

## 普通Petri网最大可达数的两段式死锁控制策略

李绍勇<sup>1†</sup>, 肖兴达<sup>2</sup>, 蔡颖<sup>1</sup>, 厚彩琴<sup>1</sup>, 韩喜莲<sup>1</sup>, 马兵善<sup>1</sup>

(1. 兰州理工大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 开封大学 电子电气工程学院, 河南 开封 475004)

**摘要:** 针对普通Petri网的死锁问题, 本文提出了可实现最大可达数的两段式死锁控制策略(deadlock control policy, DCP)。第1步, 该策略求解原网( $N_0, M_0$ )的基本信标(elementary siphons, ES)和从属信标(dependent siphons, DS), 对每个基本信标添加控制库所(control place, CP)和控制变迁(control transition, CT), 获得拓展网系统( $N', M'$ )。第2步, 构建拓展网系统的P-不变式整数规划问题, 测试原网中从属信标的可控性。若所有从属信标满足可控条件, 则直接得到活性受控网系统( $N^*, M^*$ ); 反之, 对不满足可控条件的从属信标也添加控制库所和变迁, 从而也得到了( $N^*, M^*$ )。通过理论分析和算例验证, 表明了该死锁控制策略的正确性和有效性。相比目前文献中的可实现最大许可行为数目(number of maximally permissive behavior, NMPB)的普通Petri网死锁预防策略, 该DCP获取的活性受控网系统( $N^*, M^*$ )可达数目与原网( $N_0, M_0$ )是相同的, 且最大可达数(maximally reachable number, MRN)高于最大许可行为数目NMPB。

**关键词:** Petri网; 死锁控制; 基本信标; 最大可达数; 最大许可行为数目

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## A two-stage deadlock control policy with maximally reachable number for ordinary Petri nets

LI Shao-yong<sup>1†</sup>, XIAO Xing-da<sup>2</sup>, CAI Ying<sup>1</sup>, HOU Cai-qin<sup>1</sup>, HAN Xi-lian<sup>1</sup>, MA Bing-shan<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China;

2. School of Electronic and Electrical Engineering, Kaifeng University, Kaifeng Henan 475004, China)

**Abstract:** This paper develops a two-stage deadlock control policy (DCP) with maximally reachable number (MRN) for the deadlock problems in ordinary Petri nets (OPNs). First, this DCP solves elementary siphons (ESs) and dependent siphons (DSs) in the original uncontrolled net ( $N_0, M_0$ ) and then adds a control place (CP) and a control transition (CT) for each ES. Accordingly, an extended net system ( $N', M'$ ) is obtained. Second, the controllability test for DSs in  $N_0$  is executed by means of constructing an integer programming problem (IPP) of  $P$ -invariants of  $N'$ . If all DSs meet the controllability, then a live controlled system ( $N^*, M^*$ ) is achieved directly, implying that the extended net system ( $N', M'$ ) is live. Conversely, the corresponding CPs and CTs are added for those DSs that cannot meet the controllability. Therefore, the live controlled system ( $N^*, M^*$ ) can be obtained as well. Theoretical analysis and examples show the correctness and efficiency of the proposed DCP. Compared with the relevant deadlock prevention policies with number of maximally permissive behavior (NMPB) in the existing literature for OPNs, the reachable number of the live controlled system ( $N^*, M^*$ ) obtained by the proposed DCP is the same as that of the original uncontrolled net ( $N_0, M_0$ ), i. e., maximally reachable number (MRN) is greater than NMPB.

**Key words:** Petri nets; deadlock control; elementary siphon (ES); maximally reachable number (MRN); number of maximally permissive behavior (NMPB)

### 1 引言(Introduction)

柔性制造系统(flexible manufacturing system, FMS)以多品种、小批量和经济等特性, 能够动态响应

产品市场的快速变化和需求, 所以在目前的产品制造领域中占据了主导地位。而死锁(deadlock)问题是FMS设计时必须考虑和加以解决的。死锁的发生会导

收稿日期: 2016-01-27; 录用日期: 2016-10-18。

†通信作者。E-mail: lishaojong99@163.com; Tel.: +86 931-2973784.

本文责任编辑: 陈积明。

国家自然科学基金项目(61364004), 国家出国留学人员基金项目([2014]5049, 201408625045), 兰州理工大学博士研究基金项目(B04-237), 兰州理工大学建工七七基金项目(TM-QK-1301)资助。

Supported by National Natural Science Foundation of China (61364004), China Scholarship Council Foundation for Chinese Scholars to Study Overseas ([2014]5049, 201408625045), Doctoral Research Funds of Lanzhou University of Technology (B04-237) and Alumni Foundation Civil Engineering 77, Lanzhou University of Technology (TM-QK-1301).

致部分或整个FMS的运行停止,造成重大的经济损失或灾难性后果<sup>[1]</sup>. 由于建模能力强、便于分析和图形化等特性,Petri网在FMS的建模、性能评价和死锁控制等方面得到了广泛的应用. 基于Petri网,人们已经研究了许多方法来解决死锁控制问题,包括死锁避免策略,死锁检测与恢复策略和死锁预防策略(deadlock prevention policy, DPP)<sup>[1]</sup>. 其中,死锁避免策略对FMS运行过程中的每个资源申请进行动态的监测和分配. 若资源分配获得许可后,FMS无死锁发生,则予以分配;否则不许可分配. 它是以on-line方式避免死锁的发生和需要消耗执行时间的. 死锁检测与恢复策略获取的活性受控Petri网系统( $N^*, M^*$ )可达数是与未受控原网( $N_0, M_0$ )相同的,即最大可达数. 但是,其以on-line方式检测和消除死锁,是需要FMS付出相应的运行时间代价的. 而DPP则是将死锁问题在FMS的设计阶段予以考虑和解决,是以off-line方式来执行的,无需FMS付出相应的时间代价,因此得到相关学者和研究人员的重点关注<sup>[2-6]</sup>. 但是,DPP获取的活性受控Petri网系统( $N^*, M^*$ )可达数,在最好情况下为最大许可行为数,且NMPB<MRN.

