第 32 卷第 5 期
2015 年 5 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 32 No. 5
May 2015

DOI: 10.7641/CTA.2015.40702

未知控制方向的迟滞非线性系统预设自适应控制

赵新龙†, 汪佳丽

(浙江理工大学 机械与自动控制学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对一类含有迟滞特性的未知控制方向严反馈非线性系统, 设计了基于误差变换的反步自适应控制器. 首先提出动态迟滞算子来扩展输入空间建立神经网络迟滞模型. 然后利用径向基函数(RBF)神经网络逼近未知函数, 并引入Nussbaum型函数来解决系统未知控制方向问题. 最后采用误差变换将误差限定在预设的范围内, 并利用反步法设计自适应控制器. 该控制方案不仅能够保证跟踪精度, 还可以提高系统暂态和稳态性能. 仿真结果表明了控制方案的可行性.

关键词: 迟滞; 迟滞算子; 神经网络; 自适应控制

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Prescribed performance adaptive control for nonlinear systems with unknown control direction preceded by hysteresis

ZHAO Xin-long†, WANG Jia-li

(College of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: An adaptive backstepping controller is developed for a class of strict-feedback nonlinear systems with hysteresis and unknown control direction. First, a hysteretic operator is employed to construct an augmented input space for transforming the multi-valued mapping of hysteresis into a one-to-one mapping which enables neural networks to model the hysteresis. Then radial basis function (RBF) neural networks are used to approximate the unknown functions, and the unknown control direction is solved by Nussbaum function. Finally, error transformation is used to confine the error to a predefined residual set and an adaptive controller is proposed based on backstepping technique. This control scheme not only guarantees the tracking accuracy, but also improves the transient and steady-state performance. Simulation results show that the control scheme is feasible.

Key words: hysteresis; hysteretic operator; neural networks; adaptive control

1 引言(Introduction)

迟滞非线性存在于很多基于智能材料的驱动系统中, 例如压电驱动的微操作系统、磁流变阻尼器系统等, 它制约了系统性能, 能够引起误差和振荡, 甚至造成系统不稳定[1]. 迟滞具有非平滑、多映射、记忆性、速率相关性等特性, 难以采用常规方法对其进行精确控制. 迟滞系统的研究主要分为建模和控制两个方面. 在建模方面, 主要有Presiach模型、PI模型、KP模型、Bouc-Wen模型、Duhem模型和神经网络迟滞模型等[2–3]. 其中Presiach模型、PI模型、KP模型属于基于算子的迟滞模型, 通过将相应的算子叠加来描述迟滞特性. Bouc-Wen和Duhem属于微分模型, 通过一组具有多个参数的微分方程来描述迟滞特性. 神经网络模型是将迟滞首先进行相应的转化后, 然后利用神经网络的逼近能力来对迟滞进行辨识. 在控制方面, 主要有基于逆模型的控制和直接控制. 基于逆模型的控制从控制结构上主要分为直接开环逆控制[4]、逆模型作为前馈与常规反馈相结合的控制[5]和逆模型线性化后与常规控制相结合的控制[6]. 直接控制分为直接融合迟滞模型的控制[7–8]和将迟滞作为扰动的控制[9]. 目前对迟滞系统的研究一般都是在控制方向已知的情况下.

然而, 在未知控制方向的迟滞非线性系统中, 迟滞和未知的控制方向是结合在一起的, 这两个方面的限

收稿日期: 2014−07−29; 录用日期: 2015−01−08.
†通信作者. E-mail: zhaoxinlong@hotmail.com; Tel.: +86 571-86843358.
国家自然科学基金项目(61273184), 长江学者和创新团队发展计划项目(IRT13097), 浙江省自然科学基金项目(LY15F030022), 浙江理工大学521人才培养计划项目资助.

Supported by National Science Foundation of China (61273184), Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University (IRT13097), Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (LY15F030022) and Zhejiang Sci-Tech University 521 Personnel Training Plan.

制, 对控制器的设计提出了挑战. 首先迟滞的非常规特性影响着控制器的设计, 另外控制方向未知的限制进一步放大了迟滞的不利影响. 在解决一般非线性系统的控制方向未知问题主要有两种方法, 一是直接对控制系数进行估计[10], 二是在设计控制器时利用Nussbaum型函数[11].

本文对这一类未知控制方向的迟滞非线性系统, 提出了基于动态迟滞算子的神经网络迟滞模型, 然后采用Nussbaum型函数解决控制方向未知的问题并利用神经网络来逼近未知函数, 将误差变换与反步法相结合设计了自适应控制器. 与其他文献相比, 本文同时解决了迟滞的非常规特性和控制方向未知的难点, 在建模方面, 所提出的模型能够充分反映迟滞的速率相关性, 可以通过调整网络权值适应不同条件下的迟滞建模; 在控制方面, 通过误差变换来保持系统结构不变的情况下, 利用预设性能函数将跟踪误差预先限定在设定的范围内, 从而保证系统性能, 提高跟踪精度.

2　系统描述(System description)

考虑如下一类含有迟滞特性、控制方向未知的严反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(\bar{x}_1) + g_1(\bar{x}_1)x_2, \\ \quad\vdots \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u, \\ y = x_1, \\ u = \Psi(v), \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\bar{x}_i = [x_1\ \cdots\ x_i]^{\mathrm{T}}$; v为迟滞输入; u为迟滞输出即系统输入; y为系统输出; Ψ为迟滞非线性; $f_i(\bar{x}_i)$, $g_i(\bar{x}_i)$为未知连续光滑函数.

