DOI: 10.7641/CTA.2016.50983

微电网系统的分布式优化下垂控制

陈 刚[†],李志勇,赵中原

(重庆大学 自动化学院, 重庆 400044)

摘要:针对微电网系统运行成本最优化问题,提出一种分布式优化下垂控制策略.首先,基于一致性理论,给出了 一种分布式经济调度算法.采用矩阵摄动理论,分析了经济调度算法的收敛特性.其次,基于分布式优化调度解,设 计一种新的分布式优化下垂控制器.在满足供需平衡以及各个发电单元运行约束的条件下,控制策略使得微电网 系统运行成本最低.同时,提出的控制策略能够保证孤岛微电网的频率稳定在额定值.最后,通过仿真实例,验证了 分布式优化下垂控制策略的有效性.

关键词: 微电网系统; 分布式控制; 经济调度; 一致性; 下垂控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Distributed optimal droop control in micro-grid systems

CHEN Gang[†], LI Zhi-yong, ZHAO Zhong-yuan

(College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: To optimize the operation cost of micro-grid systems, a distributed optimal droop control scheme is proposed in this paper. Firstly, based on the consensus theory, we present a distributed algorithm to solve the economic dispatch problem in micro-grid systems. By virtue of matrix perturbation theory, the convergence property for the proposed economic dispatch algorithm is analyzed. Secondly, based on the distributed economic dispatch solution, an optimal droop controller is designed, which guarantees the supply-demand balance and satisfies the generation constraints of each unit. Moreover, the proposed control scheme can restore the frequency of islanded micro-grid to the nominal value. Finally, the effectiveness of the proposed distributed optimal droop control scheme is verified by the simulation results.

Key words: micro-grid systems; distributed control; economic dispatch; consensus; droop control

1 引言(Introduction)

对于传统的集中式电力系统,随着供电规模日益 扩大,其弊端也日益突出,如成本高、运行难度大、小 事故易扩散演变成大事故等缺点^[1-3].为解决集中式 供电的不足,人们开始关注分布式发电模式.此外,随 着近年来化石能源的加速枯竭,人们环境保护意识的 提高,发展清洁的可再生能源已成为人们的共识.清 洁的可再生能源主要包括太阳能、风能、生物质 能、潮汐能等,这些能源具有分散性特点,难以像化石 能源一样进行集中式发电,采用分布式发电成为有效 利用这些能源的一种方式^[1-5].

为减小分布式发电对大电网的冲击,分布式发电 通常通过微电网^[2-3]的方式接入大电网,以充分利用 分布式发电的优点.微电网有两种工作模式:一是与 大电网连接运行,称为并网模式;二是与大电网断开 独自运行,称为孤岛模式.由于微电网中不同种类的 发电单元具有各自的特点,如发电的间歇性、资源分 布的地域性、发电技术的成熟性等,使得各种发电单 元的控制特性和成本各不相同.在保证微电网稳 定、安全运行的条件下,使得微电网的运行成本最低 是人们追求的目标之一^[4-5].因此研究微电网的最优 运行控制具有重要的意义.

经济调度是电力系统中的一个经典优化问题,研究者已进行了大量的研究.例如,文献[6]采用拉格朗日松弛技术求解电力调度问题;文献[7]采用二次规划进行实时调度;文献[8]采用改进的粒子群优化算法求解经济调度问题;文献[9]则采用一种改进的遗传算法求解优化调度解.针对传统的电力系统,经济调度策略属于一类集中式调度策略,即需要中央控制器收集全局信息才能求得最优解.集中式调度算法具有计算量大,可扩展性差,鲁棒性差等缺点.针对集中式调度策略的不足,有学者提出并采用分布式计算方法来解

收稿日期: 2015-12-11; 录用日期: 2016-04-15.

[†]通信作者. E-mail: chengang@cqu.edu.cn.

本文责任编委: 岳东.

国家自然科学基金项目(61673077, 61273108), 重庆市基础与前沿研究计划项目(CSTC2016jcyjA0361)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61673077, 61273108) and Basic and Advanced Research Project of Chongqing (CSTC 2016jcyjA0361).

决微电网的经济调度问题. 文献[10]将每个发电单元 的增量成本设为一致性变量, 提出了一种基于一致性 理论的分布式调度算法. 文献[11]提出了一种"一致 性项+修正项"的调度算法, 一致性项确保增量成本 收敛到最优值, 修正项保证供需平衡. 文献[12]采用 分布式算法计算总负载和总发电量之间的不匹配量, 基于该不匹配量, 不断调节各个发电单元发电量, 直 至收敛到最优值. 文献[10–12]均采用分布式迭代算法 求解优化调度解.

