

# 基于高阶控制器设计的线性自抗扰控制参数调整

傅彩芬<sup>†</sup>, 谭文

(华北电力大学 控制与计算机工程学院, 北京 102206)

**摘要:** 将反馈控制器/扩张状态观测器闭环极点配置在同一位置是线性自抗扰控制器(linear active disturbance rejection control, LADRC)最常用的整定方法。该方法只需调整两个参数, 在工程应用上极为方便。但是, 由于极点配置在同一位置的限制, 整定的LADRC可能达不到期望的性能。本文提出以现有控制器参数为基础的LADRC调参方法。该方法以现有控制器参数为基础, 通过降阶及逼近, 保证LADRC控制能接近现有控制系统的性能。仿真设计表明采用高阶控制器设计的LADRC可以取得与原有控制系统相当的控制性能。该方法不受带宽法调参的需使反馈控制器及扩张观测器极点配置在同一位置的限制, 因此可以期望获得比带宽法更好的性能。同时, 该方法为已经熟悉掌握其他控制器设计方法的工程控制人员提供了一种便捷的调整线性自抗扰控制参数的方案, 具有较好的应用价值。

**关键词:** 线性自抗扰控制; 参数调整; 带宽; 降阶; 近似; 高阶控制器

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Parameters tuning of linear active disturbance rejection control based on high order controller design

FU Cai-fen<sup>†</sup>, TAN Wen

(School of Control & Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

**Abstract:** Placing the poles of the state feedback loop/extended state observer to the same position (so called bandwidth-based tuning) is the most useful method to tune the linear active disturbance rejection controller (LADRC). The method just needs to tune two parameters thus is simple to apply in practice. However, due to the limitation of the same-pole position, bandwidth tuning may not be able to achieve the desired control performance. This paper proposes a convenient LADRC tuning method. The method makes use of the existing controllers as its initial parameters, and tries to guarantee that the tuned LADRC approximates the existing controllers through order reduction and approximation. Design examples show that the proposed method can obtain the comparable control performance with the original controllers. This method does not have to make the feedback controller and the extended observer assign the poles in the same position, so it can be expected to achieve better performance. Moreover, it provides a convenient method to tune the parameters of LADRC for those control engineers who are already familiar with other control design methods.

**Key words:** linear active disturbance rejection control (LADRC); parameter-tuning; bandwidth; order reduction; approximation; high order controller

## 1 引言(Introduction)

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)技术是由韩京清先生提出的一种非线性控制方法<sup>[1-2]</sup>, 由跟踪微分器(tracking differentiator, TD)、扩张状态观测器(extended state observer, ESO)和非线性反馈(nonlinear state error feedback, NLSEF)等部分组成, 如图1所示。自抗扰控制不需要对象精确模型, 将模型内部不确定性和外部扰动都归结为一个“总扰动”, 采用观测器对其进行实时估计, 然后将

其用于反馈控制中, 以达到快速消除扰动的目的。

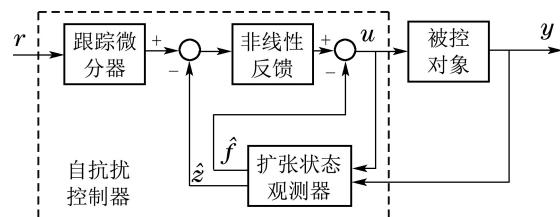


图1 ADRC结构

Fig. 1 Structure of ADRC

收稿日期: 2016-01-19; 录用日期: 2016-10-18。

<sup>†</sup>通信作者。E-mail: fcf@ncepu.edu.cn; Tel.: +86 10-61772387。

本文责任编辑: 高会军。

国家自然科学基金项目(61573138, 61403137), 中央高校基本科研业务费专项资金资助。

Supported by National Natural Science Foundation of China (61573138, 61403137) and Fundamental Research Funds for Central Universities.

非线性形式自抗扰控制需要调节多个参数,且这些参数互相影响,参数整定一直是限制其实际工程应用的难点.为此各种整定方法不断涌现.如非线性规划算法<sup>[3]</sup>、遗传算法<sup>[4]</sup>、基于受控对象时间尺度的ADRC控制器参数整定方法<sup>[5]</sup>、基于混沌粒子群算法<sup>[6]</sup>、基于AFSA的ADRC参数整定规则<sup>[7]</sup>以及文献[8]提出的ADRC参数自动调整算法等.

尽管ADRC参数调整方法不断地涌现,为ADRC的应用提供了契机,但是由于此结构仍然复杂并且需要整定的参数过多,在实际应用中工程人员仍然不能像PID那样得心应手.另外,研究表明,ADRC中的非线性函数容易使系统初始控制量过大,引起平衡位置的抖振<sup>[9]</sup>.为解决ADRC的工程化问题,Gao等<sup>[10-11]</sup>考虑了自抗扰控制的“线性”版本,并证明在采样步长较小时,线性自抗扰控制(linear active disturbance rejection control, LADRC)在跟踪效果及干扰抑制方面与常规ADRC具有同样好的控制性能.在LADRC中,ESO被简化为线性ESO(LESO);NLSEF被简化为线性状态反馈控制环节;并在参考输入后引入线性TD,避免系统因初始控制力过大出现超调.而且线性自抗扰控制最终只需要调节两个参数:控制器带宽 $\omega_c$ 及观测器带宽 $\omega_o$ ,且这两个参数均与闭环控制系统的性能直接相关,从而使得自抗扰控制的参数调整过程大大简化,促进了其在实际中的应用.目前,自抗扰控制已不断用于电力系统、精密机械、加工车床、化工过程和现代化武器系统等领域<sup>[12-14]</sup>.

