

输入有约束时的飞翼布局无人机姿态控制

张 波¹, 祝小平^{2†}, 周 洲¹, 彭新潮³

(1. 西北工业大学 无人机特种技术重点实验室, 陕西 西安 710065;

2. 西北工业大学 无人机研究所, 陕西 西安 710065; 3. 总参四部 驻西安地区军事代表办事处, 陕西 西安 710065)

摘要: 针对大展弦比飞翼布局无人机的刚体运动与弹性运动耦合动力学模型, 研究了输入有约束时的无人机姿态控制问题, 提出了一种采用扩张状态观测器的反步滑模控制方法. 首先, 采用扩张状态观测器实时估计气动弹性模态和外界未知干扰的影响, 并引入跟踪微分器避免了控制律中项数膨胀问题. 然后, 针对飞翼布局无人机多操纵面的配置和输入约束, 给出了基于LMI的在线舵面分配算法. 最后, 针对指令滤波和输入约束情况下控制指令的滞后问题, 设计了辅助补偿器对控制指令进行补偿. 根据Lyapunov稳定性理论证明了该控制方法能够保证姿态跟踪误差收敛至有界, 仿真表明存在复合干扰和输入约束时该方法具有良好的姿态跟踪性能.

关键词: 无人机; 非线性控制系统; 反步控制; 线性矩阵不等式(LMIs); 输入约束; 扩张状态观测器

中图分类号: V249.1

文献标识码: A

Attitude control for fly wing unmanned aerial vehicle with input constraints

ZHANG Bo¹, ZHU Xiao-ping^{2†}, ZHOU Zhou¹, PENG Xin-chao³

(1. Science and Technology on UAV Laboratory, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710065, China;

2. UAV Research Institute, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710065, China;

3. Xi'an Military Representative Bureau, The 4th Department of General Staff Headquarter, Xi'an Shaanxi 710065, China)

Abstract: Considering the coupling between the rigid motion and the elastic motion in the dynamic model of an unmanned aerial vehicle with high-aspect-ratio fly wing configuration, we investigate its attitude control under input constraints, and propose a backstepping sliding-mode control method by employing the extended state observer. The extended state observer estimates effects of the aeroelastic mode and unknown disturbance in realtime. A tracking differentiator is introduced to alleviate the term explosion in the control law. According to the allocation of multiple control surfaces in the aerial vehicle with high-aspect-ratio fly wing configuration and the input constraints, we put forward an online allocation algorithm for the allocation of control surfaces, based on the linear-matrix-inequality (LMI). An auxiliary compensator is applied to provide compensation for the control command with time-delay due to the filter and input constraints. Applying Lyapunov stability theorem, we prove that the attitude tracking error will converge to a bounded value. Simulation results show that good performances in attitude tracking control are achieved when disturbances and constraints exist.

Key words: unmanned aerial vehicles (UAV); nonlinear control systems; backstepping; linear matrix inequalities (LMIs); input constraints; extended state observer

1 引言(Introduction)

大展弦比飞翼布局无人机相比正常布局无人机具有升阻比大、气动效率高、隐身性能好等诸多优点, 近年来逐渐成为执行多种任务的首选平台. 但就飞行控制而言, 大展弦比飞翼布局无人机也存在一些问题. 首先, 飞翼布局无人机纵向和航向稳定性较差, 纵向与横航向之间具有强耦合作用, 控制输入需要限制在一定的范围内; 其次, 飞翼布局无人机巡航高度高, 具有较大的飞行包线, 气动参数存在较大的变化范围,

且飞行过程中易受到外界扰动; 最后, 大展弦比飞机自身的结构弹性运动与刚体运动之间的耦合作用不能简单地忽略. 因此整个大展弦比飞翼布局无人机具有强非线性、多通道耦合、输入受限等特点.

反步控制方法基于Lyapunov稳定性理论, 是一种针对非线性不确定系统的递归设计方法, 具有收敛性较快且鲁棒性较强的优点. 文献[1]和文献[2]将反步控制方法应用于飞行控制问题中, 并采用块控反步的方式处理了多通道耦合的问题. 文献[3]和文献[4]分

收稿日期: 2014-07-17; 录用日期: 2015-02-27.

†通信作者. E-mail: zhouzhou@nwpu.edu.cn; Tel.: +86 29-88451030.

国防预研项目(513250201)资助.

Supported by Defense Pre-research Project (513250201).

别采用指令滤波器和动态面控制器的方式对反步控制中“项数膨胀”问题进行处理。当被控系统存在强不确定性时,文献[5]采用神经网络逼近、文献[6]采用自适应参数近似、文献[7]采用干扰观测器的方式,分别对不确定项进行估计,提高了反步控制方法的鲁棒性能,但依赖于扰动形式已知。扩张状态观测器(extended state observer, ESO)也可以观测系统扰动,其优点是不需要严格区分扰动的类型和作用形式,直接利用系统的输入输出信息将内外干扰作为“总和扰动”观测出来^[8-9]。文献[10]采用基于ESO的鲁棒反步控制方法为液压系统设计了控制器,文献[11]对一类下三角非线性系统设计了基于线性降阶ESO的反步控制器,具有良好的瞬态响应和稳态跟踪性能,文中论证了闭环系统的稳定性,同时也揭示了跟踪误差与ESO带宽间的关系。文献[12-14]分别研究了ESO的收敛稳定性、线性和非线性自抗扰控制的理论问题,为分析包含ESO的闭环系统稳定性提供了较好的理论依据。

考虑到绝大多数实际工程问题的控制输入是受到物理约束的,因此控制器设计中不能忽略输入约束的限制。文献[15-16]进一步考虑了输入约束和状态约束的影响,分别采用在线优化和滤波限制的策略对控制信号进行处理,使其满足约束条件,但对于处理后的指令延迟以及控制饱和的影响未作分析和处理。

围绕大展弦比飞翼布局无人机飞行控制问题研究人员展开了深入研究,文献[17-19]采用多种控制方法分别从多翼面协调飞行控制、阵风减缓、飞行控制与仿真等不同角度进行了探讨并且取得了一定的成果,但研究中普遍是将大展弦比飞翼布局无人机简化为刚体模型进行研究的,使结果的科学性和工程实用性受到一定影响。

本文以大展弦比飞翼布局无人机为研究对象,采用刚体运动与弹性运动耦合动力学模型,考虑存在内外扰动和输入约束的情况,提出了一种基于扩张状态观测器的反步滑模控制(ESO based backstepping slide mode control, ESO-BSMC)方法,以保证无人机具有较好的姿态跟踪性能和鲁棒性。首先,设计反步滑模控制器,利用非线性扩张状态观测器观测模型不确定性、外界扰动及弹性模型的影响并用于控制补偿,这与文献[10]的设计思想近似,但本文采用了二阶动态Terminal滑模进一步改进了反步控制的性能。其次,针对飞翼布局无人机多舵面配置和输入约束的情况,设计了基于线性矩阵不等式(LMI)的在线控制分配算法。最后,针对指令滤波和输入约束情况下实际控制指令的滞后问题,设计与反步滑模控制器相匹配的辅助补偿器。通过对控制指令进行补偿,消除滤波延迟和输入饱和的影响。