DPP可分为网结构分析法(net structure analysis method, NSAM)和可达图分析法(reachability graph analysis method, RGAM). 基于NSAM的DPP,关注的是建模FMS的Petri网系统中的一种特殊结构—信标(siphon)的求解及其控制. 这些DPP<sup>[2-3, 5, 7-9]</sup>首先求解出全部或部分导致死锁的信标,然后对这些信标添加相应的CP,使得它们受控,获取了活性受控网系统( $N^*, M^*$ ). 其中,文献[3, 5, 7-8]是求解部分导致死锁的信标而非全部,计算耗时相比文献[2, 9]少. 但是,文献[9]仅对所有ES和不满足可控性的部分DS,添加相应的CP,得到的( $N^*, M^*$ )在结构上却相对简单. 相同点是获得的( $N^*, M^*$ )可达数目小于或接近未受控原网( $N_0, M_0$ )的最大许可行为数目NMPB;一般而言,控制算法的复杂度为NP-hard. 基于RGAM的DPP<sup>[4, 6, 11-12]</sup>则首先生成存在死锁的原网( $N_0, M_0$ )的全部可达状态,将其划分出死锁区域(dead-lock zone, DZ)和无死锁区域(deadlock-free zone, DFZ),诊断出死锁状态(deadlock state, DLS)、肯定导致死锁的坏状态(bad state, BS)、危险状态(dangerous state, DS)和活状态(live state, LS). 然后也添加相应的CP,使得网系统的每个可达状态都出现在DFZ而非DZ,从而也得到了活性受控网系统( $N^*, M^*$ ). 尽管基于RGAM的DCP计算负荷(DZ和DFZ的划分, DLS, BS, DS和LS的诊断)很大和获取的( $N^*, M^*$ )结构较复杂,但是( $N^*, M^*$ )的可达数目等于NMPB,是最大许可行为的,也称为最优行为(optimal behavior).

基于前期研究成果<sup>[5, 7-8]</sup>,对于普通Petri网的典型子类,如S<sup>3</sup>PR(system of simple sequential processes

with resource)网<sup>[2]</sup>和ES<sup>3</sup>PR(extended S<sup>3</sup>PR)网<sup>[3, 5]</sup>的死锁问题,本文提出了可实现最大可达数的两段式DCP. 第1步,该DCP首先求解存在死锁的原网( $N_0, M_0$ )所有ES和DS<sup>[9]</sup>,然后采用文献[10]的方法,对每个ES而言,不但对其添加CP,而且添加CT,即控制库所和变迁对(CP-CT),获得了拓展网系统( $N', M'$ ). 第2步,通过设计( $N', M'$ )的P-不变式整数规划问题(IPP),来测试原网( $N_0, M_0$ )中DS可控性. 若所有DS满足可控条件,则直接得到( $N^*, M^*$ ),即:( $N', M'$ )就是( $N^*, M^*$ );反之,对不满足可控条件的那部分DS也添加CP-CT对<sup>[10]</sup>,从而也得到了活性受控网系统( $N^*, M^*$ ). 相比较目前文献中的DPP<sup>[2-9, 11-12]</sup>,尽管本文提出的DCP对ES和DS添加了CP和CT,导致了活性受控网系统( $N^*, M^*$ )在结构相对复杂;但是获取的活性受控网系统( $N^*, M^*$ )可达数与未受控原网( $N_0, M_0$ )是相同的,且MRN高于NMPB. 实质上,本文提出的DCP同样是将普通Peri网的死锁问题解决在设计阶段,执行方式为off-line;但是获取了MRN,是属于DPP与DDRP的结合和延伸.

## 2 基本定义和定理(Basic definitions and theorems)

**定义1<sup>[1]</sup>** 一个Petri网N是一个4元组( $P, T, F, W$ ), $P$ 和 $T$ 分别称为库所和变迁的集合,满足 $P \neq \emptyset$ , $T \neq \emptyset$ , $P \cup T \neq \emptyset$ , $P \cap T = \emptyset$ .  $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ 称为流关系或有向弧的集合. $W : (P \times T) \cup (T \times P) \rightarrow \mathbb{N}$ 是一个映射, $\mathbb{N} \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ,该映射为每一条弧分配一个权值,即:若 $f \in F$ ,则 $W(f) > 0$ ;若 $f \notin F$ ,则 $W(f) = 0$ .  $W$ 称为Petri网N的权函数. 若 $\forall f \in F$ , $W(f) = 1$ ,则Petri网N=( $P, T, F, W$ )称为普通网,可记做 $N = (P, T, F)$ ;若 $\exists f \in F$ , $W(f) > 1$ ,则N称为一般网. N的关联矩阵[N]是一个以 $P \times T$ 为序标的整数矩阵,[N]( $p, t$ )= $W(t, p) - W(p, t)$ .  $|P|$ 和 $|T|$ 分别表示Petri网N中的库所和变迁的数目. 令 $x \in P \cup T$ 是Petri网N=( $P, T, F, W$ )的节点. $x$ 的前置集 $\cdot x$ 定义为 $\cdot x = \{y \in P \cup T | (y, x) \in F\}$ , $x$ 的后置集 $x^\bullet$ 定义为 $x^\bullet = \{y \in P \cup T | (x, y) \in F\}$ . 相应地,令 $X \subseteq P \cup T$ 是节点的集合, $X$ 的前置集定义为 $\cdot X = \bigcup_{x \in X} \cdot x$ , $X$ 的后置集定义为 $X^\bullet = \bigcup_{x \in X} x^\bullet$ .