当前对于LADRC的调参问题主要依赖于带宽法.文献[15]提出了采用内模控制(IMC)对LADRC进行分析与调整,并得出了采用带宽法进行LADRC调参与IMC的设定点滤波器及干扰抑制滤波器的两个时间常数之间的等价关系;文献[16-17]从频域分析方法入手,进一步分析了LADRC控制参数的工程配置方法;文献[18]对于二阶系统提出了采用两个可调参数的LADRC整定规律;文献[19]提出了具有自适应ESO的ADRC调整方法.但是对于已经熟悉掌握其他控制设计方法(如鲁棒控制以及模型预测控制等)的控制工程人员,如何根据已有的知识快速得到具有固定结构的LADRC参数的方法还未见报道.本文为解决此问题提供了一种便捷可行的策略.

本文在第2节中,给出了一般情况下LADRC控制器的表达形式及其闭环传递函数;在第3节中推导了基于高阶控制器的LADRC参数整定方法;在第4节分别采用 $H_\infty$ 回路成形方法及广义预测控制(GPC)方法设计了高阶控制器,通过第3节中的拟合方法得到了相应的LADRC控制参数,并通过实例验证了此方法的有效性.最后一节进行了总结.

## 2 线性自抗扰控制(LADRC)

一般地,考虑 $p$ 阶系统

$$y^{(p)} = bu + g(t, y, \dot{y}, \dots, d), \quad (1)$$

其中: $d$ 为外部扰动, $b$ 为高频增益, $g(t, y, \dot{y}, \dots, d)$ 是系统未知动态以及外部扰动的综合特性.针对大部分过程, $b$ 的精确值难以获得,故可设对象模型为

$$y^{(p)} = b_0 u + w, \quad (2)$$

式中: $w = g + (b - b_0)u$ 即为扩张状态,即需要估计的总扰动.

令

$$\begin{cases} x_1 = y, x_2 = \dot{y}, \dots, x_p = y^{(p-1)}, \\ x_{p+1} = w(y, u, d), \end{cases} \quad (3)$$

将模型(2)写成状态空间表达式形式,有

$$\begin{cases} \dot{x} = A_e x + B_e u + E_e \dot{w}, \\ y = C_e x, \end{cases} \quad (4)$$

其中 $A_e, B_e, C_e, E_e$ 的维数分别为 $(p+1) \times (p+1)$ , $(p+1) \times 1$ , $1 \times (p+1)$ , $(p+1) \times 1$ ,元素分别为

$$\begin{aligned} \bar{a}_{ij} &= \begin{cases} 1, i = j-1, & \bar{b}_i = \begin{cases} b_0, i = p, \\ 0, i \neq p, \end{cases} \\ 0, i \neq j-1, & \end{cases} \\ \bar{c}_i &= \begin{cases} 1, i = 1, & \bar{e}_i = \begin{cases} 0, i \neq p+1, \\ 1, i = p+1. \end{cases} \\ 0, i \neq 1, & \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

自抗扰控制方法的基本思想是利用ESO来估计总扰动.因此对该系统设计如下Luenberger观测器:

$$\begin{cases} \dot{z} = A_e z + B_e u + L_o(y - \hat{y}), \\ \hat{y} = C_e z, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $L_o$ 为观测器增益:

$$L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_r \ \beta_{p+1}]^T. \quad (7)$$

文献[20-21]对ESO的稳定性及观测能力进行了研究分析.假设总扰动 $w$ 有界,当 $A_e - L_o C_e$ 渐近稳定时, $z_1, \dots, z_p$ 趋近于输出 $y$ 及其各阶导数(直至 $p-1$ 阶),并且 $z_{p+1}$ 趋近于 $w$ .因此可以利用 $z_{p+1}$ 进行控制,从而使 $w$ 得到更快地抑制.

采用如下状态反馈控制率控制:

$$u_o = k_1(r - z) + k_2(\dot{r} - \dot{z}) + \dots + k_p(r^{(p-1)} - z^{(p-1)}), \quad (8)$$

其中 $r$ 为要跟踪的参考信号.最终控制率为

$$\begin{aligned} u &= \frac{u_o - z_{p+1}}{b_0} = \\ &\frac{k_1(r - z_1) + \dots + k_p(r^{(p-1)} - z_p) - z_{p+1}}{b_0} = \\ &K_o(\hat{r} - z), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\hat{r}$ 为广义参考信号

$$\hat{r} = [r \ \dot{r} \ \dots \ r^{p-1} \ 0]^T, \quad (10)$$

而状态反馈增益 $K_o$ 定义为

$$K_o = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_p \ 1]/b_0. \quad (11)$$

当ESO设计适当, 即有 $z_{p+1} \approx w$ , 从而系统(2)变成一个 $p$ 重积分系统

$$y^{(p)} = w - z_{p+1} + u_o \approx u_o. \quad (12)$$

在实践中, 如果参考信号 $r$ 各阶导数未知或无界则设置0。因为 $z_1, \dots, z_p$ 趋近于输出 $y, \dots, y^{(p-1)}$ , 因此从参考指令到输出的传递函数近似为

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_1}{s^p + k_p s^{p-1} + \dots + k_1}. \quad (13)$$

综合上述, 线性自抗扰控制器具有如下状态空间实现:

$$\begin{cases} \dot{z} = A_e z + B_e u + L_o(y - C_e z) = \\ (A_e - L_o C_e)z + B_e u + L_o y, \\ u = K_o(\hat{r} - z). \end{cases} \quad (14)$$

