第 34 卷第 1 期
2017 年 1 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 34 No. 1
Jan. 2017

DOI: 10.7641/CTA.2017.50842

状态空间模型的双层结构预测控制算法

谢亚军, 丁宝苍[†], 陈 桥

(西安交通大学 电子与信息工程学院 自动化系, 陕西 西安 710049)

摘要: 双层结构预测控制是指先进行设定值优化、再进行设定值跟踪的预测控制. 在已有的双层结构动态矩阵控制的基础上, 本文给出基于状态空间模型的双层结构预测控制算法. 该算法基于干扰模型和新定义的开环预测值, 给出了新的开环预测模块. 该开环预测模块采用Kalman滤波方法得到操作变量、被控变量的开环动、稳态预测值. 基于这些开环预测值, 稳态目标计算模块的基本原理同双层结构动态矩阵控制, 但是具体细节上遵循状态空间方法. 动态控制模块基于稳态目标计算提供的操作变量、被控变量的稳态目标(设定值), 采用二次规划算法计算控制作用. 仿真算例证实了该算法的有效性.

关键词: 预测控制; 状态空间; Kalman滤波; 设定值优化; 双层结构

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Double-layered model predictive control of state-space model

XIE Ya-jun, DING Bao-cang[†], CHEN Qiao

(Department of Automation, School of Electronic and Information Engineering, Xi’an Jiaotong University, Xi’an Shaanxi 710049, China)

Abstract: The so-called double-layered model predictive control (MPC) performs firstly the setpoint optimization, then the setpoint tracking. Based-on the existing double-layered dynamic matrix control, this paper gives an algorithm for double-layered MPC based on the state-space model. Based on the disturbance model and the newly defined open-loop predictions, this algorithm proposes a new open-loop prediction module. This open-loop prediction module adopts the Kalman filter to obtain the open-loop dynamic/steady-state predictions of manipulated/controlled variables (MVs/CVs). Based on these open-loop predictions, the steady-state target calculation (SSTC) module is the same as in double-layered dynamic matrix control, but its details obey the state-space method. Based on the steady-state targets (setpoints) of MVs/CVs provided by SSTC, the dynamic control module computes the control moves by solving the quadratic programming. The numerical example verifies the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: model predictive control (MPC); state-space; Kalman filter; setpoint optimization; double-layered structure

1 引言(Introduction)

模型预测控制(model predictive control, MPC)在工业工程中得到了广泛应用, 从提高经济效益、节能降耗的角度为工业发展做出了贡献. MPC的工业技术和理论研究都取得了卓越的成果[1–3]. 在工业中, 得到最广泛应用、主流的MPC技术是双层结构[4–7], 对输入输出模型的运用比状态空间模型更加成熟. 在理论研究中, 最好的成果都是采用状态空间模型的, 并且针对双层结构MPC的理论成果甚少、甚有局限性. 这样, 需要系统地描述工业中实际应用的双层结构MPC算法(这在已有文献中是很缺乏的), 并且在状态空间框架下进行诠释, 以求大量的理论成果与工程实际应用实现无缝对接.

文 [8–9] 研究了基于状态空间模型的双层结构MPC算法, 但是其讨论的具体稳态目标计算 (steady-state target calculation, SSTC)策略较简单. 在文[8–9]的基础上, 文[10]进一步给出详细的SSTC策略. 与文 [8–9]不同的是, 文[10]采用了有限阶跃响应模型. 在本文中, 作者将状态空间方法和文[10]的SSTC策略结合, 给出一个新的双层结构MPC策略, 以期推动双层结构MPC的深入研究. 注意本文的状态空间方法是对文 [8–9] 的改进. 相比较而言, 文[8–9]仅是采用了非常基本的状态空间方法.

双层结构MPC分为3个模块, 即开环预测、稳态目标计算和动态控制[10]. 开环预测模块基于被控变量(controlled variable, CV)实测值, 在假设未来操作变量

收稿日期: 2015−10−25; 录用日期: 2016−11−08.

[†]通信作者. E-mail: baocangding@126.com.

本文责任编委: 席裕庚.

国家高技术研究发展计划(“863”计划)项目(2014AA041802), 国家自然科学基金项目(61573269), 陕西省自然科学基金项目(2016JM6049)资助.

Supported by National High-tech R&D Program of China (2014AA041802), National Natural Science Foundation of China (61573269) and Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2016JM6049).

(manipulated variable, MV)不变的情况下, 预测未来的CV值. SSTC模块结合过程的稳态模型, 考虑MV和CV约束条件, 并考虑理想值及其期望上下界, 适当地设定优化性能指标, 最终形成线性规划(linear programming, LP); 通过求解这些LP为动态控制模块提供MV, CV设定值——也称为稳态目标值. 动态控制模块根据SSTC的输出结果, 计算控制作用.

本文的结果是在新定义的开环预测值的基础上给出的, 该开环预测值造成了整体的双层结构MPC策略的细节变化. 本文的状态空间方法的一个关键技术是干扰模型, 该模型的干扰是一种人工干扰, 即可测干扰以外的干扰. 人工干扰反映了不确定性对系统的影响, 包括在模型中未包含的输入变量和未建模动态两个方面的影响[11]. 由人工干扰代表不确定性由来已久, 而用于预测控制主要从20世纪90年代开始[12–14]. 本文主要符号见表1.

表 1 本文主要符号

Table 1 The notations in this paper

符 号	含 义
$\mathbb{R}^n$	n维欧式空间
$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{u})$	CV(MV), $\boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^{n_y}(\boldsymbol{u}\in\mathbb{R}^{n_u})$
$\boldsymbol{y}_{\rm ss}(\boldsymbol{u}_{\rm ss})$	CV(MV)稳态值
$\delta\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k)$	MV稳态增量, $\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k)-\boldsymbol{u}(k-1)$
$\boldsymbol{y}_t(\boldsymbol{u}_t)$	CV(MV)的理想值
$\Vert\boldsymbol{x}\Vert_Q^2$	$\boldsymbol{x}^{\rm T}Q\boldsymbol{x}$
k	离散采样时刻, 可能写为下角标
$\xi(k+i\vert k)$	k时刻对未来$k+i$时刻的ξ的预测值

2 干扰模型与开环预测模块(Interference model and open-loop prediction module)

考虑线性时不变离散模型

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_{k+1}=A\boldsymbol{x}_k+B\boldsymbol{u}_k+F\boldsymbol{f}_k,\ k\geqslant 0,\\ \boldsymbol{y}_k=C\boldsymbol{x}_k,\end{cases}\tag{1}$$

其中: 状态变量$\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^{n_x}$, 可测干扰变量$\boldsymbol{f}\in\mathbb{R}^{n_f}$. 假设$(A,B)$为可镇定的, (C,A)为可检测的.

