DOI: 10.7641/CTA.2015.50459

小型无人直升机浸入--不变集自适应控制

姜鑫燃,鲜 斌*

(天津大学 电气与自动化工程学院; 机器人与自主系统研究所 天津市过程检测与控制重点实验室, 天津 300072)

摘要:本文基于浸入-不变集理论,针对小型无人直升机存在的参数不确定性问题,设计一种新型的自适应控制器.利用基于Lyapunov的分析方法和LaSalle不变性原理,进行闭环系统的稳定性分析,确保无人直升机姿态角的跟踪误差全局渐进收敛,以及闭环系统的稳定性.在无人直升机姿态飞行控制实验平台上,进行了无人机姿态跟踪控制实验.实验结果表明,本文所提出的控制方法具有良好的跟踪控制效果.

关键词:无人直升机;浸入-不变集;自适应控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Immersion and invariance adaptive control for a miniature unmanned helicopter

JIANG Xin-ran, XIAN Bin[†]

(Tianjin Key Laboratory of Process Measurement and Control, Institute of Robotics and Autonomous System; School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Considering the parametric uncertainties of a small-scaled unmanned helicopter, we develop a new adaptive controller by the immersion and invariance (I&I) approach. The stability of the closed-loop system is proved by using the Lyapunov based analysis and the LaSalle's invariance theorem. The asymptotic convergence of the attitude tracking error is also proved. Real-time experiments are performed on a helicopter attitude control testbed; and the results validate the good performance of the proposed control scheme.

Key words: unmanned helicopter; immersion and invariance; adaptive control

1 引言(Introduction)

常见的无人机分为固定翼无人机和旋翼无人机两 类.其中无人直升机作为旋翼无人机中的一种,因其 具有可垂直起降、良好的机动性、能完成定点悬 停、可低空飞行等优点,而引起广泛关注,并在军用和 民用领域取得大量的应用^[1].无人直升机系统具有非 线性、强耦合、强不确定性等特性,其控制器的设计一 直都是国内外研究的热点及难点^[2].

线性控制方法是目前常用的无人机控制方法,如 文献[3-4]将无人直升机的非线性模型,在平衡点附近 进行近似处理,针对得到的线性模型设计控制器.该 方法虽然可以通过仿真及飞行实验验证控制器的有 效性,但这种近似处理不可避免地限制了控制器的应 用范围.由于线性控制器的上述缺点,许多学者也采 用非线性控制方法,来实现无人直升机的大范围控制, 其中针对系统存在的参数不确定性问题,可采用以下 解决方法:1)进行精确的系统辨识^[5],但系统辨识过 程较为复杂,且某些不确定性参数的变化是实时的, 如随时可变的负载量、与飞行环境相关的空气阻力等, 因而仅仅使用预先辨识的系统模型可能无法满足当 前配置; 2) 采用滑模控制来降低未知参数的影响^[6-7], 实验结果表明该方法具有较好的抗扰性,但是该方法 控制器设计中通常包含符号函数,往往给系统附加了 明显的抖振现象,降低了飞机的飞行控制效果; 3) 采 用智能控制方法,如文献[8]中的神经网络控制等,虽 然这类方法可以对未知参数进行有效的估计,但是闭 环系统的稳定性缺少严格的理论证明; 4) 采用自适应 方法对未知参数进行实时的在线估计^[9-11].

目前无人直升机中常用的自适应方法有模型参考 自适应和自校正自适应. 文献[9]运用模型参考自适应 解决无人机控制问题, 通过被控对象的输出与参考模 型的输出间的误差, 按一定的自适应律来修正控制律 的参数, 使被控对象的输出与参考模型的输出保持一 致. 另一种方式是自校正自适应法, 该控制器包括参

收稿日期: 2015-05-28; 录用日期: 2015-08-14.

[†]通信作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn; Tel.: +86 22-27400897.

天津市应用基础与前沿技术研究计划重点项目(14JCZDJC31900),国家自然科学基金项目(60804004,90916004)资助.

