DOI: 10.7641/CTA.2016.50057

具有非线性不确定参数的电液伺服系统自适应backstepping控制

林 浩[†],李 恩,梁自泽

(中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室,北京100190)

摘要:针对电液伺服系统中存在非线性不确定参数的问题,提出了一种采用积分型 Lyapunov 函数的自适应 backstepping控制方法.首先定义积分型Lyapunov函数,将电液伺服系统中的非线性不确定参数转化为线性表示;然 后逐步递推设计backstepping 控制器,同时在控制律中加入阻尼项,从而补偿外界干扰对控制性能的影响;基于 Lyapunov稳定性方法,设计了参数自适应律,并且在自适应律中引入充分光滑投影算子,实现对电液伺服系统中不确定参数漂移的抑制作用.搭建了AMESim与MATLAB的联合仿真平台,对所设计的自适应backstepping控制器进行仿真,作为对比,设计了不带有非线性参数估计的自适应backstepping控制器和PID算法.仿真表明,本文所设计的 控制器具有良好的跟踪性能和补偿非线性不确定参数变化的能力.

关键词: 电液伺服系统; 自适应backstepping; 非线性不确定参数; 参数漂移; 投影算子

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Adaptive backstepping controller for electro-hydraulic servo system with nonlinear uncertain parameters

LIN Hao[†], LI En, LIANG Zi-ze

(State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: An adaptive backstepping control method with an integral-type Lyapunov function is designed for an electrohydraulic servo system with nonlinear uncertain parameters. Firstly, the integral-type Lyapunov function is defined to transform the nonlinear parameters to the linear parameters. Then, we design the adaptive backstepping controller with the nonlinear-damping which compensates for external disturbance. Based on Lyapunov method, parameter update laws are given. And sufficiently smooth projection operators are used to conquer the effects of the parameter-drift. Finally, a cosimulation platform using AMESim and Matlab is build to test the performace of the designed controller. By contrast, PID and the adaptive backstepping controller without considering nonlinear parameters are designed and simulated, respectively. The simulation results show that the designed adaptive backstepping controller using nonlinear parameters.

Key words: electro-hydraulic servo system; adaptive backstepping; nonlinear uncertain parameter; parameter-drift; sufficiently smooth projection operator

1 引言(Introduction)

非对称液压缸具有承载能力大、结构紧凑、成本 低廉等优点,因此在液压控制系统中得到了广泛的应 用.但非对称液压缸具有一定的动态不对称性,在实 际应用中,电液伺服系统具有很强的非线性^[1-3],包括 伺服阀的流量-压力特性、死区特性等;外界温度、压 强等变化造成的系统参数不确定性;外部干扰以及系 统未建模动态等.因此,电液伺服系统这种本质上的 非线性给控制器的分析和设计带来极大的不便.

目前,针对电液伺服系统的非线性问题,很多学者

本文责任编委: 丛爽.

提出了基于线性控制理论^[4]和反馈线性化技术^[5-6]的 控制方法;而针对电液伺服系统中的参数不确定 性、外界干扰、未建模动态等的影响,国内外学者将自 适应方法^[7]、鲁棒方法^[2,8]、模糊控制方法^[1,9]等应用 于电液伺服系统控制.由于backstepping方法具有结 构化、系统化,易于处理系统中的不确定和未知参数, 不以线性化为目标等特点,自从其被提出^[10]以来,得 到了很多学者的研究与应用,提出了基于backstepping的液压缸控制方法^[11-13],并取得了良好的控 制性能^[14].

收稿日期: 2015-01-20; 录用日期: 2015-08-20.

[†]通信作者. E-mail: hao.lin@ia.ac.cn; Tel.: +86 10-82544792.

国家科技支撑计划(2013BAF07B05-2),国家自然科学基金项目(61403372)资助.

Supported by National Key Technologies R&D Pillar Program of China (2013BAF07B05-2) and National Natural Science Foundation of China (61374032).

尽管以上所述研究内容广泛,所采用的控制方法 也取得了良好控制效果,但上述研究一般都假设液压 缸左右两腔以及与其相连装置的总初始容积(下文简 称初始容积)V01和V02是确定已知的,这样就进行了一 个重要简化,即,被控对象中的不确定参数均是线性 的. 但在实际液压位置控制系统中, 初始容积V01和 V02是很难精确得到的,并且随着工作过程、工作状 态、安装位置、工作空间等不同, V01和V02的值也是不 同的.因此初始容积是不确定的,被控对象中就存在 非线性不确定参数.针对电液控制系统中存在非线性 不确定参数的问题,目前的研究较少. 文献[15]针对 伺服阀控对称液压缸的问题,提出了一种滑模自适应 的控制方法,通过构造特殊的Lyapunov函数,将被控 对象的非线性不确定参数化为线性参数,进而设计了 滑模自适应控制律,实验结果表明该方法有效的补偿 了非线性不确定参数对系统的影响. 文献[16]提出了 一种基于backstepping的自适应鲁棒控制方法,针对 伺服阀控非对称液压缸的问题,构造了和文献[15]同 样的Lyapunov函数,将非线性参数化为线性参数进行 了控制器和自适应律的设计,实验表明在外界干扰和 非线性参数变化时,所设计的控制律能够提供良好的 位置跟踪性能. 文献[17]参考文献[16]的Lyapunov函 数构造方法,提出了针对泵控非对称液压缸问题的鲁 棒自适应反演控制方法,实验表明提出的控制方法能 够提供精确的控制性能.

本文针对伺服阀控非对称液压缸系统中存在线性与非线性不确定参数以及外界干扰等问题,提出了一种改进的自适应backstepping控制方法.针对非线性不确定参数,本文借鉴文献[18]中Lyapunov函数构造思想,构造了积分型Lyapunov函数,克服非线性参数对系统的影响,简化控制器设计,而文献[15–17]中所构建的Lyapunov函数为本文所构造Lyapunov函数的一种简化特例;针对不确定参数漂移问题,采用自适应律实时估计参数,并采用充分光滑投影算法抑制参数漂移;针对外界干扰问题,在控制器中增加阻尼项,补偿外界干扰对伺服系统的影响.

2 电液伺服系统建模(Modeling of electrohydraulic servo system)

伺服阀控非对称液压缸动力机构示意图如图1所示.在对称阀控非对称液压缸系统中,由于液压缸两 腔面积不等,使液压缸在左右两个方向运动时,开环 增益不相等,因此在列写动力机构基本方程时,需要 分别加以考虑.