**定义2<sup>[1]</sup>** 令 $N = (P, T, F, W)$ 是一个Petri网, $N$ 的P-向量 $I$ 是映射 $I: P \rightarrow \mathbb{Z}$ , $P$ -向量是以 $P$ 为序标的列向量, $\mathbb{Z}$ 是整数的集合. 称 $P$ -向量 $I$ 是Petri网N的P-不变式当且仅当 $I \neq \mathbf{0}$ ,且 $I^T[N] = \mathbf{0}^T$ .  $\mathbf{0}$ 是一个所有元素都等于0的列向量. $\|I\| = \{p \in P | I(p) \neq 0\}$ 称为I的支撑. $\|I\|^+ = \{p | I(p) > 0\}$ 称为I的正支撑, $\|I\|^- = \{p | I(p) < 0\}$ 称为I的负支撑.

由结构导出的P-不变式I满足托肯守恒律. 也就

是说, 在每一个可达标识下,  $\|I\|$ 中托肯的加权和保持为常数, 即 $\forall M \in R(N, M_0), I^T M = I^T M_0$ .

**定义 3<sup>[1]</sup>** 令 $N = (P, T, F, W)$ 是一个Petri网, 其标识 $M$ 是一个从 $P$ 到 $N$ 的映射。 $(N, M_0)$ 称为标识网,  $M_0$ 称为 $N$ 的初始标识. 若 $\forall p \in \bullet t, M(p) \geq W(p, t)$ , 则称 $t \in T$ 在标识 $M$ 下是使能的(enabled), 记为 $M[t]$ . 对于 $(N, M_0)$ , 称 $t \in T$ 是活的(live)当且仅当 $\forall M \in R(N, M_0), \exists M' \in R(N, M), M'[t]$ 成立. 称 $(N, M_0)$ 是活的当且仅当 $\forall t \in T, t$ 在 $M_0$ 下是活的. 称 $N$ 在标识 $M_0$ 下是死的(dead)当且仅当 $\nexists t \in T, M_0[t]$ 成立. 称 $(N, M_0)$ 是无死锁的(deadlock-free)或弱活的(weakly live)当且仅当 $\forall M \in R(N, M_0), \exists t \in T, M[t]$ 成立.

**定义 4<sup>[1]</sup>** 令 $N = (P, T, F, W)$ 是一个Petri网. 若非空集合 $S \subseteq P$ 满足 $\dot{S} \subseteq S^\bullet$ , 则称 $S$ 为信标. 若信标 $S$ 不包含其它任何信标作为它的真子集, 则称其为极小信标. 若信标 $S$ 不包含任何 $P$ -不变式的支撑, 则称其为严格信标. 称一个既是极小的又是严格的信标为严格极小信标(strict minimal siphon, SMS).

**定义 5<sup>[1,9]</sup>** 令 $N = (P, T, F, W)$ 是一个Petri网,  $|P| = m, |T| = n$ . 假设 $N$ 有 $k$ 个SMS, 即,  $S_1, S_2, \dots, S_k$ , 其中:  $m, n, k \in \mathbb{N}^+$ . 定义 $[\lambda]_{k \times m} = [\lambda_{S_1} | \lambda_{S_2} | \dots | \lambda_{S_k}]^T, [\eta]_{k \times n} = [\lambda]_{k \times m} [N]_{m \times n} = [\eta_{S_1} | \eta_{S_2} | \dots | \eta_{S_k}]^T$ .  $[\lambda]([\eta])$ 称为 $N$ 中信标的特征 $P(T)$ -向量矩阵.

**定义 6<sup>[1,9]</sup>** 令 $\eta_{S_\alpha}, \eta_{S_\beta}, \dots, \eta_{S_\gamma} (\{\alpha, \beta, \dots, \gamma\} \in N_k)$ 是Petri网特征 $T$ -向量矩阵 $[\eta]$ 的一个最大线性无关组. 称 $\Pi_{ES} = \{S_\alpha, S_\beta, \dots, S_\gamma\}$ 是 $N$ 的一个基本信标集合,  $\Pi_{ES}$ 中的元素称为 $N$ 的基本信标.

**定义 7<sup>[1,9]</sup>** 令 $\Pi$ 是一个Petri网SMS的集合,  $\Pi_{ES} = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ 是 $N$ 的一个基本信标集合.  $S$ 是一个SMS, 且 $S \notin \Pi_{ES}$ . 若 $\eta_S = \sum_{S_i \in \Pi_{ES}} a_i \eta_{S_i}$ , 其中 $a_i \in \mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}$ 是整数的集合, 则称 $S$ 是从属信标.

显然,  $\Pi = \Pi_{ES} \cup \Pi_{DS}$ ,  $\Pi_{ES} \cap \Pi_{DS} = \emptyset$ , 这里 $\Pi_{DS}$ 称为从属信标集合. 此外, 对于普通Petri网的重要子类-S<sup>3</sup>PR网和ES<sup>3</sup>PR网, 由文献[1-2, 9]可知, 其严格极小信标 $S$ 是由工序库所和资源库所组成的, 即,  $S = S^R \cup S^A$ , 其中 $S^R$ 和 $S^A$ 分别表示 $S$ 中的资源库所集合和工序库所集合.