Supported by the Natural Science Foundation of Tianjin (14JCZDJC31900) and National Natural Science Foundation of China (90916004, 60804004).

数估计单元和控制律单元两部分. 自校正自适应方法 的多样性,取决于估计器和控制律的选择,如文献[10] 是自适应与反步法结合在一起使用,文献[11]是自适 应和滑模控制相结合等. 常用的这些自校正方法的估 计原理基本相同,都通过一个李雅普诺夫函数来确保 估计器和控制器的整体稳定性,不能保证估计器的独 立性,且无法调节参数估计误差的收敛速率.

本文针对在系统存在参数不确定性的情况下,小型无人直升机的姿态控制器设计问题,首先分析无人直升机的动态特性,再基于浸入-不变集原理(immersion and invariance, I&I)设计非线性控制器,对未知的空气阻尼系数矩阵进行在线估计与补偿.利用基于Lyapunov的分析方法和LaSalle不变性原理,对闭环系统稳定性进行了严格的证明.最后在无人直升机姿态飞行控制实验平台上,进行了无人机的跟踪控制实验,验证了本文所提出的控制方法的有效性.

论文创新性在于:1) 在无人直升机动态特性中考 虑空气阻力矩影响;2) 针对直升机参数不确定性问题, 首次应用基于浸入--不变集的方法,进行参数估计和 控制律设计,并进行了实验验证;3) 与传统的确定等 价性自适应控制相比,本文提出的控制器没有确定等 价性要求,且不要求模型符合线性参数化条件.此外, 在对参数进行估计时,引入的额外的非线性函数,使 整个参数估计律不局限于积分作用,增强了估计律设 计的灵活性、有效性.使用基于浸入--不变集原理设计 自适应更新律,使自适应估计误差独立于控制器的设 计,并可得到自身的稳定.

2 无人直升机系统模型(The small-scaled unmanned helicopter's dynamics)

2.1 坐标系定义(Coordinate system definition) 小型无人直升机系统的坐标系定义如图1所示.



Fig. 1 The coordinate system of a miniature unmanned helicopter

图1主要涉及惯性坐标系 $\{I\} = \{O_{I}, x_{I}, y_{I}, z_{I}\}$ 、 当前机体坐标 $\{B\} = \{O_{B}, x_{B}, y_{B}, z_{B}\}$ 以及目标机体 坐标系{ B_d } = { O_{B_d} , x_{B_d} , y_{B_d} , z_{B_d} }. 各坐标系的定 义均遵循右手定则. 从当前机体坐标系{B}到惯性坐 标系{I}之间的旋转矩阵为R. 从目标坐标系{ B_d }到 惯性坐标系{I}之间的旋转矩阵为 R_d . 目标机体坐标 系{ B_d }到当前机体坐标系{B}的旋转矩阵为 \tilde{R} .

为了方便后文叙述,预先定义相关变量:直升机姿态角在坐标系{*I*}下表示为 $\eta = [\phi, \theta, \psi]^{\mathrm{T}}$,其中: ϕ, θ 和 ψ 分别为旋转角、俯仰角和偏航角.角速度在机体坐标系{*B*}下表示为 $\omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^{\mathrm{T}}$.目标轨迹姿态角在坐标系{*I*}下表示为 $\eta_{\mathrm{d}} = [\phi_{\mathrm{d}}, \theta_{\mathrm{d}}, \psi_{\mathrm{d}}]^{\mathrm{T}}$.目标角速度在目标坐标系{*B*_d}下表示为 $\omega_{\mathrm{d}} = [\omega_{\mathrm{d1}}, \omega_{\mathrm{d2}}, \omega_{\mathrm{d3}}]^{\mathrm{T}}$.