对于液压缸节流方程,当 $\dot{y}_{\rm m} > 0$ 时,左腔(无杆腔)与右腔(有杆腔)的流量分别为

$$Q_{1} = c_{\rm d} w x_{\rm v} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{\rm s} - p_{1})}, Q_{2} = c_{\rm d} w x_{\rm v} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{2} - p_{0})},$$
(1)

式中: y_m 为液压缸活塞位移; \dot{y}_m 为活塞运动速度, 且 $\dot{y}_m > 0$; x_v 为伺服阀阀芯位移; c_d 为伺服阀阀口流 量系数; w为伺服阀节流口面积梯度; ρ 为液压油密度; p_s 为液压源压力; p_0 为油箱压力; p_1 为液压缸左腔压 力; p_2 为液压缸右腔压力.





当
$$\dot{y}_{\rm m} < 0$$
时, 液压缸左右两腔的流量分别为
 $Q_1 = c_{\rm d} w x_{\rm v} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_0)}, Q_2 = c_{\rm d} w x_{\rm v} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{\rm s} - p_2)}.$
(2)

因此, 根据式(1)和式(2), 将 $\dot{y}_{m} > 0$ 与 $\dot{y}_{m} < 0$ 时的节流方程合并成下式:

$$\begin{cases}
Q_{1} = c_{d}wx_{v}\sqrt{\frac{2}{\rho}}(S(x_{v})\sqrt{(p_{s}-p_{1})} + S(-x_{v})\sqrt{(p_{1}-p_{0})}), \\
Q_{2} = c_{d}wx_{v}\sqrt{\frac{2}{\rho}}(S(x_{v})\sqrt{(p_{2}-p_{0})} + S(-x_{v})\sqrt{(p_{s}-p_{2})}),
\end{cases}$$
(3)

其中S(x_v)定义为

$$S(x_{v}) = \begin{cases} 1, & x_{v} > 0, \\ 0, & \notin \mathbb{H}. \end{cases}$$
(4)

流量连续方程为:

$$\begin{cases} Q_{1} = A_{1} \frac{\mathrm{d}y_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} + \frac{(V_{10} + A_{1}y_{\mathrm{m}})}{\beta_{\mathrm{e}}} \frac{\mathrm{d}p_{1}}{\mathrm{d}t} + \\ (C_{\mathrm{ec}} + C_{\mathrm{ic}})p_{1} + C_{\mathrm{ic}}p_{2}, \\ Q_{2} = A_{2} \frac{\mathrm{d}y_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} - \frac{(V_{20} - A_{2}y_{\mathrm{m}})}{\beta_{\mathrm{e}}} \frac{\mathrm{d}p_{2}}{\mathrm{d}t} - \\ (C_{\mathrm{ec}} + C_{\mathrm{ic}})p_{2} + C_{\mathrm{ic}}p_{1}, \end{cases}$$
(5)

式中: β_e为液压油弹性模量; A₁, A₂为液压缸无杆腔 和有杆腔的受力面积; V₁₀, V₂₀为液压缸无杆腔和有 杆腔以及与之相连接装置的总初始容积; C_{ec}为液压 缸外泄露系数; C_{ic}为液压缸内泄露系数.

$$A_1 p_1 - A_2 p_2 = m \frac{\mathrm{d}^2 y_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t^2} + B_{\mathrm{c}} \frac{\mathrm{d}y_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} + k y_{\mathrm{m}} + F. \quad (6)$$

式中: m为折算到活塞上的总负载质量; B_c为活 塞及负载的黏性阻尼系数; k为负载弹簧刚度; F为外 负载力.

由于电液伺服阀的频带宽度远大于液压系统固有 频率,因此伺服阀输入电压与阀芯位移之间的关系等 效为比例环节:

$$x_{\rm v} = k_{\rm v} \cdot u, \tag{7}$$

其中: *u*为伺服阀输入电压, *k*_v为比例系数, 且*k*_v>0.

取 $x_1 = y_m, x_2 = \dot{x}_1, x_3 = p_1, x_4 = p_2, 列 写 液 压 缸位置控制系统的状态方程.由于液压缸密封技术的 发展进步,外泄露系数几乎为0,因此在计算时忽略外 泄露系数<math>C_{ie}$ 的影响.

$$\begin{cases} x_{1} = x_{2}, \\ \dot{x}_{2} = -\frac{k}{m} x_{1} - \frac{B_{c}}{m} x_{2} + \frac{A_{1}x_{3} - A_{2}x_{4}}{m} - \frac{1}{m}F, \\ \dot{x}_{3} = \frac{\beta_{e}}{V_{01} + A_{1}x_{1}} (-A_{1}x_{2} - C_{ic}(x_{3} - x_{4}) + \\ k_{v}c_{d}wx_{v}\sqrt{\frac{2}{\rho}}g_{1}u), \\ \dot{x}_{4} = \frac{\beta_{e}}{V_{02} - A_{2}x_{1}} (A_{2}x_{2} + C_{ic}(x_{3} - x_{4}) - \\ k_{v}c_{d}wx_{v}\sqrt{\frac{2}{\rho}}g_{2}u), \end{cases}$$

$$(8)$$

其中:

$$\begin{cases} g_1 = S(u)\sqrt{(p_s - x_3)} + S(-u)\sqrt{(x_3 - p_0)}, \\ g_2 = S(u)\sqrt{(x_4 - p_0)} + S(-u)\sqrt{(p_s - x_4)}. \\ \Leftrightarrow x_{34} = \frac{A_1 * x_3 - A_2 * x_4}{m}. \nexists \textcircled{R} \textcircled{R} \swarrow \textcircled{M} \urcorner \textcircled{P} \rightleftarrows \ddddot{S}; \\ \theta_1 = \frac{k}{m}, \theta_2 = \frac{B_c}{m}, \theta_3 = \frac{\beta_e A_1}{m}, \theta_4 = \frac{\beta_e C_{ic}}{m}, \\ \theta_5 = \frac{\beta_e k_v c_d w x_v}{m} \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \theta_6 = \frac{\beta_e A_2}{m}, \beta_1 = \frac{V_{01}}{A_1}, \\ \beta_2 = \frac{V_{02}}{A_2}, d(t) = -\frac{F}{m}, \varphi_1 = \beta_1 \beta_2, \varphi_2 = \beta_2 - \beta_1. \end{cases}$$