分布式发电单元主要通过电力电子装置接入微电 网系统.根据各个发电单元的特点,电力电子装置可 采用恒功率控制、恒压恒频控制,以及下垂控制等控 制策略.在微网孤岛工作模式下,下垂控制策略可以 保证微电网频率和电压的稳定性.然而,孤岛微网稳 态电压和频率往往会偏离额定值^[13].为使得微网电压 和频率恢复到额定值,二次电压和频率控制策略被提 出并得到广泛的研究^[5,14].由于孤岛微网下垂控制的 下垂系数决定了各个发电单元的负载功率分配,传统 的下垂控制方法不能实现负载的优化分配.

本文针对微电网的优化运行控制问题,提出了一 种新的分布式优化下垂控制方法.基于一致性理论, 给出了一种分布式经济调度算法,求取各个发电单元 的优化有功输出参考值.基于分布式优化经济调度解, 通过重新设定传统下垂控制的额定功率值,使得微网 孤岛工作模式下的稳态频率为额定值;同时在保证系 统供需平衡的条件下,实现微网运行成本的最小化.

2 问题的描述与预备知识(Problem statement and preliminaries)

2.1 传统的V/f下垂控制(Traditional V/f droop control)

下垂控制用于实现分布式发电单元的协调控制, 在微电网系统的负载量或发电量发生变化时或在微 电网孤岛运行模式下, V/f下垂控制可以保证微电网系 统电压和频率在一定允许范围的平衡稳定. 典型的 V/f下垂控制如下:

$$\begin{cases} f_i = f_n - (P_i - P_{ni})/m_i, \\ V_i = V_n - (Q_i - Q_{ni})/n_i, \end{cases}$$
(1)

式中: f_n, V_n分别为系统额定频率和额定电压, P_i, Q_i分别为第i个发电单元输出的有功功率和无功功率, m_i, n_i分别为有功功率-频率和无功功率-电压下垂系 数, P_{ni}, Q_{ni}分别为第i个发电单元运行在额定频率时 输出的有功功率和在额定电压时输出的无功功率, f_i, V_i分别为第i个发电单元输出频率和电压.

对于传统的V/f下垂控制策略,当微网工作在孤岛 模式下时,各个发电单元根据下垂系数m_i和额定功率 P_{ni}来分配各自输出的有功功率,往往不能实现负载 的优化分配.同时,系统稳态时的频率将会偏移额定 设定值.为此,本文将提出一种新型的V/f下垂控制策 略,该策略既能实现负载在各个发电单元间的优化分 配,也能使得微网孤岛工作模式下的频率稳定在额定 值.

2.2 经济调度算法(Economic dispatch algorithm)

假设微电网具有n个分布式发电单元,总的有功负载为P_D,每个发电单元的有功输出为P_i,且成本函数可表示为

$$C_i(P_i) = \alpha_i P_i^2 + \beta_i P_i + \gamma_i, \qquad (2)$$

式中 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 为发电成本参数.

注1 成本函数(2)由燃料成本和维护成本构成.维护 成本一般为有功功率的线性函数,燃料成本一般为有功功率 的二次函数^[15].因此成本参数β_i由燃料成本系数和维护成本 系数构成,成本参数α_i和γ_i表示燃料成本系数.

经济调度的目标就是使得微电网的总发电成本最 小,即

$$\min\sum_{i=1}^{n} C_i(P_i), \tag{3}$$

且满足总发电量和总负载间的供需约束

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = P_{\rm D},\tag{4}$$

以及每个发电单元的发电容量约束

$$P_{i_{-}\min} \leqslant P_i \leqslant P_{i_{-}\max},\tag{5}$$

式中 $P_{i_{\min}}$ 和 $P_{i_{\max}}$ 分别表示第i个发电单元出功的下限和上限.

在不考虑发电容量约束时,可采用拉格朗日乘子 法求解经济调度问题(3)-(4). 拉格朗日函数可表示为

$$L(P_1, P_2, \cdots, P_n) = \sum_{i=1}^{n} C_i(P_i) + \lambda(P_D - \sum_{i=1}^{n} P_i),$$
(6)

式中λ为拉格朗日乘子.由一阶最优化条件可得

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} - \lambda = 2\alpha_i P_i + \beta_i - \lambda = 0, \quad (7)$$

即

$$\lambda = \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} = 2\alpha_i P_i + \beta_i. \tag{8}$$