上述非线性系统具有以下特点:

1) $f_i(\bar{x}_i), g_i(\bar{x}_i)$为未知连续光滑函数;

2) 系统存在非平滑、多映射的迟滞特性.

系统控制要求: 瞬态和稳态跟踪误差$e(t) = y(t) - y_{\mathrm{d}}(t)$能达到预设的系统要求.

假设 1　期望输出y_{d}是关于时间t的有界函数, 其导数也有界.

3　迟滞非线性建模(Modeling of hysteresis nonlinearity)

由于神经网络高精度的逼近能力, 快速的并行运算能力和强大的容错能力使其在非线性系统的辨识中得到广泛的应用. 同时神经网络用于建模的优点是模型参数能够在线调整以适应环境的变化. 然而由于迟滞的多映射现象, 不能直接用神经网络进行逼近[12], 特别是迟滞的速率相关性进一步增加了迟滞建模的难度. 因此提出了动态迟滞算子来扩展输入空间, 将迟滞的多值映射转化成一一映射, 同时刻画出迟滞的速率相关特性, 建立基于神经网络的动态迟滞模型[13].

动态迟滞算子$h(x)$的定义为

$$h(x) = [1 - \exp(-|x - x_{\mathrm{p}}|)](x - x_{\mathrm{p}}) \times (1 + \exp(-|\dot{x}|)) + h(x_{\mathrm{p}}), \tag{2}$$

其中: x表示当前的迟滞算子输入; $h(x)$表示当前的迟滞算子输出; x_{p}表示与当前输入相邻的先前输入极值; $h(x_{\mathrm{p}})$表示输入极值为x_{p}时的输出极值.

图1表示该算子在输入x分别为$\sin(0.1t)$, $\sin t$和$\sin(10t)$的情况下, 其输入–输出特性变化.

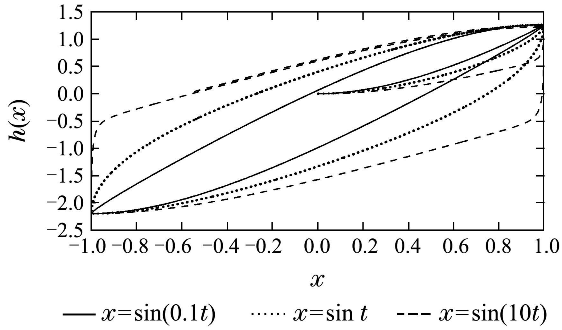


图 1　不同频率输入下迟滞算子的特性变化

Fig. 1　Hysteretic operator characteristics with different frequent input

可以看出: 随着输入信号频率的增大, 迟滞算子环的宽度增大, 幅值降低, 符合速率相关迟滞的运动规律, 表明该动态迟滞算子能够提取迟滞的速率相关性.

根据文献[13]中的定理, 利用该动态算子可以将迟滞的多值映射转化成一一映射, 并且该映射连续, 因此可以利用前向神经网络对这个映射进行逼近从而构成神经网络动态迟滞模型.

$$u = \Gamma(v, h(v)) = NN(v, h(v)) + \varepsilon, \tag{3}$$

其中: v表示迟滞输入, u表示迟滞输出, $h(v)$表示迟滞算子输出, Γ表示输入–输出映射, $NN(\cdot)$表示前向神经网络, ε表示估计误差, 对任意$\varepsilon_N > 0$, $|\varepsilon| \leqslant \varepsilon_N$.

所建立的神经网络迟滞模型的结构图如图2所示.

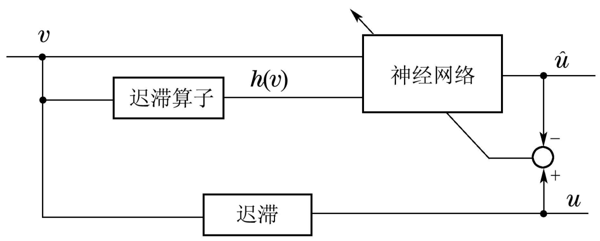


图 2　神经网络迟滞模型结构图

Fig. 2　Structure diagram of neural network hysteresis model

神经网络迟滞模型的输出为

$$u = W^{\mathrm{T}}\Phi(v, h(v)) + \varepsilon, \tag{4}$$

其中: ε是估计误差, 且$|\varepsilon| \leqslant \varepsilon_N, \varepsilon_N > 0$; W表示权值; $\Phi(\cdot)$是激励函数$\Phi(x) = x + \exp(\dfrac{\|x-\theta\|^2}{2\sigma^2})$. 式中$\theta$和$\sigma$分别是高斯函数的中心点和宽度.

假设 2 权值W有界且满足$\|W\| \leqslant \|W_{\mathrm{p}}\|$, 其中$W_{\mathrm{p}} > 0$.

4 控制器的设计(Controller design)

根据系统(1), 首先提出以下假设:

假设 3 存在一个紧子集$\Omega_{\mathrm{x}} \in \mathbb{R}^n$, 使得$\bar{x}_n \in \Omega_{\mathrm{x}}$.

假设 4 函数$g_i(\bar{x}_i), i = 1, \cdots, n$为严格正定或严格负定, 且有正常数$g_i^*$和已知光滑函数$g_i(\bar{x}_i)$, $0 < g_i^* \leqslant |g_i(\bar{x}_i)| \leqslant \bar{g}_i(\bar{x}_i)$.