2.2 小型无人直升机姿态动力学模型(Attitude dynamics model of a small-scale unmanned helicopter)

通常情况下,为方便无人直升机的控制,可以将直升机看作一个刚体.利用牛顿-欧拉方程来描述其姿态动力学模型如下^[12]:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = R\omega, \\ J\dot{\omega} = \tau^B - \omega \times (J\omega). \end{cases}$$
(1)

但由于上述模型忽略了空气阻力对机身的影响,模型 不够精确.根据文献[13-14],参照四旋翼无人机模型, 在姿态动力学方程式(1)中增加空气阻力矩项,该项与 直升机角速度成正比,得到如下模型:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = R\omega, \\ J\dot{\omega} = \tau^B - \omega \times (J\omega) - K\omega, \end{cases}$$
⁽²⁾

其中: τ^B 表示机体坐标系下的输入转矩, 转动惯量 矩 阵J = diag{ J_1, J_2, J_3 }, K = diag{ K_1, K_2, K_3 }表 示未知的空气阻尼系数矩阵, 且矩阵J和K均为常数 型. 旋转矩阵 $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, 具体表示为

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix}.$$
 (3)

根据文献[15]中分析, 当挥舞角a, b很小时, 无人 直升机的挥舞动力学模型可简化为

$$\tau^B = AC\delta + B,\tag{4}$$

其中: $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $B \in \mathbb{R}^{3}$, $C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 均为常数型矩阵,

$$A(T_{\rm M}) = \begin{bmatrix} -Q_{\rm M} & K_{\beta} + H_m T_{\rm M} & -H_t \\ K_{\beta} + H_m T_{\rm M} & Q_{\rm M} & 0 \\ 0 & 0 & D_t \end{bmatrix}.$$
(5)

本文的控制目标是在空气阻尼参数*K*未知的情况 下,设计舵机输入 $\delta = [\delta_{\text{lon}} \delta_{\text{lat}} \delta_{\text{ped}}]^{\text{T}} \in \mathbb{R}^{3}$,使得无 人直升机姿态角 $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^{\text{T}} \in \mathbb{R}^{3}$ 跟踪目标轨迹

3 控制器设计(Controller design)

3.1 开环误差系统构建(Introducing the estimation error dynamics)

由式(2)可知,目标轨迹对应的角度与角速度之间 的关系为 $\dot{\eta}_{d} = R_{d}\omega_{d}$,其中 $R_{d} = R|_{\eta=\eta_{d}}$.目标坐标 系 $\{B_{d}\}$ 到体坐标系 $\{B\}$ 下转换矩阵为 $\tilde{R} = R^{-1}R_{d}$, 定义跟踪误差为

$$\begin{cases} e_1 = \eta - \eta_{\rm d}, \\ e_2 = \omega - \tilde{R}\omega_{\rm d}. \end{cases}$$
(6)

对式(6)第1个等式两边同时求一阶时间导数,并 将式(2)代入整理.式(6)第2个等式两边均乘以转动 惯量J,并对等式两边同时求一阶时间导数,再将 式(2)代入整理,最终得到完整的动力学误差模型为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = Re_2, \\ J\dot{e}_2 = \tau^B - \varphi s + p, \end{cases}$$
(7)

其中:函数 $p = -\omega \times (J\omega) - J\tilde{R}\omega_{d} - J\tilde{R}\dot{\omega}_{d} \in \mathbb{R}^{3}$, 函数 $\varphi(\omega_{1}, \omega_{2}, \omega_{3}) = \text{diag}\{\omega_{1}, \omega_{2}, \omega_{3}\}, \\ \oplus p\pi\varphi$ 均为 平滑函数,未知参数向量s定义为 $s = [K_{1} \ K_{2} \ K_{3}]^{T}$.

3.2 自适应律设计(Adaptive law design)

参考文献[16]定义自适应估计误差为

$$z = \hat{s} + \beta(\omega) - s, \tag{8}$$

其中: $\hat{s} = [\hat{s}_1 \ \hat{s}_2 \ \hat{s}_3]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3, \omega$ 的连续函数

$$\beta(\omega) = [\beta_1(\omega) \ \beta_2(\omega) \ \beta_3(\omega)]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^3$$

 $\hat{s} + \beta(\omega)$ 是对参数s的完整估计.

