

输入受限的非仿射纯反馈不确定系统自适应动态面容错控制

陈龙胜[†], 王琦

(南昌航空大学 飞行器工程学院, 江西 南昌 330063)

摘要: 针对存在执行器故障和输入饱和受限的非仿射纯反馈不确定动态系统, 提出了一种自适应动态面容错控制策略. 在不损失模型精度和考虑系统输入饱和受限的前提下, 基于中值定理将非仿射系统转化为具有线性结构的时变不确定系统, 在此基础上, 再利用参数自适应投影技术对有界不确定时变参数进行在线估计, 参数估计误差和外界扰动采用非线性动态阻尼技术进行补偿, 并利用双曲正切函数和Nussbaum函数处理系统输入饱和受限和控制增益函数方向未知的问题, 同时将反演法和动态面法相结合设计鲁棒自适应控制器, 消除了反演法的计算膨胀问题, 并且在系统出现执行器失效故障的情况下可确保稳定跟踪. 最后, 根据解耦反推法, 基于Lyapunov稳定性定理证明了闭环系统的半全局一致最终有界. 仿真结果验证了所设计控制方案的可行性与有效性.

关键词: 输入饱和; 非仿射纯反馈系统; 动态面法; 反演法; 容错控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive dynamic surface fault-tolerant control for uncertain non-affine pure feedback systems with input constraint

CHEN Long-sheng[†], WANG Qi

(College of Aircraft Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang Jiangxi 330063, China)

Abstract: Adaptive dynamic surface fault-tolerant control is proposed for uncertain non-affine pure feedback dynamic systems with input saturation and unpredictable actuation failures. Under the consideration of input saturation, the non-affine system is first transformed into a time-varying system with a linear structure using the mean value theory without drop-out of nonlinear characteristics; then, the bounded time varying parameters are estimated by adaptive algorithms with projection, the estimation error and external disturbance are compensated by employing nonlinear damping technology. By combining backstepping technique with dynamic surface control (DSC), Nussbaum function and hyperbolic tangent function, the designed algorithm can not only deal with the input saturation but also overcome the “explosion of complexity” problem and the possible “controller singularity” problem. Furthermore, the proposed control is fault-tolerant. Finally, based on Lyapunov stability theorem and decoupled backstepping method, the semi-global stability of the close-loop system is proved. The simulation results demonstrate the feasibility and validity of the proposed control schemes.

Key words: input saturation; non-affine pure feedback system; dynamic surface control (DSC); backstepping; fault-tolerant control

1 引言(Introduction)

与仿射系统不同, 非仿射系统的控制输入不以线性比例方式通过控制增益进入并影响系统的动态特性, 而是以非线性隐含的方式对系统产生作用, 没有仿射系统中的“控制增益”和“控制方向”的概念^[1], 其问题更复杂和更具挑战性. 然而, 许多实际工程系统本质上都是非仿射的, 如飞行器的舵面控制系统^[2]、生化系统^[3]、交直流联合输电系统^[4]等. 近年

来, 非仿射系统的控制问题吸引了越来越多研究者的关注, 并尝试了多种控制方法, 并取得一些成果. 其中, 最典型的仿射线性化法^[5-8]和直接自适应控制法^[9-11]. 仿射线性化法: 通过数学处理先将非仿射系统转化为仿射系统, 再采用仿射系统控制方法进行控制器的设计. 目前, 典型的仿射化数学处理方法有: Hadamard引理^[5]、Taylor级数展开^[6]、中值定理^[7]、增加积分法^[8]. 尽管这些方法具有一定的可行性, 但对很多实

收稿日期: 2015-05-17; 录用日期: 2015-10-09.

[†]通信作者. E-mail: lschen2008@163.com.

本文责任编辑: 席在荣.

航空科学基金项目(2015ZC560007), 江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ150707), 江西省科技攻关项目(20151BBE50026), 国家自然科学基金项目(11462015)资助.

Supported by Aeronautical Science Foundation of China (2015ZC560007), Educational Commission of Jiangxi Province of China (GJJ150707), Natural Science Foundation of Jiangxi Province of China (20151BBE50026) and National Natural Science Foundation of China (11462015).

实际的工程系统来说,还存在着一定的局限性:1)所依赖的假设和条件是很多实际工程系统无法满足,如系统的结构和参数确定或系统仅参数不确定但不确定函数满足参数线性化条件: $f(x) = \theta\psi(x)$; 2)其仿射转换过程为近似处理,丢失了系统的一些重要非线性特征,损失了模型的精度; 3)采用神经网络和模糊控制技术对不确定项和近似误差进行在线逼近.神经网络和模糊控制具有很强的学习能力,能够逼近和处理各种不确定系统的动态特性.然而,这两种处理方法只能在某个紧集内逼近未知连续函数,且对于复杂的非线性系统其设计过程十分复杂,如何保证系统的实时性是一个难题,再者,神经网络和模糊控制会引入新的重构误差.直接自适应控制法:在控制过程中不需要将非仿射系统转化为仿射系统.就已公开的文献和技术资料,较有代表性的方法有:逆系统控制法^[9]、基于观测器法^[10]和基于神经网络或模糊控制技术法^[11].同样,这些方法也存在一定的局限性:1)逆系统控制法需求解系统的显示逆,对复杂系统来说,这是十分困难的; 2)观测器法会引入新的变量,增加了控制器的复杂性并引入了新的重构误差.并且,上述文献中的控制方法均没有涉及系统存在输入饱和和执行器故障下的控制问题.然而,在实际系统中,控制量往往存在输入饱和和系统执行器及其他部件失效的现象.如果不及时采取措施,无疑会对系统的安全运行带来隐患.

