提故障可诊断性量化评估方法的适用条件是: 随机干扰必须服从均值为0的正态分布; 具体而言, 在式(1)所示控制系统中, w 和 v 为服从分布 $w \sim N(0, \sigma_w)$ 和 $v \sim N(0, \sigma_v)$ 的高斯白噪声. 在实际工况中, 一般控制系统均满足上述适用条件.

当一般控制系统同时考虑随机干扰和建模不确定性影响时, 在式(1)所示系统中 w 和 v 不再是零均值的高斯白噪声而变成有色噪声. 若该有色噪声的均值和方差均已知, 通过数学变换也可以使用本文所提方法对该系统的故障可诊断性进行量化评估; 而当该有色噪声的均值未知时, 本文所提方法已不

再适用, 笔者另有它文对该问题进行详细阐述.

5 结论(Conclusions)

为量化线性动态系统的故障诊断能力, 提出了一种考虑干扰影响时控制系统故障可诊断性量化的评估方法, 并得到如下结论:

1) 将控制系统描述成离散形式的状态空间模型, 并考虑过程和观测噪声等干扰因素的影响; 通过等价空间方法得到系统输入/输出与故障之间的解析冗余关系, 将可诊断性评估转化为概率统计中多元分布之间的差异度判别问题;

2) 引入巴氏系数对表征不同故障之间多元分布的差异度进行度量, 基于严格的数学推导, 给出本文所提可检测性和可隔离性评估方法的量化指标和具体流程; 该方法能够准确反映系统的固有可诊断性能, 即其仅与系统的具体形式有关, 而与诊断算法无关;

3) 以非线性卫星姿态控制系统为仿真算例, 通过工程上传统的线性化处理方法, 将本文所提可诊断性评估方法应用于该系统, 并通过数学仿真分析工作点 x_s 、时间窗口长度 s 以及故障模式 f_{si} 的不同选取对故障可诊断性评估结果的影响.

参考文献(References):

- [1] 张萍, 王桂增, 周东华. 动态系统的故障诊断方法 [J]. 控制理论与应用, 2000, 17(2): 153 – 158.
(ZHANG Ping, WANG Guizeng, ZHOU Donghua. Fault diagnosis methods for dynamic systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(2): 153 – 158.)
- [2] IEEE. *IEEE Std 1522-2004 IEEE trial-use standard for testability and diagnosability characteristics and metrics* [S]. Piscataway, NJ: IEEE Standards Press, 2004.
- [3] 刘文静, 刘成瑞, 王南华. 故障可诊断性评价与设计研究进展 [J]. 航天控制, 2011, 29(4): 72 – 78.
(LIU Wenjing, LIU Chengrui, WANG Nanhua. Overview of fault diagnosability evaluation and design [J]. *Aerospace Control*, 2011, 29(4): 72 – 78.)
- [4] PATTON R J, UPAL F J, SIMANI S, et al. Robust FDI applied to thruster faults of a satellite system [J]. *Control Engineering Practice*, 2010, 9(18): 1093 – 1109.
- [5] FRISK E, NYBERG M. A minimal polynomial basis solution to residual generation for fault diagnosis in linear systems [J]. *Automatica*, 2001, 37(9): 1417 – 1424.
- [6] NYBERG M, NIELSEN L. Parity functions as universal residual generators and tool for fault detectability analysis [C] // *IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego: IEEE, 1997: 4483 – 4489.
- [7] CHOW E Y, WILLSKY A D. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, 29(7): 603 – 614.
- [8] NYBERG M. Criteria for detectability and strong detectability of faults in linear systems [J]. *International Journal of Control*, 2002, 75(7): 490 – 501.
- [9] DING S X. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms and Tools (Second Edition)* [M]. London: Springer, 2013.
- [10] 李娟, 赵友刚, 于洋, 等. 含大时滞和噪声的网络化控制系统的最优故障诊断 [J]. 自动化学报, 2012, 38(5): 858 – 864.
(LI Juan, ZHAO Yougang, YU Yang, et al. Optimal fault diagnosis for networked control systems with large time-delays and noises [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(5): 858 – 864.)
- [11] TRAVÉ-MASSUYÈS L, ESCOBERT T, OLIVE X. Diagnosability analysis based on component-supported analytical redundancy relations [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2006, 36(6): 1146 – 1159.
- [12] JAN M K, MICHAL B, PAWEL P. Actuator fault distinguishability study for the DAMDADICS benchmark problem [J]. *Control Engineering Practice*, 2006, 14(6): 645 – 652.
- [13] 李娟, 周东华, 司小胜, 等. 微小故障诊断方法综述 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(12): 1517 – 1529.
(LI Juan, ZHOU Donghua, SI Xiaosheng, et al. Review of incipient fault diagnosis methods [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(12): 1517 – 1529.)
- [14] DETROJA K P, GUDI R D. Fault isolability analysis based on steady state fault signatures [C] // *The 11th International Conference on Environment and Electrical Engineering*. Venice: IEEE, 2012: 782 – 787.
- [15] BALIGH M, EL ME A, MUSTAPHA O. Generalization and analysis of sufficient conditions for PCA-based fault detectability and isolability [J]. *Annual Reviews in Control*, 2013, 37(1): 154 – 162.
- [16] ERIKSSON D, FRISK E, KRSANDER M. A method for quantitative fault diagnosability analysis of stochastic linear descriptor models [J]. *Automatica*, 2013, 49(6): 1591 – 1600.
- [17] ZHANG P, DING S X. Disturbance decoupling in fault detection of linear periodic systems [J]. *Automatica*, 2007, 43(8): 1410 – 1417.
- [18] BHATTACHARYYA A. On a measure of divergence between two statistical populations defined by their probability distributions [J]. *Bulletin of the Calcutta Mathematical Society*, 1943, 35(1): 99 – 109.
- [19] COMANICIU D, RAMESH V, MEER P. Kernel-based object tracking [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, 25(5): 564 – 577.
- [20] EUISUN C, CHULHEE L. Feature extraction based on the Bhattacharyya distance [J]. *Pattern Recognition*, 2003, 36(8): 1703 – 1709.
- [21] ERIK F. *Residual generation for fault diagnosis* [D]. Linköping: Linköping University, 2001.
- [22] 陈雪芹, 王峰, 张迎春, 等. 有效性因子在卫星姿控系统集成故障诊断与容错控制中的应用 [J]. 航空学报, 2009, 30(3): 476 – 483.
(CHEN Xueqin, WANG Feng, ZHANG Yingchun, et al. Application of effectiveness factors to integrated FDD and FTC of satellite attitude control system [J]. *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica*, 2009, 30(3): 476 – 483.)

作者简介:

李文博 (1984–), 男, 博士, 目前研究方向为动态系统的故障可诊断性评估与设计、故障诊断算法的优化设计等, E-mail: liwenbo_bice@163.com;

王大铁 (1973–), 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为控制系统的故障可诊断性评估与设计、卫星制导、导航与控制等, E-mail: dayiwang@163.com;

刘成瑞 (1978–), 男, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为动态系统可诊断性和可重构性的评估与设计等, E-mail: liuchengrui@gmail.com.