**定义 8<sup>[1,9]</sup>** 令 $r \in P_R$ 是S<sup>3</sup>PR网 $N = (P^0 \cup P_A \cup P_R, T, F)$ 的资源库所, 这里 $P^0, P_A, P_R$ 分别表示 $N$ 的闲置进程库所、工序库所集合和资源库所集合.  $S$ 是 $N$ 的一个SMS, 使用 $r$ 的工序库所称为 $r$ 的持有者, 集合 $H(r) = \bullet r \cap P_A$ 称为 $r$ 的持有者的集合. 令 $[S] = (\bigcup_{r \in S^R} H(r)) \setminus S$ ,  $[S]$ 称为信标 $S$ 的补集.

**定理 1<sup>[1-2,9]</sup>** S<sup>3</sup>PR网 $(N, M_0)$ 是活的, 当且仅当 $\forall S \in \Pi, \forall M \in R(N, M_0), M(S) > 0$ .

**定理 2<sup>[1,3]</sup>** 若 $\forall M \in R(N, M_0), \nexists S \in \Pi, M(S) = 0$ , 则ES<sup>3</sup>PR网 $(N, M_0)$ 是活的.

### 3 控制库所与控制变迁(Control Places and control transitions)

如1节所述, 无论基于NSAM的DCP<sup>[2-3, 5, 7-9]</sup>, 还是基于RGAM的DCP<sup>[4, 6, 11-12]</sup>, 都是采用添加CP的方法, 分别使得导致死锁的信标受控和网系统的每个可达状态都出现在DFZ, 从而得到了活性受控网系统 $(N^*, M^*)$ . 本文提出的DCP是在求解出原网 $(N_0, M_0)$ 中的SMS后, 采用文献[10]中的CP和CT添加方法, 对SMS不但添加CP, 而且还添加CT, 使得求解的SMS受控. 也就是说, 对于每个SMS而言, 需添加1个CP-CT对. 文献[10]中的CP和CT添加方法, 简述如下:

1) 对于原网 $(N_0, M_0)$ , 基于INA<sup>[13]</sup>运算, 可得到SMS的集合 $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ ; 由定义8, 从而确定出SMS相应的补集集合 $\Omega = \{[S_1], [S_2], \dots, [S_k]\}$ , 然后依次从 $\Pi$ 中选择 $S_1, S_2, \dots, S_k$ 进行CP和CT的添加.

2) 对于选定的一个 $S_i$ , 对其添加一个CP( $V_{S_i}$ )和一个CT( $t_{S_i}$ ), 且 $M_0(V_{S_i}) = 0$ ;  $V_{S_i}$ 和 $t_{S_i}$ 的相关输入\输出控制弧的链接, 如下所述:

① 对于每个变迁 $t, t \in \bullet[S_i] \setminus [S_i]$ , 存有一条从 $t$ 指向 $V_{S_i}$ 的弧( $t, V_{S_i}$ ),  $F(t, V_{S_i}) = 1$ ;

② 对于每个变迁 $t, t \in [S_i]^\bullet \setminus [S_i]$ , 存有一条从 $V_{S_i}$ 指向 $t$ 的弧( $V_{S_i}, t$ ),  $F(V_{S_i}, t) = 1$ ;

③ 对于 $V_{S_i}$ 和 $t_{S_i}$ , 分别存在一条从 $t_{S_i}$ 指向 $V_{S_i}$ 的弧( $t_{S_i}, V_{S_i}$ ),  $F(t_{S_i}, V_{S_i}) = M_0(S_i) - 1$ 和一条从 $V_{S_i}$ 指向 $t_{S_i}$ 的弧( $V_{S_i}, t_{S_i}$ ),  $F(V_{S_i}, t_{S_i}) = M_0(S_i)$ ;

④ 对于加工工序进程 $P_j$ ( $j$ 代表加工工序进程号,  $j = 1, 2, \dots$ )的工作库所 $p_{S_i}, p_{S_i} \in \bullet(V_{S_i}) \cap P_j$ , 存有一条从 $p_{S_i}$ 指向 $t_{S_i}$ 的弧( $p_{S_i}, t_{S_i}$ ),  $F(p_{S_i}, t_{S_i}) = 1$ . 此外, 对于相关资源库所 $r_{S_i}, r_{S_i} \in P_R, p_{S_i} \in H(r_{S_i})$ , 存有一条从 $t_{S_i}$ 指向 $r_{S_i}$ 的弧( $t_{S_i}, r_{S_i}$ ),  $F(t_{S_i}, r_{S_i}) = 1$ ;

⑤ 对于加工工序进程中的闲置进程库所 $p_j^0, p_j^0 \in P^0$ , 存有一条从 $t_{S_i}$ 指向 $p_j^0$ 的弧( $t_{S_i}, p_j^0$ ),  $F(t_{S_i}, p_j^0) = 1$ ;

⑥ 对于 $\Pi$ 中的其余信标 $S_k$ 而言,  $S_k \neq S_i$ . 当 $p_{S_i} \in [S_k]$ 时, 存有一条从 $V_{S_k}$ 指向 $t_{S_i}$ 的弧( $V_{S_k}, t_{S_i}$ ),  $F(V_{S_k}, t_{S_i}) = 1$ .

下面以图1所示的存在死锁S<sup>3</sup>PR网为例, 说明上述的CP和CT添加方法是如何应用的.

图1所示是一个存在死锁的标识S<sup>3</sup>PR网<sup>[10]</sup>. 其中:  $P_A = \{p_2, p_3, p_4, p_6, p_7, p_8\}, P^0 = \{p_1, p_5\}, P_R = \{p_9, p_{10}, p_{11}\}, |P| = |P_A| + |P^0| + |P_R| = 11, |T| = 8, t_1$ 和 $t_8$ 是源变迁,  $t_4$ 和 $t_5$ 是汇变迁. 它存在两

一个加工工序进程 $P_1$ 和 $P_2(j=1, 2)$ . 其最大许可行为数目NMPB为42.