在过去的25年中,自适应反演控制成为处理参数不确定非线性系统的有力工具,由此涌现出了许多卓有成效的成果^[12-14].但是反演设计方法存在“计算膨胀”的缺陷,文[15]首次提出了动态面控制(dynamic surface control, DSC)技术,通过引入一个一阶低通滤波器解决了此类问题.而后,一些基于DSC技术的非线性系统自适应控制策略相继被提出^[16-19],但这些策略的研究对象主要为严反馈型和仿射型非线性系统.文[20]为柔性关节机器人构建非仿射数学模型,并基于DSC技术为其设计了自适应控制策略,文[21-22]针对非仿射纯反馈系统,基于DSC技术为其设计了自适应控制器.与传统的非仿射系统处理方法类似,文[20-22]亦采用了神经网络技术对不确定项进行在线逼近,且没有考虑系统输入饱和和受限和执行器存在故障的问题.

本文针对存在执行器故障和输入饱和和受限的非仿射纯反馈不确定动态系统,基于中值定理、自适应投影技术、反演法和动态面法设计自适应控制器.本文提出的控制方法具有以下特点:1)该方法不涉及对原始非仿射系统近似线性化处理,仿射线性化转化过程中不损失模型的精度; 2)控制器设计不依赖于系统的具体数学模型特性,使得此方法对系统模型的不确定

性具有鲁棒性; 3)控制器的设计中无需采用任何神经网络、模糊技术和观测器技术对系统中未知非线性函数和不确定项进行无限逼近和在线估计,控制器结构简单; 4)所设计的控制方法对运行故障具有一定的容错能力,与传统的容错控制不同,本文所提出的容错控制策略无需对故障信息进行及时的显现处理和故障参数进行任何的实时在线估计.

2 问题描述(Problem formulation)

非仿射不确定系统由如下方程描述:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}_{i+1}) + d_i(\mathbf{x}_i, t), & 1 \leq i \leq n-1, \\ \dot{x}_n = f(\mathbf{x}, u(\nu)) + d_n(\mathbf{x}, t), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量; $\mathbf{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T$; y 为系统输出; $f_i(\cdot)$ 为结构和参数均不确定的非线性函数; $d_i(\mathbf{x}_i, t)$ ($1 \leq i \leq n$) 为外界干扰引起的不确定项. ν 为实际控制输入; $u(\nu)$ 为受执行器饱和特性影响的输出; 饱和受限函数 $u(\nu)$ 的具体描述如下:

$$u(\nu) = \text{sat}(\nu) = \begin{cases} -u_M, & \nu < -u_M, \\ \nu, & -u_M \leq \nu \leq u_M, \\ u_M, & \nu > u_M, \end{cases} \quad (2)$$

式中 u_M 为饱和函数界限值.由于系统运行过程中不可避免会出现执行器故障,在此情形下,实际的控制输入 ν 与设计控制输入 ν_a 不再相同,而是具有以下关系:

$$\nu = \rho \nu_a. \quad (3)$$

其中 ρ 表征执行器健康状况的健康指数,反映了执行器的效能.当 $\rho = 1$ 时,执行器完好,当 $0 < \rho < 1$ 时,执行器丧失部分驱动能力,当 $\rho = 0$ 时,执行器完全丧失驱动能力.控制系统的目标是设计一种自适应控制律,使系统输出 $y(t)$ 在外部干扰、输入饱和以及执行器丧失部分驱动能力的综合影响下跟踪给定参考输入信号 $y_r(t)$, 并且保证闭环系统所有信号一致最终有界.为此,在进行控制器设计之前,给出如下假设条件、定义和引理:

假设 1 非线性函数 $f_i(\cdot)$ 关于 \mathbf{x} 和 u 连续可导,且偏导数有界,位于如下已知界内:

$$\begin{aligned} b_{ij} &= \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \in [b_{ij \min}, b_{ij \max}], \\ & i = 1, \dots, n-1, j \leq i+1, \\ b_{nj} &= \frac{\partial f_n}{\partial x_j} \in [b_{nj \min}, b_{nj \max}], j \leq n, \\ \beta &= \frac{\partial f_n}{\partial u} \in [\beta_{\min}, \beta_{\max}]. \end{aligned}$$

假设 2 不确定项 $d_i(\mathbf{x}_i, t)$ 满足: $|d_i(\mathbf{x}_i, t)| \leq$

$\rho_i(\mathbf{x}_i)f_{di}(t)$, 式中 $\rho_i(\mathbf{x})$ 为已知的光滑函数, $f_{di}(t)$ 为未知但有界时变函数, 且满足 $|f_{di}(t)| \leq d_i$, d_i 为正常数.

假设 3 $f_i(\cdot)$ 在 原点处 $f_i(0, 0, \dots, 0)$ 有意义, 且位于已知界内: $|f_i(0, 0, \dots, 0)| \leq f_0$.

假设 4 系统饱和函数界限值 u_M 已知^[20].

注 1 1) 自然界中系统的能量总是有限的, 任何系统通过数学方法构建的模型, 从理论上来说其各参数必然是已知或未知有界的, 系统的动态特性及环境变化引起的不确定性通常是依赖于时间且有界的, 实际上, 现实中的系统状态和输入通常都是受限的, 因此假设 1-3 是合理的. 2) b_{ij} 和 β 虽描述成 $f_i(\cdot)$ 的偏导数, 但这仅是理论分析的需要, 所设计的控制器与 $f_i(\cdot)$ 的具体形式无关. 3) β 的有界信息 β_{\min} , β_{\max} 只是为了后文理论分析的需要, 在设计中不需要已知.