式(8)表明:无发电容量约束下的目标函数(3)存在最 优解的必要条件是所有的增量成本相等且等于λ.因 此,无发电容量约束下的最优化增量成本和有功功率 输出可分别计算为

$$\lambda = \frac{P_{\rm D} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\beta_i}{2\alpha_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\alpha_i}}$$
(9)

和

$$P_i^* = \frac{\lambda - \beta_i}{2\alpha_i}.$$
 (10)

进一步考虑发电容量约束(5)时,其优化解为

$$\begin{cases}
\frac{\mathrm{d}C_{i}\left(P_{i}\right)}{\mathrm{d}P_{i}} = \bar{\lambda}, \ P_{i_\min} \leqslant P_{i} \leqslant P_{i_\max}, \\
\frac{\mathrm{d}C_{i}\left(P_{i}\right)}{\mathrm{d}P_{i}} \leqslant \bar{\lambda}, \ P_{i} = P_{i_\max}, \\
\frac{\mathrm{d}C_{i}\left(P_{i}\right)}{\mathrm{d}P_{i}} \geqslant \bar{\lambda}, \ P_{i} = P_{i_\min}.
\end{cases}$$
(11)

考虑发电容量约束时, 令Φ表示优化值取为极限值的 发电单元的集合.由式(11)可得

$$\bar{\lambda} = 2\alpha_i P_i + \beta_i, \ i \notin \Phi. \tag{12}$$

根据式(9)和式(12),可得

$$\bar{\lambda} = \lambda + \frac{\sum_{i \in \Phi} \left(\frac{\lambda}{2\alpha_i} - P_i - \frac{\beta_i}{2\alpha_i} \right)}{\sum_{i \notin \Phi} \frac{1}{2\alpha_i}}.$$
 (13)

2.3 图理论(Graph theory)

微电网的通信拓扑可以用无向图来表示,图中的 节点可表示分布式发电单元,图中的边表示分布式发 电单元间的通信链路. 一个无向图通常可以表示为 G = (V, E, A),其中 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 是一个非空 有限集合,其元素表示图中的节点, $E \subseteq V \times V$ 表示 图的边的集合,A表示图的邻接矩阵,A中的元素 a_{ij} 可定义为:当节点i和节点j通过一条边连接,则 $a_{ij} =$ 1;否则 $a_{ij} = 0$.节点i的邻节点定义为 $N_i = (j \in V |$ $(i, j) \in E$).图的拉普拉斯矩阵可定义为L = D - A, 其中 $D = \text{diag} \{d_i\}, d_i$ 表示顶点i的邻节点的个数.如 果无向图中的任意两个节点间存在一条由边组成的 通路,则称图G是连通图.

3 分布式经济调度算法(Distributed economic dispatch algorithms)

下面,给出一种求解无发电容量约束下优化解(8) 的分布式算法:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_{i} = -\sum_{j \in N_{i}} a_{ij}(\lambda_{i} - \lambda_{j}) + \varepsilon e_{i}, \\ \dot{e}_{i} = -\sum_{j \in N_{i}} a_{ij}(e_{i} - e_{j}) - \frac{\varepsilon}{2\alpha_{i}} e_{i} + \\ \frac{1}{2\alpha_{i}} \sum_{j \in N_{i}} a_{ij}(\lambda_{i} - \lambda_{j}). \end{cases}$$
(14)

对式(14)按下式进行初始化:

$$\begin{cases} \lambda_i(0) = 2\alpha_i P_i(0) + \beta_i, \\ e_i(0) = 0. \end{cases}$$
(15)

式(15)中*P_i*(0)表示第*i*个发电单元的局部负载,初始 化中满足所有发电单元的局部负载之和等于系统总 负载. 令 $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)^{\mathrm{T}}, X = \operatorname{diag} \{1/2\alpha_i\}, E$ = $(e_1, e_2, \cdots, e_n)^{\mathrm{T}}$. 由式(14), 可得

$$\begin{cases} \dot{\Lambda} = -L\Lambda + \varepsilon E, \\ \dot{E} = -(L + \varepsilon X)E + XL\Lambda. \end{cases}$$
(16)

注2 文献[10-12]采用分布式离散迭代算法求解优化 调度解.本文采用分布式连续算法(14)求解优化调度解,算法(14)便于硬件电路的实现.

在进一步分析算法(14)之前,需要下面的引理.