4.1 Nussbaum型函数(Nussbaum function)

为解决未知控制方向问题, 本文采用Nussbaum型函数$N(k) = k^2 \cos k$[14].

引理 1 设$V(\cdot)$和$k(\cdot)$为定义在$[0, t_{\mathrm{f}})$上的光滑函数, $V(t) \geqslant 0$, $\forall t \in [0, t_{\mathrm{f}})$, $N(\cdot)$为Nussbaum型函数, 如果

$$V(t) \leqslant \int_0^t [N(k(\tau)) + 1]\dot{k}(\tau)\mathrm{d}\tau + c_0, \quad \forall t \in [0, t_{\mathrm{f}}), \tag{5}$$

式中: $c_1 > 0$, c_0为适当的常数, 则$\int_0^t [N(k(\tau)) + 1] \cdot \dot{k}(\tau)\mathrm{d}\tau$, $V(t)$, 以及$k(t)$在$[0, t_{\mathrm{f}})$上有界.

引理 2 $V(\cdot)$和$k(\cdot)$为定义在$[0, t_{\mathrm{f}})$上的光滑函数, $V(t) \geqslant 0, \forall t \in [0, t_{\mathrm{f}})$, $N(\cdot)$为Nussbaum型函数, 如果

$$V(t) \leqslant \mathrm{e}^{-c_1 t} \int_0^t [N(k(\tau)) + 1]\dot{k}(\tau)\mathrm{e}^{c_1 \tau}\mathrm{d}\tau + c_0, \quad \forall t \in [0, t_{\mathrm{f}}), \tag{6}$$

式中: $c_1 > 0$, c_0为适当的常数, 则$\int_0^t [N(k(\tau)) + 1] \cdot \dot{k}(\tau)\mathrm{d}\tau$, $V(t)$以及$k(t)$在$[0, t_{\mathrm{f}})$上有界.

4.2 误差变换(Error transformation)

为了将跟踪误差约束在预设的范围内, 首先提出预设性能函数[15], 定义如下:

定义 1 假设函数$\rho(t)$为正定、严格递减的, 并且$\lim\limits_{t\to\infty} \rho(t) = \rho_\infty > 0$, 则称光滑函数$\rho(t)$为预设性能函数.

由系统控制要求可得, 跟踪误差必须满足以下条件:

$$-\delta\rho(t) < e(t) < \rho(t),\ e(0) > 0, \tag{7}$$

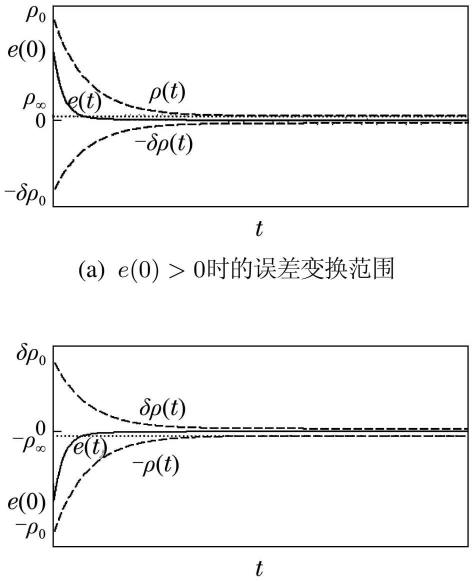
或

$$-\rho(t) < e(t) < \delta\rho(t),\ e(0) < 0, \tag{8}$$

其中: $t \geqslant 0$, $0 \leqslant \delta \leqslant 1$.

本文选择$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)\mathrm{e}^{-lt} + \rho_\infty$, 其中$l$决定$\rho(t)$递减的速率, $\rho_0 = \rho(0)$为允许误差的最大值, ρ_∞为跟踪误差到达稳态时允许的最大值.

图3表示系统跟踪误差在预设范围内的示意图, 图3(a)–(b)分别表示$e(0) > 0$, $e(0) < 0$两种条件下误差的变化范围.



(a) $e(0) > 0$时的误差变换范围

(b) $e(0) < 0$时的误差变换范围

图 3 跟踪误差在预设误差范围内的示意图

Fig. 3 Diagram of tracking error with prescribed performance

误差转换的定义为

$$e(t) = \rho(t)S(z_1), \tag{9}$$

其中: z_1为转换后的误差, $S(\cdot)$是平滑, 严格递增的可逆函数, 满足以下特性:

$$\begin{cases} -\delta < S(z_1) < 1,\ e(0) > 0, \\ -1 < S(z_1) < \delta,\ e(0) < 0, \end{cases} \tag{10}$$

和

$$\begin{cases} \lim\limits_{z_1\to-\infty} S(z_1) = -\delta,\ \lim\limits_{z_1\to+\infty} S(z_1) = 1,\ e(0) > 0, \\ \lim\limits_{z_1\to-\infty} S(z_1) = -1,\ \lim\limits_{z_1\to+\infty} S(z_1) = \delta,\ e(0) < 0. \end{cases} \tag{11}$$

由$S(z_1)$的性质, $\rho(t) \geqslant \rho_\infty > 0$可得, 式(9)的逆变换如下所示:

$$z_1 = S^{-1}(\frac{e(t)}{\rho(t)}). \tag{12}$$

将z_1对时间t求导, 得

$$\dot{z}_1 = \eta(-\upsilon + f_1(\bar{x}_1) + g_1(\bar{x}_1)x_2), \tag{13}$$

其中: $\eta = \dfrac{\partial S^{-1}}{\partial(\dfrac{e(t)}{\rho(t)})}\dfrac{1}{\rho(t)}$, $\upsilon = \dot{y}_{\mathrm{d}} + \dfrac{e(t)\,\dot{\rho}(t)}{\rho(t)}$.