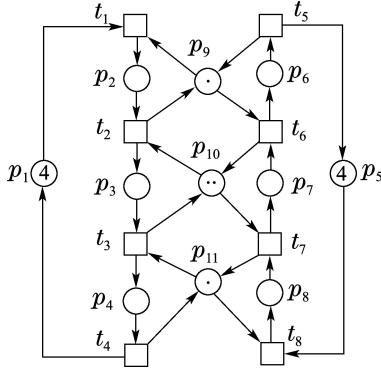


图1 一个存在死锁的标识S<sup>3</sup>PR网

Fig. 1 A marked S<sup>3</sup>PR with deadlocks

通过INA<sup>[13]</sup>运算, 可得3个SMS:  $S_1 = \{p_3, p_6, p_9, p_{10}\}$ ,  $S_2 = \{p_4, p_7, p_{10}, p_{11}\}$ ,  $S_3 = \{p_4, p_6, p_9, p_{10}, p_{11}\}$ . 由定义5, 6, 7和8, 可确定出2个ES和1个DS及其相应的补集:  $\Pi_{\text{ES}} = \{S_1, S_2\}$ ,  $\Pi_{\text{DS}} = \{S_3\}$ ,  $[S_1] = \{p_2, p_7\}$ ,  $[S_2] = \{p_3, p_8\}$ ,  $[S_3] = \{p_2, p_3, p_7, p_8\}$ . 显然,  $\Pi = \{S_1, S_2, S_3\}$ ,  $\Omega = \{[S_1], [S_2], [S_3]\}$ .

对于 $S_1$ ,  $M_0(S_1) = 3$ , 添加 $V_{S_1}$ 和 $t_{S_1}$ , 且 $M_0(V_{S_1}) = 0$ . 由式(1)–(2)可知 $t \in \cdot[S_1] \setminus [S_1]^\bullet = \{t_1, t_7\}$  和  $t \in [S_1]^\bullet \setminus \cdot[S_1] = \{t_2, t_6\}$ , 所以 $\cdot V_{S_1} = \{t_1, t_7\}$  和  $V_{S_1}^\bullet = \{t_2, t_6\}$ . 基于式(3), 可得 $\cdot V_{S_1} = \{t_1, t_7, 2t_{S_1}\}$ ,  $V_{S_1}^\bullet = \{t_2, t_6, 3t_{S_1}\}$ ,  $\cdot t_{S_1} = \{3V_{S_1}\}$  和  $t_{S_1}^\bullet = \{2V_{S_1}\}$ . 由式(4)可知  $p_{S_1} \in \cdot(V_{S_1}^\bullet) \cap P_1 = \{p_2\}$  和  $p_{S_1} \in \cdot(V_{S_1}^\bullet) \cap P_2 = \{p_7\}$ ; 相应地,  $\{p_2\} \in H(r_{S_1})$ ,  $r_{S_1} = \{p_9\}$  和  $\{p_7\} \in H(r_{S_1})$ ,  $r_{S_1} = \{p_{10}\}$ . 这里选择加工工序进程 $P_1$ , 得到  $p_{S_1} = \{p_2\}$  和  $r_{S_1} = \{p_9\}$ , 所以 $\cdot t_{S_1} = \{3V_{S_1}, p_2\}$  和  $t_{S_1}^\bullet = \{2V_{S_1}, p_9\}$ . 由于选择加工工序进程 $P_1$ , 由式(5)可知  $p^01 = \{p_1\}$ , 所以 $t_{S_1}^\bullet = \{2V_{S_1}, p_1, p_9\}$ , 而 $\cdot t_{S_1}$ 不变. 基于式(6), 对于 $S_2$ ,  $S_3$ ,  $[S_2]$ ,  $[S_3]$ , 可知  $p_{S_1} = \{p_2\} \in [S_3]$ , 所以 $\cdot t_{S_1} = \{3V_{S_1}, p_2, V_{S_3}\}$ , 而  $t_{S_1}^\bullet$ 不变.

值得注意的是: 对于式(4), 加工工序进程有 $P_1$ 和 $P_2$ , 对应  $p_{S_1} = \{p_2\}$  和  $p_{S_1} = \{p_7\}$ . 这里选择了 $P_1$ 和对应的  $p_{S_1} = \{p_2\}$ . 其实也可选择 $P_2$ 和对应的  $p_{S_1} = \{p_7\}$ . 本文基于加工工序进程 $P_j$ 的选择均衡性,  $P_j$  ( $j = 1, 2, \dots$ )的选择可依照进程序号进行, 这是文献[10]所未提及的.

对于 $S_2$ ,  $M_0(S_2) = 3$ , 添加 $V_{S_2}$ 和 $t_{S_2}$ , 且 $M_0(V_{S_2}) = 0$ . 由式(1)和(2)可知 $t \in \cdot[S_2] \setminus [S_2]^\bullet = \{t_2, t_8\}$  和  $t \in [S_2]^\bullet \setminus \cdot[S_2] = \{t_3, t_7\}$ , 所以 $\cdot V_{S_2} = \{t_2, t_8\}$  和  $V_{S_2}^\bullet = \{t_3, t_7\}$ . 基于式(3), 可得 $\cdot V_{S_2} = \{t_2, t_8, 2t_{S_2}\}$ ,  $V_{S_2}^\bullet = \{t_3, t_7, 3t_{S_2}\}$ ,  $\cdot t_{S_2} = \{3V_{S_2}\}$  和  $t_{S_2}^\bullet = \{2V_{S_2}\}$ . 由式(4)可知  $p_{S_2} \in \cdot(V_{S_2}^\bullet) \cap P_1 = \{p_3\}$  和  $p_{S_2} \in \cdot(V_{S_2}^\bullet) \cap P_2 = \{p_8\}$ ; 相应地,  $\{p_3\} \in H(r_{S_2})$ ,  $r_{S_2} = \{p_{10}\}$  和  $\{p_8\} \in H(r_{S_2})$ ,  $r_{S_2} = \{p_{11}\}$ . 这里选择加工工序进程 $P_2$ ,