引理 1^[16] 考虑一个 $n \times n$ 矩阵 $W(\varepsilon)$,该矩阵为 实参数 $\varepsilon \ge 0$ 的光滑函数. 设 $\lambda_1 = \cdots = \lambda_l$ (整数 $l \in [1, n]$)为矩阵W(0)的一个特征值,该特征值的几何重 合度和代数重合度相等,其相应的右特征矢量为 y_1 , …, y_l , 左特征矢量为 z_1 , …, z_l ,且满足如下关系:

$$\begin{bmatrix} z_1^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ z_l^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_l \end{bmatrix} = I.$$
(17)

当参数 ε 足够小时, 用 $\lambda_i(\varepsilon)(i \in [1, l])$ 表示 $W(\varepsilon)$ 对应 于 λ_i 的特征值, 那么导数 $\frac{d\lambda_i(\varepsilon)}{d\varepsilon}|_{\varepsilon=0}$ 存在, 且为如下 $l \times l$ 矩阵的特征值:

$$\begin{bmatrix} z_1^{\mathrm{T}} \dot{W} y_1 & \cdots & z_1^{\mathrm{T}} \dot{W} y_l \\ \vdots & & \vdots \\ z_l^{\mathrm{T}} \dot{W} y_1 & \cdots & z_l^{\mathrm{T}} \dot{W} y_l \end{bmatrix}.$$
 (18)

式(18)中, $\dot{W} = \frac{\mathrm{d}W(\varepsilon)}{\mathrm{d}\varepsilon}|_{\varepsilon=0}.$

定理1 当微电网的无向固定通信拓扑连通且 正常数 ε 足够小时,分布式算法(14)的解等于集中式优 化解(9), 即 $\lambda_i(t)(i = 1, \dots, n)$ 渐进收敛于优化值 λ .

$$\begin{bmatrix} \dot{A} \\ \dot{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L & \varepsilon I \\ XL & -(L+\varepsilon X) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ E \end{bmatrix}.$$
(19)

Ŷ

$$M = \begin{bmatrix} -L & \varepsilon I \\ XL & -(L + \varepsilon X) \end{bmatrix},$$
(20)

其中I表示n维单位矩阵.

定义

$$P = \begin{bmatrix} -L & 0\\ XL & -L \end{bmatrix}$$
(21)

和

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & -X \end{bmatrix}.$$
 (22)

根据式(20)-(22),有

$$M = P + \varepsilon Q, \tag{23}$$

即系统矩阵M可视为矩阵P受到扰动 εQ 后的矩阵.

下面,首先利用特征值摄动法来分析系统矩阵*M*的特征值.

由于矩阵P是下三角矩阵,因此矩阵P的特征值 为矩阵-L和-L特征值的并集.矩阵L为无向连通图 的拉普拉斯矩阵,L的行和为0且对称.因此,矩阵P的 特征值具有如下特性:

$$0 = \lambda_1 = \lambda_2 > \lambda_3 > \dots > \lambda_{2n}, \qquad (24)$$

即矩阵P包含两个零特征值且其余特征值均为小于零的实数.分别构造对应于特征值0的两个线性无关的 左特征向量*z*₁,*z*₂和右特征向量*y*₁,*y*₂如下:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \frac{1}{n} \mathbf{1} & -\varsigma \mathbf{1} \end{bmatrix}$$
(25)

和

$$Z = \begin{bmatrix} z_1^{\mathrm{T}} \\ z_2^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} X & \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \\ \frac{1}{n} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}.$$
 (26)

式(25)中的 $\varsigma = (\sum_{i=1}^{n} 1/2\alpha_i)/n$,式(25)和式(26)中1和**0** 分别表示所有元素为1和0的*n*维列向量,且矩阵*Z*和 *Y*满足*ZY* = *I*.

接着,将分析矩阵P受到小的扰动 εQ 后,它的两 个特征值 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ 的变化情况.用 $\lambda_1(\varepsilon)$ 和 $\lambda_2(\varepsilon)$ 表示矩阵P发生摄动后对应于 $\lambda_1 = 0$ 和 $\lambda_2 = 0$ 的特 征值.当 $\varepsilon > 0$ 且足够小时,由引理1可知, $\frac{d\lambda_1(\varepsilon)}{d\varepsilon}|_{\varepsilon=0}$ 和 $\frac{d\lambda_2(\varepsilon)}{d\varepsilon}|_{\varepsilon=0}$ 存在且是如下矩阵的两个特征值:

$$\begin{bmatrix} z_1^{\mathrm{T}} Q y_1 & z_1^{\mathrm{T}} Q y_2 \\ z_2^{\mathrm{T}} Q y_1 & z_2^{\mathrm{T}} Q y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{n} & -\varsigma \end{bmatrix}.$$
 (27)