因此转换后的系统状态方程如下所示:

$$\begin{cases}\dot{z}_1=\eta(-\upsilon+f_1(\bar{x}_1)+g_1(\bar{x}_1)x_2),\\ \dot{x}_2=f_2(\bar{x}_2)+g_2(\bar{x}_2)x_3,\\ \quad\vdots\\ \dot{x}_n=f_n(\bar{x}_n)+g_n(\bar{x}_n)u.\end{cases}\tag{14}$$

注 1 通过预设性能函数$\rho(t)$, 将系统跟踪误差预先限定在任意小的范围, 经过式(12)的误差变换后, 转换后的系统(14)与原始系统(1)的结构保持不变, 只要变换后的误差z_1有界, 就能够保证预设性能.

4.3 基于神经网络的自适应控制反步设计(Adaptive control with back-stepping based on neural network)

首先定义如下误差变量:

$$\begin{cases}z_1=S^{-1}(\dfrac{e(t)}{\rho(t)}),\\ z_2=x_2-\alpha_1,\\ \quad\vdots\\ z_n=x_n-\alpha_{n-1}.\end{cases}\tag{15}$$

控制器设计包括n步, 首先设计期望的虚拟控制量, 最终在第n步设计出控制量u. 设计过程如下:

第1步 由式(12)–(13), 选取期望的虚拟控制量

$$\alpha_1=\frac{N(k_1)\zeta_1}{\bar{g}_1(\bar{x}_1)},\tag{16}$$

$$\zeta_1=\frac{c_1}{2\eta}z_1-\upsilon+\hat{f}_1+b_1z_1\eta(1+\bar{g}_1^2),\tag{17}$$

$$\dot{k}_1=z_1\eta\zeta_1,\tag{18}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{f_1}=z_1\eta\phi_{f_1}(x_1)-\lambda\hat{\theta}_{f_1},\tag{19}$$

式中c_1,λ为正实数.

其中, 未知连续函数$f_1(\bar{x}_1)$采用RBF神经网络来逼近, $\hat{f}_1$为$f_1(\bar{x}_1)$的估计值,

$$f_1(\bar{x}_1)=\theta_{f_1}^{*\mathrm{T}}\phi_{f_1}(x_1)+\Delta_1(\bar{x}_i),\tag{20}$$

式中: $\Delta_1(\bar{x}_1)$为重构误差, $|\Delta_1(\bar{x}_1)|<\Delta_{1m}$, $\theta_{f_1}^*$为理想权重向量, $\hat{\theta}_{f_1}$为其估计值, 定义权重估计误差$\tilde{\theta}_{f_1}=\hat{\theta}_{f_1}-\theta_{f_1}^*$.

选择Lyapunov函数如下:

$$V_1=\frac{1}{2}z_1^2+\frac{1}{2}\tilde{\theta}_{f_1}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_{f_1}.\tag{21}$$

对其进行求导得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_1=z_1\dot{z}_1+\tilde{\theta}_{f_1}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\theta}}_{f_1}=\\&z_1\eta(-\upsilon+f_1+g_1x_2)+\tilde{\theta}_{f_1}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\theta}}_{f_1}\leqslant\\&|z_1|\eta(-\upsilon+f_1+g_1z_2+N(k_1)\zeta_1)+\tilde{\theta}_{f_1}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\theta}}_{f_1}.\end{aligned}\tag{22}$$

将式(16)–(20)代入上式, 得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\leqslant{}&\eta g_1|z_1|z_2+[N(k_1)+1]\dot{k}_1-\\&[\frac{c_1}{2}+b_1z_1^2\eta^2(1+\bar{g}_1^2)]z_1^2-\\&\lambda\tilde{\theta}_{f_1}^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_{f_1}+|z_1|\eta\Delta_1.\end{aligned}\tag{23}$$

根据$-\lambda\tilde{\theta}_{f_1}^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_{f_1}\leqslant\dfrac{\lambda}{2}\|\theta_{f_1}^*\|^2-\dfrac{\lambda}{2}\|\tilde{\theta}_{f_1}\|^2$, $-\dfrac{1}{4}\eta z_1^2+|z_1|\eta\Delta_{1m}\leqslant\Delta_{1m}^2$, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\leqslant{}&-[\frac{c_1}{2}+b_1\eta^2(1+\bar{g}_1^2)-\frac{\eta}{4}]z_1^2+\\&\eta g_1|z_1|z_2+[N(k_1)+1]\dot{k}_1+\\&\frac{\lambda}{2}\|\theta_{f_1}^*\|^2-\frac{\lambda}{2}\|\tilde{\theta}_{f_1}\|^2+\Delta_{1m}^2=\\&-[\frac{c_1}{2}+b_1\eta^2(1+\bar{g}_1^2)-\frac{\eta}{4}]z_1^2-\frac{\lambda}{2}\|\tilde{\theta}_{f_1}\|^2+\\&[N(k_1)+1]\dot{k}_1+q_1+\eta g_1|z_1|z_2,\end{aligned}\tag{24}$$

其中$q_1=\dfrac{\lambda}{2}\|\theta_{f_1}^*\|^2+\Delta_{1m}^2$.