得到  $p_{S_2} = \{p_8\}$  和  $r_{S_2} = \{p_{11}\}$ , 所以 $\cdot t_{S_2} = \{3V_{S_2}, p_8\}$  和  $t_{S_2}^\bullet = \{2V_{S_2}, p_{11}\}$ . 由于选择加工工序进程 $P_2$ , 由式(5)可知  $p^02 = \{p_5\}$ , 所以 $t_{S_2}^\bullet = \{2V_{S_2}, p_5, p_{11}\}$ , 而 $\cdot t_{S_2}$ 不变. 基于式(6), 对于  $S_1$ ,  $S_3$ ,  $[S_1]$ ,  $[S_3]$ , 可知  $p_{S_2} = \{p_8\} \in [S_3]$ , 所以 $\cdot t_{S_2} = \{3V_{S_2}, p_8, V_{S_3}\}$ , 而  $t_{S_2}^\bullet$ 不变.

对于  $S_3$ ,  $M_0(S_3) = 4$ , 添加  $V_{S_3}$  和  $t_{S_3}$ , 且  $M_0(V_{S_3}) = 0$ . 由式(1)–(2)可知  $t \in \cdot[S_3] \setminus [S_3]^\bullet = \{t_1, t_8\}$  和  $t \in [S_3]^\bullet \setminus \cdot[S_3] = \{t_3, t_6\}$ , 所以 $\cdot V_{S_3} = \{t_1, t_8\}$  和  $V_{S_3}^\bullet = \{t_3, t_6\}$ . 基于式(3), 可得 $\cdot V_{S_3} = \{t_1, t_8, 3t_{S_3}\}$ ,  $V_{S_3}^\bullet = \{t_3, t_6, 4t_{S_3}\}$ ,  $\cdot t_{S_3} = \{4V_{S_3}\}$  和  $t_{S_3}^\bullet = \{3V_{S_3}\}$ . 由式(4)可知  $p_{S_3} \in \cdot(V_{S_3}^\bullet) \cap P_1 = \{p_3\}$  和  $p_{S_3} \in \cdot(V_{S_3}^\bullet) \cap P_2 = \{p_7\}$ ; 相应地,  $\{p_3\} \in H(r_{S_3})$ ,  $r_{S_3} = \{p_{10}\}$  和  $\{p_7\} \in H(r_{S_3})$ ,  $r_{S_3} = \{p_{10}\}$ . 这里选择加工工序进程 $P_1$ , 得到  $p_{S_3} = \{p_3\}$  和  $r_{S_3} = \{p_{10}\}$ , 所以 $\cdot t_{S_3} = \{4V_{S_3}, p_3\}$  和  $t_{S_3}^\bullet = \{3V_{S_3}, p_{10}\}$ . 由于选择加工工序进程 $P_1$ , 由式(5)可知  $p^01 = \{p_1\}$ , 所以 $t_{S_3}^\bullet = \{3V_{S_3}, p_1, p_{10}\}$ , 而 $\cdot t_{S_3}$ 不变. 基于式(6), 对于  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $[S_1]$ ,  $[S_2]$ , 可知  $p_{S_3} = \{p_3\} \in [S_2]$ , 所以 $\cdot t_{S_3} = \{4V_{S_3}, p_3, V_{S_2}\}$ , 而  $t_{S_3}^\bullet$ 不变.

综上,  $\cdot V_{S_1} = \{t_1, t_7, 2t_{S_1}\}$ ,  $V_{S_1}^\bullet = \{t_2, t_6, 3t_{S_1}\}$ ,  $\cdot V_{S_2} = \{t_2, t_8, 2t_{S_2}\}$ ,  $V_{S_2}^\bullet = \{t_3, t_7, 3t_{S_2}, t_{S_3}\}$ ,  $\cdot V_{S_3} = \{t_1, t_8, 3t_{S_3}\}$ ,  $V_{S_3}^\bullet = \{t_3, t_6, 4t_{S_3}, t_{S_1}, t_{S_2}\}$ ; 对于  $t_{S_1}$ ,  $t_{S_2}$  和  $t_{S_3}$ ,  $\cdot t_{S_1} = \{3V_{S_1}, p_2, V_{S_3}\}$ ,  $t_{S_1}^\bullet = \{2V_{S_1}, p_1, p_9\}$ ,  $\cdot t_{S_2} = \{3V_{S_2}, p_8, V_{S_3}\}$ ,  $t_{S_2}^\bullet = \{2V_{S_2}, p_5, p_{11}\}$ ,  $\cdot t_{S_3} = \{4V_{S_3}, p_3, V_{S_2}\}$ ,  $t_{S_3}^\bullet = \{3V_{S_3}, p_1, p_{10}\}$ . 为了消除死锁, 将这些结果添加到图1所示的S<sup>3</sup>PR网, 得到受控的Petri网系统, 如图2所示.