由式(27)可知 $\frac{d\lambda_1(\varepsilon)}{d\varepsilon} = 0$ 和 $\frac{d\lambda_2(\varepsilon)}{d\varepsilon} = -\varsigma < 0$,即 当 $\varepsilon > 0$ 且足够小时, λ_1 保持不变,而 λ_2 将减小.因此 存在一个上限 σ_1 ,当 $\varepsilon < \sigma_1$ 时,满足 $\lambda_1(\varepsilon) = 0$ 且 $\lambda_2(\varepsilon)$ < 0.另一方面,由于特征值是参数 ε 的连续函数,因此 存在一个上限 σ_2 ,当 $\varepsilon < \sigma_2$ 时,满足 $\lambda_i(\varepsilon) < 0(i \in [3, 2n])$.因此,对于充分小的 $\varepsilon \in (0, \min\{\sigma_1, \sigma_2\})$,系统 矩阵M只有一个0特征值,且其余特征值均为小于0的 实数.

由于 0 是系统矩阵 *M* 的一个特征值, 其对应的右 和 左特 征 向 量 可 分 别 取 为 $y_1 = (\mathbf{1}^T, \mathbf{0}^T)^T, z_1 = \frac{1}{\eta} (\mu^T, \mathbf{1}^T)^T, 其 中: \eta, \mu 分 别 取 \eta = \sum_{i=1}^n 1/2\alpha_i, \mu = (1/2\alpha_1, 1/2\alpha_2, \dots, 1/2\alpha_n)^T.$ 系统矩阵*M* 的约当型为 $M = VJV^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} y_1 \cdots y_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{1 \times 1} & 0 \\ 0 & J' \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \begin{bmatrix} z_1^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ z_{2n}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}.$$
(28)

求解式(19), 可得

$$\begin{bmatrix} \Lambda \\ E \end{bmatrix} = e^{Mt} \begin{bmatrix} \Lambda(0) \\ E(0) \end{bmatrix} = V e^{Jt} V^{-1} \begin{bmatrix} \Lambda(0) \\ E(0) \end{bmatrix}.$$
(29)

$$\oplus \mp$$

$$V e^{Jt} V^{-1} = V \begin{bmatrix} 1_{1 \times 1} & 0\\ 0 & e^{J't} \end{bmatrix}_{2n \times 2n} V^{-1}, \quad (30)$$

当 $t \to \infty$ 时,

$$V e^{Jt} V^{-1} \to V \begin{bmatrix} 1_{1 \times 1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{2n \times 2n} V^{-1} \to y_1 z_1^{\mathrm{T}}.$$
 (31)

注意到

$$y_1 z_1^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta} \mathbf{1} \mu^{\mathrm{T}} & \frac{1}{\eta} \mathbf{1} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \qquad (32)$$

因此当 $t \to \infty$ 时,式(29)可表示为

$$\begin{bmatrix} A \\ E \end{bmatrix} = V e^{Jt} V^{-1} \begin{bmatrix} A(0) \\ E(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta} \mathbf{1} \mu^{\mathrm{T}} & \frac{1}{\eta} \mathbf{1} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A(0) \\ E(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta} \mathbf{1} \mu^{\mathrm{T}} A(0) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$
(33)

由式(33)可以看出 e_i 收敛到0, $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 收 敛到一个共同的值 $\mu^{\mathrm{T}} \Lambda(0)/\eta$, 即 $\frac{P_{\mathrm{D}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\beta_i}{2\alpha_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\alpha_i}}$. 由

式(9)可知,分布式算法(14)的解与集中式优化算法的 解一致.因此,定理1成立. 证毕

当进一步考虑到发电量上下限约束时,需要对以 上算法进行改进.基于无发电容量约束下的解,笔者 提出以下的分布式迭代算法.

第1步 采用分布式算法(14)计算无发电约束条 件下的优化增量成本λ和优化发电功率*P*^{*}_i.

第2步 判断优化发电功率 P_i^* 是否超出发电容量 的上下限制. 如果 $P_i^* \ge P_{i_max}$, 则令 $P_i^* = P_{i_max}$; 如 果 $P_i^* \le P_{i_min}$, 则令 $P_i^* = P_{i_min}$. 定义 Φ 为发电量取 为上下限的发电单元的集合. 引入如下两个辅助变量:

$$\xi_i = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\alpha_i} - P_i^* - \frac{\beta_i}{2\alpha_i}, \ i \in \Phi, \\ 0, \qquad i \notin \Phi. \end{cases}$$
(34)

第8期

$$\rho_i = \begin{cases} \frac{1}{2\alpha_i}, & i \notin \Phi, \\ 0, & i \in \Phi. \end{cases}$$
(35)