对式(8)两边同时求一阶时间导数,并将式(2)和式(8)代入整理得

$$\dot{z} = \dot{\hat{s}} + \frac{\partial \beta(\omega)}{\partial (J\omega)^{\mathrm{T}}} (\tau^{B} - \varphi(\hat{s} + \beta(\omega) - z) - \omega \times (J\omega)).$$
(9)

设计更新律家为

$$\dot{\hat{s}} = -\frac{\partial\beta(\omega)}{\partial(J\omega)^{\mathrm{T}}}(\tau^{B} - \varphi(\hat{s} + \beta(\omega)) - \omega \times (J\omega)).$$
(10)

这里式(10)使式(9)右边只与估计误差z有关.

由文献[14,16]可知, 光滑函数β(ω)存在如下解:

$$\beta_i(\omega) = -\frac{1}{2}\gamma_i J_i \omega_i^2 , \ i = 1, 2, 3.$$
(11)

此 时 $\gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}, \exists \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 为 正 常 数. 与 传统的基于确定等价性原则的自适应控制方法相比, 多出一个额外项 $\beta(\omega)$,使参数估计律不仅仅具有积分 作用,增强了估计律设计的灵活性. 由式(11)可得 β 有 如下偏导数形式:

$$\frac{\partial \beta(\omega)}{\partial \left(J\omega\right)^{\mathrm{T}}} = -\gamma \varphi^{\mathrm{T}}.$$
(12)

将式(10)和式(12)代入式(9)得

$$\dot{z} = -\gamma \varphi^{\mathrm{T}} \varphi z. \tag{13}$$

对式(13)积分可得z的解为

$$z(t) = z(0) \exp(-\gamma \int_0^t \varphi^2 \mathrm{d}\tau).$$
(14)

由此可知,参数估计误差z的动态收敛过程,可由相应 系数γ进行调节.

3.3 控制律设计(Control law design)

设计输入转矩τ^B为

$$\tau^{B} = -\alpha e_{2} - \varepsilon R^{\mathrm{T}} e_{1} + \varphi(\hat{s} + \beta(\omega)) - p, \quad (15)$$

其中: $\alpha = \text{diag}\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}, \varepsilon = \text{diag}\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\}$ 为 正定增益矩阵. 则实际舵机输入控制形式为

$$\delta = C^{-1}A^{-1}(\tau^{B} - B) = C^{-1}A^{-1}(-\alpha e_{2} - \varepsilon R^{T}e_{1} + \varphi(\hat{s} + \beta(\omega)) - p - B),$$
(16)

此时,常量型矩阵A, B, C均为已知量.将输入转矩式(15)代入误差方程式(7)得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \operatorname{Re}_2, \\ J\dot{e}_2 = -\alpha e_2 - \varepsilon R^{\mathrm{T}} e_1 + \varphi z. \end{cases}$$
(17)

将式(11)和输入转矩式(15)代入式(10),则自适应更新律可整理为

$$\dot{\hat{s}} = \gamma \varphi^{\mathrm{T}} (-\alpha e_2 - \varepsilon R^{\mathrm{T}} e_1 + J \dot{\tilde{R}} \omega_{\mathrm{d}} + J \tilde{R} \dot{\omega}_{\mathrm{d}}).$$
(18)

4 稳定性分析(Stability analysis)

定理1 对于闭环误差系统式(17),设计控制器式(15)、自适应律式(18),闭环系统具有全局稳定的平衡点 $(e_1, e_2, \hat{s}) = (0, s), 且$

$$\lim_{t \to \infty} e_1 = 0. \tag{19}$$

$$V_z(z) = z^{\mathrm{T}} \alpha^{-1} \gamma^{-1} z.$$
 (20)

对式(20)两端求一阶时间导数,并将式(13)代入可得

$$\dot{V}_{z}(z) = 2z^{\mathrm{T}}\alpha^{-1}\gamma^{-1}(-\gamma\varphi^{\mathrm{T}}\varphi z) = -2z^{\mathrm{T}}\varphi^{\mathrm{T}}\alpha^{-1}\varphi z \leqslant 0.$$
(21)

由此可知 $V_z(z) \leq V_z(0), z(t) \in \mathcal{L}_{\infty}, \varphi z \in \mathcal{L}_2.$ 由式 (20)–(21)可知,本文所设计的自适应估计误差z独立 于控制律的设计,而自身稳定.