线性自抗扰控制器结构如图2所示。

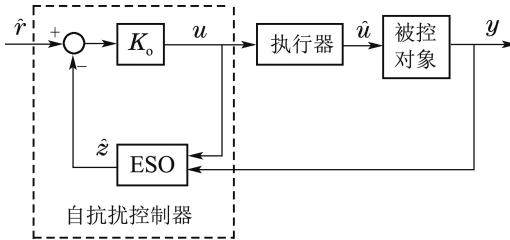


图2 线性自抗扰控制结构

Fig. 2 Structure of LADRC

通过以上设计过程可知, 一个线性自抗扰控制需要设计以下3个参数:  $b_0$ , ESO增益 $L_o$ 以及状态反馈控制增益 $K_o$ 。 $b_0$ 取值应尽量逼近系统的实际高频增益 $b$ , 通常 $b_0$ 越小, 控制作用越强, 但稳定裕度越小。关于 $L_o$ 及 $K_o$ 的取值, 文献[10]提出带宽整定法, 即将 $L_o$ 及 $K_o$ 的整定转化为两个参数的整定: 观测器带宽 $\omega_o$ 及控制器带宽 $\omega_c$ 。带宽法极大地减少了自抗扰控制的参数整定过程, 奠定了自抗扰控制实际工业应用的基础。

### 3 基于高阶控制器设计的自抗扰控制参数调整 (Parameters tuning of LADRC based on high order controller design)

自抗扰控制已经在很多方面取得了显著的成果<sup>[12-14]</sup>, 但LADRC控制器参数的整定对经验的依赖性较强。同时, 目前工程中广为采用的带宽法是使得LADRC的反馈控制器及观测器的极点分别配置在同一位置, 这种方法一方面为工程设计人员提供了方便, 另一方面也降低了参数调整的自由度。同时对于已经熟悉掌握高阶控制器设计方法的控制工程人员来说, 如何快速便捷的调整固定阶LADRC参数成为亟待解

决的问题。下面笔者将在频域采用一种多点近似拟合的方法来分析此问题。

对式(14)进行Laplace变换, 可以得到

$$\begin{cases} sz(s) = (A_e - L_o C_e)z(s) + B_e u(s) + L_o y(s), \\ u(s) = K_o(\hat{r}(s) - z(s)), \end{cases} \quad (15)$$

其中:  $z(s)$ 为 $z$ 的Laplace变换,  $\hat{r}(s)$ 为 $\hat{r}$ 的Laplace变换。去掉中间变量, 可以得到

$$\begin{aligned} u(s) &= C_1(s)K_o\hat{r}(s) - C_2(s)y(s) = \\ &C_1(s)F_r(s)r(s) - C_2(s)y(s), \end{aligned} \quad (16)$$

其中:

$$C_1(s) = 1 - K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} B_e, \quad (17)$$

$$C_2(s) = K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} L_o, \quad (18)$$

$$F_r(s) = K_o \left[ 1 \ s \ s^2 \ \dots \ s^{p-1} \ 0 \right] = \frac{k_1 + k_2 s + \dots + k_p s^{p-1}}{b_0}. \quad (19)$$

这样LADRC可以变成如图3所示二自由度等效复合结构。

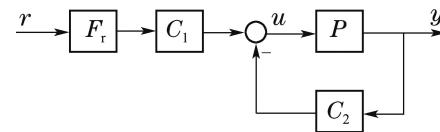


图3 LADRC的等效传统反馈控制结构

Fig. 3 Equivalent traditional feedback control structure of LADRC

图3经过等效变换可变为如图4所示的传统反馈控制结构。

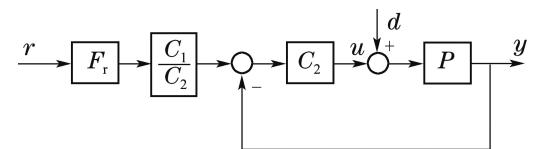


图4 LADRC的等效复合结构

Fig. 4 Equivalent composite control structure of LADRC

这里,

$$C_2(s) = K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} L_o = \frac{a_p s^p + a_{p-1} s^{p-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_{p+1} s^{p+1} + b_p s^p + \dots + b_1 s}, \quad (20)$$

其中:

$$\begin{bmatrix} a_p \\ a_{p-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & \dots & 1 \\ 0 & k_1 & \dots & k_p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{p+1} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} b_{p+1} \\ b_p \\ \vdots \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \beta_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_p & \beta_{p-1} & \beta_{p-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ k_p \\ \vdots \\ k_1 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

且  $b_{p+1} = 1$ .

因此在已知  $C_2$  表达式的前提下, 通过求解式(21)–(22)可以得到相应的LADRC反馈控制器参数  $K_o = [k_1 \ k_2 \ \cdots \ k_p \ 1]/b_0$  及观测器参数  $L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \cdots \ \beta_p \ \beta_{p+1}]^T$ .

由图4可知, 此时控制系统的抗扰性能完全取决于控制器  $C_2$ , 而跟踪性能则取决于  $F_r$ ,  $C_1$  及  $C_2$ . 同时知道, 由鲁棒控制及模型预测等控制方法得到的控制器通常为高阶控制器. 为使得采用固定阶LADRC控制与由以上控制方法设计得到的控制系统具有相当的抗扰性能, 可以采用以下多点近似拟合方法来得到LADRC的设计参数.

假设高阶控制器为  $K$ , 已知频率范围  $\omega_i (i = 1, \dots, m)$ , 假设想用下面的  $p$  阶传递函数方程来近似  $K$ ,

$$C_2(s) = \frac{a_ps^p + a_{p-1}s^{p-1} + \cdots + a_1s + a_0}{s^{p+1} + b_ps^p + \cdots + b_1s} = K_i \frac{\tilde{a}_ps^p + \tilde{a}_{p-1}s^{p-1} + \cdots + \tilde{a}_1s + \tilde{a}_0}{s \tilde{b}_ps^p + \tilde{b}_{p-1}s^{p-1} + \cdots + \tilde{b}_1s + 1}, \quad (23)$$

这里

$$K_i = |K(j\omega_s)|\omega_s, \quad (24)$$

其中  $\omega_s$  为任意小频率(如  $\omega_s = 0.001$ ), 这样就保证近似控制器  $C_2$  能保持与  $K$  具有相同积分增益及最小转折点, 从而使得最终的  $C_2$  控制器能够保持高阶控制器  $K$  在中低频的幅值, 进而保证二者具有相似的中低频抗干扰能力.