对式(8)化简,得伺服阀控非对称液压缸伺服系统 的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_{34} - \theta_1 x_1 - \theta_2 x_2 + d(t), \\ \dot{x}_{34} = \frac{1}{\varphi_1 + \varphi_2 x_1 - x_1^2} \{ -(\theta_3 \beta_2 + \theta_6 \beta_1) x_2 + (9) \\ (\beta_1 + \beta_2) \theta_4 (x_4 - x_3) + (\theta_3 - \theta_6) x_1 x_2 + \\ [\theta_5 \beta_1 g_2 + \theta_5 \beta_2 g_1 + \theta_5 (g_2 - g_1) x_1] u \}. \end{cases}$$

由于液压伺服系统参数 B_c , β_e , C_{ic} , ρ , V_{01} , V_{02} , F均具有不确定性, 因此, 状态方程(9)中含有线性不 确定参数 $\theta_1 \sim \theta_6$, 非线性不确定参数 φ_1 , φ_2 以及外界 干扰项d(t), 其中非线性不确定参数 φ_1 , φ_2 由液压缸 左右两腔的总初始容积 V_{01} , V_{02} 决定. 在文献[11–14] 中, 均将 V_{01} , V_{02} 看作常数, 则被控对象中的参数 φ_1 与 φ_2 为确定的, 从而简化了控制器的设计过程.

3 假设与引理(Assumption and lemma)

为了简化分析推理过程,根据实际物理系统的性能,对被控系统模型进行如下假设.

假设1 输入信号 x_d 是n阶可微的,且有界.

假设2 系统中的未知不确定参数是有界的,即 存在一个有界集Ω

$$\Omega = \{ \boldsymbol{\theta}_j : \boldsymbol{\theta}_j \leqslant \boldsymbol{\theta}_{j0} \}, \tag{10}$$

其中θ_{i0}是已知的正常数.

假设3 未知非线性项,即干扰项d(t)是有界的, 满足 $|d(t)| \leq D_1$,其中 D_1 为非负常数.

假设 4 $\theta_5\beta_1g_2 + \theta_5\beta_2g_1 + \theta_5(g_2 - g_1)x_1 \neq 0.$ **假设 5** 液压缸输出位移 y_m 满足 $y_m \ge 0$,即状态变量 x_1 满足 $x_1 \ge 0.$

引理1 充分光滑投影算子Proj_d(·)描述如下^[19]:

$$\operatorname{Proj}_{d}(\mu_{i}, \hat{\theta}_{i}) = \mu_{i} - \frac{\pi_{1}\pi_{2} \bigtriangledown p(\theta_{i})}{4(\epsilon^{2} + 2\epsilon\theta_{0})^{n-i}\theta_{0}^{2}},$$

$$i = 1, 2, \cdots, n-1,$$
(11)

其中:

$$p(\hat{\theta}_i) = \hat{\theta}_i^{\mathrm{T}} - \theta_0^2,$$

$$\pi_1 = \begin{cases} p^{n-i}(\hat{\theta}_i), & p(\hat{\theta}_i) > 0, \\ 0, & \ddagger \&, \end{cases}$$

$$\pi_2 = \frac{1}{2} \bigtriangledown p(\hat{\theta}_i) \mu_i + \sqrt{(\frac{1}{2} \bigtriangledown p(\hat{\theta}_i) \mu_i)^2 + \delta^2},$$

式中: ∇ 为梯度算子; ϵ , δ 为任意正常数; θ_0 为 θ_i 的上 界, 即 $|\theta_i| \leq \theta_0$.

当 $\hat{\theta}_i(0) \in \Omega$ 时,该投影算子具有如下性质:

1)
$$\|\theta_i(0)\| \leq \theta_0 + \epsilon, \ \forall t \geq 0;$$

- 2) $\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}} \mu_i \leqslant \tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}} \operatorname{Proj}_{\mathrm{d}}(\mu_i, \hat{\theta}_i);$
- 3) $\operatorname{Proj}_{d}(\mu_{i}, \hat{\theta}_{i}) \mathbb{E}(n-i-1)$ 阶可微的.

4 控制器设计(Controller design)

4.1 控制器设计(Controller design)

电液位置伺服控制的目的是使执行机构的输出位 移 $y_{\rm m}$ 跟踪给定输入 $x_{\rm d}$.本文基于自适应backstepping 方法对系统(9)进行控制器设计.

参数定义: $\hat{\theta}_i$ 表示参数 θ_i 的估计值; $\tilde{\theta}_i$ 为参数 θ_i 的 估计误差, $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$.

$$z_1 = x_1 - x_d, z_2 = x_2 - x_{2d}, z_3 = x_{34} - x_{34d}.$$

(12)

其中: x_{2d}, x_{34d}为虚拟控制律, z₁, z₂, z₃为控制误差.

步骤1 对第1个子系统, 被控对象 $\dot{x}_1 = x_2$. 因此

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_d = x_2 - \dot{x}_d.$$

取虚拟控制律

$$x_{\rm 2d} = -k_1 z_1 + \dot{x}_{\rm d},\tag{13}$$

则

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2, \tag{14}$$

式中 k_1 为设计常数, 且 $k_1 > 0$.

步骤2 对于第2个子系统,记

$$\dot{x}_2 = x_{34} + \boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_1(x) + d(t), \qquad (15)$$

其中:
$$\boldsymbol{\theta}_1 = [\theta_1 \ \theta_2]^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\omega}_1(x) = [-x_1 \ -x_2]^{\mathrm{T}}, 则$$

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = x_{34} - \dot{x}_{2d} + \boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_1(x) + d(t).$$
 (16)

取虚拟控制律为

$$x_{34d} = -k_2 z_2 - z_1 + \dot{x}_{2d} - \hat{\theta}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_1(x) - \frac{D_1^2}{2\varepsilon} z_2, \qquad (17)$$

式中: $\frac{D_1^2}{2\varepsilon} z_2$ 为阻尼项,用于补偿式(16)中的干扰项 d(t)的影响; k_2 , ε 为设计常数, 且 $k_2 > 0$, $\varepsilon > 0$.