定义非负函数 $V(e_1, e_2, z)$ 为

$$V(e_1, e_2, z) = \varepsilon e_1^{T} e_1 + e_2^{T} J e_2 + V_z(z).$$
 (22)
对式(22) 两边求一阶时间导数,并将式(18)和式(13)

代入可得

$$\dot{V}(e_1, e_2, z) =$$

$$-2e_2^{\mathrm{T}}\alpha e_2 + 2e_2^{\mathrm{T}}\varphi z - 2z^{\mathrm{T}}\varphi^{\mathrm{T}}\alpha^{-1}\varphi z =$$

$$-e_2^{\mathrm{T}}\alpha e_2 - z^{\mathrm{T}}\varphi^{\mathrm{T}}\alpha^{-1}\varphi z -$$

$$\sum_{i=1}^{3}(\sqrt{\alpha_i}e_{2i} - \frac{1}{\sqrt{\alpha_i}}(\varphi z)_i)^2 \leq 0.$$
(23)

由式(17)可知误差动力学系统有一个平衡点(0, 0, s), 联立系统动力学方程及约束条件 $\dot{V}(e_1, e_2, z) = 0$, 可得

$$\begin{cases} \dot{e}_{1} = Re_{2}, \\ J\dot{e}_{2} = -\alpha e_{2} - \varepsilon R^{\mathrm{T}} e_{1} + \varphi z, \\ \dot{V}(e_{1}, e_{2}, z) = -e_{2}^{\mathrm{T}} \alpha e_{2} - z^{\mathrm{T}} \varphi^{\mathrm{T}} \alpha^{-1} \varphi z - \\ \sum_{i=1}^{3} (\sqrt{\alpha_{i}} e_{2i} - \frac{1}{\sqrt{\alpha_{i}}} (\varphi z)_{i})^{2} = 0. \end{cases}$$
(24)

由 $\dot{V}(e_1, e_2, z) = 0$ 可知 $e_2 = 0, \varphi z = 0$,所以可得 $\dot{e}_2 = 0$,再由式(24)中的动力学误差方程可知 $e_1 = 0$,因此最大不变集可表示为

 $M = \{(e_1, e_2, z) : e_1 = 0, e_2 = 0, \varphi z = 0\}.$ (25) 该最大不变集只包含平衡点,由LaSalle不变集引理可 知,所有轨迹收敛于不变集*M*,即控制器使得误差动 力学系统在平衡点(0,0, θ)处全局渐近稳定.此时 由式(7)及误差 $\lim_{t\to\infty} e_1 = 0$, $\lim_{t\to\infty} e_2 = 0$, $\eta_d \in L_{\infty}, \dot{\eta}_d \in L_{\infty}, \eta \in L_{\infty}, \eta \in L_{\infty}, e_1 \in L_{\infty}, e_2 \in L_{\infty},$ 由式 (15)–(16)可知 $\tau^B \in L_{\infty}$ 和 $\delta \in L_{\infty}$,即闭环系统所有 信号均为有界.

本文基于浸入--不变集理论设计控制律,解决在空 气阻尼系数未知的情况下,小型无人直升机的姿态控 制问题.该方法不依赖于线性参数化条件,且相较于 传统自适应方法,该方法也不存在确定等价性要求. 此外,传统自适应方法如模型参考自适应或自校正自 适应方法,在应用时都存在不易构建李雅普诺夫函数 进行稳定性分析的问题,而基于浸入--不变集理论设 计的控制律,会在李雅普诺夫函数中引入交叉项,便 于分析闭环系统的稳定性,确保所有闭环信号的有界 性.同时,基于浸入--不变理论所设计的估计器具有独 立性,相较于传统自适应方法,更容易调节参数,使自 适应估计值达到稳定收敛的效果.