在理想情况下, 多点近似方法要求下面的等式成立:

$$\frac{\tilde{a}_p(j\omega)^p + \tilde{a}_{p-1}(j\omega)^{p-1} + \cdots + \tilde{a}_1(j\omega) + \tilde{a}_0}{\tilde{b}_p(j\omega)^p + \tilde{b}_{p-1}(j\omega)^{p-1} + \cdots + \tilde{b}_1(j\omega) + 1} = \tilde{K}(j\omega), \quad i = 1, \dots, m. \quad (25)$$

其中  $\tilde{K}(j\omega) = K(j\omega)(j\omega)/K_i$ .

以上方程可以写为

$$\Theta x = \tilde{b}, \quad (26)$$

其中

$$x = [\tilde{a}_p \ \cdots \ \tilde{a}_1 \ \tilde{a}_0 \ \tilde{b}_p \ \cdots \ \tilde{b}_1]^T,$$

$$\tilde{b} = [K(j\omega_1) \ \cdots \ K(j\omega_m)]^T,$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} (j\omega_1)^p & \cdots & (j\omega_1) & 1 & -K(j\omega_1)(j\omega_1)^p \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (j\omega_m)^p & \cdots & (j\omega_m) & 1 & -K(j\omega_m)(j\omega_m)^p \\ \cdots & -K(j\omega_1)(j\omega_1) \\ \ddots & \vdots \\ \cdots & -K(j\omega_m)(j\omega_m) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

为了使得解  $x$  为实向量, 定义

$$A = [\operatorname{Re}(\Theta) \ \operatorname{Im}(\Theta)], \quad z = [\operatorname{Re}(\tilde{b}) \ \operatorname{Im}(\tilde{b})], \quad (28)$$

其中  $\operatorname{Re}(\operatorname{Im})$  表示矩阵的实(虚)部. 这样式(26)变成

$$Ax = z. \quad (29)$$

对于式(29)可以求其最小二乘解.

几点说明:

1) 这里频域范围的选取很重要. 通常, 近似需要保证在中低频的准确性. 闭环带宽可能是个很好的选择.

2) 由式(23)–(29)近似方法求得的  $C_2$  代入式(20), 此时方程组(21)–(22)为  $2p + 1$  个方程, 其中  $(a_p, \dots, a_0; b_p, \dots, b_1)$  已知,  $(k_1, \dots, k_p; \beta_1, \dots, \beta_p + 1)$  为未知参数, 因此通过求解方程组(21)–(22)可以得到相应的LADRC的反馈控制器及观测器参数. 由于这里的LADRC控制参数为由高阶控制器近似所得, 因此其值仅与所采用的高阶控制器设计方法有关, 不再受带宽法设计所固有的使得LADRC的反馈控制器及观测器极点配置在同一位置(即带宽)的限制. 因此可以希望采用以上方法设计的LADRC获得比带宽法更好的性能.

3) 如图4所示, 这里只考虑了闭环回路的控制器  $C_2$ , 主要为抗干扰目的, 同时也影响了跟踪性能(跟踪性能还与  $C_1$  及  $F_r$  密切相关). 而这里的  $C_2$  已经包含了LADRC的反馈控制器及观测器参数的全部信息.

#### 4 基于高阶控制器的线性自抗扰控制参数调整实例(Examples of parameters tuning of LADRC based on high order control design)

本节将介绍两种基于以上讨论的由高阶控制器获得自抗扰控制参数的调整策略, 并给出相应的仿真实例.

##### 4.1 基于 $H_\infty$ 控制的自抗扰参数调整(Parameters tuning of LADRC based on $H_\infty$ loop-shaping control)

对于一个给定标称受控对象  $P$ ,  $H_\infty$  回路成形控制器设计过程<sup>[22]</sup>如下:

1) 回路成形: 选取适当的前置补偿器  $W_1$  和/或后置补偿器  $W_2$ , 改变标称受控对象  $P$  的奇异值形状, 使得变形后的受控对象  $P_\Delta = W_2 P W_1$  具有理想的开环形状. 一般说来, 理想的开环形状为: 在低频区具有较大的幅值, 高频区具有较小的幅值, 而中频区的下降率不能太大.

2) 鲁棒镇定: 对于成形后的受控对象  $P_\Delta$ , 求解如下鲁棒镇定问题:

$$\varepsilon_{\max}^{-1} = \inf_{\tilde{K}} \left\| \begin{bmatrix} I \\ \tilde{K} \end{bmatrix} (I + P_\Delta \tilde{K})^{-1} \tilde{M}^{-1} \right\|_\infty, \quad (30)$$

其中  $\tilde{M}^{-1}\tilde{N}$  是成形后的受控对象  $P_\Delta$  的一个正规化左互质分解。这里  $\varepsilon_{\max}$  为设计指标, 其合理的取值意味着经过第2步  $H_\infty$  设计后, 第1步所得开环奇异值形状变化不大, 即保证系统具有良好的鲁棒稳定性。通常  $\varepsilon_{\max}$  介于0.2到0.5之间。

3) 最终鲁棒控制器为  $K = W_1 \tilde{K} W_2$ 。

经过以上步骤设计的  $H_\infty$  回路成形控制器既满足了性能要求同时又保证了鲁棒性, 其主要优点如下:

a) 容易设计: 这种方法结合了经典的回路成形思想和鲁棒控制思想, 具有经典回路成形背景的工程师即可很好地使用此方法。

b) 容易求解: 第2步的  $H_\infty$  问题总是标准的, 可以准确的用非迭代的方法计算。设计完成的控制器能够稳定所有属于

$\tilde{P} = (\tilde{M} + \tilde{\Delta}_M)^{-1}(\tilde{N} + \tilde{\Delta}_N)$ ,  $\|[\tilde{\Delta}_M \quad \tilde{\Delta}_N]\|_\infty < \varepsilon_{\max}$  的对象, 且被控对象和  $H_\infty$  控制器间没有零极点对消。