对第2个子系统,选取备选Lyapunov函数为

$$V_{2} = \frac{1}{2}z_{1}^{2} + \frac{1}{2}z_{2}^{2} + \frac{1}{2\gamma_{1}}\widetilde{\theta}_{1}^{\mathrm{T}}\widetilde{\theta}_{1}, \qquad (18)$$

求V₂对时间的导数,并将虚拟控制律(17)与式(16)带入,得

$$\frac{D_1^2}{2\varepsilon} z_2^2 + \frac{\varepsilon}{2} \ge |z_2| D_1.$$
(19)

因此V₂满足

$$\dot{V}_2 \leqslant -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 + \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_1^{\mathrm{T}}(z_2 \boldsymbol{\omega}_1(x) - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1) + |z_2| \left(d(t) - D_1 \right) + \frac{\varepsilon}{2} \leqslant$$

$$-k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 + \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_1^{\mathrm{T}}(z_2 \boldsymbol{\omega}_1(x) - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1) + \frac{\varepsilon}{2}.$$

$$(20)$$

取参数自适应律为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 = \gamma_1 \operatorname{Proj}_{\mathrm{d}}(\mu_1, \hat{\boldsymbol{\theta}}_1),$$
 (21)

式中 $\mu_1 = z_2 \boldsymbol{\omega}_1(x).$

将参数自适应律(21)带入式(20),并根据引理中充 分光滑投影算子的性质(2),得到

$$\dot{V}_{2} \leqslant -k_{1}z_{1}^{2} - k_{2}z_{2}^{2} + z_{2}z_{3} + \widetilde{\theta}_{1}^{\mathrm{T}}(\mu_{1} - \frac{1}{\gamma}\dot{\widehat{\theta}}_{1}) + \frac{\varepsilon}{2} \leqslant -k_{1}z_{1}^{2} - k_{2}z_{2}^{2} + z_{2}z_{3} + \frac{\varepsilon}{2}.$$
(22)

上式中的z2z3项,将在下一步的设计中消去.

$$\dot{x}_{34} = \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_2(x)} \left[\boldsymbol{\theta}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_3(x) + \boldsymbol{\theta}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_4(x)u\right], \quad (23)$$

其中

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}_{2} = [\beta_{1}\beta_{2} \ \beta_{2} - \beta_{1} \ 1]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\theta}_{3} = [\theta_{3}\beta_{2} + \theta_{6}\beta_{1} \ \theta_{3} - \theta_{6} \ (\beta_{1} + \beta_{2})\theta_{4}]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\theta}_{4} = [\theta_{5}\beta_{1} \ \theta_{5}\beta_{2} \ \theta_{5}]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\omega}_{2}(x) = [1 \ x_{1} \ -x_{1}^{2}]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\omega}_{3}(x) = [-x_{2} \ x_{1}x_{2} \ x_{4} - x_{3}]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\omega}_{4}(x) = [g_{2} \ g_{1} \ (g_{2} - g_{1})x_{1}]^{\mathrm{T}}. \end{cases}$$

因此

$$\dot{z}_{3} = \dot{x}_{34} - \dot{x}_{34d} = \frac{1}{\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{2}(x)} \left[\boldsymbol{\theta}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{3}(x) + \boldsymbol{\theta}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{4}(x)u\right] - \dot{x}_{34d}.$$
 (24)

定义备选Lyapunov函数

$$V_3 = \int_{x_{34\mathrm{d}}}^{x_{34}} (\eta - x_{34\mathrm{d}}) \boldsymbol{\theta}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_2(\eta) \boldsymbol{\xi}(\eta) \mathrm{d}\eta,$$

其中: $\xi(\eta)$ 是可微的,且满足 $\xi(\eta) > 0$; $\eta = \lambda x_{34} + (1 - \lambda)x_{34d}, \lambda$ 为[0, 1]之间的常数,则d $\eta = (x_{34} - x_{34d})$ d λ .

由于
$$\theta_2^{\mathrm{T}}\omega_2(x) > 0$$
, 则 $V_3 > 0$.
令 $\sigma = \eta - x_{34d}$, 则d $\sigma = d\eta$.
 $V_3 = \int_0^{z_3} \sigma \theta_2^{\mathrm{T}} \omega_2(\sigma + x_{34d}) \xi(\sigma + x_{34d}) \mathrm{d}\sigma$. (25)
对上式进行积分求解,

$$V_{3} = \int_{0}^{z_{3}} \sigma \theta_{2}^{\mathrm{T}} \omega_{2}(\sigma + x_{34\mathrm{d}}) \xi(\sigma + x_{34\mathrm{d}}) \mathrm{d}\sigma = \frac{1}{2} \sigma^{2} \theta_{2}^{\mathrm{T}} \omega_{2}(\sigma + x_{34\mathrm{d}}) \xi(\sigma + x_{34\mathrm{d}}) |_{0}^{z_{3}} - \int_{0}^{z_{3}} \sigma \theta_{2}^{\mathrm{T}} \left[\omega_{2}(\sigma + x_{34\mathrm{d}}) \xi(\sigma + x_{34\mathrm{d}}) \right]' \mathrm{d}\sigma = \frac{1}{2} z_{3}^{2} \theta_{2}^{\mathrm{T}} \omega_{2}(x) \xi(x) - \int_{0}^{z_{3}} \sigma \theta_{2}^{\mathrm{T}} \left[\omega_{2}(\sigma + x_{34\mathrm{d}}) \xi(\sigma + x_{34\mathrm{d}}) \right]' \mathrm{d}\sigma.$$

185

在本文所研究的液压伺服系统中 $\theta_2^{\mathrm{T}}\omega_2(x)$ 不包含 x_3 的项,因此上式可简化为

$$V_{3} = \frac{1}{2} z_{3}^{2} \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{2}(x) \xi(x) - \int_{0}^{z_{3}} \sigma \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{2}(x_{1}) \left[\xi(\sigma + x_{34\mathrm{d}})\right]' \mathrm{d}\sigma. \quad (26)$$

当 $\int_{0}^{z_3} \sigma \theta_2^{\mathrm{T}} \omega_2(x_1) [\xi(\sigma + x_{34d})]' d\sigma = 0$ 时,式(26)化简为 $V_3 = \frac{1}{2} z_3^2 \theta_2^{\mathrm{T}} \omega_2(x) \xi(x)$,与参考文献[15–17]中所构造的Lyapunov函数相一致.因此,文献[15–17]所构造的Lyapunov函数是本文所构造Lyapunov函数的一种简化特例.