注 2 当执行器丧失部分驱动能力即 $0 < \rho < 1$ 时, 可视为时变参数 b_{nj} 和 β 的值发生变化, 系统的输入饱和特性不受影响; 实际上系统执行器潜在的故障是往往是可预知的, 即 ρ 的可能取值范围已知. 因此, 在后续的控制设计中可将执行器的故障信息隐含在对时变参数 b_{nj} 和 β 的处理中, 并通过 b_{nj} 和 β 实时将隐含信息反馈给控制器, 从而实现鲁棒容错控制, 设计时无需考虑实际的控制输入 ν 与设计控制输入 ν_a 的不同. 在后续控制器设计中采用 ν 表示设计控制输入.

定义 1 如果连续函数 $N(\kappa) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 满足如下条件, 则称 $N(\kappa)$ 为 Nussbaum 函数^[23]:

- 1) $\lim_{s \rightarrow +\infty} \sup \frac{1}{s} \int_0^s N(\kappa) d\kappa = +\infty$,
- 2) $\lim_{s \rightarrow +\infty} \inf \frac{1}{s} \int_0^s N(\kappa) d\kappa = -\infty$.

在本文中, 采用的 Nussbaum 函数为 $N(\kappa) = \kappa^2 \cos \kappa$.

引理 1 设 $V(\cdot)$ 和 $\kappa(\cdot)$ 是定义在 $[0, t_f)$ 上的光滑函数, 满足 $\forall t \in [0, t_f), V(t) \geq 0$, $N(\kappa)$ 为一个光滑的 Nussbaum 型函数, 若 $\forall t \in [0, t_f)$, 下述不等式成立, 则 $V(t)$, $\kappa(t)$ 和 $\int_0^t g(x(\tau))N(\kappa)\dot{\kappa}d\tau$ 在区间 $[0, t_f)$ 必定有界:

$$0 \leq V(t) \leq \sigma_0 + e^{-\sigma t} \int_0^t (g(x(\tau))N(\kappa) + 1)\dot{\kappa}e^{\sigma\tau}d\tau. \quad (4)$$

式中: σ_0 为适当的常数, σ 为正常数, $g(x(\tau))$ 为时变参数, 在闭区间 $R := [I^-, I^+]$ 且 $0 \notin R$ 内取值^[23].

引理 2 对于任意给定的正常数 $t_f > 0$, 若闭环系统的解在区间 $[0, t_f)$ 上有界, 则 $t_f = \infty$ ^[24].

由于系统(1)中 $f(\cdot)$ 为结构和参数均不确定的非线性函数, 但其偏导数均有界, 所以本文首先利用中值定理先将非仿射形式转化为具有线性结构的时变系统, 有

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \sum_{j=1}^{i+1} b_{ij}x_j + f_i(\mathbf{0}) + d_i(\mathbf{x}_i, t), 1 \leq i \leq n-1, \\ \dot{x}_n = \sum_{j=1}^n b_{nj}x_j + \beta(t)u(\nu) + f_n(\mathbf{0}) + d_n(\mathbf{x}, t), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (5)$$

式中:

$$\begin{aligned} b_{ij} &= \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right)\Big|_{(0, \dots, \lambda_j, \dots, x_i, x_{i+1})}, \\ b_{nj} &= \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_j}\right)\Big|_{(0, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_{n-1}, x_n)}, \\ \beta &= \left(\frac{\partial f_n}{\partial u}\right)\Big|_{(0, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_u)}, \end{aligned}$$

$\lambda_i, i = 1, \dots, n$ 为介于 0 与 x_i 之间的某个值, λ_u 为介于 0 与 u 之间的某个值. 根据假设 1 可知, 时变参数 $b_{ij}(t)$, $b_{nj}(t)$ 和 $\beta(t)$ 均有界, 为方便, 文中 $f_i(0, \dots, 0)$, $b_{ij}(t)$, $\beta(t)$ 和 $\rho_i(\mathbf{x}_i)$ 分别简写为 $f_i(\mathbf{0})$, b_{ij} , β 和 ρ_i .

3 自适应动态面控制器设计 (Design of adaptive dynamic surface control)

由于双曲正切函数对饱和函数的近似作用, 可采用其对饱和函数进行近似处理^[20]. 双曲正切函数描述如下:

$$h(\nu) = u_M \times \tanh\left(\frac{\nu}{u_M}\right) = u_M \frac{e^{\nu/u_M} - e^{-\nu/u_M}}{e^{\nu/u_M} + e^{-\nu/u_M}}. \quad (6)$$

令 $d_v(t) = \text{sat}(\nu) - h(\nu)$, 且 $d_v(t)$ 为有界函数, 其界限值可表示

$$|d_v(t)| \leq u_M(1 - \tanh(1)). \quad (7)$$

于是饱和函数可等价于 $\text{sat}(\nu) = h(\nu) + d_v(t)$, 其中 $d_v(t)$ 可视为外界扰动, 因此, 系统的复合扰动 $d(t)$ 最终为可表示为

$$d(\mathbf{x}, t) = d_n(\mathbf{x}, t) + \beta d_v(t). \quad (8)$$

根据假设 1-2 和 β 的有界性及 $d_v(t)$ 的界限值, 可知系统的复合干扰仍满足假设 2, 即 $|d(\mathbf{x}, t)| \leq \rho_n(\mathbf{x})f_{dn}(t)$, 其中: $\rho_n(\mathbf{x})$ 为已知的光滑函数, $f_{dn}(t)$ 为未知但有界时变函数, 且满足 $|f_{dn}(t)| \leq d$, d 为已知的正常数. 下面结合反演法和动态面法设计相应的控制器, 提出如下具体设计过程.