2 弹性飞翼布局无人机非线性动力学模型 (Nonlinear dynamic model of flexible fly wing UAV)

本文研究的大展弦比飞翼布局无人机的布局外形如图1所示。该无人机具有8个操纵舵面,分别编号 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_8$,其中靠近翼尖的 δ_1 和 δ_8 为阻力方向舵, $\delta_2 \sim \delta_7$ 为升降副翼。

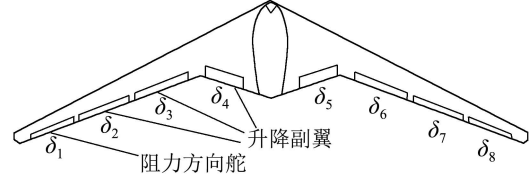


图1 大展弦比飞翼布局无人机布局示意图

Fig. 1 Configuration of high-aspect-ratio fly wing UAV

文献[20]基于平均轴系和Lagrange方程建立了弹性飞机的非线性动力学模型。通过坐标系转换将部分方程在气流坐标系下表示,则弹性飞翼布局无人机的非线性动力学模型可以表示为

$$\dot{\alpha} = -p \cos \alpha \tan \beta + q - r \sin \alpha \tan \beta + \frac{g \cos \mu \cos \gamma}{V_t \cos \beta} - \frac{L}{MV_t \cos \beta} - \frac{T \sin \alpha}{MV_t \cos \beta}, \quad (1)$$

$$\dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{C}{MV_t} + \frac{g \sin \mu \cos \gamma}{V_t} - \frac{T \cos \alpha \sin \beta}{MV_t}, \quad (2)$$

$$\dot{\mu} = p \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} + r \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} - \frac{g \cos \gamma \cos \mu \tan \beta}{V_t} + \frac{L}{MV_t} (\sin \mu \tan \gamma + \tan \beta) + \frac{C \cos \mu \tan \gamma}{MV_t} + \frac{T \sin \alpha}{MV_t} (\sin \mu \tan \gamma + \tan \beta) - \frac{T \cos \alpha}{MV_t} (\cos \mu \tan \gamma \sin \beta), \quad (3)$$

$$\dot{p} = \frac{I_{zz}l + I_{xz}n}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{(I_{zz}I_{yy} - I_{zz}^2 - I_{xz}^2)qr}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})pq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}, \quad (4)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{I_{yy}} [m + (I_{zz} - I_{xx})pr + I_{xz}(r^2 - p^2)], \quad (5)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}l + I_{xx}n}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{(I_{xx}^2 - I_{xx}I_{yy} + I_{zz}^2)pq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} - \frac{I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})qr}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}, \quad (6)$$

$$M_i(\ddot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i) = Q_i, \quad (7)$$

其中: T 为发动机推力; M 为无人机质量; L, C, D 分别为气动升力、侧力和阻力; l, m, n 为滚转、俯仰、偏航力矩; V_t 为空速; p, q, r 为绕机体轴的转动角速度; $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xz}$ 分别为机体坐标系下的转动惯量和惯

性积; η_i 为 i 阶弹性模态, M_i 为 i 阶广义质量, ω_i 为 i 阶弹性模态的频率, Q_i 为 i 阶广义力。

3 控制器设计(Controll er design)

定义 $x_1 = [\mu \ \alpha \ \beta]^T$, $x_2 = [p \ q \ r]^T$, 将弹性飞翼布局无人机动力学模型改写成如下严格反馈仿射非线性MIMO系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1 + G_1 x_2 + \Delta_1, \\ \dot{x}_2 = F_2 + G_2 u + \Delta_2, \end{cases} \quad (8)$$

其中: $F_1 = F_1(x_1)$ 和 $F_2 = F_2(x_1, x_2)$ 为系统已知动态环节, $G_1 = G_1(x_1)$ 和 $G_2 = G_2(x_1, x_2)$ 为子系统控制变量的作用矩阵, $u = [l \ m \ n]^T$ 虚拟控制变量。定义 Δ_1 和 Δ_2 为干扰动态, 包括系统建模误差、弹性运动的耦合作用、其他未知外扰动等, 定义如下:

$$\begin{cases} \Delta_1 = \Delta F_1 + \Delta G_1 x_2 + w_1(\eta_i, \dot{\eta}_i, \ddot{\eta}_i) + d_1, \\ \Delta_2 = \Delta F_2 + \Delta G_2 u + w_2(\eta_i, \dot{\eta}_i, \ddot{\eta}_i) + d_2. \end{cases} \quad (9)$$

针对该MIMO系统, 结合大展弦比飞翼布局无人机布局及其气动特性, 作如下分析:

1) 由于飞翼布局无人机有8个控制舵面, 所以将姿态控制律分为两个主要部分: 首先以姿态稳定为跟踪目标, 以期控制力矩为虚拟控制变量, 进行反步滑模控制律设计; 然后在考虑输入约束的情况下, 设计在线多目标优化的控制分配算法, 使期望控制力矩分配到各控制舵面上。整个姿态控制结构如图2所示。

2) 对于式(8)中的 x_1 子系统, 将舵面偏转所引起的附加气动升力作用视为扰动项, 以便建立严格反馈仿射非线性系统模型。对于常规布局飞机, 这样的处理影响相对较小, 但对于飞翼布局无人机, 单独舵面偏转较大时所产生的附加升力相对较大, 因此在控制分配算法中还需要考虑对舵面附加升力的优化目标。

3) 飞翼布局无人机飞行中气流姿态角保持在一定的范围内, 有 G_1 可逆^[2]。按照虚拟控制变量的定义, G_2 为3阶非奇异系数方阵。

4) 无人机在飞行中会出现参数摄动和未知扰动, 但扰动不可能无限制变化。所以控制律设计中认为未知动态项 Δ_i 及其变化率 $\dot{\Delta}_i$ 有界, 即 $\|\Delta_i\| \leq W_{si}$ 和 $\|\dot{\Delta}_i\| \leq W_{di}$ 。