采用以上方法设计的  $H_\infty$  控制器阶数通常很高, 不适合于在一般工业过程控制中应用。这里, 可以采用本文第3节讨论的方法将高阶控制器降为LADRC控制来实现。

下面采用文献[10]中的运动系统来进行验证。在文献[10]中的系统为一用来验证LADRC的性能以及带宽调整方法的运动控制试验床, 其过程可以用如下微分方程描述:

$$\ddot{y} = (-1.41\dot{y} + 23.2T_d) + 23.2u, \quad (31)$$

其中:  $y$  为输出位置,  $u$  为输入功率放大器的控制压力,  $T_d$  为转(力)矩干扰。详细系统描述请参考文献[10]。采用二阶LADRC来进行控制, 参数选为

$$b = 40, \omega_c = 150, \omega_o = 40. \quad (32)$$

二阶积分对象的实际增益为23.2, 但是由于假设模型未知在实际中需要进行估计, 因此  $b_0$  被选为40。

对以上模型采用  $H_\infty$  回路成形控制器方法进行设计。选取  $W_1 = \frac{40s + 8000}{s}$ , 则根据式(30), 可以得到  $\varepsilon_{\max} = 0.21$ 。因此采用  $H_\infty$  控制器可以允许21%的同时输入输出不确定性。采用本文的高阶控制器调节LADRC控制的方法, 可以得到近似的  $C_2$  控制器如下:

$$C_2(s) = \frac{120387s^2 + 4357197s + 75700452}{s^3 + 399s^2 + 44748s}. \quad (33)$$

图5为近似  $C_2$  控制与  $H_\infty$  回路成形控制器的频域响应对比。可以看到在中低频段, 二者具有相似的频域响应性能。因此可以期望, 根据  $C_2$  调整的LADRC控制器可以获得与  $H_\infty$  回路成形控制器相似的抗扰性能。

由二阶LADRC的控制器参数与  $C_2$  分子分母系数之间的对应关系:

$$\begin{bmatrix} 120387 \\ 4357197 \\ 75700452 \end{bmatrix} = \frac{1}{40} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 1 \\ 0 & k_1 & k_2 \\ 0 & 0 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 399 \\ 44748 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \beta_1 & 1 & 0 \\ \beta_2 & \beta_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ k_2 \\ k_1 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

通过求解方程组(34)–(35), 可以得到两组满足上述方程的参数值, 分别为

$$\begin{aligned} K_{o1} &= [942 \quad 46 \quad 1]/40, \\ L_{o1} &= [353 \quad 27489 \quad 3213072]^T, \\ K_{o2} &= [10811 \quad 56 \quad 1]/40, \\ L_{o2} &= [343 \quad 14667 \quad 280081]^T. \end{aligned}$$

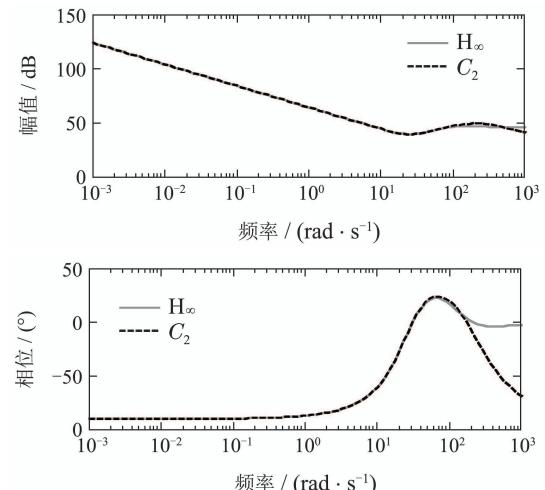


图5 频域特性对比图

Fig. 5 Comparison of frequency domain characteristics

由于以上两组参数可以获得相同的抗扰性能, 但是跟踪性能不同, 因此选择具有更好跟踪性能的参数作为LADRC的参数。图6为分别采用第1组  $K_{o1}$  和  $L_{o1}$ , 与第2组参数  $K_{o2}$  和  $L_{o2}$  的2阶LADRC时域响应。

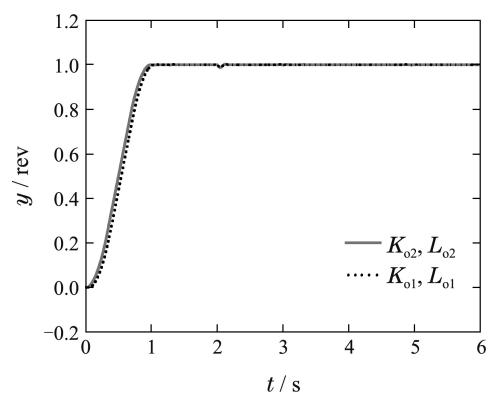


图6 时域响应对比图

Fig. 6 Comparison of time domain characteristics

从图6可以看到采用第2组参数系统具有更好的时域跟踪性能。因此选取第2组参数作为由高阶控制器调整所得LADRC参数。

仿真实验为在1 s时加入梯形波参考输入来验证系统的跟踪响应性能, 然后在 $t = 2$  s时加入幅值为-1.16的转矩干扰来验证系统的抗干扰性能。

图7为采用本文方法与采用文献[10]中参数进行LADRC控制的系统响应对比图。可以看到, 在跟踪性能一致情况下, 对比二者抗干扰性能, 本文方法可以取得比文献[10]中更好的抗干扰性能。原因在于进行 $H_\infty$ 回路成形控制器设计时前置补偿器 $W_1$ 的积分增益取的比较大, 这样就使得最终的 $H_\infty$ 控制器具有较高的积分增益。根据文献[23]可知, 在保持一定鲁棒稳定性的条件下, 积分增益越高, 系统的抗干扰性能越好。仿真发现, 当 $W_1 = (40s + 2000)/s$ 时, 即积分增益取2000时, 采用本文方法所得LADRC控制参数与用带宽法<sup>[10]</sup>设计所得控制器具有相当的性能。