Step 1 考虑第 1 个子系统, 定义

$$z_1 = x_1 - y_r. \quad (9)$$

两边求导则有

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_r = \\ & b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + f_1(\mathbf{0}) + d_1(x_1, t) - \dot{y}_r. \end{aligned} \quad (10)$$

定义 $\vartheta_1 = [b_{11}, f_1(\mathbf{0}), 1]^T$, $\varphi_1 = [x_1, 1, -\dot{y}_r]^T$, 则上式可进一步表示为

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_r = b_{12}x_2 + \vartheta_1^T \varphi_1 + d_1(x_1, t). \quad (11)$$

由于 b_{12} 的正负未知,可采用Nussbaum增益技术来处理. 选择虚拟控制律 $\bar{\alpha}_1$ 为

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_1 = N(\kappa_1)\varpi_1, \\ \varpi_1 = c_1 z_1 + \vartheta_1^T \varphi_1 + (\zeta_1^2/4\gamma_1 + \rho_1^2/4\chi_1) \cdot z_1. \end{cases} \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} \zeta_1 &\geq \|\tilde{\vartheta}_{1\max}\| \|\varphi_1\|, \quad \tilde{\vartheta}_{1\max} = \vartheta_{1\max} - \vartheta_{1\min}, \\ \vartheta_{1\max} &= [b_{11\max}, d_0, 1]^T, \quad \vartheta_{1\min} = [b_{11\min}, -d_0, 1]^T. \end{aligned}$$

参数 κ_1 和 ϑ_1 的自适应律选为

$$\begin{cases} \dot{\kappa}_1 = \varpi_1 z_1, \\ \dot{\hat{\vartheta}}_1 = \text{Proj}_{\hat{\vartheta}_1}(A_1 \varphi_1 z_1), \hat{\vartheta}_1(0) \in \Omega_{\vartheta_1}, \end{cases} \quad (13)$$

其中: $c_1 > 0, \gamma_1 > 0, \chi_1 > 0$ 为设计参数, A_1 表示参数辨识速率的对角矩阵. $\hat{\vartheta}_1$ 表示 ϑ_1 的估计值, $\tilde{\vartheta}_1 = \vartheta_1 - \hat{\vartheta}_1$ 表示参数估计误差, 自适应律 $\hat{\vartheta}_1$ 采用参数投影估计算法 $\text{Proj}(\cdot)$, 其具体形式如下($i = 1, 2, \dots, n$):

$$\text{Proj}_{\hat{\vartheta}_i}(\cdot) = \begin{cases} 0, & \hat{\vartheta}_i = \vartheta_{i\max}, \cdot\tau > 0, \\ 0, & \hat{\vartheta}_i = \vartheta_{i\min}, \cdot\tau < 0, \\ \cdot\tau, & \text{其他}, \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\Omega_{\vartheta_i} \in [\vartheta_{i\min}, \vartheta_{i\max}]$, $\hat{\vartheta}_i(0) \in \Omega_{\vartheta_i}$, 对于上述参数辨识算法, 具有如下特性, $\forall t: \hat{\vartheta}_i(t) \in \Omega_{\vartheta_i}$, 即参数估计有界, 且位于已知界内, 其具体证明过程见文献[8]. 为了避免“计算膨胀”问题, 根据文献[15]所研究的动态面法, 虚拟控制律 $\bar{\alpha}_1$ 可通过时间常数为 μ_1 的一阶低通滤波器获取其估计值 α_1 , 即

$$\mu_1 \dot{\alpha}_1 + \alpha_1 = \bar{\alpha}_1, \alpha_1(0) = \bar{\alpha}_1(0). \quad (15)$$

定义

$$z_2 = x_2 - \alpha_1, \varsigma_1 = \alpha_1 - \bar{\alpha}_1. \quad (16)$$

根据式(11)–(13)和式(16), 可得

$$\begin{aligned} z_1 \dot{z}_1 &= b_{12} z_1 (z_2 + \varsigma_1) + (b_{12} N(\kappa_1) + 1) \dot{\kappa}_1 + \\ & z_1 (\vartheta_1^T \varphi_1 + d_1(x_1, t) - \varpi_1). \end{aligned} \quad (17)$$

对式(16)求导可得

$$\dot{\varsigma}_1 = \dot{\alpha}_1 - \dot{\bar{\alpha}}_1 = -\varsigma_1/\mu_1 - \dot{\bar{\alpha}}_1. \quad (18)$$

由文献[20]可知, 存在某一区间连续函数 $C_1(\cdot)$, 使得

$$-\dot{\bar{\alpha}}_1 \leq C_1(\cdot). \quad (19)$$

根据连续函数性质可知, 函数 $C_1(\cdot)$ 存在最大值, 设为 \bar{C}_1 , 故有

$$\dot{\varsigma}_1 \leq -\varsigma_1/\mu_1 + \bar{C}_1. \quad (20)$$

选取Lyapunov函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \varsigma_1^2. \quad (21)$$

考虑式(17)(20), 并结合不等式 $ab \leq (1/4)a^2 + b^2$ 对式(21)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -(c_1 - 1 - \frac{\bar{b}_{12}}{4}) z_1^2 - (\frac{1}{\mu_1} - 2) \varsigma_1^2 + \chi_1 d_1^2 + \\ & \gamma_1 + \frac{\bar{b}_{12}}{4} z_2^2 + \frac{\bar{C}_1^2}{4} + (b_{12} N(\kappa_1) + 1) \dot{\kappa}_1 \leq \\ & -c_1^* z_1^2 - \mu_1^* \varsigma_1^2 + \delta_1 + \frac{\bar{b}_{12}^2}{4} z_2^2 + \\ & (b_{12} N(\kappa_1) + 1) \dot{\kappa}_1 \leq \\ & -\lambda_1 V_1 + (b_{12} N(\kappa_1) + 1) \dot{\kappa}_1 + \delta_1 + \frac{\bar{b}_{12}^2}{4} z_2^2. \end{aligned} \quad (22)$$

式中:

$$\begin{aligned} c_1^* &= c_1 - 1 - \bar{b}_{12}/4 > 0, \quad \mu_1^* = 1/\mu_1 - 2 > 0, \\ \lambda_1 &= \min(2c_1^*, 2\mu_1^*), \quad \bar{b}_{12} = \max(|\bar{b}_{12}|), \\ \delta_1 &= \gamma_1 + \chi_1 d_1^2 + \bar{C}_1^2/4. \end{aligned}$$

为简便设计, Step i ($i = 2, \dots, n$)中相应的参数类似设计.