如果直接采用(1)设计预测控制器, 有很多成熟的方法. 但是, 如果系统中存在不可测干扰或建模误差, 则可能难以实现无静差控制. 文[13]给出一般的带有人工干扰的状态空间模型描述:

$$\begin{cases}\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\tilde{A}\tilde{\boldsymbol{x}}_k+\tilde{B}\boldsymbol{u}_k+\tilde{F}\boldsymbol{f}_k,\\ \boldsymbol{y}_k=\tilde{C}\tilde{\boldsymbol{x}}_k,\end{cases}\tag{2}$$

其中增广的状态变量和系统矩阵为

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_k=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_k\\ \boldsymbol{d}_k\\ \boldsymbol{p}_k\end{bmatrix},\ \tilde{A}=\begin{bmatrix}A & G_{\rm d} & 0\\ 0 & I & 0\\ 0 & 0 & I\end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}=\begin{bmatrix}B\\ 0\\ 0\end{bmatrix},\ \tilde{F}=\begin{bmatrix}F\\ 0\\ 0\end{bmatrix},\ \tilde{C}=[C\ \ 0\ \ G_{\rm p}],\tag{3}$$

其中: $\boldsymbol{p}\in\mathbb{R}^{n_{\rm p}}$, $n_{\rm p}$是增广输出干扰状态的个数, $G_{\rm p}$决定这些状态对输出的影响, $\boldsymbol{d}\in\mathbb{R}^{n_{\rm d}}$, $n_{\rm d}$为增广状态干扰状态的个数, $G_{\rm d}$决定了干扰对状态的影响.

扰动模型设计的最基本目标是确保增广的干扰状态为可检测的. 因为这些状态不是渐近稳定的, 所以只有当增广模型(2)–(3)是可检测的, 它们才是可重构的. 文[13]给出如下的可检测性定理.

定理 1 式(2)–(3)所示的扩展系统$(\tilde{C},\tilde{A})$是可检测的, 当且仅当(C,A)是可检测的且满足

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}I-A & -G_{\rm d} & 0\\ C & 0 & G_{\rm p}\end{bmatrix}=n_{\rm x}+n_{\rm d}+n_{\rm p}.\tag{4}$$

定理 2 对于所有的可检测的(C,A), 存在一个可检测的增广系统式(2)–(3), 其中$n_{\rm p}+n_{\rm d}=n_y$.

对式(2)–(3)所示的增广系统, 采用稳态Kalman滤波得到增广状态的估计如下[13]:

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}\\ \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1}\\ \hat{\boldsymbol{p}}_{k|k-1}\end{bmatrix}=\tilde{A}\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1}\\ \hat{\boldsymbol{d}}_{k-1|k-1}\\ \hat{\boldsymbol{p}}_{k-1|k-1}\end{bmatrix}+\tilde{B}\boldsymbol{u}_{k-1}+\tilde{F}\boldsymbol{f}_{k-1},$$

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}\\ \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k}\\ \hat{\boldsymbol{p}}_{k|k}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}\\ \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1}\\ \hat{\boldsymbol{p}}_{k|k-1}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}L_{\rm x}\\ L_{\rm d}\\ L_{\rm p}\end{bmatrix}\left(\boldsymbol{y}_k-\tilde{C}\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}\\ \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1}\\ \hat{\boldsymbol{p}}_{k|k-1}\end{bmatrix}\right).\tag{5}$$

状态滤波增益L被分解为过程模型状态滤波增益$L_{\rm x}$、状态扰动滤波增益$L_{\rm d}$以及输出扰动滤波增益$L_{\rm p}$. 求解如下(Riccati)方程:

$$\begin{aligned}\Sigma\ =\ &\tilde{A}\Sigma\tilde{A}^{\rm T}-\tilde{A}\Sigma\tilde{C}^{\rm T}(\tilde{C}\Sigma\tilde{C}^{\rm T}+R_2)^{-1}\times\\ &(\tilde{A}\Sigma\tilde{C}^{\rm T})^{\rm T}+R_1,\end{aligned}$$

得到解Σ, 从而可计算稳态Kalman滤波增益

$$L=\Sigma\tilde{C}^{\rm T}(\tilde{C}\Sigma\tilde{C}^{\rm T}+R_2)^{-1},\tag{6}$$

其 中: $R_1\in\mathbb{R}^{(n_x+n_{\rm d}+n_{\rm p})\times(n_x+n_{\rm d}+n_{\rm p})}$, $R_2\in\mathbb{R}^{n_y\times n_y}$为可调参数, 满足

$$\begin{bmatrix}R_1 & 0\\ 0 & R_2\end{bmatrix}\geqslant 0.$$

如果系统(1)不稳定, 采用估计状态反馈控制律预镇定系统(1), 实际的控制作用为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}(k+i|k)=&K\hat{\boldsymbol{x}}(k+i|k)+\boldsymbol{v}(k+i|k),\\ &i=0,\cdots,P-1,\end{aligned}\tag{7}$$

其中: 假设K为控制器增益矩阵, 且使得$A_{\rm c}=A+BK$是渐近稳定的, $\boldsymbol{v}$为控制作用摄动项, P为预测时域. 由于采用了式(7), 本文提出新的开环预测值. 假设$\boldsymbol{u}(k+i|k)=K\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k+i|k)+\boldsymbol{v}(k-1)$的情况下,

对未来值的估计. 基于超前$i \geqslant 1$步Kalman预报方法, 未来状态估计的开环预测值如下:

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k+i+1|k) =& A_{\rm c}\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k+i|k)+G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+\\ & B\boldsymbol{v}(k-1)+F\boldsymbol{f}(k),\\ & i=0,\cdots,P-1,\end{aligned} \tag{8}$$

其中: 上角标"ol"表示开环, 预测初值$\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k|k)=\hat{\boldsymbol{x}}(k|k)$. 基于式(8), 未来输出的开环预测值如下:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}^{\rm ol}(k+i|k) =& C\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k+i|k)+G_{\rm p}\hat{\boldsymbol{p}}(k|k),\\ & i=1,\cdots,P.\end{aligned} \tag{9}$$

基于式(7)–(9), 得到开环稳态方程如下:

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)=A_{\rm c}\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)+G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+\\ \qquad B\boldsymbol{v}(k-1)+F\boldsymbol{f}(k),\\ \boldsymbol{y}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)=C\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)+G_{\rm p}\hat{\boldsymbol{p}}(k|k),\\ \boldsymbol{u}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)=K\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)+\boldsymbol{v}(k-1).\end{cases} \tag{10}$$