对式(34)和式(35)所表示的辅助变量,分别求解它们 的平均一致值:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{i} = \sum_{j \in N_{i}} a_{ij} |\xi_{j} - \xi_{i}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\xi_{j} - \xi_{i}), \\ \dot{\rho}_{i} = \sum_{j \in N_{i}} a_{ij} |\rho_{j} - \rho_{i}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\rho_{j} - \rho_{i}). \end{cases}$$
(36)

根据文献[17],可以得到在有限的时间内:

$$\xi_i \to \frac{1}{n} \sum_{i \in \Phi} \left(\frac{\lambda}{2\alpha_i} - P_i^* - \frac{\beta_i}{2\alpha_i} \right), \tag{37}$$

和

$$\rho_i \to \frac{1}{n} \sum_{i \notin \Phi} \frac{1}{2\alpha_i}.$$
(38)

根据式(13),可计算新的最优增量成本

$$\bar{\lambda} = \lambda + \frac{\xi_i}{\rho_i},\tag{39}$$

从而得到新的最优发电量为

$$\begin{cases} P_i^* = \frac{\lambda - \beta_i}{2\alpha_i}, & i \notin \Phi, \\ P_i^* = P_{i_{\text{-max}}} \text{ or } P_{i_{\text{-min}}}, & i \in \Phi. \end{cases}$$

$$(40)$$

第3步 检查是否有最优发电量超出发电容量限制. 若有,则令 $\lambda = \bar{\lambda}$ 并返回第2步继续计算;若没有,则得到的结果符合发电量约束和供需约束,计算结束.

注3 考虑发电量上下限约束时,改进的分布式迭代 算法需要算法(14)的优化结果.然而,算法(14)只能指数渐进 收敛到优化解.为提高计算效率,根据实际计算误差允许的 范围,可以在第1步的计算中设定一个小的区间,如[-0.01 0.01].当各个发电单元的增量成本与邻节点发电单元的增量 成本函数之差收敛到该区间时,即可转入第2步的计算.

4 分布式优化下垂控制(Distributed optimal droop control)

基于上一节给出的优化发电功率参考值*P*^{*}_i,提出如下的分布式优化下垂控制算法:

$$f_i = f_n - (P_i - P_i^*)/m_i.$$
 (41)

由于微网中各发电单元的输出频率 f_i 必须相同,且 各发电单元的额定频率 f_n 均为50 Hz,因此 $f_i - f_n$ 为 一常数. 令 $f_i - f_n = k$,即 $(P_i^* - P_i)/m_i = k$. 进而, $\sum_{i=1}^{n} P_i^* - \sum_{i=1}^{n} P_i = k \sum_{i=1}^{n} m_i$. 由供需平衡关系可知: $\sum_{i=1}^{n} P_i = P_D$. 注意到 $\sum_{i=1}^{n} P_i^* = P_D$. 因此, $k \sum_{i=1}^{n} m_i = 0$. 由 $m_i > 0$ 可知k = 0, 即 $P_i = P_i^*$. 进而可得 $f_i = f_n$. 因此下垂算法(41)实现负载在各个发电单元间的优化 分配,也保证微网孤岛工作模式下的频率稳定在额定 值.

分布式优化下垂控制结构如图1所示.图1所示的 下垂控制结构包含3个子控制器,分别为功率控制器、 电压控制器、电流控制器.



Fig. 1 Block diagram of droop control scheme

功率控制器的结构图如图2所示,功率控制器通过 检测逆变器输出的功率并根据下垂特性得到电压控 制环的期望值.电压控制器用于控制调节电压输出, 使逆变器输出电压等于期望电压,其期望值为功率控 制器的输出值,为了使电压控制无余差,电压控制器 一般采用PI控制器.电流控制器的主要作用是加快系 统的响应速度,其参考值为电压控制器的输出值,为 了使系统的响应速度快,电流控制器一般采用P控制 器.图3给出了电压电流控制器的结构示意图.



图 2 功率控制器结构图

Fig. 2 Structure of power controller



图 3 电压电流控制器结构图

Fig. 3 Structure of voltage and current controller

5 案例研究(Case study)

为验证本文提出的分布式优化下垂控制策略的有效性,在MATLAB/SIMULINK仿真环境下进行了仿真研究.仿真所用微电网测试系统如图4(a)所示.