Step i 考虑第 i 个子系统, 定义

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}. \quad (23)$$

定义 $\vartheta_i = [b_{i1}, \dots, b_{ii}, f_i(\mathbf{0}), 1]^T$, $\varphi_i = [x_1, \dots, x_i, 1, -\dot{\alpha}_{i-1}]^T$, 两边求导则有

$$\dot{z}_i = b_{i(i+1)} x_{i+1} + \vartheta_i^T \varphi_i + d_i(x_i, t). \quad (24)$$

选择虚拟控制律 $\bar{\alpha}_i$ 为

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_i = N(\kappa_i)\varpi_i, \\ \varpi_i = c_i z_i + \vartheta_i^T \varphi_i + (\zeta_i^2/4\gamma_i + \rho_i^2/4\chi_i) \cdot z_i, \end{cases} \quad (25)$$

式中:

$$\begin{aligned} \zeta_i &\geq \|\tilde{\vartheta}_{i\max}\| \|\varphi_i\|, \quad \tilde{\vartheta}_{i\max} = \vartheta_{i\max} - \vartheta_{i\min}, \\ \vartheta_{i\max} &= [b_{11\max}, \dots, b_{ii\max}, d_0, 1]^T, \\ \vartheta_{i\min} &= [b_{11\min}, \dots, b_{ii\min}, -d_0, 1]^T. \end{aligned}$$

参数 κ_i 和 ϑ_i 的自适应律选为

$$\begin{cases} \dot{\kappa}_i = \varpi_i z_i, \\ \dot{\hat{\vartheta}}_i = \text{Proj}_{\hat{\vartheta}_i}(A_i \varphi_i z_i), \hat{\vartheta}_i(0) \in \Omega_{\vartheta_i}. \end{cases} \quad (26)$$

同样, 可通过时间常数为 μ_i 的一阶低通滤波器获取 $\bar{\alpha}_i$ 的估计值 α_i , 即

$$\mu_i \dot{\alpha}_i + \alpha_i = \bar{\alpha}_i, \alpha_i(0) = \bar{\alpha}_i(0). \quad (27)$$

定义

$$z_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_i, \varsigma_i = \alpha_i - \bar{\alpha}_i. \quad (28)$$

选取Lyapunov函数为

$$V_i = \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} \varsigma_i^2. \quad (29)$$

类似Step 1, 可以得到

$$\begin{aligned} V_i &\leq -\lambda_i V_i + (b_{i(i+1)} N(\kappa_i) + 1) \dot{\kappa}_i + \\ & \delta_i + \frac{\bar{b}_{i(i+1)}^2}{4} z_{i+1}^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Step n 控制输入 $u(\nu)$ 的出现, 定义

$$z_n = x_n - \alpha_{n-1}. \quad (31)$$

定义 $\vartheta_n = [b_{n1}, \dots, b_{nn}, f(\mathbf{0}), 1]^T$, $\varphi_n = [x_1, \dots, x_n, 1, -\dot{\alpha}_{n-1}]^T$, 并对式(31)求导则有

$$\dot{z}_n = \beta h(\nu) + \vartheta_n^T \varphi_n + d(\mathbf{x}, t). \quad (32)$$

选择虚拟控制律 $\bar{\alpha}_n$ 为

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_n = N(\kappa_n) \varpi_n, \\ \varpi_n = c_n z_n + \vartheta_n^T \varphi_n + (c_n^2/4\gamma_n + \rho_n^2/4\chi_n) \cdot z_n, \end{cases} \quad (33)$$

式中:

$$\begin{aligned} \zeta_n &\geq \|\tilde{\vartheta}_{n \max}\| \|\varphi_n\|, \tilde{\vartheta}_{n \max} = \vartheta_{n \max} - \vartheta_{n \min}, \\ \vartheta_{n \max} &= [b_{n1 \max}, \dots, b_{nn \max}, d_0, 1]^T, \\ \vartheta_{n \min} &= [b_{n1 \min}, \dots, b_{nn \min}, -d_0, 1]^T. \end{aligned}$$

参数自适应律选择如下:

$$\begin{cases} \dot{\kappa}_n = \varpi_n z_n, \\ \hat{\vartheta}_n = \text{Proj}_{\hat{\vartheta}_n}(A_n \varphi_n z_n), \hat{\vartheta}_n(0) \in \Omega_{\vartheta_n}. \end{cases} \quad (34)$$

同样, 可通过时间常数为 μ_n 的一阶低通滤波器获取 $\bar{\alpha}_n$ 的估计值 α_n , 即

$$\mu_n \dot{\alpha}_n + \alpha_n = \bar{\alpha}_n, \alpha_n(0) = \bar{\alpha}_n(0). \quad (35)$$

定义

$$z_{n+1} = h(\nu) - \alpha_n, \zeta_n = \alpha_n - \bar{\alpha}_n. \quad (36)$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V_n = \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2} \zeta_n^2. \quad (37)$$

类似 Step 1, 可以得到

$$V_n \leq -\lambda_n V_n + (\beta N(\kappa_n) + 1) \dot{\kappa}_n + \delta_n + \frac{\bar{\beta}^2}{4} z_{n+1}^2, \quad (38)$$

其中 $\bar{\beta} = \max(|\beta|)$.