由于$A_{\rm c}$是渐近稳定的, 可以得到

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}_{\rm ss}(k) =& (I-A_{\rm c})^{-1}B\boldsymbol{v}(k-1)+(I-A_{\rm c})^{-1}\times\\ & [G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+F\boldsymbol{f}(k)],\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}^{\rm ol}_{\rm ss}(k) =& K_{\rm c}\boldsymbol{v}(k-1)+K(I-A_{\rm c})^{-1}\times\\ & [G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+F\boldsymbol{f}(k)],\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}^{\rm ol}_{\rm ss}(k) =& G_{\rm c}\boldsymbol{v}(k-1)+C(I-A_{\rm c})^{-1}\times\\ & [G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+F\boldsymbol{f}(k)]+G_{\rm p}\hat{\boldsymbol{p}}(k|k),\end{aligned} \tag{13}$$

其中: $K_{\rm c}=K(I-A_{\rm c})^{-1}B+I, G_{\rm c}=C(I-A_{\rm c})^{-1}B$为稳态增益矩阵.

以上开环动、稳态预测方法是由本文首先提出的.

3 稳态目标计算模块 (Steady-state target calculation module)

SSTC基本上可类比文[10]得到, 但是由于采用状态空间模型和新的开环预测值造成了SSTC的具体细节有差别, 为了保证本文技术的完整性, 本节仍然给出SSTC的描述. 深入原理和扩展可参考文[10].

稳态MV的幅值硬约束为[10]

$$\underline{\boldsymbol{u}} \leqslant \boldsymbol{u}_{\rm ss}(k) \leqslant \bar{\boldsymbol{u}},\ k \geqslant 0, \tag{14}$$

$$|\delta\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k)| \leqslant M\Delta\bar{\boldsymbol{u}},\ k \geqslant 0, \tag{15}$$

$$|\delta\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k)| \leqslant \delta\bar{\boldsymbol{u}}_{\rm ss},\ k \geqslant 0, \tag{16}$$

其中M为控制时域. 稳态CV的幅值硬约束(工程约束)和幅值软约束(操作约束)分别为

$$\underline{\boldsymbol{y}}_{0,\rm h} \leqslant \boldsymbol{y}_{\rm ss}(k) \leqslant \bar{\boldsymbol{y}}_{0,\rm h},\ k \geqslant 0, \tag{17}$$

$$\underline{\boldsymbol{y}}_0 \leqslant \boldsymbol{y}_{\rm ss}(k) \leqslant \bar{\boldsymbol{y}}_0,\ k \geqslant 0. \tag{18}$$

如果在SSTC需要对$\delta\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)$进行限制, 则附加的稳态CV的硬约束为

$$|\delta\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)| \leqslant \delta\bar{\boldsymbol{y}}_{\rm ss},\ k \geqslant 0. \tag{19}$$

在文[10]中, 未考虑约束(19).

根据式(11)–(13), 在SSTC中, 要得到$\{\hat{\boldsymbol{x}}_{\rm ss}, \boldsymbol{y}_{\rm ss}, \boldsymbol{u}_{\rm ss}, \boldsymbol{v}_{\rm ss}\}(k)$, 满足

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}_{\rm ss}(k) =& (I-A_{\rm c})^{-1}B\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)+(I-A_{\rm c})^{-1}\times\\ & [G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+F\boldsymbol{f}(k)],\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k) =& K_{\rm c}\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)+K(I-A_{\rm c})^{-1}\times\\ & [G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+F\boldsymbol{f}(k)],\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k) =& G_{\rm c}\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)+C(I-A_{\rm c})^{-1}\times\\ & [G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+F\boldsymbol{f}(k)]+G_{\rm p}\hat{\boldsymbol{p}}(k|k),\end{aligned} \tag{22}$$

注意$\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=\boldsymbol{v}(k-1)+\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)$, 用式(21)减去式(12), 得到

$$\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k)=K_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)+\boldsymbol{u}^{\rm ol}_{\rm ss}(k). \tag{23}$$

注意到: $\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k)=\boldsymbol{u}(k-1)+\delta\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k)$, 故$\delta\boldsymbol{u}_{\rm ss}(k)=K_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)+\boldsymbol{u}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)-\boldsymbol{u}(k-1)$. 用式(22)减去式(13), 得到

$$\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)=G_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)+\boldsymbol{y}^{\rm ol}_{\rm ss}(k). \tag{24}$$

同时注意到: $\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)=\boldsymbol{y}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)+\delta\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)$, 故$\delta\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)=G_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)$.

以上闭环稳态预测公式是由本文首先给出的.

3.1 约束的统一表达(Unified expression of constraints)

根据式(23), 所谓满足硬约束(14)–(16), 即满足

$$K_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k) \leqslant \bar{\boldsymbol{u}}'(k), \tag{25}$$

$$K_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k) \geqslant \underline{\boldsymbol{u}}'(k), \tag{26}$$

其中: $\bar{\boldsymbol{u}}'(k)=\min\{\bar{\boldsymbol{u}}, M\Delta\bar{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{u}(k-1), \delta\bar{\boldsymbol{u}}_{\rm ss}+\boldsymbol{u}(k-1)\}-\boldsymbol{u}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)$, $\underline{\boldsymbol{u}}'(k)=\max\{\underline{\boldsymbol{u}}, -M\Delta\bar{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{u}(k-1), -\delta\bar{\boldsymbol{u}}_{\rm ss}+\boldsymbol{u}(k-1)\}-\boldsymbol{u}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)$. 根据式(24), 检验是否满足硬约束(17)(19)变为检验

$$G_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k) \leqslant \bar{\boldsymbol{y}}_{\rm h}(k), \tag{27}$$

$$G_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k) \geqslant \underline{\boldsymbol{y}}_{\rm h}(k), \tag{28}$$

其中: $\bar{\boldsymbol{y}}_{\rm h}(k)=\min\{\bar{\boldsymbol{y}}_{0,\rm h}-\boldsymbol{y}^{\rm ol}_{\rm ss}(k), \delta\bar{\boldsymbol{y}}_{\rm ss}\}$, $\underline{\boldsymbol{y}}_{\rm h}(k)=\max\{\underline{\boldsymbol{y}}_{0,\rm h}-\boldsymbol{y}^{\rm ol}_{\rm ss}(k), -\delta\bar{\boldsymbol{y}}_{\rm ss}\}$. 相应地, 所谓检验$\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)$是否满足幅值软约束(18), 即检验

$$G_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k) \leqslant \bar{\boldsymbol{y}}(k), \tag{29}$$

$$G_{\rm c}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k) \geqslant \underline{\boldsymbol{y}}(k), \tag{30}$$

其中: $\bar{\boldsymbol{y}}(k)=\bar{\boldsymbol{y}}_0-\boldsymbol{y}^{\rm ol}_{\rm ss}(k), \underline{\boldsymbol{y}}(k)=\underline{\boldsymbol{y}}_0-\boldsymbol{y}^{\rm ol}_{\rm ss}(k)$.