Fig. 4 (a) Structure of the micro-grid test system; (b) Communication topology of the micro-grid system

该测试系统包含4个发电单元,每个发电单元的局部负载的额定有功功率分别为: $P_1 = 60$ kW, $P_2 = 50$ kW, $P_3 = 100$ kW, $P_4 = 80$ kW. 各个发电单元的成本参数如表1所示. 表2给出仿真系统中各个发电单元的元的控制参数. 测试系统的相电压幅值为311 V, 频率

为50 Hz. 微电网的通信拓扑如图4(b)所示, 对应的拉普拉斯矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$
 (42)

主 1	タル	山前		モナ	<i>余 *</i> ~
衣 I	合反	电牛	-ンしょ	以今	一分蚁

Table 1 Generator cost parameters

DG_i	1	2	3	4
$lpha_i$	0.096	0.072	0.105	0.082
β_i	1.22	3.41	2.53	4.02
γ_i	51	31	78	42
$P_{i_{-}\min}/kW$	50	50	20	20
$P_{i_{-}\max}/\mathrm{kW}$	200	200	140	60

表 2 各发电单元控制参数

Table 2 Generator control parameters

DG_i	1	2	3	4
m_i	$10^{5}/1.0$	$10^{5}/1.2$	$10^{5}/1.4$	$10^{5}/1.6$
n_i	$10^4/3.0$	$10^4/3.2$	$10^4/3.4$	$10^4/3.6$
$R_{\rm f}/\Omega$	0.01	0.01	0.01	0.01
$L_{\rm f}/{\rm mH}$	1.8	1.8	1.8	1.8
$C_{\rm f}/\mu{\rm F}$	300	300	300	300
$k_{ m up}$	10	10	10	10
$k_{\mathrm{u}i}$	100	100	100	100
k	5	5	5	5

本仿真案例研究分为3个阶段: 在0~5 s内, 微电 网系统采用文献[2-3]中的下垂控制方法; 5 s以后采 用本文所提出的优化下垂控制方案, 其中5~15 s不考 虑发电容量上下限约束, 15 s以后考虑发电容量约束. 不考虑发电容量上下限约束时, 可以由集中式的拉格 朗日方法得到最优增量成本 $\lambda^* = 15.50 \text{ }\text{e}/\text{kWh}$, 对应的最优发电量分别为: $P_1^* = 74.35 \text{ kW}$, $P_2^* = 83.93 \text{ kW}$, $P_3^* = 61.74 \text{ kW}$, $P_4^* = 69.98 \text{ kW}$.

在SIMULINK下建立如图4所示的仿真系统,通过 仿真得到如下的结果:图5(a)给出各发电单元的增量 成本曲线,在5~15 s内,各增量成本收敛到一致 值15.50,与集中式算法的值相同;在15~25 s内考虑 了发电量约束,由于DG4的最优发电量超过了发电量 上限,因此采用发电量约束条件下的分布式经济调度 算法计算新的最优增量成本,得到新的最优增量成本 值为16.08.图5(b)是各发电单元的最优发电量曲线, 各最优发电量收敛到拉格朗日集中式算法对应的解, 最优发电量分别为 $P_1^* = 77.42$ kW, $P_2^* = 88.02$ kW, $P_3^* = 64.56$ kW, $P_4^* = 60$ kW.可以看出此时各最优 发电量都在发电量限制范围内,满足发电量约束条件. 图5(c)是各发电单元实际输出的有功功率曲线,在 0~5 s内,各发电单元根据下垂系数分配输出功率;在 5~25 s内,各发电单元的实际输出有功功率收敛到相 应的最优发电量参考值,说明所提出的控制策略可以 实现优化运行的目的.

图5(d)是总负载与总发电量曲线,总发电量、最优 发电量的总和以及总负载在稳态时都相等,即满足供 需约束.图5(e)是各发电单元输出频率曲线,在0~ 5 s 内,微电网稳态频率为49.78 Hz,偏离了额定频率; 5 s以后,微电网稳态频率为50 Hz,动态过程中频率的 最大偏差为0.04 Hz,满足微电网的频率偏差不大于 1%的要求.

图5(f)是各发电单元的输出电压幅值曲线,各发电单元的输出电压幅值均为311 V. 图5(g)是总发电成本曲线,在0~5 s内,总发电成本为2985 *k*;在5~15 s内,总发电成本为2856 *k*;在15~25 s内,总发电成本为2867 *k*. 图5(h)是ξ_i的平均一致性曲线. 图5(i)是ρ_i的平均一致性曲线. 图5(i)是ρ_i的平均一致性曲线. 图5(i)是ρ_i的平均一致性曲线. §₁和ρ_i分别收敛到一致值2.494和4.229. 从图中可以看出,时间段15~17 s为瞬态过渡区间,分布式调度算法能够快速地收敛到优化解.由以上结果可以看出,本文提出的微电网优化下垂控制方案,能够保证电压、频率稳定在额定值,同时也实现了微电网的优化运行.