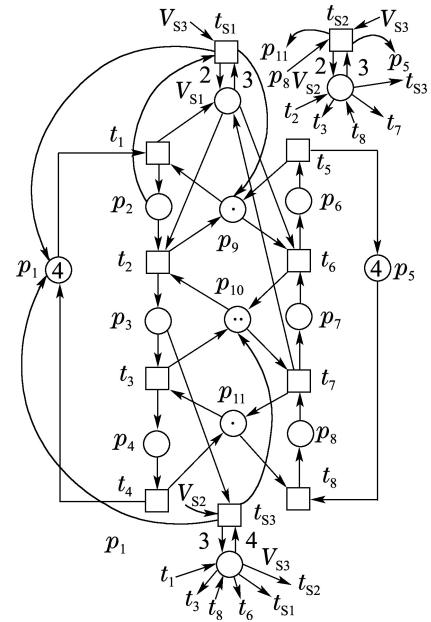


图2 一个受控的Petri网系统

Fig. 2 A controlled Petri net system

通过INA<sup>[13]</sup>运算, 可知图2所示受控Petri网系统是活的, 且 $(N^*, M^*)$ 的MRN为47, 高于其NMPB(42).

## 4 两段式死锁控制策略(A two-stage deadlock control policy)

### 4.1 从属信标的可控性(Controllability of dependent siphons)

由上述可知, 在求解出原网( $N_0, M_0$ )的所有SMS后, 对它们施加相应的CP-CT对, 可获取最大可达数的活性网系统( $N^*, M^*$ ), 这从图2所示的算例得到了验证。但是, 会导致活性网系统( $N^*, M^*$ )的结构复杂化。

受到文献[1, 9]中的基于ES死锁预防算法的启发, 添加CP使得求解的ES显式受控和对应的DS隐式受控, 这样会相对地降低最后活性网系统( $N^*, M^*$ )的结构复杂性。因此, 本文提出的DCP在求解出原网( $N_0, M_0$ )的所有SMS后, 依照定义5-7, 将它们划分为ES和DS, 首先对所有ES添加相应的CP-CT对, 获得拓展网系统( $N', M'$ )。然后, 构建测试原网中从属信标可控性的 $P$ -不变式整数规划问题, 仅对那些不满足可控性的DS添加CP-CT对, 从而也获取具有最大可达数的, 但是结构相对简化的活性网系统( $N^*, M^*$ )。

**定理3** 令( $N_0, M_0$ )是一个未受控的标识S<sup>3</sup>PR网,  $ES_1, ES_2, \dots, ES_k$ 是原网( $N_0, M_0$ )的基本信标。由第3节的CP和CT添加方法, 对 $k$ 个ES分别添加 $k$ 个CP-CT对, 使得它们受控, 得到拓展网系统( $N', M'$ )。令 $\Theta = \{I_i | i = 1, 2, \dots, m\}$ 是拓展网系统( $N', M'$ )的 $P$ -不变式,  $DS_1, DS_2, \dots, DS_n$ 是原网( $N_0, M_0$ )的从属信标。若

$$M_0(DS_n) > \max\left\{\sum_{p \in [DS_n]} M(p) | M \in R(N', M')\right\},$$

则 $DS_n$ 是可控的, 这里 $\max\left\{\sum_{p \in [DS_n]} M(p)\right\}$ 可通过下面的IPP求解:

$$\begin{aligned} \max : & \sum_{p \in [DS_n]} M(p), \\ \text{s.t. } & \begin{cases} I_1^T \cdot M = I_1^T \cdot M_0, \\ I_2^T \cdot M = I_2^T \cdot M_0, \\ \vdots \\ I_m^T \cdot M = I_m^T \cdot M_0. \end{cases} \end{aligned}$$

**证** 对于一个未受控的标识S<sup>3</sup>PR网添加了 $k$ 个CP-CT对, 是不会在拓展网系统( $N', M'$ )中产生新SMS, 但会有一些新 $P$ -不变式。对于原网( $N_0, M_0$ )的 $DS_n$ 而言, 同样是拓展网系统( $N', M'$ )的 $DS_n$ , 且保持着一样的 $[DS_n]$ 。由于在新的标识 $M'$ 下,  $[DS_n]$ 中的托肯数是小于初始标识 $M_0$ 下 $DS_n$ 中的托肯数, 表明 $DS_n$ 是不会被清空的。由定理1和2可知, 这样的 $DS_n$ 是不会影响受控网系统活性的, 因此也是可控的。也就是说,  $DS_n$ 是隐式受控的。证毕。

尽管定理3中的IPP求解在理论上是比较耗时的,

但可便捷地通过数学软件Lindo<sup>[14]</sup>编程来实现。此外, 该IPP对DS的可控性鉴别, 是以off-line方式进行的, 不会增加本文所提出的DCP在实际应用中的时间消耗的。

### 4.2 基本信标受控和从属信标鉴别\施控的死锁控制算法(A deadlock control algorithm using the controlled elementary siphons and the identified and controlled dependent siphons)

针对具有死锁的普通Petri网子类, 如S<sup>3</sup>PR网<sup>[2]</sup>、L-S<sup>3</sup>PR网和ES<sup>3</sup>PR网<sup>[3, 5]</sup>, 本节提出两段式死锁控制算法(deadlock control algorithm, DCA), 首先通过对所有求解出的ES添加CP-CT对<sup>[9]</sup>, 使得它们受控, 得到拓展网系统( $N', M'$ ); 然后鉴别DS在( $N', M'$ )的可控性, 对不满足可控性的那些DS也添加CP-CT对, 从而获取了具有最大可达数的活性受控网系统( $N^*, M^*$ )。该DCA表述如下:

**算法1** 基本信标受控和从属信标鉴别\施控的死锁控制

**Input:** 一个存在死锁的标识S<sup>3</sup>PR网( $N_0, M_0$ ),  $N_0 = (P_A \cup P_R \cup P^0, T, F, W)$ .

**Output:** 活性受控网系统( $N^*, M^*$ ).

**Step 1** 基于INA, 计算原网( $N_0, M_0$ )中的所有SMS, 得到 $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ .

**Step 2** 由定义5, 6和7, 计算出 $\Pi_{ES} = \{ES_1, ES_2, \dots, ES_k\}$ 和 $\Pi_{DS} = \{DS_1, DS_2, \dots, DS_m\}$ .

**Step 3** 由定义8, 计算出 $\Pi_{[ES]} = \{[ES_1], [ES_2], \dots, [ES_k]\}$ 和 $\Pi_{[DS]} = \{[DS_1], [DS_2], \dots, [DS_m]\}$ .