为了在下一步中消除$\eta g_1|z_1|z_2$项, 做进一步转化, 由式(24)可以得到

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\leqslant{}&-[\frac{c_1}{2}+b_1\eta^2(1+\bar{g}_1^2)-\frac{\eta+\eta^2}{4}]z_1^2-\\&\frac{\lambda}{2}\|\tilde{\theta}_{f_1}\|^2+[N(k_1)+1]\dot{k}_1+q_1+\\&g_1^2z_2^2-(\frac{\eta z_1}{2}-g_1z_2)^2\leqslant\\&-\lambda_1V_1+[N(k_1)+1]\dot{k}_1+q_1+g_1^2z_2^2.\end{aligned}\tag{25}$$

这里$\lambda_1=\min\{2[\dfrac{c_1}{2}+b_1\eta^2(1+\bar{g}_1^2)-\dfrac{\eta+\eta^2}{4}],\lambda\}$.

这样将问题转化成z_2的有界问题. 将式(25)两边同乘e^{λ_1t}, 得

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(V_1\mathrm{e}^{\lambda_1t})\leqslant{}&[N(k_1)+1]\dot{k}_1\mathrm{e}^{\lambda_1t}+\\&g_1^2z_2^2\mathrm{e}^{\lambda_1t}+q_1\mathrm{e}^{\lambda_1t}.\end{aligned}\tag{26}$$

对上式进行积分, 可得

$$\begin{aligned}V_1(t)\leqslant{}&\frac{q_1}{\lambda_1}+[V_1(0)-\frac{q_1}{\lambda_1}]\mathrm{e}^{-\lambda_1t}+\\&\mathrm{e}^{-\lambda_1t}\int_0^t[N(k_1)+1]\dot{k}_1\mathrm{e}^{\lambda_1\tau}\mathrm{d}\tau+\\&\mathrm{e}^{-\lambda_1t}\int_0^tg_1^2z_2^2\mathrm{e}^{\lambda_1\tau}\mathrm{d}\tau\leqslant\\&\frac{q_1}{\lambda_1}+\mathrm{e}^{-\lambda_1t}\int_0^t[N(k_1)+1]\dot{k}_1\mathrm{e}^{\lambda_1\tau}\mathrm{d}\tau+\\&\mathrm{e}^{-\lambda_1t}\int_0^tg_1^2z_2^2\mathrm{e}^{\lambda_1\tau}\mathrm{d}\tau.\end{aligned}\tag{27}$$

如果在第2步中z_2能够调节到有界, 那么由引理2可以知道z_1也同样有界.

第i步$(2\leqslant i\leqslant n-1)$ 对z_i求导可得

$$\dot{z}_i=f_i+g_ix_{i+1}-\dot{\alpha}_{i-1}.\tag{28}$$

同样式中未知函数$f_i(\bar{x}_i)$采用RBF神经网络来逼近, 即

$$f_i(\bar{x}_i)=\theta_{f_i}^{*\mathrm{T}}\phi_{f_i}(\bar{x}_i)+\Delta_i(\bar{x}_i),\tag{29}$$

式中: $\Delta_i(\bar{x}_i)$为重构误差, $|\Delta_i(\bar{x}_i)|<\Delta_{im}$, $\theta_{f_i}^*$为理想

权重向量, $\hat{\theta}_{f_i}$为其估计值, 定义权重估计误差$\tilde{\theta}_{f_i}=\hat{\theta}_{f_i}-\theta^*_{f_i}$.

选取虚拟控制量α_i如下:

$$\alpha_i=\frac{N(k_i)\zeta_i}{\bar{g}_i(\bar{x}_i)}, \tag{30}$$

$$\zeta_i=\frac{c_i}{2}z_i+\hat{f}_i-\dot{\alpha}_{i-1}+b_iz_i(1+\bar{g}_i^2), \tag{31}$$

$$\dot{k}_i=z_i\zeta_i, \tag{32}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{f_i}=z_i\phi_{f_i}(x_i)-\lambda\hat{\theta}_{f_i}. \tag{33}$$

选择Lyapunov函数如下:

$$V_i=\frac{1}{2}z_i^2+\frac{1}{2}\tilde{\theta}_{f_i}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_{f_i}. \tag{34}$$

应用类似于第1步的推理方法, 可以得到

$$\dot{V}_i\leqslant-\lambda_iV_i+[N(k_i)+1]\dot{k}_i+q_i+g_i^2z_{i+1}^2, \tag{35}$$

式中: $\lambda_i=\min\{2[\frac{c_i}{2}+b_i(1+\bar{g}_i^2)-\frac{1}{4}],\lambda\}$, $q_i=\frac{\lambda}{2}\|\theta^*_{f_i}\|^2+\varDelta^2_{im}$.

由引理2可知, 如若z_{i+1}有界, 则可以推出V_i, $k_i(t)$有界, 从而由式(34)可知z_i, $\hat{\theta}_{f_i}$均有界.

第n步 对于第n个子系统

$$\begin{cases}\dot{z}_n=f_n+g_nu-\alpha_{n-1},\\ u=\varPsi(v)=NN(v,h(v))+\varepsilon.\end{cases} \tag{36}$$

神经网络在改进激励函数后可表达为

$$\begin{aligned}u=&W^{\mathrm{T}}\varPhi(v,h(v))+\varepsilon=\\&W^{\mathrm{T}}V+W^{\mathrm{T}}H+\\&W^{\mathrm{T}}\exp(\|(V,H)-\varTheta\|^2/2\sigma^2)+\varepsilon=\\&W^{\mathrm{T}}V+p,\end{aligned} \tag{37}$$

其中: $V=v\cdot\mathrm{ones}[n,1]$, $H=h(v)\cdot\mathrm{ones}[n,1]$, $\mathrm{ones}[n,1]$表示全1向量, $\varTheta=\begin{bmatrix}\theta_{11}&\theta_{12}&\cdots&\theta_{1n}\\\theta_{21}&\theta_{22}&\cdots&\theta_{2n}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, n为隐层节点个数. $p=W^{\mathrm{T}}H+W^{\mathrm{T}}\exp(\|(V,H)-\varTheta\|^2/2\sigma^2)+\varepsilon$, 由假设2可知$p$有界, 其上界值为$p_{\mathrm{M}}$.