记有理想值$u_{i,t}(y_{j,t})$的$i(j)$的集合为$\mathcal{I}_t(\mathcal{J}_t)$. 记$u_{i,t}(k)$的期望允许变化范围为$u_{i,\rm ss,range}$. 取

$$\bar{u}_{i,\rm ss}(k)=u_{i,\rm t}(k)+\frac{1}{2}u_{i,\rm ss,range}-u^{\rm ol}_{i,\rm ss}(k),\ i\in\mathcal{I}_t,$$

$$\underline{u}_{i,\rm ss}(k)=u_{i,\rm t}(k)-\frac{1}{2}u_{i,\rm ss,range}-u^{\rm ol}_{i,\rm ss}(k),\ i\in\mathcal{I}_t,$$

则对$u_{i,\rm ss}(k)$, 需要检验

$$K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{u}_{i,\rm ss}(k),\ i\in\mathcal{I}_t,\tag{31}$$

$$K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\geqslant\underline{u}_{i,\rm ss}(k),\ i\in\mathcal{I}_t,\tag{32}$$

其中$K_{{\rm c},i}$是$K_{\rm c}$的第i行. 记$y_{j,\rm t}(k)$的期望允许变化范围为$y_{j,\rm ss,range}$. 取

$$\bar{y}_{j,\rm ss}(k)=y_{j,\rm t}(k)+\frac{1}{2}y_{j,\rm ss,range}-y^{\rm ol}_{j,\rm ss}(k),\ j\in\mathcal{J}_t,$$

$$\underline{y}_{j,\rm ss}(k)=y_{j,\rm t}(k)-\frac{1}{2}y_{j,\rm ss,range}-y^{\rm ol}_{j,\rm ss}(k),\ j\in\mathcal{J}_t,$$

则对$y_{j,\rm ss}(k)$, 需要检验

$$G_{c,j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{y}_{j,\rm ss}(k),\ j\in\mathcal{J}_t,\tag{33}$$

$$G_{c,j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\geqslant\underline{y}_{j,\rm ss}(k),\ j\in\mathcal{J}_t,\tag{34}$$

其中$G_{c,j}$为$G_{\rm c}$的第j行.

理想值本身也可以表达成关于控制摄动增量的约束. 对应于$u_{i,t}(k)$, 约束为

$$K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=u_{i,\rm t}(k)-u^{\rm ol}_{i,\rm ss}(k),\ i\in\mathcal{I}_t,\tag{35}$$

对应于$y_{j,t}(k)$, 约束为

$$G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=y_{j,\rm t}(k)-y^{\rm ol}_{j,\rm ss}(k),\ j\in\mathcal{J}_t.\tag{36}$$

3.2 可行性阶段(Feasibility stage)

在每个优先级的优化问题中都要满足式(25)–(28), 优先级的设置和处理参考文[10]. 考虑优先级r(较大的数值r对应较低的优先级). 记通过第r个优先级的优化问题的求解, 得到的从第1级到第r级软约束的处理结果为

$$C^{(r)}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\boldsymbol{c}^{(r)}(k),\tag{37}$$

$$C^{(r)}_{\rm eq}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=\boldsymbol{c}^{(r)}_{\rm eq}(k).\tag{38}$$

约束式(37)–(38)相对于第$r+1$个优先级的优化而言, 是硬约束.

易知, 式(37)–(38)是由如下一些约束组成:

$$G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{y}'_j(k),\ j\in\mathfrak{I}^{(r)}_{\rm u},\tag{39}$$

$$-G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant-\underline{y}'_j(k),\ j\in\mathfrak{I}^{(r)}_{\rm l},\tag{40}$$

$$K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{u}'_{i,\rm ss}(k),\ i\in I^{(r)}_{\rm u},\tag{41}$$

$$-K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant-\underline{u}'_{i,\rm ss}(k),\ i\in I^{(r)}_{\rm l},\tag{42}$$

$$G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{y}'_{j,\rm ss}(k),\ j\in J^{(r)}_{\rm u},\tag{43}$$

$$-G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant-\underline{y}'_{j,\rm ss}(k),\ j\in J^{(r)}_{\rm l},\tag{44}$$

$$K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=u_{i,\rm ss}(k)-u^{\rm ol}_{i,\rm ss}(k),\ i\in I^{(r)}_{\rm e},\tag{45}$$

$$G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=y_{j,\rm ss}(k)-y^{\rm ol}_{j,\rm ss}(k),\ j\in J^{(r)}_{\rm e},\tag{46}$$

其中:

$\{\mathfrak{I}^{(r)}_{\rm u},\mathfrak{I}^{(r)}_{\rm l}\}\in\mathbb{N}_y:=\{1,2,\cdots,n_y\}$;

$\{I^{(r)}_{\rm u},\ I^{(r)}_{\rm l},I^{(r)}_{\rm e}\}\subseteq\mathcal{I}_t,\ \{J^{(r)}_{\rm u},J^{(r)}_{\rm l},J^{(r)}_{\rm e}\}\subseteq\mathcal{J}_t$;

$\bar{y}'_j(k)\geqslant\bar{y}_j(k),\ \underline{y}'_j(k)\leqslant\underline{y}_j(k)$;

$\bar{u}'_{i,\rm ss}(k)\geqslant\bar{u}_{i,\rm ss}(k),\ \underline{u}'_{i,\rm ss}(k)\leqslant\underline{u}_{i,\rm ss}(k)$;

$\bar{y}'_{j,\rm ss}(k)\geqslant\bar{y}_{j,\rm ss}(k),\ \underline{y}'_{j,\rm ss}(k)\leqslant\underline{y}_{j,\rm ss}(k)$.

式(39)–(46)分别为式(29)–(36)放松后的结果.

定理 3 在式(39)–(46)的作用下, 式(25)–(28)简化为

$$K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{u}'_i(k),\ i\notin I^{(r)}_{\rm e}\cup I^{(r)}_{\rm u},\tag{47}$$

$$-K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant-\underline{u}'_i(k),\ i\notin I^{(r)}_{\rm e}\cup I^{(r)}_{\rm l},\tag{48}$$

$$G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{y}_{j,\rm h}(k),\ j\notin J^{(r)}_{\rm e}\cup J^{(r)}_{\rm u}\cup\mathfrak{I}^{(r)}_{\rm u},\tag{49}$$

$$-G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant-\underline{y}_{j,\rm h}(k),\ j\notin J^{(r)}_{\rm e}\cup J^{(r)}_{\rm l}\cup\mathfrak{I}^{(r)}_{\rm l}.\tag{50}$$

证 类似文[10]的引理1. 证毕.