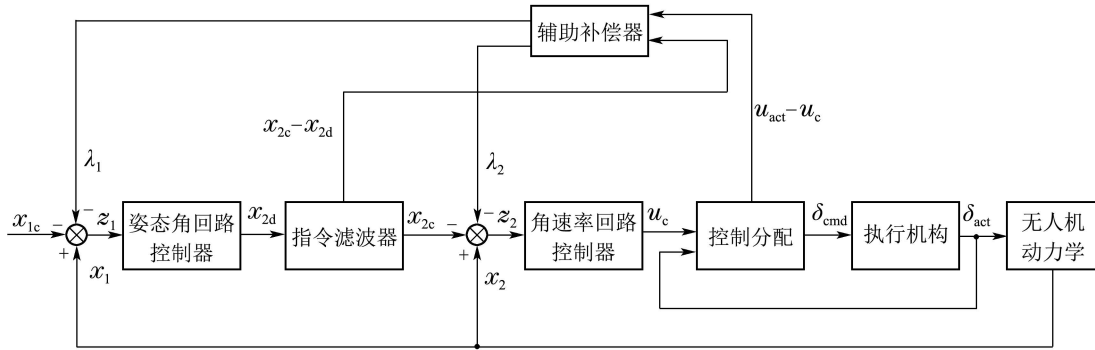


图2 大展弦比飞翼布局无人机姿态控制系统结构图

Fig. 2 Attitude control system structure

3.1 二阶扩张状态观测器设计(Second order extended state observer design)

采用扩张状态观测器实时估计系统(8)中存在建模误差、弹性模态影响以及外界未知干扰。针对系统(8)中的每一个子系统, 可以设计对应的二阶ESO, 其结构如下^[8]:

$$\begin{cases} e_{i1} = \hat{x}_i - x_i, \\ e_{i2} = \hat{\Delta}_i - \Delta_i, \\ \dot{\hat{x}}_i = \hat{\Delta}_i - \beta_{i1} e_{i1} + F_i(\hat{x}_i) + G_i(\hat{x}_i) u_i, \\ \dot{\hat{\Delta}}_i = -\beta_{i2} \text{fal}(e_{i1}, a_i, d_i), \end{cases} \quad (10)$$

其中: β_{i1}, β_{i2} 为ESO设计参数, $\hat{\Delta}_i$ 是对子系统中未知扰动的估计。fal函数的具体形式为

$$\text{fal}(e, a, d) = \begin{cases} \frac{e}{d^{1-a}}, & |e| \leq d, \\ |e|^a \text{sgn } e, & |e| > d. \end{cases} \quad (11)$$

3.2 指令滤波器设计(Command filter design)

为避免复杂的解析求导而引起项数膨胀问题^[21], 对控制指令进行滤波。本文采用文献[8]中的非线性跟踪微分器(tracking-differentiator, TD)作为指令滤波器。与文献[21]中所采用的二阶滤波器相比, TD具有效率更高的优点。指令滤波器结构如下:

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = p_2, \\ \dot{p}_2 = \text{flan}(p_1 - x_d(t), p_2, R_1, R_2), \\ x_c = p_1, \\ \dot{x}_c = p_2, \end{cases} \quad (12)$$

式中: R_1, R_2 为滤波器设计参数, $x_d(t)$ 为原始控制指令, $x_c, \dot{x}_c$ 分别为滤波后的输出指令及其一阶导数, $\text{flan}(x_1, x_2, R_1, R_2)$ 为最速控制综合函数, 具体形式参见文献[8]。

3.3 辅助补偿器设计 (Auxiliary compensator design)

针对指令滤波和输入约束情况下控制指令的滞后, 以及当执行机构出现饱和时, 控制器的输出和被控对象的实际输入会出现不一致的情况, 为避免控制系统失稳, 引入辅助补偿器^[22-23]对控制指令进行补偿.

将辅助补偿器构造为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -(\kappa_1 + A_1)\lambda_1 + G_1(x_{2c} - x_{2d}) + G_1\lambda_2, \\ \dot{\lambda}_2 = -(\kappa_2 + A_2)\lambda_2 + G_2(u_{\text{act}} - u_c), \end{cases} \quad (13)$$

其中: κ_1, κ_2 为反步滑模控制律中的设计参数, x_{2d} 为姿态角回路虚拟控制变量, x_{2c} 为 x_{2d} 的滤波值, $u_c = [l_c \ m_c \ n_c]^T$ 为姿态角速率回路虚拟控制变量, $u_{\text{act}} = [l_{\text{act}} \ m_{\text{act}} \ n_{\text{act}}]^T$ 为实际作用的控制变量; A_1, A_2 为足够大的正数以保证在 $x_{2c} - x_{2d}$, $u_{\text{act}} - u_c$ 过大时系统(13)稳定.

式(13)可以写成如下形式:

$$\dot{\lambda} = A\lambda + B\Delta u, \quad (14)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} -(\kappa_1 + A_1) & G_1 \\ 0 & -(\kappa_2 + A_2) \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, \Delta u = \begin{bmatrix} x_{2c} - x_{2d} \\ u_{\text{act}} - u_c \end{bmatrix}.$$

那么在满足条件 $A_1 > 0, A_2 > 0$ 时, A 为 Hurwitz 稳定性矩阵. 通过调节 A_1, A_2 大小, 可以在指令输入和实际输入不同 ($\Delta u \neq 0$) 时对跟踪误差给出足够的指令补偿 λ ; 给定足够大的 A_1, A_2 时, 可以保证控制饱和消失后的较短时间内使补偿项趋于零, 保证对原指令的准确跟踪.

3.4 反步滑模控制律设计 (Design of backstepping slide mode control law)

针对系统模型(8)的每一个子系统, 采用反步设计思想进行控制律设计. 定义系统误差变量

$$z_i = x_i - x_{ic} - \lambda_i, \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

Step 1 针对 x_1 子系统, 以 x_2 作为虚拟控制量, 设计控制律保证跟踪误差 z_1 收敛. 对 z_1 求导有

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1c} - \dot{\lambda}_1 = \\ &F_1 + G_1(x_{2d} + x_2 - x_{2c} + x_{2c} - x_{2d}) + \Delta_1 - \\ &\dot{x}_{1c} + (\kappa_1 + A_1)\lambda_1 - G_1(x_{2c} - x_{2d}) - G_1\lambda_2 = \\ &F_1 + G_1x_{2d} + G_1(x_2 - x_{2c}) - G_1\lambda_2 + \Delta_1 - \\ &\dot{x}_{1c} + (\kappa_1 + A_1)\lambda_1 + G_1(x_{2c} - x_{2d}) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &G_1(x_{2c} - x_{2d}) = \\ &F_1 + G_1x_{2d} + G_1x_2 + \Delta_1 - \dot{x}_{1c} + (\kappa_1 + A_1)\lambda_1. \end{aligned} \quad (16)$$

选择期望控制指令为

$$\begin{aligned} x_{2d} &= G_1^{-1}[-\kappa_1 z_1 - F_1 - \hat{\Delta}_1 + \\ &\dot{x}_{1c} - (\kappa_1 + A_1)\lambda_1], \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\kappa_1 > 0$ 为设计参数. 将式(17)代入式(16)得

$$\dot{z}_1 = -\kappa_1 z_1 + G_1 z_2 - (\hat{\Delta}_1 - \Delta_1). \quad (18)$$