设计最终的控制律

$$\alpha_n=v=\frac{N(k_n)\zeta_n}{\|W_{\mathrm{p}}\|\bar{g}_n(\bar{x}_n)}, \tag{38}$$

$$\begin{aligned}\zeta_n=&\frac{c_n}{2}z_n+\hat{f}_n+\hat{D}-\dot{\alpha}_{n-1}+\\&b_nz_n(1+\bar{g}_n^2),\end{aligned} \tag{39}$$

$$\dot{k}_n=z_n\zeta_n, \tag{40}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{f_n}=z_n\phi_{f_n}(x_n)-\lambda\hat{\theta}_{f_n}, \tag{41}$$

$$\dot{\hat{D}}=d|z_n|, \tag{42}$$

其中: $D=\bar{g}_np_{\mathrm{M}}$, $\hat{D}$为D的估计值, c_n, b_n, d均为正实数.

同样$f_n(\bar{x}_n)$采用RBF神经网络来逼近:

$$f_n(\bar{x}_n)=\theta^{*\mathrm{T}}_{f_n}\phi_{f_n}(\bar{x}_n)+\varDelta_n(\bar{x}_n), \tag{43}$$

式中: $\varDelta_n(\bar{x}_n)$为重构误差, $|\varDelta_n(\bar{x}_n)|<\varDelta_{nm}$, $\theta^*_{f_n}$为理想权重向量, $\hat{\theta}_{f_n}$为其估计值, 定义权重估计误差$\tilde{\theta}_{f_n}=\hat{\theta}_{f_n}-\theta^*_{f_n}$.

注 2 控制器的设计包括n步, 在第1步中, 控制律(16)–(19)是包含$\rho(t)$的. 第2步至第$n-1$步中, 控制律分别在前一步的基础上设计的. 在第n步中, 控制律(38)–(42)是基于第$n-1$步得到, 其中的z_n已经包含$\rho(t)$. 因此, 控制律(38)–(42)是依赖$\rho(t)$的.

定理 1 考虑系统(1)及迟滞模型(2)–(3), 在满足假设的前提下, 经式(12)的误差变换, 采用自适应控制律(38)–(42), 则闭环系统的所有信号均一致有界, 且系统跟踪误差$e(t)$能够达到预设的要求.

证 首先证明闭环系统的所有信号均一致有界, 选取Lyapunov函数

$$V_n=\frac{1}{2}z_n^2+\frac{1}{2}\tilde{\theta}_{f_n}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_{f_n}+\frac{1}{2d}\tilde{D}^{\mathrm{T}}\tilde{D}, \tag{44}$$

式中$\tilde{D}=\hat{D}-D$.

对其进行求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_n=&z_n\dot{z}_n+\tilde{\theta}_{f_n}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\theta}}_{f_n}+\frac{1}{d}\tilde{D}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{D}}=\\&z_n[f_n+g_nu]+\tilde{\theta}_{f_n}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\theta}}_{f_n}+\frac{1}{d}\tilde{D}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{D}}=\\&z_n[f_n+g_n(W^{\mathrm{T}}V+p)]+\\&\tilde{\theta}_{f_n}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\theta}}_{f_n}+\frac{1}{d}\tilde{D}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{D}}\leqslant\\&|z_ng_n|W_{\mathrm{p}}v+|z_n|\bar{g}_np_{\mathrm{M}}+z_nf_n+\\&\tilde{\theta}_{f_n}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\theta}}_{f_n}+\frac{1}{d}\tilde{D}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{D}}.\end{aligned} \tag{45}$$

将式(38)–(42)代入上式, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_n\leqslant&-\lambda_nV_n+[N(k_n)+1]\dot{k}_n+\\&q_n+\tilde{D}^{\mathrm{T}}(\frac{1}{d}\dot{\hat{D}}-|z_n|)=\\&-\lambda_nV_n+[N(k_n)+1]\dot{k}_n+q_n,\end{aligned} \tag{46}$$

其中: $\lambda_n=\min\{2[\frac{c_n}{2}+b_n(1+\bar{g}_n^2)-\frac{1}{4}],\lambda\}$为常数, $q_n=\frac{\lambda}{2}\|\theta^*_{f_n}\|^2+\varDelta^2_{nm}$.