注 3 当执行器丧失部分驱动能力时, 时变参数 b_{nj} 和 β 的值将随之发生变化; 可通过对 ϑ_n 和 β 的处理将执行器故障信息反馈给控制器, 无需考虑 ν 与 ν_a 的不同即可实现鲁棒容错控制. 与传统的容错控制不同, 传统的容错控制需将故障信息及时的显现处理或对故障参数 ρ 进行实时在线估计, 这在实际的实现上存在诸多难点.

Step n + 1 实际控制输入 ν 的出现, 系统的控制律设计为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\nu} = -c\nu + \omega, \\ \omega = N(\kappa)(c_{n+1} z_{n+1} - \eta c\nu - \dot{\alpha}_n). \end{cases} \quad (39)$$

参数自适应律选择如下:

$$\dot{\kappa} = (c_{n+1} z_{n+1} - \eta c\nu - \dot{\alpha}_n) z_{n+1}. \quad (40)$$

式中设计参数

$$c > 0, c_{n+1} > 0, \eta = \frac{\partial h(\nu)}{\partial \nu} = \frac{4}{(e^{\nu/u_M} + e^{-\nu/u_M})^2} > 0.$$

考虑式(39)–(40), 对式(36)求导可得

$$\begin{aligned} z_{n+1} \dot{z}_{n+1} &= z_{n+1} \left(\frac{\partial h(\nu)}{\partial \nu} \dot{\nu} - \dot{\alpha}_n \right) = \\ &= -c_{n+1} z_{n+1}^2 + (\eta N(\kappa) + 1) \dot{\kappa}. \end{aligned} \quad (41)$$

选择 Lyapunov 函数为

$$V_{n+1} = \frac{1}{2} z_{n+1}^2. \quad (42)$$

考虑式(41), 对式(42)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1} &= -c_{n+1} z_{n+1}^2 + (\eta N(\kappa) + 1) \dot{\kappa} \leq \\ &= -\lambda V_{n+1} + (\eta N(\kappa) + 1) \dot{\kappa}, \end{aligned} \quad (43)$$

式中 $\lambda \leq 2c_{n+1}$. 令 $\lambda^* = V_{n+1}(0)$, 式(43)两边同时乘以 $e^{\lambda t}$, 并在 $[0, t]$ 内积分可得

$$V_{n+1}(t) \leq \lambda^* + e^{-\lambda t} \int_0^t (\eta N(\kappa) + 1) \dot{\kappa} e^{\lambda u} du. \quad (44)$$

根据上述设计过程可得定理 1.

定理 1 对于满足假设 1–4 的存在执行器故障和输入饱和受限的非仿射纯反馈不确定系统, 控制器设计成式(39)的形式, 采用式(40)所描述的参数自适应律和形如式(12)(25)和(33)的虚拟控制律, 则存在参数 $c_i, \mu_i, \gamma_i, \chi_i, A_i (i = 1, \dots, n), c_{n+1}$ 和 c 使得闭环系统所有信号都是半全局最终一致有界, 且跟踪误差也是最终有界的.

证 在传统的“消去后推”设计方法中, 为了消去在 \dot{V}_n 中不希望看到的 $z_n z_{n+1}$, 需要定义 V_{n+1} 为 V_n 与 z_n^2 以及可能存在的估计误差的平方和, 这样在 V_{n+1} 中就会出现两个 Nussbaum 函数. 如果出现两个 Nussbaum 函数就不能利用引理 1–2 进行处理. 为此, 在稳定性证明过程中, 本文采用“解耦后推”的方法^[25].

根据引理 1–2 和式(44), 易知 V_{n+1} 和 z_{n+1} 子系统的闭环解都是一致最终有界的. 由于 z_{n+1} 有界, 向后递推 1 步, 令 $|z_{n+1}| \leq \bar{z}_{n+1}, \delta_n^* = \delta_n + \bar{\beta}^2 \bar{z}_{n+1}^2/4, \lambda_n^* = V_n(0) + \delta_n^*/\lambda_n$, 对式(38)两边同时乘以 $e^{\lambda_n t}$, 并在 $[0, t]$ 内积分可得:

$$V_n(t) \leq \lambda^* + e^{-\lambda_n t} \int_0^t (\beta N(\kappa_n) + 1) \dot{\kappa}_n e^{\lambda_n u} du. \quad (45)$$

再次根据引理 1–2, 可知 Step n 的 z_n 的有界性得到保证, 即第 n 子系统闭环解也是有界的, 如此, 向后递推 $n - 1$ 步可得上述定理. 且系统跟踪误差满足如下不等式:

$$\frac{1}{2} \|e\|^2 = \frac{1}{2} \|z_1\|^2 \leq V_1 \Rightarrow \|e\| \leq \sqrt{2V_1}. \quad (46)$$

易知可通过调整控制器参数使得跟踪误差 $z_1 = y - y_r$ 尽可能的小, 以达到所期望跟踪精度.