考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} z_1^T z_1, \quad (19)$$

对 $V_1(t)$ 关于时间求导有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= z_1^T \dot{z}_1 = \\ &z_1^T [-\kappa_1 z_1 + G_1 z_2 - (\hat{\Delta}_1 - \Delta_1)] = \\ &-\kappa_1 z_1^T z_1 + z_1^T G_1 z_2 - z_1^T (\hat{\Delta}_1 - \Delta_1). \end{aligned} \quad (20)$$

根据 Young 不等式可得

$$-z_1^T (\hat{\Delta}_1 - \Delta_1) \leq \frac{1}{2} (\|z_1\|^2 + \|e_{12}^*\|^2). \quad (21)$$

将式(21)代入式(20), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq -(\kappa_1 - \frac{1}{2}) z_1^T z_1 + \frac{1}{2} \|e_{12}^*\|^2 + z_1^T G_1 z_2 \leq \\ &-2\Theta_1 V_1(t) + \Theta_2 + z_1^T G_1 z_2, \end{aligned} \quad (22)$$

式中 Θ_1, Θ_2 定义为

$$\begin{cases} \Theta_1 = \kappa_1 - \frac{1}{2}, \\ \Theta_2 = \frac{1}{2} \|e_{12}^*\|^2. \end{cases} \quad (23)$$

若选取适当参数, 使得 $\Theta_1 > \frac{\Theta_2}{2V_1(0)} > 0$ 成立, 那么在 z_2 收敛到零后, $\dot{V}_1(t) < 0$, 则有

$$V_1(t) \leq (V_1(0) - \frac{\Theta_2}{2\Theta_1}) e^{-2\Theta_1 t} + \frac{\Theta_2}{2\Theta_1}, \quad \forall t \geq 0, \quad (24)$$

即所设计控制律能够保证 x_1 子系统的跟踪误差 z_1 渐进收敛有界.

Step 2 针对 x_2 子系统, 采用二阶动态 Terminal 滑模设计控制量 u 以改进普通反步控制器的性能. 二阶动态 Terminal 滑模能够在有限时间内使滑模面收敛到零, 并且相对普通 Terminal 滑模, 其能够有效削弱控制器抖动.

设计滑模面为

$$\begin{cases} S_0 = z_2, \\ S_1 = S_0 + \int_0^t (c_1 S_0 + c_2 S_0^{q_1/p_1}) dt, \\ S_2 = \dot{S}_1 + c_3 S_1 + c_4 S_1^{q_2/p_2}, \end{cases} \quad (25)$$

式中: $c_i > 0, i = 1, \dots, 4; q_i, p_i$ 为正奇数, 且满足 $\frac{1}{2} < \frac{q_i}{p_i} < 1$. 设计滑模面趋近律为

$$\dot{S}_2 = -\kappa_2 S_2 - \kappa_3 \operatorname{sgn} S_2. \quad (26)$$

选取控制量为

$$\begin{cases} u_d = u_{eq} + u_n, \\ u_{eq} = -G_2^{-1}(F_2 + \hat{\Delta}_2 - \dot{x}_{2c} + c_1 S_0 + \\ \quad c_2 S_0^{q_1/p_1} + c_3 S_1 + c_4 S_1^{q_2/p_2}), \\ u_n = G_2^{-1} \left\{ \int_0^t [-\kappa_2 S_2 - \kappa_3 \operatorname{sgn} S_2] dt - \right. \\ \quad \left. (\kappa_2 + A_2) \lambda_2 \right\}. \end{cases} \quad (27)$$

考虑如下Lyapunov函数:

$$V_2(t) = \frac{1}{2} S_2^T S_2. \quad (28)$$

对 $V_2(t)$ 关于时间求导有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= S_2^T \dot{S}_2 = \\ S_2^T \frac{d}{dt} (\dot{S}_1 + c_3 S_1 + c_4 S_1^{r_2}) &= \\ S_2^T \frac{d}{dt} (\dot{S}_0 + c_1 S_0 + c_2 S_0^{r_1} + c_3 S_1 + c_4 S_1^{r_2}) &= \\ S_2^T \frac{d}{dt} (\dot{x}_2 - \dot{x}_{2c} - \dot{\lambda}_2 + c_1 S_0 + c_2 S_0^{r_1} + \\ c_3 S_1 + c_4 S_1^{r_2}) &= \\ S_2^T \frac{d}{dt} [F_2 + G_2 u_c + G_2 (u_{act} - u_c) + \Delta_2 - \\ \dot{x}_{2c} - \dot{\lambda}_2 + c_1 S_0 + c_2 S_0^{r_1} + c_3 S_1 + c_4 S_1^{r_2}] &= \\ S_2^T \frac{d}{dt} [F_2 + G_2 (u_{eq} + u_n) + G_2 (u_{act} - \\ u_c) + \Delta_2 - \dot{x}_{2c} - \dot{\lambda}_2 + c_1 S_0 + c_2 S_0^{r_1} + \\ c_3 S_1 + c_4 S_1^{r_2}] &= \\ S_2^T \frac{d}{dt} [G_2 u_n + G_2 (u_{act} - u_c) - \dot{\lambda}_2 + \Delta_2 - \hat{\Delta}_2] &= \\ S_2^T \frac{d}{dt} \left\{ \int_0^t [-\kappa_2 S_2 - \kappa_3 \operatorname{sgn} S_2] dt - (\kappa_2 + \right. \\ A_2) \lambda_2 + G_2 (u_{act} - u_c) - [-(\kappa_2 + A_2) \lambda_2 + \\ G_2 \cdot (u_{act} - u_c)] + \Delta_2 - \hat{\Delta}_2 \left. \right\} &= \\ -\kappa_2 S_2^T S_2 - \kappa_3 S_2^T \operatorname{sgn} S_2 + S_2^T (\dot{\Delta}_2 - \hat{\Delta}_2), \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $r_i = q_i/p_i$. 由式(10)可得

$$\begin{aligned} S_2^T (\dot{\Delta}_2 - \hat{\Delta}_2) &\leq \\ \|S_2^T\| \cdot \|\dot{\Delta}_2 - \hat{\Delta}_2\| &\leq \|S_2^T\| (\|\dot{\Delta}_2\| + \|\hat{\Delta}_2\|) \leq \\ \|S_2^T\| (W_{d2} + \beta_{22} \|\operatorname{fal}(e_{21}, a_2, d_2)\|). \end{aligned} \quad (30)$$

将式(30)代入式(29), 可得

$$\dot{V}_2(t) \leq -\kappa_2 \|S_2\|^2 - \kappa_3 \|S_2\| + \|S_2\| (W_{d2} + \beta_{22} \|\operatorname{fal}(e_{21}, a_2, d_2)\|). \quad (31)$$

由扩张状态观测器分析可知 e_{21} 在有限时间内收敛, 故 $\|\operatorname{fal}(e_{21}, a_2, d_2)\| \leq \|\operatorname{fal}(e_{21}^*, a_2, d_2)\|$. 此时有

$$\dot{V}_2(t) \leq -\kappa_2 \|S_2\|^2 - (\kappa_3 - \Phi) \|S_2\|, \quad (32)$$

式中: $\Phi = \|W_{d2}\| + \beta_{22} \|\operatorname{fal}(e_{21}^*, a_2, d_2)\|$. 那么取设计参数 κ_2 和 κ_3 满足条件 $\kappa_2 > 0, \kappa_3 > \Phi$, 就可以保证 $\dot{V}_2(t) < 0$, 滑模面可达, 虚拟跟踪误差 z_2 渐近收敛到零.