将式(46)两边同乘e^{λ_nt}, 得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(V_n\mathrm{e}^{\lambda_nt})\leqslant q_n\mathrm{e}^{\lambda_nt}+[N(k_n)+1]\dot{k}_n\mathrm{e}^{\lambda_nt}. \tag{47}$$

在$[0,t]$, $t\in[0,t_{\mathrm{f}})$上对式(47)进行积分, 可得

$$\begin{aligned}V_n(t)\leqslant&\frac{q_n}{\lambda_n}+[V_n(0)-\frac{q_n}{\lambda_n}]\mathrm{e}^{-\lambda_nt}+\\&\mathrm{e}^{-\lambda_nt}\int_0^t[N(k_n)+1]\dot{k}_n\mathrm{e}^{\lambda_n\tau}\mathrm{d}\tau\leqslant\\&\frac{q_n}{\lambda_n}+V_n(0)\mathrm{e}^{-\lambda_nt}+\\&\mathrm{e}^{-\lambda_nt}\int_0^t[N(k_n)+1]\dot{k}_n\mathrm{e}^{\lambda_n\tau}\mathrm{d}\tau.\end{aligned} \tag{48}$$

由引理2可以得出V_n和k_n有界, 因此由式(44)得$z_n(t)$和$\hat{\theta}_{f_n}$均有界, 应用$n-1$次引理2, 能够得到V_i, k_i, $\hat{\theta}_{f_i}$, z_i, $1 \leqslant i \leqslant n$在$[0, t_{\mathrm{f}})$上均有界, 因此闭环系统的所有信号均有界.

然后证明系统跟踪该误差能够达到预设的要求, 由式(7)–(11), 图3(a)–(b), 以及本文选择的性能函数$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)\mathrm{e}^{-lt} + \rho_\infty$, 且$\lim\limits_{t\to\infty} |e(t)| < \rho_\infty$, 可知系统跟踪误差能够达到预设的要求.

注 3　通过选择适当的$S(z_1)$, δ可使$\lim\limits_{t\to\infty} e(t) = 0$, 例如当$e(0) > 0$时, 选择$S(z_1) = \dfrac{\mathrm{e}^{z_1} - \delta \mathrm{e}^{-z_1}}{\mathrm{e}^{z_1} + \mathrm{e}^{-z_1}}$, 当$e(0) < 0$时, 选择$S(z_1) = \dfrac{\delta \mathrm{e}^{z_1} - \mathrm{e}^{-z_1}}{\mathrm{e}^{z_1} + \mathrm{e}^{-z_1}}$, $\delta = 1$. 由V_1, z_1有界以及式(21)可得$z_1(t)$平方可积, 即$\int_0^\infty z_1^2(t) < \infty$, 又由式(22)及闭环系统所有信号的有界性可知$\dot{z}_1(t)$在$t \in [0, \infty)$上有界, 因此根据文献[16]的Barbalat引理4可以得到$\lim\limits_{t\to\infty} z_1(t) = 0$, 进一步可得$\lim\limits_{t\to\infty} S(z_1(t)) = 0$, 由式(9)可得$\lim\limits_{t\to\infty} e(t) = 0$.

5　仿真结果(Simulation results)

本文以含有迟滞的二阶严反馈系统为例

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \mathrm{e}^{-0.5x_1} + (1 + x_1^2)x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + [3 + \cos(x_1 x_2)]v, \\ y = x_1, \\ u = \varGamma(v, h(v)) = NN(v, h(v)) + \varepsilon, \end{cases}$$

要求系统输出误差不超过0.01, 选择性能函数$\rho(t) = (0.3 - 0.01)\mathrm{e}^{-2.5t} + 0.01$, 给定期望输出$y_{\mathrm{d}} = 0.5[\sin t + \cos(2t)]$. 神经网络NN采用10个隐层节点, $\varTheta = 0$, $\sigma = 1$.

根据第4部分的控制器设计, 可得上述二阶严反馈系统的控制律:

第1步

$$\alpha_1 = \frac{N(k_1)\zeta_1}{\bar{g}_1(\bar{x}_1)},$$

$$\zeta_1 = \frac{c_1}{2\eta} z_1 - \upsilon + \hat{f}_1 + b_1 z_1 \eta (1 + \bar{g}_1^2),$$

$$\dot{k}_1 = z_1 \eta \zeta_1,$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{f_1} = z_1 \eta \phi_{f_1}(x_1) - \lambda \hat{\theta}_{f_1}.$$

第2步

$$\alpha_2 = v = \frac{N(k_2)\zeta_2}{\|W_{\mathrm{p}}\| \bar{g}_2(\bar{x}_2)},$$

$$\zeta_2 = \frac{c_2}{2} z_2 + \hat{f}_2 + \hat{D} - \dot{\alpha}_1 + b_2 z_2 (1 + \bar{g}_2^2),$$

$$\dot{k}_2 = z_2 \zeta_2,$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{f_2} = z_2 \phi_{f_2}(x_2) - \lambda \hat{\theta}_{f_2},$$

$$\dot{\hat{D}} = d|z_2|.$$

控制器参数$c_1 = 2$, $c_2 = 10$, $b_1 = b_2 = 0.12$, $\lambda = 5$. 由系统输出要求和期望选择$\bar{g}_1(\bar{x}_1) = 3.01 + x_1$, $\bar{g}_2(\bar{x}_2) = 3.51 + 0.5\cos(x_1 x_2)$, 激励函数$\phi_{\mathrm{f}}(\cdot)$选用反S型函数$\phi_{\mathrm{f}}(x) = 1/[1 + \exp(\dfrac{\|x - c\|^2}{2d^2})]$, c和d分别为反S型函数的中心点和宽度, 通过权值$\hat{\theta}_{f_1}$, $\hat{\theta}_{f_2}$的自适应调节可得$\hat{f}_1$, $\hat{f}_2$.

图4表示系统控制量, 图5表示系统实际输出和期望输出的比较图, 图6表示加误差变换和未加误差变换时的跟踪误差比较图. 从图中可以看出, 本文设计的控制方案能够有效跟踪期望输出, 与未加误差变换的控制效果相对比, 本文提出的方法能将系统误差限定在预设的范围内, 提高了跟踪精度, 减小了调整时间.