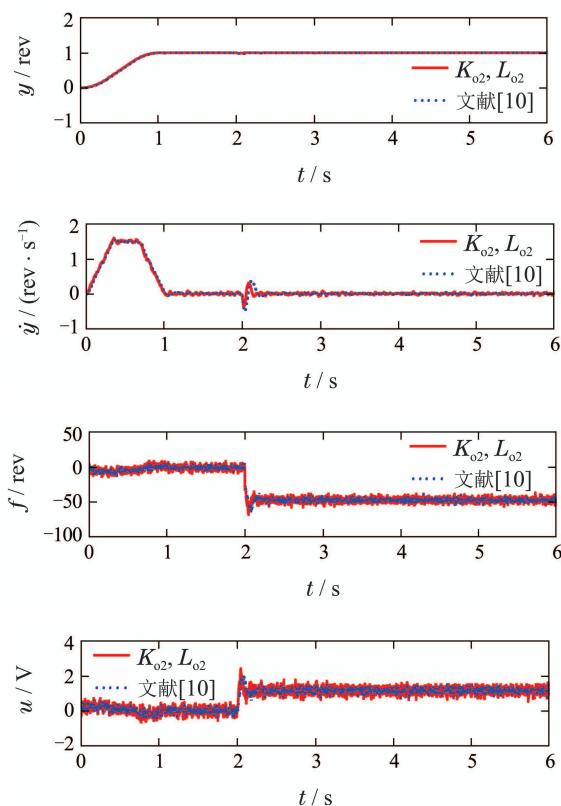


图7 时域响应对比图

Fig. 7 Comparison of time domain characteristics

采用 $H_\infty$ 回路成形控制器设计时, 当选取比例控制器不变, 一定程度上提高积分增益可以提高相应的LADRC的抗干扰性能。这与 $H_\infty$ 回路成形控制器设计的参数调整方向一致, 也与采用带宽法在相同的反馈控制器 $\omega_c$ 下, 增加观测器增益 $\omega_o$ 对系统的抗干扰影响一致。

#### 4.2 基于广义预测控制的自抗扰控制参数调整 (Parameters tuning of LADRC based on GPC)

广义预测控制(generalized predictive control, GPC)是20世纪80年代中期由Clarke等人<sup>[24]</sup>在保持最小方

差自校正控制的在线辨识、输出预测、最小方差控制的基础上提出的一类新型预测控制算法。该算法设计灵活方便, 包括了模型预测、滚动优化、反馈校正的基本思想。GPC基于模型并采用长时段的优化性能指标, 因此表现出良好的跟踪与抗扰性能。

广义预测控制的基本原理:

GPC采用如下自回归积分滑动平均模型CARIMA (controlled auto-regressive integrated moving average) 为预测模型:

$$A(z^{-1})y(t) = B_1(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})v(t)/\Delta, \quad (36)$$

其中:  $\Delta := 1 - z^{-1}$ ,  $v(t)$ 为白噪声, 且

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \cdots + a_nz^{-n},$$

$$B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + \cdots + b_mz^{-m},$$

$$C(z^{-1}) = c_1z^{-1} + \cdots + c_pz^{-p}.$$

采用如下目标函数:

$$J(P, M) = \sum_{k=1}^P [\tilde{y}(t+k|t) - \tilde{r}(t+k|t)]^2 + \sum_{k=1}^M [\lambda \Delta \tilde{u}(t+k-1|t)]^2, \quad (37)$$

其中:  $P$ 为输出预测时域,  $M$ 为控制时域, 信号 $\tilde{r}(t+k|t)$ 为输出 $y(t)$ 设定跟随参考轨迹。常数 $\lambda$ 表示控制对跟踪误差相对重要性的加权值。

GPC问题归结为求 $\Delta \tilde{u}(t), \Delta \tilde{u}(t+1), \dots, \Delta \tilde{u}(t+M-1)$ , 使得目标函数式(37)达到最小。

为了预测超前 $k$ 步输出, 引入Diophantine方程, 经推导计算并令 $\frac{\partial J}{\partial \Delta \tilde{u}} = 0$ , 可以得到控制增量为

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{U} &= (\Theta^T \Theta + \lambda^2 I)^{-1} \Theta^T (\Gamma(t) - Y_f(t)) =: \\ &K_{gpc}(\Gamma(t) - Y_f(t)), \end{aligned} \quad (38)$$

其中:  $\Theta$ 为Diophantine方程中的递推量,  $\Gamma(t)$ 为系统参考轨线,  $Y_f(t)$ 为系统对于过去输入的自由响应。

实际控制时 $t$ 时刻的最优控制量 $\Delta u(t)$ 为

$$\Delta u(t) = k_1^T (\Gamma(t) - Y_f(t)), \quad (39)$$

其中 $k_1$ 为 $K_{gpc}$ 的第一行。这样, 在 $t$ 时刻采用最优控制量作用于系统。下一时刻重复同样的过程。

通常采用GPC设计控制器的阶次可能很高, 为了便于工程应用, 采用本文讨论的由高阶控制器来获得LADRC控制。仍然采用文献[10]中的运动系统来进行验证。

对文献[10]模型采用GPC方法进行设计。选取参数为

$$Ts = 0.015, P = 13, M = 10, \lambda_2 = 0.05$$

进行GPC设计。采用第3节介绍的高阶控制器调节LADRC控制的方法, 可以得到近似的 $C_2$ 控制器如下:

$$C_2(s) = \frac{109566s^2 + 2860798s + 36022257}{s^3 + 176s^2 + 58848s}. \quad (40)$$

图8所示为 $C_2$ 与GPC的频域响应对比. 可以看到在中低频段, 二者具有相似的频域响应性能. 因此可以期望, 根据 $C_2$ 获得的LADRC控制可以获得与GPC相似的抗扰性能.