当 z_2 收敛到零后, 由Step 1 分析可知, z_1 也将渐近收敛有界.

3.5 基于LMI优化的在线控制分配(Online control allocation based on LMI optimization)

通过反步滑模控制律设计得到控制力矩指令后, 需要将其分配到各控制舵面上, 并满足

$$u_c = M_\delta \delta_{act}, \quad (33)$$

其中: $M_\delta = \bar{q} S \begin{bmatrix} bC_1^{\delta_1} & bC_1^{\delta_2} & \dots & bC_1^{\delta_8} \\ \bar{c}C_m^{\delta_1} & \bar{c}C_m^{\delta_2} & \dots & \bar{c}C_m^{\delta_8} \\ bC_n^{\delta_1} & bC_n^{\delta_2} & \dots & bC_n^{\delta_8} \end{bmatrix}_{3 \times 8}$ 为舵偏

量对操纵力矩的效率矩阵, $C_*^{\delta_i}$ 为舵效, $\bar{q}$ 为动压, S 为参考面积, b 为展长, $\bar{c}$ 为参考长度, $\delta_{act} = [\delta_{1,act} \ \delta_{2,act} \ \dots \ \delta_{8,act}]^T$ 为舵面实际的舵偏量.

将执行机构动态描述为如下离散形式:

$$\begin{cases} x_{act}(k+1) = Ax_{act}(k) + B\delta_{cmd}(k), \\ \delta_{act}(k) = Cx_{act}(k), \end{cases} \quad (34)$$

其中 A, B, C 为执行机构在以采样时间 T_s 离散时的系统参数矩阵.

考虑执行机构存在如下形式的位置约束和速率约束:

$$\delta_{\min} \leq \delta_{act}(k+1) \leq \delta_{\max}, \quad (35)$$

$$\dot{\delta}_{\min} \leq \frac{\delta_{act}(k+1) - \delta_{act}(k)}{T_s} \leq \dot{\delta}_{\max}. \quad (36)$$

选择优化目标为

$$\begin{aligned} J &= [u_c - M_\delta \delta_{act}(k+1)]^T W_u^2 [u_c - \\ &\quad M_\delta \delta_{act}(k+1)] + \\ &\quad [L_\delta \delta_{act}(k+1)]^T W_L^2 [L_\delta \delta_{act}(k+1)] + \\ &\quad \delta_{act}(k+1)^T W_\delta^2 \delta_{act}(k+1), \end{aligned} \quad (37)$$

其中: $L_\delta = \bar{q} S \cdot [C_L^{\delta_1} \ C_L^{\delta_2} \ \dots \ C_L^{\delta_8}]$ 为舵偏量对舵面附加气动升力的效率矩阵, W_u, W_L 和 W_δ 为待定权重矩阵. 该优化目标的物理意义是使实际操纵力矩与期望力矩指令之间误差 $u_c - M_\delta \delta_{act}$ 尽可能小、舵面的附加气动升力的绝对值 $L_\delta \delta_{act}$ 尽可能小、舵偏量 δ_{act} 尽可能小, 并利用权重矩阵将多优化目标转化为单优化目标.

引入松弛变量 $\gamma > 0$, 则优化目标可描述为

$$\gamma - J > 0. \quad (38)$$

利用Schur补^[24], 并联立式(35)–(38), 可得到如下具有约束形式的优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{\delta_{\text{cmd}}(k)} \gamma, \\ & \text{s.t.} \begin{bmatrix} \gamma & R_u^T W_u & R_L^T W_L & \delta_{\text{act}}^T W_\delta \\ W_u R_u & I & & \\ W_L R_L & & I & \\ W_\delta \delta_{\text{act}} & & & I \end{bmatrix} > 0, \\ & \gamma > 0, \\ & e_i \delta_{\text{act}}(k+1) - e_i \bar{\delta}(k+1) > 0, \quad i=1, 2, \dots, 8, \\ & e_j \bar{\delta}(k+1) - e_j \delta_{\text{act}}(k+1) > 0, \quad j=1, 2, \dots, 8, \end{aligned} \quad (39)$$

其中: $\bar{\delta}(k+1) = \min\{\delta_{\text{max}}, \delta_{\text{act}}(k) + \dot{\delta}_{\text{max}} T_s\}$, $\underline{\delta}(k+1) = \max\{\delta_{\text{min}}, \delta_{\text{act}}(k) + \dot{\delta}_{\text{min}} T_s\}$, e_i, e_j 为单位行向量, $R_u = u_c - M_\delta \delta_{\text{act}}$, $R_L = L_\delta \delta_{\text{act}}$.

4 仿真分析(Simulation and analysis)

针对某型大展弦比高空长航时飞翼布局无人机, 根据本文所提出的基于扩张状态观测器的反步滑模控制方法设计控制器. 对该飞翼布局无人机的弹性运动考虑4阶弹性模态影响, 模态频率见表1, 控制器的相关参数见表2.

表1 弹性模态频率

Table 1 Frequency of aeroelastic modes

	f_i/Hz	模态描述
1	6.204	对称一阶弯曲模态
2	8.530	反对称一阶弯曲模态
3	21.089	对称二阶弯曲模态
4	26.348	反对称二阶弯曲模态

表2 控制器设计参数

Table 2 Controller parameter values

控制器	设计参数
姿态角回路中ESO参数	$\beta_{11} = 100, \beta_{12} = 300, \alpha_1 = 0.5, d_1 = 0.01$
角速度回路中ESO参数	$\beta_{21} = 1000, \beta_{22} = 3000, \alpha_1 = 0.5, d_1 = 0.001$
指令滤波器	$R_1 = 8, R_2 = 0.05$
辅助补偿器	$A_1 = 5, A_2 = 20$
其他参数	$\kappa_1 = 3, \kappa_2 = 5, \kappa_3 = 8, c_1 = c_3 = 1.8$ $c_2 = c_4 = 1.5, q_1 = q_2 = 5, p_1 = p_2 = 7$