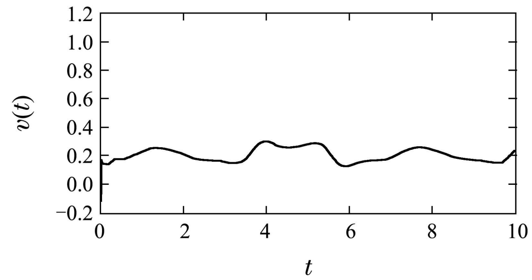


图 4　系统控制量

Fig. 4　Control signal

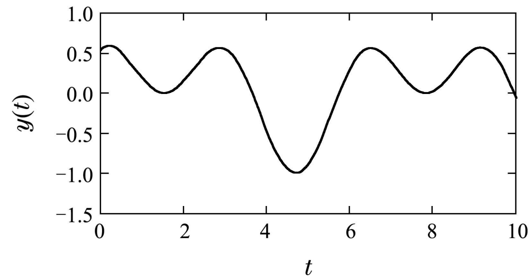


图 5　系统输出位移

Fig. 5　System output

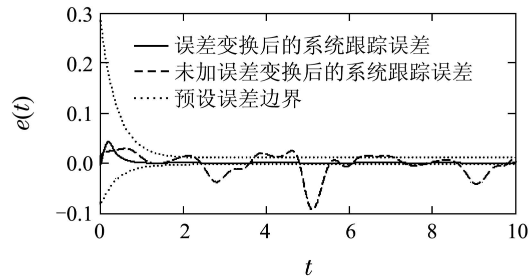


图 6　跟踪误差

Fig. 6　Tracking error

6　总结(Conclusions)

本文针对一类未知控制方向的严反馈迟滞非线性系统, 利用动态迟滞算子来扩展输入空间将迟滞的多值映射转化成一一映射, 从而建立了神经网络迟滞模型. 然后结合误差变换与反步法设计了自适应控制器, 该方法利用RBF神经网络逼近未知函数, 使用Nussbaum型函数处理控制参数符号未知的问题. 该方案能

够将跟踪误差限定在预设范围内,提高了系统的跟踪精度,保证系统的暂态和稳态性能.

参考文献(References):

[1] TAO G, KOLOTOVIC P V. Adaptive control of plants with unknown hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 200 – 212.

[2] 李春涛, 谭永红. 迟滞非线性系统的建模与控制 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 281 – 287.
(LI Chuntao, TAN Yonghong. Modeling and control for nonlinear systems with hysteresis [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(2): 281 – 287.)

[3] WANG Q, SU C Y, TAN Y. On the control of plant with hysteresis: overview and a Prandtl-Ishlinskii hysteresis based control approach [J]. *Acta Automatica Sinca*, 2005, 31(1): 92 – 104.

[4] GU G Y, YANG M J, ZHU L M. Real-time inverse hysteresis compensation of piezoelectric actuators with a modified Prandtl-Ishlinskii model [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2012, 83(6): 065106-1 – 065106-8.

[5] PING G, JOUANEH M. Tracking control of a piezoceramic actuator [J]. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 1996, 4(3): 209 – 216.

[6] ZHOU J. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems with hysteresis nonlinearity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(10): 2627 – 2633.

[7] SU C Y, YURY S, SVOBODA J, et al. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(12): 2427 – 2432.

[8] SU C Y, WANG Q Q, CHEN X K. Adaptive variable structure control of a class of nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(12): 2069 – 2074.

[9] ZHONG J H, YAO B. Adaptive robust precision motion control of a piezoelectric positioning stage [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, 16(5): 1039 – 1046.

[10] KALOUST J, QU Z. Continuous robust control design for nonlinear uncertain systems without a priori knowledge of control direction [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 276 – 282.

[11] YE X D, JIANG J P. Adaptive nonlinear design without a priori knowledge of control direction [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(11): 1617 – 1621.

[12] WEI J D, SUN C T. Constructing hysteretic memory in neural networks [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2000, 30(4): 601 – 609.

[13] 赵新龙, 谭永红, 董建萍. 基于扩展输入空间法的压电执行器迟滞特性动态建模 [J]. 机械工程学报, 2010, 46(20): 169 – 174.
(ZHAO Xinlong, TAN Yonghong, DONG Jianping. Dynamic modeling of rate-dependent hysteresis in piezoelectric actuators based on expanded input space method [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(20): 169 – 174.)

[14] 金奎, 孙明轩. 控制方向未知非线性系统的自适应重复控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1176 – 1180.
(JIN Kui, SUN Mingxuan. Adaptive repetitive control for a class of nonlinear systems with unknown control direction [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1176 – 1180.)

[15] BECHLIOULIS C P, ROVITHAKIS G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 532 – 538.

[16] 闵颖颖, 刘允刚. Barbalat引理及其在系统稳定性分析中的应用 [J]. 山东大学学报(工学版), 2007, 37(1): 51 – 55.
(MIN Yingying, LIU Yungang. Barbalat Lemma and its application in analysis of system stability [J]. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 2007, 37(1): 51 – 55.)

作者简介:

赵新龙 (1977–), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为迟滞非线性系统的建模和控制、精密定位系统控制, E-mail: zhaoxinlong@hotmail.com;

汪佳丽 (1990–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为精密微动平台的建模和控制, E-mail: wangjialixyz@126.com.