4 仿真结果与分析(Simulation result and analysis)

为验证所研究方法的有效性及其具有的应用价值,本文以存在外部扰动的非仿射直升机系统作为研究对象,非仿射直升机系统描述如下^[26]:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = r, \\ \dot{r} = k_1 r + k_2 \varphi + k_3 \rho \theta_{tr} + \\ \quad k_4 (\rho \theta_{tr})^2 + k_5 \Omega \rho \theta_{tr} + d(t), \end{cases} \quad (47)$$

其中: $k_1 = -1.38$, $k_2 = -3.33$, $k_3 = 63.09$, $k_4 = 11.65$, $k_5 = -0.14$, $\Omega = 1200$, ρ 表示执行器的健康指数,当 $t > 15$ s时 $\rho = 0.85$ 即执行器丧失部分驱动能力,控制输入的饱和界限为 $\theta_{trM} = 2$. 系统的初始值选为 $\varphi(0) = r(0) = 0$, 期望的跟踪信号为 φ_c :

$$\varphi_c = \begin{cases} 10, & t \leq 20 \text{ s}, \\ 15, & 20 < t \leq 40 \text{ s}, \\ 25, & t > 40 \text{ s}. \end{cases}$$

在仿真过程中让 φ_c 通过滤波器, 即 $\varphi_d/\varphi_c = 0.8/(s + 0.8)$, 因此实际的期望跟踪信号为 $\varphi_d = 0.8\varphi_c/(s + 0.8)$. 外部扰动 $d(t)$ 选为

$$d(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 10 \text{ s}, \\ 5 \sin(\pi t) + 4 \cos(0.5\pi t) + \\ 3 \cos(0.5\pi t) * \sin(0.75\pi t), & 10 \text{ s} < t. \end{cases}$$

上述直升机系统为严反馈系统, 严反馈系统为特殊类型的纯反馈系统, 因此, 在仿真时将其视为纯反馈系统, 根据给定的直升机模型和 $b_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ 可得

$$\begin{aligned} b_{11} &\in [-0.1, 0.1], b_{12} \in [0.9, 1.1], |f(\mathbf{0})| \leq 0.01, \\ b_{21} &\in [-3.35, -3.3], b_{22} \in [-1.4, -1.3], \end{aligned}$$

根据设计过程可知 $\rho_i(\mathbf{x}_i)$ 可设置为1. 易知, 当执行器完好即 $\rho = 1$ 时, 时变参数 β 可能变化区间为 $[-151.51, -58.31]$, 当 $\rho = 0.85$, β 可能变化区间为 $[-122.842, -47.505]$, 因此, 在系统的运行过程中 β 始终有界, 系统的故障信息可通过 β 隐含的反馈给控制器. 在本文的设计中, 采用Nussbaum增益技术处理时变参数 β , 因此, 最终的故障信息通过Nussbaum增益技术反馈给控制器以保障系统的鲁棒容错能力. 仿真时, 相关的控制参数设计为

$$\begin{aligned} c_1 &= 1.5, c_2 = 57, c_3 = 0.01, c = 0.05, \\ A_1 &= \text{diag}\{0.01\}_{3 \times 3}, A_2 = \text{diag}\{0.01\}_{4 \times 4}, \\ \mu_1 &= \mu_2 = 0.05, \gamma_1 = \gamma_2 = \chi_1 = \chi_2 = 500. \end{aligned}$$

仿真结果如图1-3所示.

仿真结果中: 图1表示系统的输出跟踪效果, 图2表示系统的跟踪误差, 图3表示系统的控制输入信号. 根据仿真结果可知, 虽然系统的参数和外部扰动

不确定且执行器存在故障, 但所设计的控制器跟踪效果良好, 系统的跟踪误差均小于5%. 所设计的控制器具有良好的鲁棒性、自适应性、通用性和结构简单的特点且具有一定的容错能力.

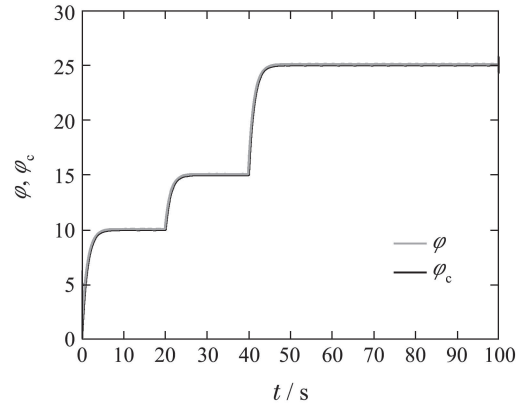


图1 系统输出 φ 与参考信号 φ_c

Fig. 1 System output φ and reference signal φ_c

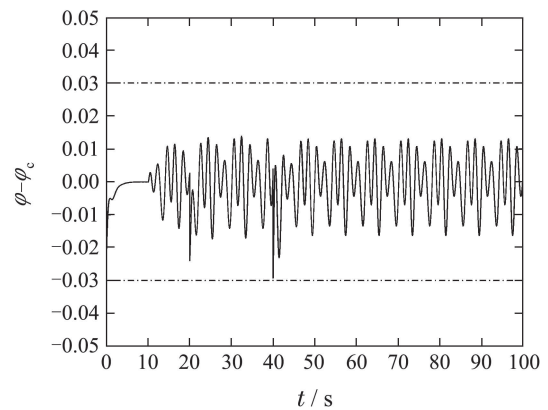


图2 跟踪误差曲线

Fig. 2 Output tracking error of system

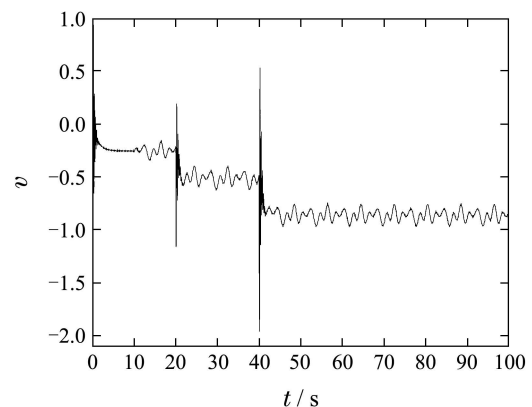


图3 系统控制器输出

Fig. 3 Output of controller of system

5 结论(Conclusions)

非仿射不确定系统控制一直是控制理论研究的热点和难点. 本文针对一类结构和参数均不确定且具有外界扰动和输入饱和受限的非仿射系统, 将其利用中

值定理转化具有线性结构的时变系统,在此基础上,基于参数投影估计算法和动态面法设计自适应控制器,并利用双曲正切函数和Nussbaum增益技术克服了可能存在的控制器奇异值和系统输入饱和受限问题.本文所设计的控制器适应范围广,结构简单且光滑无抖颤,易于工程实现,在工程实践中具有潜在的应用和推广价值.