基于MATLAB/Simulink环境进行仿真验证, 仿真初始条件为 $H = 9000 \text{ m}$, $Ma = 0.45$, $\alpha_0 = 1.37^\circ$, $\beta_0 = \mu_0 = 0$, $p_0 = q_0 = r_0 = 0$, 仿真步长 $\text{step} = 0.001 \text{ s}$, 仿真中采用一阶惯性环节代替执行机构动态环节, 时间常数取为0.05. 舵面偏转位置及速率约束为

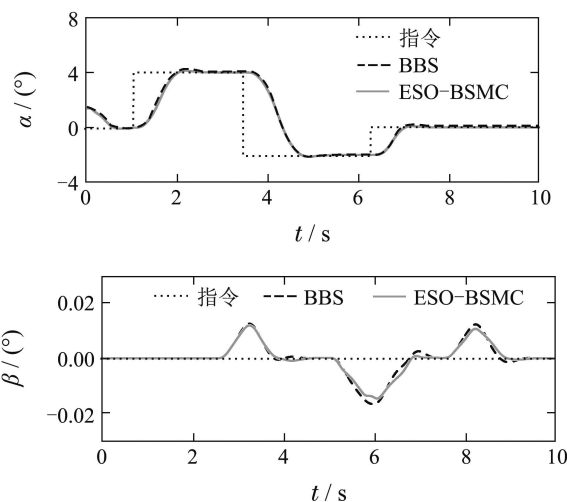
$$\begin{aligned} \delta_{\text{max}} &= [90 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 90]^\text{T} (^\circ), \\ \delta_{\text{min}} &= -[0 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 0]^\text{T} (^\circ), \\ \dot{\delta}_{\text{max}} &= [100 \ 80 \ 80 \ 80 \ 80 \ 80 \ 80 \ 100]^\text{T} (^\circ)/\text{s}, \\ \dot{\delta}_{\text{min}} &= -[100 \ 80 \ 80 \ 80 \ 80 \ 80 \ 80 \ 100]^\text{T} (^\circ)/\text{s}, \end{aligned}$$

控制分配算法中采样时间 $T_s = 0.01 \text{ s}$, 为优先保证力矩分配的准确性, 选择权值项 W_u 大于 W_L 和 W_δ :

$$\begin{aligned} W_u &= \text{diag}\{100, 100, 1000\}, \quad W_L = 10, \\ W_\delta &= \text{diag}\{0.1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0.1\}. \end{aligned}$$

为验证控制器的控制性能及鲁棒性, 分别设计了2种仿真条件进行仿真分析. 仿真条件1中, 被控对象和控制器中的气动参数相同, 忽略弹性作用, 整个系统不含有未知扰动项; 仿真条件2中, 考虑弹性影响, 并且将被控对象的气动参数负向拉偏30%, 将控制器中的气动参数正向拉偏30%, 以模拟极端的参数摄动情况, 从 $t = 0 \text{ s}$ 时刻起加入干扰力矩 $d_2 = [5 \times 10^3 \cos(2t), 5 \times 10^3 \cos(2t), 3 \times 10^3 \cos(2t)]^\text{T} \text{ N} \cdot \text{m}$, 在 $t = 3 \text{ s}$ 时刻加入垂直突风, 使无人机受到较大扰动. 采用块控反步法(block backstepping, BBS)设计了控制器^[2], 在相同条件下进行仿真以作为对比.

将飞翼布局无人机视为刚体, 不含有未知扰动、控制模型精确时, 由图3可知, 两种控制方法均可以有效跟踪指令, 姿态角跟踪误差均可在2 s内收敛到零. 调节过程平滑, 超调量很小, 均能够有效控制横侧向与纵向之间的耦合作用. 由图4可知, 存在输入约束时, 所采用的在线控制分配策略可以有效的将力矩指令分配到各操纵舵面上.



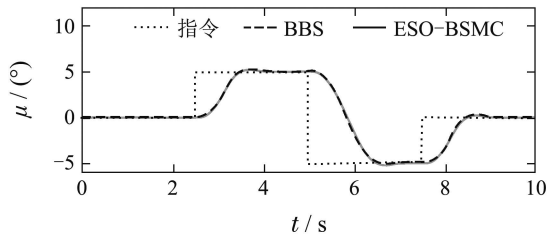


图3 仿真条件1下的响应曲线

Fig. 3 Attitude angles responses in simulation 1

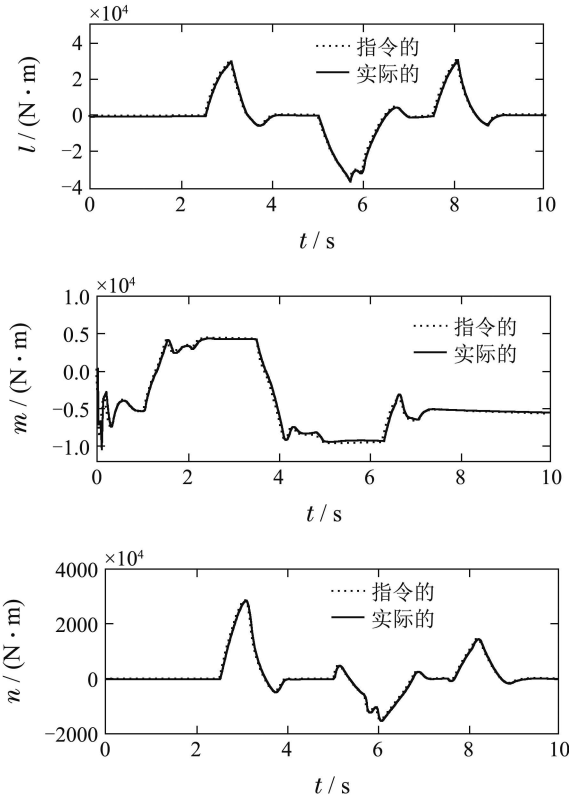


图4 仿真条件1下的控制力矩曲线

Fig. 4 Control force moment responses in simulation 1

当考虑无人机弹性模态影响, 且控制模型存在未知扰动项时, 图5给出了总扰动 Δ_2 和ESO估计值的对比. 从图中可以看出ESO能够较好地估计出系统内部、外部出现的总扰动, 且在扰动变化比较剧烈时, ESO表现出了良好的动态性能. 由图6仿真结果知, 在仿真条件2下, ESO-BSMC仍能较好地跟踪控制指令, 迎角的稳态跟踪误差小于 0.01° , 侧滑角扰动小于 0.2° . 从图7中舵偏量响应曲线可知, 当无人机遭遇突风时, 执行机构会在短时间内进入饱和状态. ESO-BSMC由于采用了辅助补偿, 可以使执行机构尽快离开饱和区域, 实施有效控制.