5 实验验证(Experiment results)

5.1 平台介绍(Introduction of the testbed)

为验证上述控制律设计的有效性,本文利用本研 究组自主设计的无人直升机硬件在环仿真平台^[8],进 行了实时的镇定和跟踪飞行实验.该实验平台以基于 MATLAB RTW工具箱的xPC目标为实时仿真环境, 采用自主设计的基于ARM Cortex-M3内核的惯性测 量单元作为传感器.该传感器提供三轴角度和角速度 信息,测量精度为俯仰角和滚转角±0.2°、偏航角±0.5°.整个硬件在环仿真系统控制频率为500 Hz.

5.2 姿态跟踪控制实验(Attitude tracking control experiment)

小型无人直升机系统参数为: m = 1.138 kg, g = 9.8 m/s², $J = \text{diag}\{0.0914, 0.214, 0.166\}$. 控制增益的选择为: $\alpha = \text{diag}\{1, 1, 0.3\}, \epsilon = \text{diag}\{78, 81, 2\}, \gamma = \text{diag}\{1, 1, 0.5\}, \hat{s}(0) = \text{diag}\{0, 0, 0\}$ 为自适应参数初值. 实验过程中,首先由操作人员手动起飞无人直升机, 然后通过遥控器中的一路切换通道改为自动飞行状态. 设计无人直升机的跟踪目标为

$$\eta_{\rm d}(t) = [0, 0, 30^{\circ} \sin(0.1\pi t)]^{\rm T}.$$

采用论文中提出的自适应控制器,在6.7 s时进行手动转自动切换,实际飞行结果如图2-5所示.









Fig. 3 Adaptive tracking experiments: yaw angle and its tracking error

由图2--3可知实验取得良好的跟踪效果,俯仰角及旋转角控制精度为±1°,偏航角控制精度为±2.5°.

图4为控制输入结果,图5为参数自适应估计 *ŝ*的结果, 由图4-5可以看出,控制输入及自适应参数均稳定在 一定范围内,验证了本文所设计控制器的合理性.



图 4 自适应跟踪实验: 控制输入曲线

Fig. 4 Adaptive tracking experiments: control inputs



图 5 自适应跟踪实验:参数估计曲线

Fig. 5 Adaptive tracking experiments: parameters estimation

同时为分析和对比本文所提出算法的有效性,在同样的条件下,使用比例积分微分(proportion integral derivative, PID)控制器进行无人机姿态跟踪实验.在18 s时,进行手动转自动切换,具体实验结果见图6-8.

对比旋转角及俯仰角实验结果图6与图2,以及偏 航角及其跟踪误差曲线图7与图3可知,在无人机跟踪 控制中,PID控制器的时间延迟现象较为明显,响应速 度明显慢于本文所提出的自适应控制器,且其滚转角 及俯仰角控制精度为±2°,偏航角控制精度为5°,控制 误差远大于文中提出的控制器.



图 6 PID跟踪实验: 旋转角及俯仰角曲线

Fig. 6 PID tracking experiments: rotation angle and pitching angle



图 7 PID跟踪实验: 偏航角及其跟踪误差曲线 Fig. 7 PID tracking experiments: yaw angle and its tracking error





6 结论(Conclusions)

本文针对小型无人直升机姿态控制问题,提出了 一种基于浸入--不变集理论的姿态自适应控制器,实 现了小型无人直升机渐近跟踪目标姿态的控制效果. 本文首先分析小型无人直升机的动力学模型,在传统 模型上增加了空气阻力矩项,利用浸入--不变集理论 设计控制器,并对未知参数空气阻尼系数进行实时估 计,应用Lyapunov方法和LaSalle不变集原理,对闭环 系统的稳定性进行严格的数学分析和证明.最后本文 进行了无人直升机的镇定和跟踪飞行实验,实验结果 表明,文中所提出的控制算法,可以有效地处理系统 未知参数带来的影响,使直升机取得良好的姿态控制 效果.