根据积分号下求导定理,对式(26)求导数.

$$\dot{V}_{3} = \dot{x}_{34d} \int_{0}^{z_{3}} \sigma \frac{\mathrm{d}[\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{2}(\sigma + x_{34d})\xi(\sigma + x_{34d})]}{\mathrm{d}\sigma} \mathrm{d}\sigma + z_{3} \left[\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{2}(x)\right] \xi(x)\dot{z}_{3} = \dot{x}_{34d} \left\{\sigma \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{2}(\sigma + x_{34d})\xi(\sigma + x_{34d})\right\|_{0}^{z_{3}} - \int_{0}^{z_{3}} \left[\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{2}(\sigma + x_{34d})\xi(\sigma + x_{34d})\right] \mathrm{d}\sigma \right\} + z_{3} \left[\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{2}(x)\right] \xi(x)\dot{z}_{3} = z_{3} \left[\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{2}(x)\right] \xi(x)(\dot{z}_{3} + \dot{x}_{34d}) - \dot{x}_{34d} \int_{x_{34d}}^{x_{34d}} \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{2}(\eta)\xi(\eta)\mathrm{d}\eta = z_{3}\xi(x) \left[\boldsymbol{\theta}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{3}(x) + \boldsymbol{\theta}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{4}(x)u - \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}} \frac{\overline{W}(z_{3}, x_{34d})}{\xi(x)}\dot{x}_{34d}\right],$$
(27)

其中
$$\overline{W}(z_3, x_{34d}) = \frac{1}{z_3} \int_{x_{34d}}^{x_{34}} \omega_2(\eta) \xi(\eta) d\eta.$$

下面推导 \dot{x}_{34d} 的表达式.
由于 $x_{2d} = -k_1 z_1 + k_1 x_d + \dot{x}_d,$ 因此,
 $\dot{x}_{2d} = -k_1 x_2 + k_1 \dot{x}_d + \ddot{x}_d.$ (28)

将式(14)(16)以及式(28)带入x34d的表达式(17),得

$$x_{34d} = -(\frac{D_1^2}{2\varepsilon} + k_2)z_2 - z_1 - k_1x_2 + k_1\dot{x}_d + \\ \ddot{x}_d - \hat{\theta}_1^T \omega_1(x) = \\ \sum_{j=1}^2 \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_j} x_j + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_d^{(j-1)}} x_d^{(j-1)}.$$
(29)

式中

$$\begin{cases} \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_1} = -(\frac{D_1^2}{2\varepsilon} + k_2)k_1 + \hat{\theta}_1 - 1, \\ \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_2} = -(\frac{D_1^2}{2\varepsilon} + k_2) - k_1 + \hat{\theta}_2, \\ \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_\mathrm{d}} = (\frac{D_1^2}{2\varepsilon} + k_2)k_1 + 1, \\ \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial \dot{x}_\mathrm{d}} = (\frac{D_1^2}{2\varepsilon} + k_2) + k_1, \quad \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial \ddot{x}_\mathrm{d}} = 1. \end{cases}$$

If U

$$\dot{x}_{34d} = \sum_{j=1}^{2} \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_j} \dot{x}_j + \sum_{j=1}^{2} \frac{\partial x_{34d}}{\partial \hat{\theta}_j} \dot{\hat{\theta}}_j + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_d} x_d^{(j)} = \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_2} x_{34} + \sum_{j=1}^{2} \frac{\partial x_{34d}}{\partial \hat{\theta}_j} \dot{\hat{\theta}}_j + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_d} \dot{\hat{\theta}}_j + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_d} x_d^{(j-1)} x_d^{(j)} + \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_2} \theta_1^{\mathrm{T}} \omega_1(x) + \frac{\partial x_{34d}}{\partial x_2} d(t).$$
(30)

根据上述推导过程可知, *x*_{34d}的表达式(30)的前4 项为确定项, 第5项为带有不确定参数的项, 最后1项 为干扰项.因此将式(30)代入式(27)得

$$\dot{V}_{3} = z_{3}\xi(x)\{\boldsymbol{\theta}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{3}(x) + \boldsymbol{\theta}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{4}(x)u - \\ \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\frac{\overline{W}(z_{3}, x_{34\mathrm{d}})}{\xi(x)}[\frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{1}}x_{2} + \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{2}}x_{34} + \\ \sum_{j=1}^{2}\frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial\hat{\theta}_{j}}\dot{\hat{\theta}}_{j} + \sum_{j=1}^{3}\frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{\mathrm{d}}^{(j-1)}}x_{\mathrm{d}}^{(j)}] - \\ \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\frac{\overline{W}(z_{3}, x_{34\mathrm{d}})}{\xi(x)}\frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{2}}\boldsymbol{\theta}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{1}(x) - \\ \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\frac{\overline{W}(z_{3}, x_{34\mathrm{d}})}{\xi(x)}\frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{2}}d(t)\}.$$
(31)
简化上式, 令

$$\boldsymbol{\varpi}_{1}(x) = \frac{\overline{W}(z_{3}, x_{34\mathrm{d}})}{\xi(x)} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{1}} x_{2} + \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{2}} x_{34} + \\ \sum_{j=1}^{2} \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial \hat{\theta}_{j}} \dot{\hat{\theta}}_{j} + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{\mathrm{d}}^{(j-1)}} x_{\mathrm{d}}^{(j)} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\theta}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{2}(x) = \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}} \frac{\mathcal{W}(z_{3}, x_{34\mathrm{d}})}{\xi(x)} \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{2}} \boldsymbol{\theta}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{1}(x),$$
$$\boldsymbol{\varpi}_{3}(x) = \overline{W}(z_{3}, x_{34\mathrm{d}}) \frac{\partial x_{34\mathrm{d}}}{\partial x_{2}}.$$
(32)

则式(31)可以简化为

$$\dot{V}_{3} = z_{3}\xi(x)[\boldsymbol{\theta}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{3}(x) + \boldsymbol{\theta}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{4}(x)u - \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{1}(x) - \boldsymbol{\theta}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{2}(x)] - z_{3}\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{3}(x)d(t).$$
(33)

因此,取控制律为

$$u = \frac{1}{\hat{\theta}_4^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_4(x)} \begin{bmatrix} -k_3 z_3 - z_2 \\ \xi(x) \end{bmatrix} - \hat{\theta}_3^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_3(x) + \hat{\theta}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_1(x) + \hat{\theta}_{12}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_2(x) - \frac{D_2^2}{2\varepsilon\xi(x)} z_3 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

其中 D_2 为干扰项 $\theta_2^{\mathrm{T}} \omega_3(x) d(t)$ 的上界,满足

$$\left|\boldsymbol{\theta}_{2}^{T}\boldsymbol{\varpi}_{3}(x)d(t)\right| \leqslant D_{2}.$$
(35)

将控制律(34)代入式(33),得 $\dot{V}_3 = -k_3 z_3^2 - z_2 z_3 + z_3 \xi(x) [\tilde{\theta}_3^{\mathrm{T}} \omega_3(x) + \tilde{\theta}_4^{\mathrm{T}} \omega_4(x) u - \tilde{\theta}_2^{\mathrm{T}} \overline{\omega}_1(x) - \tilde{\theta}_{12}^{\mathrm{T}} \overline{\omega}_2(x)] -$

$$\frac{D_2^2}{2\varepsilon} z_3^2 - z_3 \boldsymbol{\theta}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varpi}_3(x) d(t).$$
(36)