考虑如下两种类型:

I) 第$r+1$个优先级处理等式型软约束, 则考虑约束(47)–(50)和

$$\begin{cases}C^{(r)}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\boldsymbol{c}^{(r)}(k),\\ \begin{bmatrix}C^{(r)}_{\rm eq}\\ \tilde{C}^{(r+1)}_{\rm eq}\end{bmatrix}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{c}^{(r)}_{\rm eq}(k)\\ \tilde{\boldsymbol{c}}^{(r+1)}_{\rm eq}(k)+\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq}(k)\end{bmatrix},\end{cases}\tag{51}$$

其中$\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq}(k)$为松弛变量, 其绝对值越小越好.

II) 第$r+1$个优先级为不等式型软约束, 则考虑约束(47)–(50)和

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}C^{(r)}\\ \tilde{C}^{(r+1)}\end{bmatrix}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\begin{bmatrix}\boldsymbol{c}^{(r)}(k)\\ \tilde{\boldsymbol{c}}^{(r+1)}(k)+\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}(k)\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}(k)\geqslant 0,\\ C^{(r)}_{\rm eq}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=\boldsymbol{c}^{(r)}_{\rm eq}(k),\end{cases}\tag{52}$$

其中$\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}(k)$为松弛变量, 记其对应的等关注偏差为$\bar{\varepsilon}$[10].

下面分两种情况讨论:

I) 令

$$\begin{cases}\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq}(k)=\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq+}(k)-\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq-}(k),\\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq+}(k)\geqslant 0,\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq-}(k)\geqslant 0,\end{cases}\tag{53}$$

其中$\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq+}(k)$和$\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq-}(k)$为松弛变量. 则求解

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq+}(k),\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}_{\rm eq-}(k),\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)}\times\\ &\sum_{\tau=1}^{d_{r+1}}(\bar{\varepsilon}^{(r+1)}_{{\rm eq},\tau})^{-1}(\varepsilon^{(r+1)}_{{\rm eq+},\tau}(k)+\varepsilon^{(r+1)}_{{\rm eq-},\tau}(k)),\\ &\text{s.t. 式(47)}-\text{(51)(53)}.\end{aligned}\tag{54}$$

II) 求解

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}(k),\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)}\sum_{\tau=1}^{d_{r+1}}\left(\bar{\varepsilon}^{(r+1)}_\tau\right)^{-1}\varepsilon^{(r+1)}_\tau(k),\\ &\text{s.t. 式(47)}-\text{(50)(52)},\end{aligned}\tag{55}$$

其中: 下角标τ表示对应于$\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm eq}^{(r+1)}(k)$和$\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}(k)$的第$\tau$个元, 而$d_{r+1}$表示$\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm eq}^{(r+1)}(k)$和$\boldsymbol{\varepsilon}^{(r+1)}$的维数.

当第$r+1$个优先级的优化完成后, 式(51)或式(52)则被统一表达为(37)–(38), 其中式(37)–(38)中的r被替换为$r+1$.

3.3 经济优化阶段(Economic optimization stage)

定理 4 经过SSTC的可行性阶段, 所有的硬约束和放松后的软约束可合并为

$$K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{u}_i'(k),\ i\notin\mathcal{I}_t,\tag{56}$$
$$-K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant-\underline{u}_i'(k),\ i\notin\mathcal{I}_t,\tag{57}$$
$$G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant\bar{y}_j'(k),\ j\notin\mathcal{J}_t,\tag{58}$$
$$-G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)\leqslant-\underline{y}_j'(k),\ j\notin\mathcal{J}_t,\tag{59}$$
$$K_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=u_{i,{\rm ss}}(k)-u_{j,{\rm ss}}^{\rm ol}(k),\ i\in\mathcal{I}_t,\tag{60}$$
$$G_{{\rm c},j}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)=y_{j,{\rm ss}}(k)-y_{j,{\rm ss}}^{\rm ol}(k),\ j\in\mathcal{J}_t.\tag{61}$$

证 类似文[10]的引理2, 但注意文[10]的引理2中“(18)–(19)”应该改为“(14)–(19)”. 证毕.

采用线性规划, 问题如下所示:

$$\min_{\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k)} J=\sum_{i=1}^{n_u}h_iK_{{\rm c},i}\delta\boldsymbol{v}_{\rm ss}(k),\ \text{s.t. 式(56)}-(61),$$

其中h_i为权重.

在以上SSTC中, 可进一步考虑采用二次规划、最小移动MV、最低优先级软约束, 细节可类比文[10]得到, 但注意文[10]中对应的LP和QP问题中式“(51)–(57)”应该修改为式“(51)–(56)及(57)”.

4 动态控制模块(Dynamic control module)

取控制时域为M, 因此$\Delta\boldsymbol{v}(k+i|k)=0, \forall i\geqslant M$. 基于Kalman预报方法, 在当前和未来控制作用的影响下, 状态估计的预测值如下:

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{x}}(k+i+1|k)=\\&A_{\rm c}\hat{\boldsymbol{x}}(k+i|k)+\\&B[\boldsymbol{v}(k-1)+\sum_{l=0}^{\min\{i,M-1\}}\Delta\boldsymbol{v}(k+l|k)]+\\&G_{\rm d}\hat{\boldsymbol{d}}(k|k)+F\boldsymbol{f}(k),\ i=0,\cdots,P-1,\end{aligned}\tag{62}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{y}(k+i|k)=C\hat{\boldsymbol{x}}(k+i|k)+G_{\rm p}\hat{\boldsymbol{p}}(k|k),\\&i=1,\cdots,P.\end{aligned}\tag{63}$$

将式(62)与式(8)相比, 得到

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{x}}(k+i+1|k)-\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k+i+1|k)=\\&A_{\rm c}[\hat{\boldsymbol{x}}(k+i|k)-\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k+i|k)]+\\&B\sum_{l=0}^{\min\{i,M-1\}}\Delta\boldsymbol{v}(k+l|k),\ i=0,1,\cdots,P-1.\end{aligned}\tag{64}$$

采用式(64)迭代得到

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{x}}(k+i|k)=\\&\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k+i|k)+\sum_{j=0}^{\min\{i-1,M-1\}}(\sum_{l=0}^{i-1-j}A_{\rm c}^lB)\times\\&\Delta\boldsymbol{v}(k+j|k),\ i=1,\cdots,P.\end{aligned}\tag{65}$$

利用式(63)(65)(9)得到

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{y}(k+i|k)=\\&\boldsymbol{y}^{\rm ol}(k+i|k)+\sum_{j=0}^{\min\{i-1,M-1\}}(\sum_{l=0}^{i-1-j}CA_{\rm c}^lB)\times\\&\Delta\boldsymbol{v}(k+j|k),\ i=1,\cdots,P.\end{aligned}\tag{66}$$

式(66)为动态预测方程.