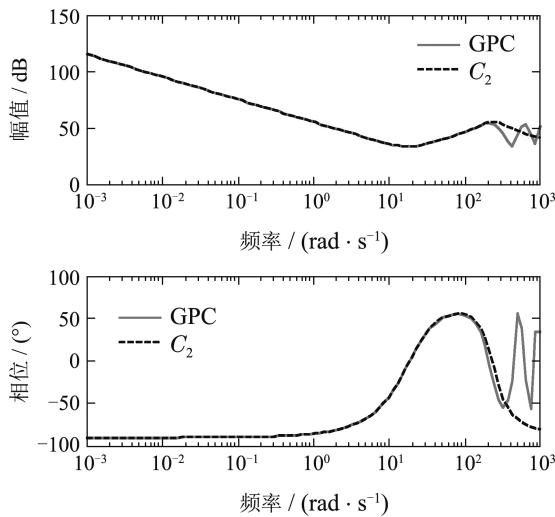


图 8 频域特性对比图

Fig. 8 Comparison of frequency domain characteristics

由二阶LADRC的控制器参数与 $C_2$ 分子分母系数之间的关系:

$$\begin{bmatrix} 109566 \\ 2860798 \\ 36022257 \end{bmatrix} = \frac{1}{40} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 1 \\ 0 & k_1 & k_2 \\ 0 & 0 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}, \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 176 \\ 58848 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \beta_1 & 1 & 0 \\ \beta_2 & \beta_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ k_2 \\ k_1 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

通过求解方程组(41)–(42), 可以得到两组满足上述方程的参数值, 分别为

$$\begin{aligned} K_{o1} &= [572 \ 33 \ 1]/40, \\ L_{o1} &= [143 \ 53525 \ 2520851]^T, \\ K_{o2} &= [48813 \ 91 \ 1]/40, \\ L_{o2} &= [85 \ 2289 \ 29519]^T. \end{aligned}$$

图9为分别采用第1组 $K_{o1}$ 和 $L_{o1}$ , 与第2组参数 $K_{o2}$ 和 $L_{o2}$ 的二阶LADRC时域响应. 可以看到采用第2组参数系统具有更好的时域跟踪性能. 因此选取第2组参数作为由高阶控制器调整所得LADRC参数.

图10为采用本文方法与采用文献[10]中参数进行LADRC控制的系统响应对比图. 可以看到采用本文方法所得LADRC控制参数与用带宽法设计所得控制器具有几乎相当的性能. 因此可以采用调节GPC的方法来获得LADRC的参数.

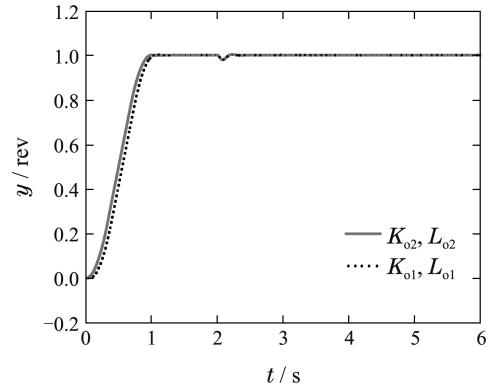


图 9 时域响应对比图

Fig. 9 Comparison of time domain characteristics

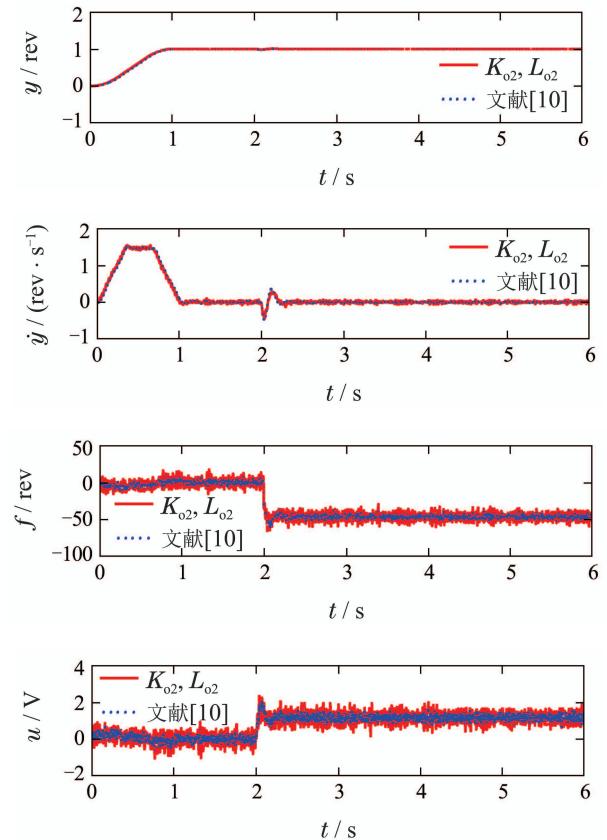


图 10 时域响应对比图

Fig. 10 Comparison of time domain characteristics

## 5 结论(Conclusions)

本文针对自抗扰控制器参数调节问题, 采用基于高阶控制器近似拟合的措施来获得LADRC的控制参数. 并分别采用基于 $H_\infty$ 回路成形及广义预测控制两种方法设计并验证了所提方法的有效性. 仿真实验表明采用高阶控制器设计的固定阶LADRC可以取得与带宽法相当的控制性能. 由于此种方法并不局限于带宽法调参需使反馈控制器及扩张观测器极点配置的同一位置的限制, 因此可以期望获得比带宽法更好的性能. 此方法为已经熟悉掌握其他控制器设计的方法的工程控制人员提供了一种便捷的调整LADRC的方法.