6 结论(Conclusions)

本文提出一种新的微网分布式优化下垂控制算法. 基于一致性理论,给出一种分布式优化调度算法,并 采用特征值摄动理论对算法的收敛性进行了证明.基 于经济调度的结果,改进传统下垂控制,实现各个发 电单元的优化控制,且保证微网系统频率稳定在额定 值.仿真结果进一步验证了所提出方案的有效性.

参考文献(References):

 LU Zongxiang, WANG Caixia, MIN Yong, et al. Overview on microgrid research [J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(19): 100 – 107. (鲁宗相, 王彩霞, 闵勇, 等. 微电网研究综述 [J]. 电力系统自动化, 2007, 31(19): 100-107.)

- [2] WANG Chengshan, XIAO Zhaoxia, WANG Shouxiang. Synthetical control and analysis of microgrid [J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(7): 98 – 103. (王成山,肖朝霞,王守相. 微网综合控制与分析 [J]. 电力系统自动
- (土成山, 目朝葭, 土寸柏. 鼠网综合控制与分析 [J]. 电力系统自动 化, 2008, 32(7): 98 – 103.)
- [3] LASSETER R H, PAIGI P. Microgrid: a conceptual solution [C] //The 35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Aachen: IEEE, 2004: 4285 – 4290.
- [4] GUO Hongxia, WU Jie, KANG Longyun, et al. Coordinated optimization of distributed hybrid generation system based on multiagent system [J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(2): 235 – 239.
 (郭红霞, 吴捷, 康龙云, 等. 基于多智能体的分布式发电系统协调优
 - 化 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(2): 235 239.)
- [5] CHEN G, FENG E N. Distributed secondary control and optimal power sharing in microgrid [J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2015, 2(3): 304 – 312.
- [6] GUO T, HENWOOD M I, OOIJEN M V. An algorithm for combined heat and power economic dispatch [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1996, 11(4): 1178 – 1784.
- [7] FAN J Y, ZHANG L. Real-time economic dispatch with line flow and emission constraints using quadratic programming [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1998, 13(2): 320 – 325.
- [8] PARK J B, JEONG Y W, SHIN J R, et al. An improved particle swarm optimization for nonconvex economic dispatch problems [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2010, 25(1): 156 – 166.
- [9] YANG Kun, OUYANG Guangyao, CHEN hailong. Optimization of unit commitment of marine power system using improved genetic algorithm [J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(5): 722 – 726. (杨昆,欧阳光耀,陈海龙.改进型遗传算法在机组负荷优化组合中 的应用 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(5): 722 – 726.)
- [10] ZHANG Z, CHOW M Y. Incremental cost consensus algorithm in a smart grid environment [C] //The 2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting. San Diego: IEEE, 2011: 1 – 6.
- [11] KAR S, HUG G. Distributed robust economic dispatch in power systems: a consensus+innovations approach [C] //The 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting. San Diego: IEEE, 2012: 1 – 8.
- [12] YANG S P, TAN S T, XU J X. Consensus based approach for economic dispatch problem in a smart grid [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013, 28(4): 4416 – 4426.
- [13] DOBAKHSHARI A S, AZIZI S, RANJBAR A M. Control of microgrids: aspects and prospects [C] //The 2011 International Conference on Networking, Sensing and Control. Delft: IEEE, 2011: 38 – 43.
- [14] BIDRAM A, DAVOUDI A, LEWIS F L, et al. Distributed cooperative secondary control of micro-grids using feedback linearization [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013, 28(3): 3462 – 3470.
- [15] NUTKANI I U, LOH P C, BLAABJERG F. Cost-based droop scheme with lower generation costs for microgrids [J]. *IET Power Electronics*, 2014, 7(5): 1171 – 1180.
- [16] CAI K, ISHII H. Average consensus on general connected digraphs [J]. Automatica, 2012, 48(11): 2750 – 2761.
- [17] WANG L, XIAO F. Finite time consensus problems for networks of dynamic agents [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(4): 950 – 955.

作者简介:

陈 刚 (1976-), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为分布式协调控制、非线性控制、智能控制、新能源系统与控制, E-mail: chengang@cqu.edu.cn;

李志勇 (1992--), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为分布式发电、协调控制, E-mail: 20115098@cqu.edu.cn;

赵中原 (1987–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为分布式协调控制, E-mail: zhaozy_87@163.com.