在动态控制中, 假设要达到3个目的: a) 未来的输出尽量接近$\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)$; b) 抑制控制摄动的剧烈变化; c) 不可行时, 通过放松输出软约束得到可行解. 选择最小化如下的性能指标:

$$\begin{aligned}J(k)=&\sum_{i=1}^{P}\|\boldsymbol{y}(k+i|k)-\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)\|_{Q_i(k)}^2+\\&\sum_{j=0}^{M-1}\|\Delta\boldsymbol{v}(k+j|k)\|_{\Lambda}^2,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}J'(k)=&\sum_{i=1}^{P}\|\boldsymbol{y}(k+i|k)-\boldsymbol{y}_{\rm ss}(k)\|_{Q_i(k)}^2+\\&\sum_{j=0}^{M-1}\|\Delta\boldsymbol{v}(k+j|k)\|_{\Lambda}^2+\\&\|\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm dc}(k)\|_{\underline{\Omega}}^2+\|\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm dc}(k)\|_{\bar{\Omega}}^2,\end{aligned}$$

其中$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm dc}(k)$和$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm dc}(k)$为输出约束松弛量. 性能指标中的加权$\{Q_i(k),\varLambda,\underline{\varOmega},\bar{\varOmega}\}$的取法见文[10], 此处略.

在动态控制中, 通常考虑如下约束[10]:

$$|\Delta\boldsymbol{u}(k+j|k)|\leqslant\Delta\bar{\boldsymbol{u}},\ 0\leqslant j\leqslant M-1,\tag{67}$$

$$\begin{aligned}&\underline{\boldsymbol{u}}\leqslant\boldsymbol{u}(k-1)+\sum_{l=0}^{j}\Delta\boldsymbol{u}(k+l|k)\leqslant\bar{\boldsymbol{u}},\\&0\leqslant j\leqslant M-1,\end{aligned}\tag{68}$$

$$\underline{\boldsymbol{y}}''(k)\leqslant\boldsymbol{y}(k+i|k)\leqslant\bar{\boldsymbol{y}}''(k),\ 1\leqslant i\leqslant P,\tag{69}$$

$$\begin{aligned}&\underline{\boldsymbol{y}}''(k)-\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm dc}(k)\leqslant\boldsymbol{y}(k+i|k)\leqslant\bar{\boldsymbol{y}}''(k)+\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm dc}(k),\\&1\leqslant i\leqslant P,\end{aligned}\tag{70}$$

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm dc}(k)\leqslant\underline{\boldsymbol{y}}''(k)-\underline{\boldsymbol{y}}_{0,{\rm h}},\ 1\leqslant i\leqslant P,\tag{71}$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm dc}(k)\leqslant\bar{\boldsymbol{y}}_{0,{\rm h}}-\bar{\boldsymbol{y}}''(k),\ 1\leqslant i\leqslant P,\tag{72}$$

其中:

$$\bar{\boldsymbol{y}}''(k)=\bar{\boldsymbol{y}}'(k)+\boldsymbol{y}_{\rm ss}^{\rm ol}(k),\ \underline{\boldsymbol{y}}''(k)=\underline{\boldsymbol{y}}'(k)+\boldsymbol{y}_{\rm ss}^{\rm ol}(k).$$

由式(7)和式(65)得到

$$\begin{aligned}&\Delta\boldsymbol{u}(k+i|k)=\\&K\Delta\hat{\boldsymbol{x}}^{\rm ol}(k+i|k)+\\&K\sum_{l=0}^{i-1}A_{\rm c}^{i-1-l}B\Delta\boldsymbol{v}(k+l|k)+\\&\Delta\boldsymbol{v}(k+i|k),\ i=0,\cdots,M-1.\end{aligned}\tag{73}$$

基于式(73), 以上式(67)–(68)可表示为

$$|K\Delta\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{ol}}(k+i|k)+K\sum_{l=0}^{i-1}A_{\mathrm{c}}^{i-1-l}B\Delta\boldsymbol{v}(k+l|k)+\Delta\boldsymbol{v}(k+i|k)|\leqslant\Delta\bar{\boldsymbol{u}},\ 0\leqslant i\leqslant M-1,\tag{74}$$

$$\underline{\boldsymbol{u}}\leqslant K\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{ol}}(k+i|k)+\boldsymbol{v}(k-1)+\sum_{j=0}^{i-1}(I+\sum_{l=0}^{i-1-j}KA_{\mathrm{c}}^{l}B)\Delta\boldsymbol{v}(k+j|k)+\Delta\boldsymbol{v}(k+i|k)\leqslant\bar{\boldsymbol{u}},\ 0\leqslant i\leqslant M-1.\tag{75}$$

定义

$$\Delta\tilde{\boldsymbol{v}}(k|k)=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{v}(k|k)\\ \Delta\boldsymbol{v}(k+1|k)\\ \vdots\\ \Delta\boldsymbol{v}(k+M-1|k)\end{bmatrix},$$

对$\delta\boldsymbol{v}_{\mathrm{ss}}(k)$的跟踪不同于对$\boldsymbol{y}_{\mathrm{ss}}(k)$的跟踪, 通过加入如下约束实现:

$$L\Delta\tilde{\boldsymbol{v}}(k|k)=\delta\boldsymbol{v}_{\mathrm{ss}}(k),\tag{76}$$

其中$L=[I\ \ I\ \ \cdots\ \ I]$.

总之, 在每个时刻k, 首先求解优化问题

$$\min_{\Delta\tilde{\boldsymbol{v}}(k|k)} J(k),\ \text{s.t. 式(69)(74)}-\text{(76)}.\tag{77}$$

如果式(77)不可行, 则进一步求解

$$\min_{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{dc}}(k),\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{dc}}(k),\Delta\tilde{\boldsymbol{v}}(k|k)} J'(k),\quad \text{s.t. 式(70)}-\text{(72)(74)}-\text{(76)}.\tag{78}$$

在求解以上两个优化问题时, 采用式(66)代替$\boldsymbol{y}(k+i|k)$.

优化问题(77)–(78)都可以采用标准的二次规划求解工具求解. 由所得的解$\Delta\tilde{\boldsymbol{v}}(k|k)$, 可以将$\boldsymbol{u}(k|k)=K\hat{\boldsymbol{x}}(k|k)+\boldsymbol{v}(k-1)+\Delta\boldsymbol{v}(k|k)$送入实际被控系统.