案,便于工程实践,具有较好的应用价值。

### 参考文献(References):

- [1] HAN Jingqing. Active disturbance rejection controller and its applications [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19 – 23.  
(韩京清. 自抗扰控制器机器应用 [J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19 – 23.)
- [2] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [3] SUN D H, SHI Y T, LI Z J, et al. Research on multi-objective optimal tuning of auto disturbance rejection controller [C] //Proceedings of IEEE International Conference on Automation and Logistics. Jinan: IEEE, 2007: 1437 – 1441.
- [4] ZHANG Qian. Application and optimize design of active disturbance rejection controller [D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2007.  
(张谦. 自抗扰控制器优化设计及其应用 [D]. 西安: 西安理工大学, 2007.)
- [5] LI Shuqing, ZHANG Shengxiu, LIU Yinan, et al. Parameter-tuning in active disturbance rejection controller using time scale [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 125– 129.  
(李述清, 张胜修, 刘毅男, 等. 根据系统时间尺度整定自抗扰控制器参数 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 125– 129.)
- [6] LIU C F, ZANG B. Application and the parameter tuning of ADRC based on CPSO [C] //Proceedings of the 24th Chinese Control and Decision Conference. Taiyuan: IEEE, 2012: 3277 – 3281.
- [7] HU Yi, WANG Mingang, YANG Yao. Parameters tuning of active disturbance rejection controller based on artificial fish swarm algorithm [J]. *Command Control & Simulation*, 2013, 35(2): 90 – 92, 107.  
(胡铁, 王民钢, 杨尧. 基于AFSA的自抗扰控制器参数整定 [J]. 指挥控制与仿真, 2013, 35(2): 90 – 92, 107.)
- [8] WU Lei, BAO Hong, DU Jingli, et al. A learning algorithm for parameters of automatic disturbances rejection controller [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(3): 556 – 560.  
(武雷, 保宏, 杜敬利, 等. 一种自抗扰控制器参数的学习算法 [J]. 自动化学报, 2014, 40(3): 556 – 560.)
- [9] ZHANG Jing, MENG Fandong. Design of output improvement auto-disturbance rejection control for test table [J]. *Computer Simulation*, 2010, 27(1): 185 – 188.  
(张静, 孟凡东. 测试转台的输出改进自抗扰控制器设计 [J]. 计算机仿真, 2010, 27(1): 185 – 188.)
- [10] GAO Z Q. Scaling and Bandwidth-parameterization based controller tuning [C] //Proceedings of American Control Conference. Denver, Colorado: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [11] GAO Z Q. Active disturbance rejection control: A paradigm shift in feedback control system design [C] //Proceedings of American Control Conference. Minneapolis: IEEE, 2006: 2399 – 2405.
- [12] GAO Zhiqiang. On the foundation of active disturbance rejection control [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1498 – 1510.  
(高志强. 自抗扰控制思想探究 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1498 – 1510.)
- [13] HUANG Y, XUE W C. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis [J]. *ISA Transaction*, 2014, 53(4): 963 – 976.
- [14] SUN Li, DONG Junyi, LI Donghai. Cascaded load-frequency digital electric-hydraulic regulation of turbine via extended state observer [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2015, 35(7): 1697 – 1703.  
(孙立, 董君伊, 李东海, 等. 基于扩张状态观测器的汽轮机功频电液串级控制 [J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(7): 1697 – 1703.)
- [15] TAN W, FU C F. Linear active disturbance-rejection control: analysis and tuning via IMC [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(4): 2350 – 2359.
- [16] YUAN Dong, MA Xiaojun, ZENG Qinghan, et al. Research on frequency-band characteristics and parameters configuration of linear active disturbance rejection control of second-order systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1630 – 1640.  
(袁东, 马晓军, 曾庆含, 等. 二阶系统线性自抗扰控制器频带特性与参数配置研究 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1630 – 1640.)
- [17] ZHANG Chao, ZHU Jihong, GAO Yakui. Order and parameter selections for active disturbance rejection controller [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1480 – 1485.  
(张超, 朱继洪, 高亚奎. 自抗扰控制器的阶次与参数的选取 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1480 – 1485.)
- [18] CHEN X, LI D H, GAO Z Q, et al. Tuning method for second-order active disturbance rejection control [C] //Proceedings of the 30th Chinese Control Conference. Yantai: IEEE, 2011: 6322 – 6327.
- [19] XUE W C, BAI W Y, YANG S, et al. ADRC with adaptive extended state observer and its application to air-fuel ratio control in gasoline engines [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5847 – 5857.
- [20] ZHENG Q, GAO L Q, GAO Z Q. On validation of extended state observer through analysis and experimentation [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2012, 134(2): 024505.
- [21] CHEN Zengqiang, SUN Mingwei, YANG Ruiguang. On the stability of linear active disturbance rejection control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 574 – 580.  
(陈增强, 孙明伟, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究 [J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 574 – 580.)
- [22] MCFARLANE D C, GLOVER K. *Robust Controller Design Using Normalised Coprime Factor Plant Descriptions* [M]. New York: Springer-Verlag, 1990.
- [23] ASTROM K J, HAGGLUND T. *Advanced PID Control* [M]. Research Triangle Park, NC: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- [24] CLARKE D W, MOHTADI C, TUFTS P S. Generalized predictive control, part I: The basic algorithm [J]. *Automatica*, 1987, 23(2): 137 – 148.

### 作者简介:

傅彩芬 (1979–), 女, 博士研究生, 工程师, 目前研究方向为过程控制、自抗扰控制, E-mail: fcf@ncepu.edu.cn;

谭文 (1969–), 男, 教授, 主要研究方向为鲁棒控制及其在工业过程、电力系统方面的应用, E-mail: wtan@ncepu.edu.cn.