参考文献(References):

- CAI G, DIAS J, SENEVIRATNE L. A survey of small-scale unmanned aerial vehicles: Recent advances and future development trends [J]. Unmanned Systems, 2014, 2(2): 175 – 199.
- [2] ALVARENGA J, VITZILAIOS N I, VALAVANIS K P, et al. Survey of unmanned helicopter model-based navigation and control techniques [J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2014, 76(3/4): 1 – 52.
- [3] POUNDS P E I, DOLLAR A M. Stability of helicopters in compliant contact under PD-PID control [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2014, 30(6): 1472 – 1486.
- [4] LIU H, LU G, ZHONG Y. Robust LQR attitude control of a 3-DOF laboratory helicopter for aggressive maneuvers [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(10): 4627 – 4636.
- [5] CIVITA L M, MESSNER W C, KANADE T. Modeling of small-scale helicopters with integrated first-principles and systemidentification techniques [C] //Proceedings of the 58th Annual Forum of the American Helicopter Society. Montréal: AIAA, 2002, 2: 2505 – 2516.
- [6] 蒋沅,曾令武,代冀阳. 一类非线性直升机模型的滑模降阶控制器设计 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(3): 330 338.
 (JIANG Yuan, ZENG Lingwu, DAI Jiyang. Sliding-mode reduced-order controller design for a class of nonlinear helicopter model [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 330 338.)

- [7] ODELGA M, CHRIETTE A, PLESTAN F. Control of 3 DOF helicopter: a novel autopilot scheme based on adaptive sliding mode control [C] //Proceedings of American Control Conference. Montréal: IEEE, 2012, 6: 2545 – 2550.
- [8] 鲜斌,古训,刘祥,等. 小型无人直升机姿态非线性鲁棒控制设计 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 409 416.
 (XIAN Bin, GU Xun, LIU Xiang, et al. Nonlinear robust attitude control for a miniature unmanned helicopter [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 409 416.)
- [9] SADEGHZADEH I, MEHTA A, ZHANG Y. Fault tolerant control of a quadrotor helicopter using model reference adaptive control [C] //Proceedings of American Society of Mechanical Engineers 2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Washington: IEEE, 2011, 8: 997 – 1004.
- [10] BING Z, WEI H. Adaptive backstepping control for a miniature autonomous helicopter [C] //The 50th IEEE Conferenceon Decision and Control and European Control Conference. Orlando: IEEE, 2011, 12: 5413 – 5418.
- [11] LEE D, JIN K H, SASTRY S. Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter [J]. *International Journal of Control Automation and Systems*, 2009, 7(3): 419 – 428.
- [12] CAI G, CHEN B M, LEE T H. Unmanned Rotorcraft Systems [M]. New York: Springer, 2011.
- [13] XU R, ÖZGÜNER Ü. Sliding mode control of a class of underactuated systems [J]. Automatica, 2008, 44(1): 233 – 241.
- [14] ZHAO B, XIAN B, ZHANG X. Nonlinear robust adaptive tracking control of a quadrotor UAV via immersion and invariance mthodology [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(5): 2891 – 2902.
- [15] ZHU B, HUO W. Robust nonlinear control for a model-scaled helicopter with parameter uncertainties [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1/2): 1139 – 1154.
- [16] ASTOLFI A, KARAGIANNIS D, ORTEGA R. Nonlinear and Adaptive Control with Applications [M]. New York: Springer, 2007.

作者简介:

姜鑫燃 (1991–), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为无人直升机的 非线性研究, E-mail: jiangxr@tju.edu.cn;

鲜 斌 (1975-), 男, 教授, 博士生导师, IEEE高级会员, 主要研 究方向为非线性系统控制、无人机系统、实时控制系统等, E-mail: xbin @tju.edu.cn.