5 仿真算例(Simulation example)

考虑如下状态空间模型:

$$A=0.80I_6,\ F=0.01[1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]^{\mathrm{T}},$$

$$B=\begin{bmatrix}-0.0001 & 0.0001 & 0.0003\\ -0.0006 & -0.0008 & 0.0009\\ 0.0010 & 0.0008 & 0.0039\\ 0.0007 & 0.0017 & 0.0019\\ -0.0004 & -0.0001 & -0.0017\\ -0.0038 & -0.0031 & -0.0006\end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}213.6230 & 321.2420 & 269.3670\\ -62.3443 & 40.3599 & 156.9560\\ 8.3534 & -50.4528 & 42.4987\\ -1.3510 & -2.8040 & -1.2217\\ 1.1065 & 4.5302 & -2.0895\\ 0.7891 & -2.0514 & 1.4657\end{bmatrix}.$$

取

$$\bar{\boldsymbol{u}}=[0.5;0.5;0.5],\ \underline{\boldsymbol{u}}=-\bar{\boldsymbol{u}},$$
$$\Delta\bar{u}_i=\delta\bar{u}_{i,\mathrm{ss}}=0.1,$$
$$\bar{\boldsymbol{y}}_{0,\mathrm{h}}=[0.7;0.7;0.7],\ \underline{\boldsymbol{y}}_{0,\mathrm{h}}=-\bar{\boldsymbol{y}}_{0,\mathrm{h}},$$
$$\bar{\boldsymbol{y}}_0=[0.5;0.5;0.5],\ \underline{\boldsymbol{y}}_0=-\bar{\boldsymbol{y}}_0,$$
$$\delta\bar{y}_{1,\mathrm{ss}}=0.2,\ \delta\bar{y}_{2,\mathrm{ss}}=0.2,\ \delta\bar{y}_{3,\mathrm{ss}}=0.3,$$

其中$y_{1,\mathrm{ss}},y_{2,\mathrm{ss}},u_{3,\mathrm{ss}}$具有理想值, 并且其$\mathrm{ET}_{\mathrm{range}}$均为0.5. 取$R_1=I_9,R_2=I_3$, 由式(6)得到$L$. 取$Q_{\mathrm{LQR}}=I_6,R_{\mathrm{LQR}}=I_3$, 求解离散Riccati方程

$$P_{\mathrm{LQR}}=Q_{\mathrm{LQR}}+A^{\mathrm{T}}P_{\mathrm{LQR}}A-A^{\mathrm{T}}P_{\mathrm{LQR}}B(R_{\mathrm{LQR}}+B^{\mathrm{T}}P_{\mathrm{LQR}}B)^{-1}B^{\mathrm{T}}P_{\mathrm{LQR}}A,$$

并计算

$$K=-(R_{\mathrm{LQR}}+B^{\mathrm{T}}P_{\mathrm{LQR}}B)^{-1}B^{\mathrm{T}}P_{\mathrm{LQR}}A,$$
$$G_{\mathrm{d}}=[I_2\ \ 0]^{\mathrm{T}},\ G_{\mathrm{p}}=[1\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}.$$

SSTC可行性阶段的相关参数设置见表2. 经济优化中取$\boldsymbol{h}=[-2,-1,2]$. 可测干扰$\boldsymbol{f}_k$在$k=40\sim60$时刻出现且幅值为-0.02; 在$k=120\sim140$时刻出现且幅值为0.02. $\hat{\boldsymbol{x}}(0|0)=0,\boldsymbol{u}(0)=0,\boldsymbol{y}(0)=0$.

表 2 多优先级SSTC参数选取

Table 2 The parameters in SSTC

优先级	类型	变量	理想值或CV界	等关注偏差
1	II	y_2	CV下界	0.20
1	II	y_3	CV上界	0.20
1	II	u_3	ET上界	0.25
2	I	y_2	−0.3	0.25
3	II	u_3	ET下界	0.25
3	II	y_1	ET下界	0.25
3	II	y_2	ET上界	0.25
4	II	y_1	ET上界	0.25
4	II	y_2	CV上界	0.20
4	II	y_3	CV下界	0.20
5	I	u_3	0.2	0.25
5	I	y_1	0.3	0.25
6	II	y_1	CV上、下界	0.20
6	II	y_2	ET下界	0.25

动态控制器各参数选择如下:

$$P=15,\ M=8,\ \varLambda=\mathrm{diag}\{3,5,3\},$$
$$\bar{\boldsymbol{z}}=[0.4;0.4;0.4],\ \underline{\boldsymbol{z}}=[-0.4;-0.4;-0.4],$$
$$q_1^1=0.6,\ q_1^0=0.15,\ q_1^2=0.6,$$
$$q_2^1=0.6,\ q_2^0=0.3,\ q_2^2=0.6,$$
$$q_3^1=0.75,\ q_3^0=0.3,\ q_3^2=0.6,$$

$\boldsymbol{u}(k)=\boldsymbol{u}(k|k)$为模型误差, 真实被控对象为$A_{\mathrm{r}}=0.9A,B_{\mathrm{r}}=0.9B,C_{\mathrm{r}}=0.9C,F_{\mathrm{r}}=0.9F$. 动态控制

结果见图1–2, 其中图2是取图1的前400个时刻.