图8给出了两次仿真中LMI优化的耗时曲线. 从图中可知仿真条件1下每步计算的最大耗时为8.4 ms, 平均耗时为6.5 ms, 仿真条件2下每步计算的最大耗时为8.7 ms, 平均耗时为6.6 ms, 均小于本文

控制分配过程的采样间隔(10 ms). 所以本文所采用的基于LMI优化的在线控制分配是可行的.

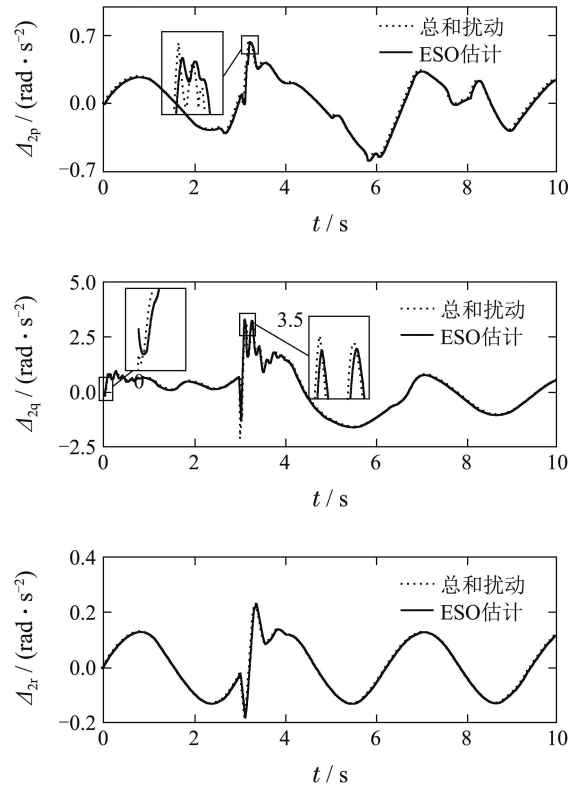


图5 仿真条件2下干扰及估计值曲线

Fig. 5 Disturbance and ESO estimation in simulation 2

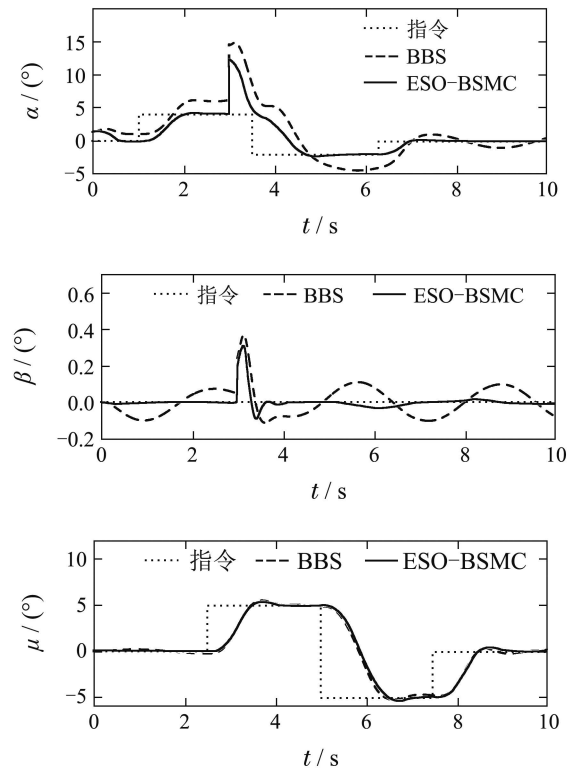


图6 仿真条件2下的响应曲线

Fig. 6 Attitude angles responses in simulation 2

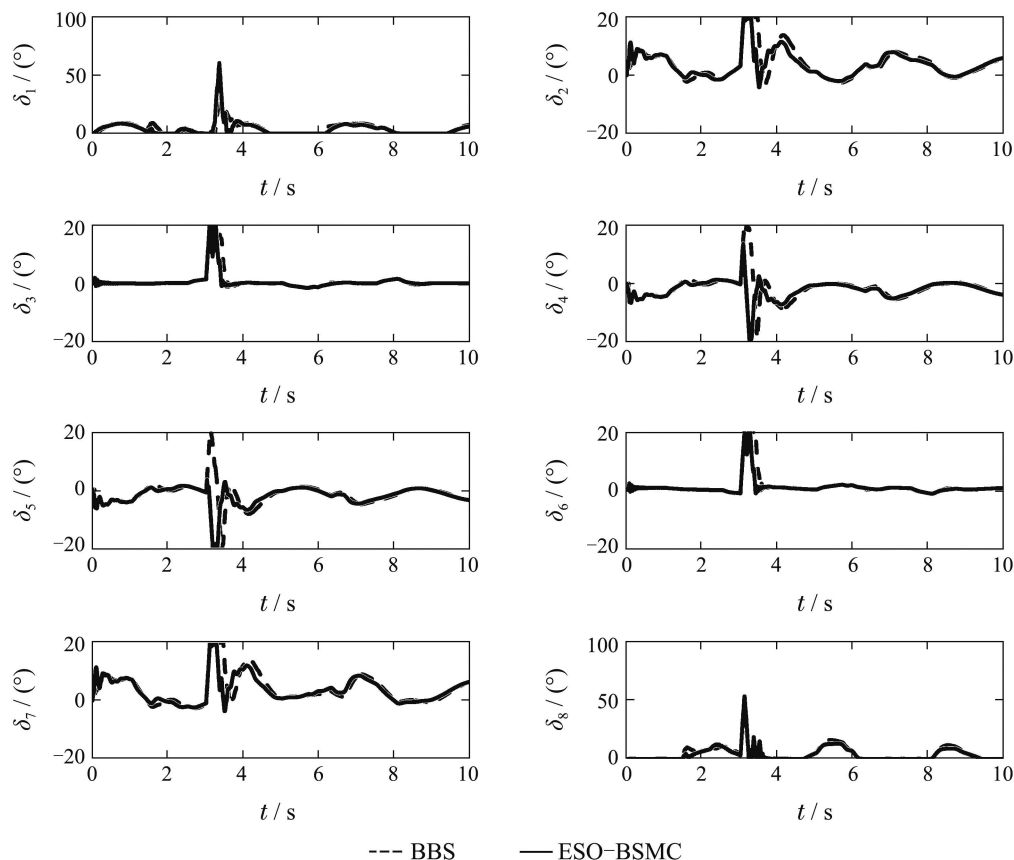


图7 仿真条件2下的舵偏量曲线

Fig. 7 Actuator responses in simulation 2

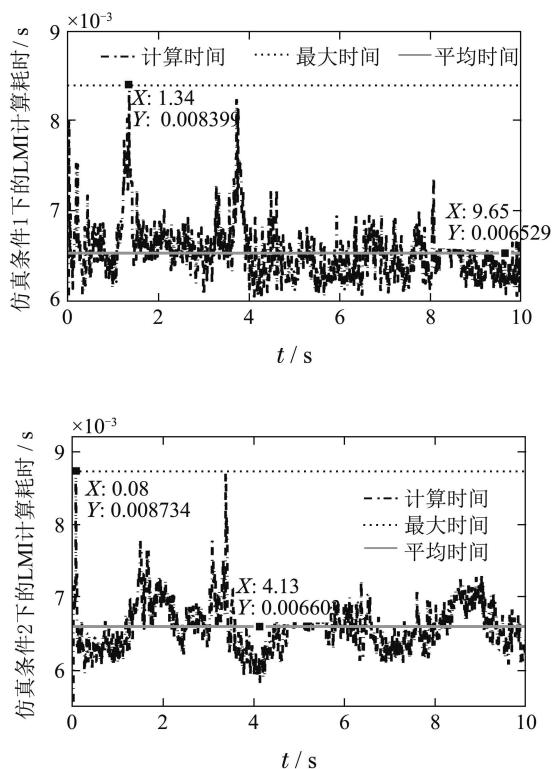


图8 两次仿真中LMI优化的耗时曲线

Fig. 8 Time cost of LMI optimization in both simulations

5 结论(Conclusions)

1) 本文研究了存在输入约束的大展弦比飞翼布局无人机姿态控制问题,提出了一种基于扩张状态观测器的反步滑模控制方法。

2) 仿真结果表明,采用的扩张状态观测器能够对飞行过程中存在的复合干扰进行观测补偿;设计的LMI在线控制分配算法能够合理分配控制力矩;辅助补偿器能够对指令滞后进行补偿,并在执行机构饱和时补偿控制指令,使执行机构离开饱和区域。

3) 当系统存在参数摄动、未知干扰和输入约束时,本文提出的控制方法能够保证无人机姿态稳定,具有良好的控制性能和鲁棒性。

参考文献(References):

- [1] HARKEGARD O, GLAD T. Vector backstepping design for flight control [C] // *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. South Carolina: AIAA, 2007: AIAA-2007-6421.
- [2] THUNBERG J, ROBINSON J. Block backstepping, NDI and related cascade designs for efficient development of nonlinear flight control laws [C] // *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Hawaii: AIAA, 2008: AIAA-2008-6960.
- [3] FARRELL J A, POLYCARPOU M, SHARMA M, et al. Command filtered backstepping [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*,

- 2009, 54(6): 1391 – 1395.
- [4] WANG D, HUANG J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(1): 195 – 202.
- [5] LEE T, KIM Y. Nonlinear adaptive flight control using backstepping and neural networks controller [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 4(24): 675 – 682.
- [6] FARRELL J, SHARMA M, POLYCARPOU M. Backstepping-based flight control with adaptive function approximation [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(6): 1089 – 1102.
- [7] 王首斌, 王新民, 谢蓉, 等. 基于干扰观测器的高超音速飞行器鲁棒反步控制 [J]. 控制与决策, 2013, 28(10): 1507 – 1511.
(WANG Shoubin, WANG Xinmin, XIE Rong, et al. Robust backstepping control based on disturbance observer for hypersonic vehicle [J]. *Control and Decision*, 2013, 28(10): 1507 – 1511.)
- [8] 韩京清. 自抗扰控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
(HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control Technique* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.)
- [9] HUANG Y, XUE W C. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 963 – 976.
- [10] YAO Y, JIAO Z, MA D. Extended-state-observer-based output feedback nonlinear robust control of hydraulic systems with backstepping [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(11): 6285 – 6293.
- [11] XUE W C, HUANG Y. On performance analysis of ADRC for a class of MIMO lower-triangular nonlinear uncertain systems [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 955 – 962.
- [12] GUO B Z, ZHAO Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 2011(60): 420 – 430.