参考文献(References):

- [1] SONG Yongduan, SONG Qi. Survey of the latest developments in control of non-affine systems [C] // *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*. Piscataway, NJ: IEEE, 2011: 785 – 790.
(宋永端, 宋琦. 非仿射系统的控制器设计方法综述 [C] // 第十三届中国控制会议. Piscataway, NJ: IEEE, 2011: 785 – 790.)
- [2] PASHILKAR A A. Adaptive nonlinear neural controller for aircraft under actuator failures [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(3): 835 – 847.
- [3] MUTHA R K, CLUETT W R, PENLIDIS A. Nonlinear model-based predictive control of control nonaffine systems [J]. *Automatica*, 1997, 33(5): 907 – 913.
- [4] TANG Hongmei, LI Chunwen. H_∞ robust control of AC/DC systems with non-affine nonlinear model [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(7): 709 – 713.
(汤洪海, 李春文. 基于非仿射非线性模型的AC/DC系统 H_∞ 鲁棒控制器设计 [J]. 自动化学报, 2007, 33(7): 709 – 713.)
- [5] SHIRIAEV A S, FRADKOV A L. Stabilization of invariant sets for nonlinear non-affine systems [J]. *Automatica*, 2000, 36(11): 1709 – 1715.
- [6] LABIOD S, GUERRA T M. Indirect adaptive fuzzy control for a class of non-affine nonlinear systems with unknown control directions [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2010, 8(4): 903 – 907.
- [7] AREFI M M, ZAREI J, KARIMI H R. Adaptive output feedback neural network control of uncertain non-affine systems with unknown control direction [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(8): 4302 – 4316.
- [8] BOSKVOIC J D, CHEN L J, MEHRA R K. Adaptive control design for nonaffine models arising in flight control [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2004, 27(2): 209 – 217.
- [9] TEO J, HOW J P, LAVRETSKY E. Proportional-integral controllers for minimum-phase nonaffine-in-control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(6): 1477 – 1483.
- [10] CHENG Chunhua, HU Yunan, WU Jinhua. Auto disturbance controller of non-affine nonlinear pure feedback systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(7): 1528 – 1536.
(程春华, 胡云安, 吴进华. 非仿射纯反馈非线性系统的自抗扰控制 [J]. 自动化学报, 2014, 40(7): 1528 – 1536.)
- [11] PARK J H, PARK G T, KIM S H, et al. Direct adaptive self-structuring fuzzy controller for nonaffine nonlinear system [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 153 (3): 429 – 445.
- [12] CHEN M, GE S S, BEN B B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 452 – 465.
- [13] LI Y H, SHENG Q, ZHANG X Y. Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural network [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, 15(3): 693 – 701.
- [14] ZHANG Y, PENG P Y, JIANG Z P. Stable neural controller design for unknown nonlinear systems using backstepping [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2000, 11(6): 1347 – 1360.
- [15] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.
- [16] SONG H T, ZHANG T, ZHANG G L, et al. Robust dynamic surface control of nonlinear systems with prescribed performance [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 76(1): 599 – 608.
- [17] GENG J. Adaptive neural network dynamic surface control for perturbed nonlinear time-delay systems [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2012, 9(2): 135 – 141.
- [18] WANG D, HUANG J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(1): 195 – 202.
- [19] CHEN M, ZHOU Y L, GUO W W. Robust tracking control for uncertain MIMO nonlinear systems with input saturation using RWNND0 [J]. *Neurocomputing*, 2014, 144(1): 436 – 447.
- [20] YOO S J, PARK J B, CHOI Y H. Adaptive dynamic surface control of flexible-joint robots using self-recurrent wavelet neural networks [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2006, 36(6): 1342 – 1355.
- [21] WANG D. Neural network-based adaptive dynamic surface control of uncertain nonlinear pure-feedback systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(5): 527 – 541.
- [22] SUN G, WANG D, LI X Q, et al. A DSC approach to adaptive neural network tracking control for pure-feedback nonlinear systems [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2013, 219(1): 6224 – 6235.
- [23] YE X D, JIANG J P. Adaptive nonlinear design without a priori knowledge of control directions [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(11): 1617 – 1621.
- [24] RYAN E P. A universal adaptive stabilizer for a class of nonlinear systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1991, 16(3): 209 – 218.
- [25] GE S S, FAN H, HENG L T. Adaptive neural control of non-linear time-delay systems with unknown virtual control coefficients [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, 34(1): 499 – 516.
- [26] XU D Z, JIANG B, SHI P. Global robust tracking control of non-affine nonlinear systems with application to yaw control of UAV helicopter [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2013, 11(5): 957 – 965.

作者简介:

陈龙胜 (1983–), 男, 硕士, 讲师, 目前研究方向为非线性系统控制及应用, E-mail: lschen2008@163.com;

王琦 (1963–), 男, 博士, 教授, 硕士生导师, 目前研究方向为控制理论、飞行器多学科优化设计, E-mail: wangqi439@126.com.