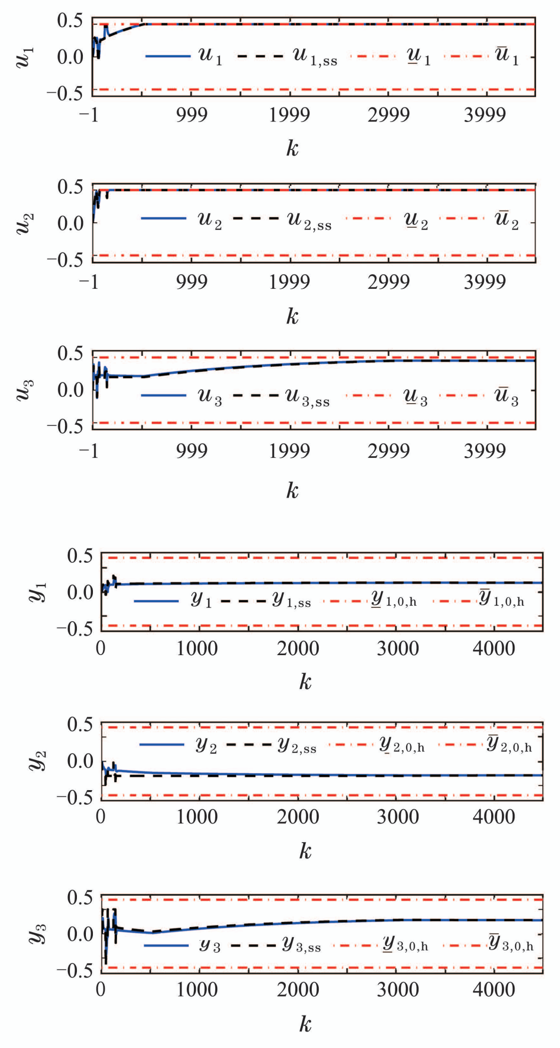
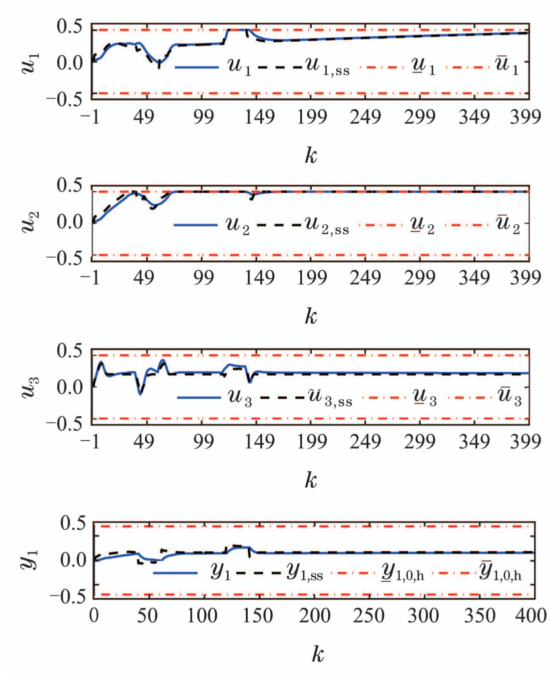


图 1 控制结果

Fig. 1 The control results



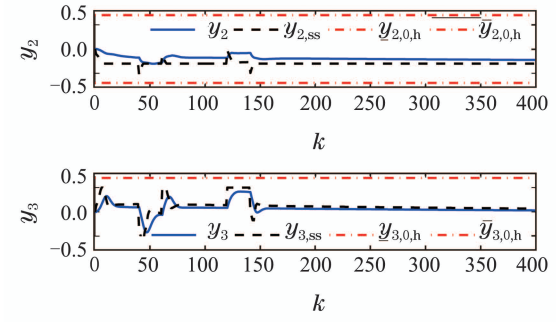


图 2 控制结果

Fig. 2 The control results

6 结论(Conclusions)

本文描述了一种双层结构预测控制方案. 该方案基于状态空间模型, 可以推动双层结构预测控制的理论研究. 该方案的具体实施步骤同已有的方法, 但是具体细节是由本文更新的. 同时, 本文方法建立在新的开环预测的定义上.

参考文献(References):

[1] QIN S J, BADGWELL A. A survey of industrial model predictive control technology [J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 7(11): 733 – 764.

[2] XI Yugeng, LI Dewei, LIN Shu. Model predictive control — status and challenges [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(3): 222 – 236. (席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制——现状与挑战 [J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 222 – 236.)

[3] ZOU Tao, PAN Hao, DING Baocang, et al. Research development of two-layered predictive control [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(10): 1327 – 1337. (邹涛, 潘昊, 丁宝苍, 等. 双层结构预测控制研究进展 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(10): 1327 – 1337.)

[4] ZOU Tao, LI Haiqiang, DING Baocang, et al. Compatibility and uniqueness analyses of steady state solution for multi-variable predictive control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 519 – 529. (邹涛, 李海强, 丁宝苍, 等. 多变量预测控制系统稳态解的相容性与唯一性分析 [J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 519 – 529.)

[5] ZOU Tao, LI Haiqiang. Two-layer predictive control of multi-variable system with integrating element [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2011, 45(2): 2079 – 2087. (邹涛, 李海强. 具有积分环节多变量系统的双层结构预测控制 [J]. 浙江大学学报(工学版), 2011, 45(2): 2079 – 2087.)

[6] ZOU Tao, DING Baocang, ZHANG Duan. *MPC: An Introduction To Industrial Applications* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2010. (邹涛, 丁宝苍, 张端. 模型预测控制工程应用导论 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2010.)

[7] QIAN Jixin, ZHAO Jun, XU Zuhua. *Predictive Control* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2007. (钱积新, 赵均, 徐祖华. 预测控制 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2007.)

[8] PAN Hongguang, GAO Hainan, SUN Yao, et al. The algorithm and software implementation for the double-layered model predictive control based on multi-priority rank steady-state optimization [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(3): 405 – 414. (潘红光, 高海南, 孙耀, 等. 基于多优先级稳态优化的双层结构预测控制算法及软件实现 [J]. 自动化学报, 2014, 40(3): 405 – 414.)

[9] LI Shiqing, DING Baocang, SUN Yao. Multi-priority rank steady-state target calculation in double-layered model predictive control by optimizing increments of manipulated variables [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(2): 239 – 245.
(李世卿, 丁宝苍, 孙耀. 双层结构预测控制中基于操作变量增量的多优先级稳态目标计算 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(2): 239 – 245.)

[10] LI Shiqing, DING Baocang. An overall solution to double-layered model predictive control based on dynamic matrix control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(11): 1857 – 1866.
(李世卿, 丁宝苍. 基于动态矩阵控制的双层结构预测控制的整体解决方案 [J]. 自动化学报, 2015, 41(11): 1857 – 1866.)

[11] PANNOCCHIA G, BEMPORAD A. Combined design of disturbance model and observer for offset-free model predictive control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(6): 1048 – 1053.

[12] GONZÁLEZ A H, ADAM E J, MARCHETTI J L. Conditions for offset elimination in state space receding horizon controllers: A tutorial analysis [J]. *Chemical Engineering and Processing*, 2008, 47(12): 2184 – 2194.

[13] MUSKE K R, BADGWELL T A. Disturbance modeling for offset-free linear model predictive control [J]. *Journal of Process Control*, 2002, 12(5): 617 – 632.

[14] PANNOCCHIA G, RAWLINGS J B. Disturbance models for offset-free model-predictive control [J]. *AIChE Journal*, 2003, 49(2): 426 – 437.

作者简介:

谢亚军 (1990–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为预测控制, E-mail: xieyajun@stu.xjtu.edu.cn;

丁宝苍 (1972–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为预测控制、模糊控制及其在流程工业中的应用, E-mail: baocangding@126.com;

陈　桥 (1991–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为预测控制, E-mail: chenqiao637@stu.xjtu.edu.cn.