利用Young不等式与式(35),则式(36)可化简为

$$\dot{V}_{3} = -k_{3}z_{3}^{2} - z_{2}z_{3} + z_{3}\xi(x)[\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{3}(x) + \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{4}(x)u - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{1}(x) - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{2}(x)] - \\ \frac{D_{2}^{2}}{2\varepsilon}z_{3}^{2} - z_{3}\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{3}(x)d(t) - \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} \leqslant \\ -k_{3}z_{3}^{2} - z_{2}z_{3} + z_{3}\xi(x)[\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{3}(x) + \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{4}(x)u - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{1}(x) - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{2}(x)] - \\ D_{2}|z_{3}| - z_{3}\boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{3}(x)d(t) + \frac{\varepsilon}{2} \leqslant \\ -k_{3}z_{3}^{2} - z_{2}z_{3} + \frac{\varepsilon}{2} + z_{3}\xi(x)[\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{3}(x) + \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{4}(x)u - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{1}(x) - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}_{2}(x)]. \quad (37)$$

设计参数自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{2} = \gamma_{2} \operatorname{Proj}_{d}(\mu_{2}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{2}), \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{3} = \gamma_{3} \operatorname{Proj}_{d}(\mu_{3}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{3}), \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{4} = \gamma_{4} \operatorname{Proj}_{d}(\mu_{4}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{4}), \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{12} = \gamma_{12} \operatorname{Proj}_{d}(\mu_{12}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{12}), \end{cases}$$
(38)

其中 $\operatorname{Proj}_{d}(\mu_{i}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i}), i=2, 3, 4, 12,$ 设计为连续的,并有

$$\begin{cases} \mu_2 = -z_3 \xi(x) \boldsymbol{\varpi}_1(x), \\ \mu_3 = z_3 \xi(x) \boldsymbol{\omega}_3(x), \\ \mu_4 = z_3 \xi(x) \boldsymbol{\omega}_4(x) u, \\ \mu_{12} = -z_3 \xi(x) \boldsymbol{\varpi}_2(x). \end{cases}$$

4.2 稳定性分析(Stability analysis)

定理1 对于电液伺服系统(9),在满足假设1-5的条件下,采用控制律(34)和参数自适应律(38)时:

1) 闭环控制系统是稳定的.

2) 系统(9)的跟踪误差 $z_1 = y_m - x_d$,以及估计参 数 $\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \hat{\theta}_4, \hat{\theta}_{12}$ 是最终一致有界的.

3) 当
$$t \to \infty$$
时, 跟踪误差绝对收敛于 $\sqrt{\frac{\varepsilon}{k_0}}$ 内, 即 $\lim_{t \to \infty} |z_1| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{k_0}}$, 其中 $k_0 = \min\{k_1, k_2, k_3\}$.

证 对控制系统(9)选择备选Lyapunov函数

$$V = V_{2} + V_{3} + \frac{1}{2\gamma_{2}} \widetilde{\theta}_{2}^{\mathrm{T}} \widetilde{\theta}_{2} + \frac{1}{2\gamma_{3}} \widetilde{\theta}_{3}^{\mathrm{T}} \widetilde{\theta}_{3} + \frac{1}{2\gamma_{4}} \widetilde{\theta}_{4}^{\mathrm{T}} \widetilde{\theta}_{4} + \frac{1}{2\gamma_{12}} \widetilde{\theta}_{12}^{\mathrm{T}} \widetilde{\theta}_{12}, \qquad (39)$$

式中:

$$\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_2 = \boldsymbol{\theta}_2 - \hat{\boldsymbol{\theta}}_2, \ \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_3 = \boldsymbol{\theta}_3 - \hat{\boldsymbol{\theta}}_3, \\ \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_4 = \boldsymbol{\theta}_4 - \hat{\boldsymbol{\theta}}_4, \ \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{12} = \boldsymbol{\theta}_{12} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{12}.$$

由于V₂ > 0, V₃ > 0, 则V > 0. 对式(39)求导, 得

$$\dot{V} = \dot{V}_2 + \dot{V}_3 - \frac{1}{\gamma_2} \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_2^{\mathrm{T}} \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_2 - \frac{1}{\gamma_3} \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_3^{\mathrm{T}} \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_3 - \frac{1}{\gamma_4} \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_4^{\mathrm{T}} \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_4 - \frac{1}{\gamma_{12}} \widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{12}^{\mathrm{T}} \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{12}.$$
(40)

分别将式(22) (37)以及自适应律(38)代入式(40), 得

$$\begin{split} \dot{V} &\leqslant -k_{1}z_{1}^{2} - k_{2}z_{2}^{2} + z_{2}z_{3} + \frac{\varepsilon}{2} - \\ k_{3}z_{3}^{2} - z_{2}z_{3} + z_{3}\xi(x)[\tilde{\theta}_{3}^{\mathrm{T}}\omega_{3}(x) + \\ \tilde{\theta}_{4}^{\mathrm{T}}\omega_{4}(x)u - \tilde{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\overline{\omega}_{1}(x) - \tilde{\theta}_{12}^{\mathrm{T}}\overline{\omega}_{2}(x)] + \frac{\varepsilon}{2} - \\ \frac{1}{\gamma_{2}}\tilde{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}\dot{\dot{\theta}}_{2} - \frac{1}{\gamma_{3}}\tilde{\theta}_{3}^{\mathrm{T}}\dot{\dot{\theta}}_{3} - \frac{1}{\gamma_{4}}\tilde{\theta}_{4}^{\mathrm{T}}\dot{\dot{\theta}}_{4} - \frac{1}{\gamma_{12}}\tilde{\theta}_{12}^{\mathrm{T}}\dot{\dot{\theta}}_{12} = \\ -k_{1}z_{1}^{2} - k_{2}z_{2}^{2} - k_{3}z_{3}^{2} + \varepsilon - \\ \tilde{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}[z_{3}\xi(x)\overline{\omega}_{1}(x) + \dot{\dot{\theta}}_{2}] + \tilde{\theta}_{3}^{\mathrm{T}}[z_{3}\xi(x)\overline{\omega}_{3}(x) - \\ \dot{\dot{\theta}}_{3}] + \tilde{\theta}_{4}^{\mathrm{T}}[z_{3}\xi(x)\overline{\omega}_{2}(x) + \dot{\dot{\theta}}_{12}] = \\ -k_{1}z_{1}^{2} - k_{2}z_{2}^{2} - k_{3}z_{3}^{2} + \varepsilon + \\ \tilde{\theta}_{2}^{\mathrm{T}}[\mu_{2} - \operatorname{Proj}_{d}(\mu_{2}, \hat{\theta}_{2})] + \tilde{\theta}_{3}^{\mathrm{T}}[\mu_{3} - \\ \operatorname{Proj}_{d}(\mu_{2}, \hat{\theta}_{3})] + \tilde{\theta}_{4}^{\mathrm{T}}[\mu_{4} - \operatorname{Proj}_{d}(\mu_{2}, \hat{\theta}_{4})] - \\ \tilde{\theta}_{12}^{\mathrm{T}}[\mu_{12} - \operatorname{Proj}_{d}(\mu_{2}, \hat{\theta}_{12})]. \end{split}$$