- [13] QING Z, CHEN Z Z, GAO Z Q. A practical approach to disturbance decoupling control [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(9): 1016 – 1025.
- [14] GUO B Z, ZHAO Z L. On convergence of the nonlinear active disturbance rejection control for MIMO systems [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2013, 51(2): 1727 – 1757.
- [15] 张强, 吴庆宪, 姜长生, 等. 考虑执行器动态和输入受限的近空间飞行器鲁棒可重构跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(10): 1263 – 1271.
(ZHANG Qiang, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Robust reconfigurable tracking control of near space vehicle with actuator dynamic and input constants [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(10): 1263 – 1271.)
- [16] 周洪波, 裴海龙, 贺跃帮, 等. 状态受限的小型无人直升机轨迹跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(6): 778 – 784.
(ZHOU Hongbo, PEI Hailong, HE Yuebang, et al. Trajectory-tracking control for small unmanned helicopter with state constraints [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 778 – 784.)
- [17] 刘尚民, 孙健, 刘朝君. 大展弦比飞翼布局模型验证机飞行控制技术 [J]. 飞行力学, 2013, 31(6): 558 – 565.
(LIU Shangmin, SUN Jian, LIU Zhaojun. Research on flight control technology of the high-aspect-ratio flying wing model aircraft [J]. *Flight Dynamics*, 2013, 31(6): 558 – 565.)
- [18] 高洁, 王立新, 周堃. 大展弦比飞翼构型飞机阵风载荷减缓控制 [J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(9): 1076 – 1079.
(GAO Jie, WANG Lixin, ZHOU Kun. Gust load alleviation control of aircraft with large ratio flying wing configuration [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2008, 34(9): 1076 – 1079.)
- [19] 王睿. 飞翼式高空长航时无人机飞行控制与仿真研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2008.
(WANG Rui. *Research on flight control and simulation for flying-wing high altitude long endurance UAV* [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2008.)
- [20] WASZAK M R, SCHMIDT D K. Flight dynamics of aeroelastic vehicles [J]. *Journal of Aircraft*, 1988, 25(6): 563 – 571.
- [21] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.
- [22] CHEN M, SHUZHONG S G, REN B B. Adaptive tracking control of uncertain mimo nonlinear systems with input constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 452 – 465.
- [23] TARBOURIECH S, TURNER M. Anti-windup design: an overview of some recent advances and open problems [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2009, 3(1): 1 – 19.
- [24] KISHORE W C, SEN S, RAY G. Dynamic control allocation for tracking time-varying control demand [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2008, 31(4): 1150 – 1157.

作者简介:

张波 (1989–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为无人机动力学与控制, E-mail: hugh123go@mail.nwpu.edu.cn;

祝小平 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为无人机总体设计、导航制导与控制, E-mail: zhouzhou@nwpu.edu.cn;

周洲 (1966–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为无人机总体设计, E-mail: zhouzhou@nwpu.edu.cn;

彭新潮 (1967–), 男, 高级工程师, 目前研究方向为无人机系统设计, E-mail: 13709121682@139.com.