$$(41)$$

根据引理中充分光滑投影算子的性质(2),得

$$\dot{V} \leqslant -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 + \varepsilon.$$
 (42)

令 $k_0 = \min\{k_1, k_2, k_3\}$,则由式(42)可得

$$\dot{V} \leqslant -k_0 \sum_{j=1}^3 z_j^2 + \varepsilon.$$
(43)

当下式满足时, 有V < 0.

$$\sum_{j=1}^{3} z_j^2 > \frac{\varepsilon}{k_0}.$$
(44)

因此,根据上式分析,可知V(t)是最终一致有界的,结合式(39)知, $z_j(j = 1, 2, 3)$ 是最终一致有界的; $\hat{\theta}_j(j = 2, 3, 4, 12)$ 是最终一致有界的.由于 $z_1 = y_m$ $- x_d, z_2 = x_2 - x_{2d}, z_3 = x_{34} - x_{34d}, x_d$ 是有界的, 则 y_m, x_2, x_{34} 是有界的.

由于 $x_{34} = A_1x_3 - A_2x_4$,尽管 x_{34} 有界,但不能 保证 x_3 和 x_4 有界.然而在实际液压系统中, $x_3 = p_1$, $x_4 = p_2$ 分别为液压缸两腔的压力,当伺服系统稳定 平滑工作时, p_1 , p_2 满足关系式 $p_0 < p_1 < p_s$, $p_0 < p_2 < p_s$,因此 x_3 和 x_4 也是有界的.所以,整个控制系 统中的所有信号均是有界的,闭环系统是稳定的.

考虑不等式(43),系统的跟踪误差满足

$$z_1 | \leqslant \sqrt{\frac{\varepsilon}{k_0}}.$$
(45)

由于 k_0 是依赖于控制系数 k_j (j = 1, 2, 3)的,因此适 当选取参数 k_j (j = 1, 2, 3)和 ε 可以缩小系统的跟踪误

5 仿真(Simulation)

为了验证所设计的算法的合理性,本部分使用液压 仿 真 软 件AMESim与MATLAB进 行 联 合 仿 真. AMESim是法国IMAGINE公司于1995年推出的基于键合图的液压/机械系统建模、仿真及动力学分析软件,已被很多学者用于系统设计和算法验证^[20-22]. 图2所示为在AMESim中搭建的联合仿真平台,包括控制器模块、油源模块、伺服阀、液压缸、质量块和弹簧阻尼单元等,其中u_out为控制器输出量.



图 2 AMESim与MATLAB联合仿真平台



在AMESim搭建的仿真环境中设置液压系统参数, 如表1所示.所设计的自适应backstepping算法(图3–5 中"带初始容积自适应backstepping算法"所示曲线) 的控制参数分别为: $\xi(x) = 1, k_1 = 2.7, k_2 = 1.2, k_3 = 0.01, D_1 = 100, D_2 = 1000, \varepsilon = 0.0001. 作为$ 对比,分别设计如下两种算法. 1) PID算法,控制参数 $为:比例增益<math>K_p = 313$,积分增益 $K_i = 9$,微分增益 $K_d = 0.01. 2$)为了验证对参数 V_{01} 和 V_{02} 估计的有效 性和必要性,去掉所设计算法中对非线性参数的估计, 认为 V_{01} 和 V_{02} 为常数,即只保留对线性不确定参数的 估计,图3–5中"无初始容积自适应backstepping算 法"所示曲线.

跟踪的输入信号分别为阶跃信号(46)和正弦信 号(47).

$$x_{\rm d} = \begin{cases} 0.1, & t \ge 0; \\ 0, & \ddagger \&, \end{cases}$$
(46)

$$x_{\rm d} = 0.5 + 0.4 \sin t. \tag{47}$$

分别对3种算法进行仿真,其中对阶跃信号(46)的跟踪 误差如图3所示.可以看出,三者都实现了无静差的跟 踪,并且调节时间基本相同;本文所设计算法与不带 有非线性参数估计的自适应backstepping算法具有几 乎一致的响应性能,而PID算法为了实现快速跟踪性 能,出现了超调现象.

表 1 AMESim仿真平台中液压系统参数表 Table 1 System parameters set in AMESim

参数	值	参数	值
$B_{\rm c}/({ m N}\cdot{ m s}\cdot{ m m}^{-1})$	1000	$K/(N \cdot m^{-1})$	1200
$m/{ m kg}$	8	F/N	80
$ ho/({ m kg}{ m \cdot}{ m m}^{-3})$	900	$\beta_{\rm e}/{\rm bar}$	1500
$C_{\rm ic}/({\rm m}^3 \cdot ({\rm N} \cdot {\rm s})^{-1})$	2.5×10^{-15}	$k_{\rm v}/{\rm mA}^{-1}$	0.005
$p_{\rm s}/{\rm bar}$	150	p_0/bar	0
V_{01} / cm^{-3}	50	V_{02}/cm^{-3}	50



Fig. 3 Tracking error for step signal

3种算法对正弦信号(47)的跟踪性能如图4所示. 可以看出,本文所设计算法稳定性和跟踪性能都较好; 无非线性参数估计的自适应backstepping算法的跟踪 误差与本文所设计算法相近,跟踪性能基本一致; 而PID算法误差明显较大,但在实际应用中仍可接受.

为了验证参数 V_{01} 和 V_{02} 变化对液压系统系能的影响,改变初始容积为 $V_{01} = 120 \text{ cm}^{-3}$ 和 $V_{02} = 70 \text{ cm}^{-3}$,进行正弦信号跟踪试验,结果如图5所示.可以看出,本文所设计算法跟踪性能几乎没有发生变化;而无非线性参数估计的自适应backstepping算法的跟踪误差增大,明显大于本文所设计控制器的跟踪误差;PID的跟踪性能在三者中最差,跟踪误差明显增大.



Fig. 4 Tracking error for sine signal



图 5 V_{01} 和 V_{02} 变化时的正弦信号跟踪误差图 Fig. 5 Tracking error for sine signal when V_{01} , V_{02} change

6 结论(Conclusions)

在伺服阀控非对称液压缸位置伺服系统中,液压 缸左右两腔初始容积的不确定性导致了被控对象中 含有非线性不确定参数,本文针对该问题提出了一种 采用积分型Lyapunov函数的自适应backstepping控制 方法.该方法考虑电液伺服系统的特点,设计了积分 型Lyapunov函数,将非线性参数化为线性参数,针对 化简后的被控对象各个子系统分别设计了控制器.然 后,采用Lyapunov稳定性方法证明了所设计的控制系 统是最终一致有界的.最后通过搭建的AMESim与 MATLAB联合仿真平台对比仿真表明,所设计的控制 器控制性能良好,有效地克服了线性与非线性参数的 不确定性和外界干扰对系统的影响.

参考文献(References):

- JIN B Q. Study on the fuzzy sliding mode control method of electrohydraulic position servo control system [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2010.
- [2] BU F P, YAO B. Observer based coordinated adaptive robust control of robot manipulators driven by single-rod hydraulic actuators [C] //Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Francisco: IEEE, 2000, 3: 3034 – 3039.
- [3] GAN C, PAN S. Nonlinear adaptive robust control of single-rod electro-hydraulic actuator with unknown nonlinear parameters [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2008, 16(3): 434 – 445.
- [4] BOBROW J E, LUM K. Adaptive high bandwidth control of a hydraulic actuator [C] //Proceedings of American Control Conference. Washington: IEEE, 1995, 6: 71 – 75.
- [5] SUN Yibiao, GUO Qingding. Feedback linearization speed tracking control of linear servo system based on sliding mode observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(6): 391 397. (孙宣标, 郭庆鼎. 基于滑模观测器的直线伺服系统反馈线性化速度 跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2004, 21(6): 391 397.)
- [6] YU Jue, ZHUANG Jian, YU Dehong. Feedback linearizarion control for an electro-hydraulic servo system using Lyapunov functions [J]. *Journal of Xi'an JiaoTong University*, 2014, 48(7): 71 – 76, 123. (俞珏, 庄健, 于德弘. 采用李雅普诺夫函数的电液伺服系统反馈线 性化控制 [J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(7): 71 – 76, 123.)
- [7] ANDREW A, HEDRICK J K. Nonlinear adaptive control of active suspensions [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1995, 3(1): 94 – 101.

- [8] VLADIMIR M, ZELJKO S, MARIO E. Robust H_{∞} position control synthesis of an electro-hydraulic servo system [J]. *ISA Transactions*, 2010, 49(4): 535 – 542.
- [9] METE K, MUSTAFA H. Mathematical modelling and fuzzy logic based position control of an electrohydraulic servosystem with internal leakage [J]. *Mechatronics*, 2009, 19(6): 847 – 858.
- [10] IOANNIS K, PETAR V K, MORSE A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1241 – 1253.
- PRUT N, SUWAT K. Observerbased backstepping force control of an electrohydraulic actuator [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(8): 895 – 902.
- [12] FANG Yiming, XU Yanze, LI Jianxiong. Adaptive dynamic surface control for electro-hydraulic servo position system with input saturation [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 511 518.
 (方一鸣, 许衍泽, 李建雄. 具有输入饱和的电液伺服位置系统自适应动态面控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 511 518.)
- [13] WU Zhongqiang, XIA Qing, PENG Yan, et al. Backstepping dynamic surface control for high-order nonlinear hydraulic roll gap system
 [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(4): 949 954.
 (吴忠强, 夏青, 彭艳, 等. 高阶非线性液压辊缝系统的Backstepping
 动态面控制 [J]. 仪器仪表学报, 2012,33(4): 949 954.)
- [14] WONHEE K, SHIN D, WON D, et al. Disturbance observer based position tracking controller in the presence of biased sinusoidal disturbance for electrohydraulic actuators [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(6): 2290 – 2298.
- [15] GUAN Cheng, PAN Shuangxia. Sliding mode adaptive control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(2): 261 – 267.
 (管成, 潘双夏. 含有非线性不确定参数的电液系统滑模自适应控 制 [J]. 控制理论与应用, 2008, 25(2): 261 – 267.)
- [16] GUAN C, PAN S. Nonlinear adaptive robust control of singlerod electrohydraulic actuator with unknown nonlinear parameters [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, 16(3): 434 – 445.
- [17] KYOUNG K A, DOAN N C N, JIN M. Adaptive backstepping control of an electrohydraulic actuator [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2014, 19(3): 987 – 995.
- [18] ZHANG T, GE S S, HANG C C, et al. Adaptive control of first-order systems with nonlinear parameterization [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(8): 1512 – 1516.
- [19] CAI Z, QUEIROZ M S, DAWSON D M. Sufficiently smooth projection operator [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(1): 135 – 139.
- [20] LIN Y, TU L, LIU H, et al. Hybrid power transmission technology in a wind turbine generation system [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(3): 1218 – 1225.
- [21] KIM M, JUNG D, MIN K. Hybrid thermostat strategy for enhancing fuel economy of series hybrid intracity bus [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2014, 63(8): 3569 – 3579.
- [22] GUO Zhanzheng, YUAN Shihua, JING Chongbo, et al. Modeling and simulation of shifting process in hydraulic machinery stepless transmission based on AMESim [J]. *Transactions of the CSAE*, 2009, 25(10): 86 – 91.
 (郭占正,苑士华,荆崇波,等.基于AMESim的液压机械无级传动换 段过程建模与仿真 [J]. 农业工程学报, 2009, 25(10): 86 – 91.)

作者简介:

林 浩 (1988--), 男, 博士研究生, 主要研究方向为机器人控制、 智能传感器, E-mail: hao.lin@ia.ac.cn;

李 恩 (1979–), 男, 副研究员, 主要研究方向为机器人控制、嵌入式系统、传感器网络, E-mail: en.li@ia.ac.cn;

梁自泽 (1963-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为先进 机器人及自动化、嵌入式系统、传感器网络、过程控制, E-mail: zize. liang@ia.ac.cn.