**Step 4** 如3节所述的添加CP和CT方式, 对 $\Pi_{ES}$ 中的每个元素添加一个CP-CT对, 获取拓展网系统( $N', M'$ ).

**Step 5**  $i := 1$ .

**Step 6** **while**  $i \leq |DS|$  **do**  $|DS|$ 代表从属信标的数目.

**Step 7** 基于定理3的IPP, 检验

$$M_0(DS_i) > \max\left\{\sum_{p \in [DS_i]} M(p) | M \in R(N', M')\right\}.$$

**Step 8**  $i := i + 1$ .

**Step 9** **end while**

**Step 10** **if** 对于所有 $DS$ ,

$$M_0(DS) > \max\left\{\sum_{p \in [DS]} M'(p)\right\}, \text{ then}$$

**Step 11**  $N^* := N', M^* := M'$ ; go to Step 15.

**Step 12** **else**

**Step 13** 对于部分

$$DS_j (j < |DS|), M_0(DS_j) < \max\left\{\sum_{p \in [DS_j]} M'(p)\right\},$$

如第3节所述的添加CP和CT方式, 添加相应的CP-CT

对.

**Step 14 end if**

**Step 15** 输出活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ ).

算法1分为两个阶段进行. 第1阶段, 基于INA, 计算出原网( $N_0$ ,  $M_0$ )中的所有SMS. 由定义5~7, 划分出 $\Pi_{ES}$ 和 $\Pi_{DS}$ . 如第3节所述的添加CP和CT方式, 对 $\Pi_{ES}$ 中的每个元素添加一个CP-CT对, 获取拓展网系统( $N'$ ,  $M'$ ). 第2阶段, 基于定理3的IPP, 检验 $\Pi_{DS}$ 中每个元素的可控性. 若所有的DS均满足可控性, 则直接输出活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ ); 反之, 对那些不满足可控性的DS, 也添加相应的CP-CT对, 从而间接地输出活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ ). 即: 算法1是一个基本信标受控和从属信标鉴别\施控的两段式DCP.

**定理4** 令( $N_0$ ,  $M_0$ )是一个未受控的标识S<sup>3</sup>PR网, 对其施加算法1, 可得到活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ ).

**证** 对于存在死锁的S<sup>3</sup>PR网, 算法1可求解出导致死锁的ES和DS. 文献[9]指出, 添加CP可以使ES显式受控和DS隐式受控, 会一定程度地化简活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ )的结构复杂性. 所以, 为了得到具有MRN和结构相对简单的( $N^*$ ,  $M^*$ ), 算法1首先对求解的每个ES添加一个CP-CT对<sup>[9]</sup>, 使得所有ES可控, 获取了受控的拓展网系统( $N'$ ,  $M'$ ). 但是, 在所有ES显式受控后, ( $N'$ ,  $M'$ )的活性还取决于所有DS是否隐式受控. 因此, 基于定理3, 算法1对每个DS在( $N'$ ,  $M'$ )中的可控性进行鉴定, 对不满足可控性的那些DS\*也添加相应的CP-CT对<sup>[9]</sup>, 使得这些DS\*显式受控. 这样, 通过添加CP-CT对的方式<sup>[9]</sup>, 实现了对原网( $N_0$ ,  $M_0$ )中的所有ES显式受控, 部分DS隐式受控和其余DS\*显式受控的目的, 即, 所有SMS都不会被清空的. 由定理1和2可知, 算法1通过对ES施控和对DS鉴别\施控的两段式过程, 获取了具有MRN的活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ ). 证毕.

由于算法1采取了对ES施控和对DS鉴别\施控的方式, 且SMS的数量在理论上与Petri网的规模是指数递增关系<sup>[1~3, 5, 7~8]</sup>, 因此, 其计算复杂度是NP-hard. 然而, 算法1基于定理3, 通过Lindo<sup>[14]</sup>编程, 以离线(off-line)方式实现对DS可控性判定的IPP求解; 此外, 还采用了添加CP-CT对的方式<sup>[9]</sup>, 使得所有ES和不满足可控性的DS受控, 获取了活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ ). 比对目前文献中的最大许可行为的死锁控制策略<sup>[4, 6, 11~12]</sup>, 算法1获得了最大可达数, 即, 活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ )的可达数与未受控的原网( $N_0$ ,  $M_0$ )是相同的. 这意味着在消除死锁的同时, 使得FMS的有限共享资源得到了最大化的利用.

## 5 算例(Examples)

**算例1** 对图1所示的未受控S<sup>3</sup>PR网( $N_0$ ,  $M_0$ )应用算法1, 其对ES施控和对DS鉴别\施控的两段式过

程表述如下:

第1阶段, 算法1首先求解出2个ES和1个DS,  $\Pi_{ES} = \{S_1, S_2\}$ ,  $\Pi_{DS} = \{S_3\}$ , 其中 $S_1 = \{p_3, p_6, p_9, p_{10}\}$ ,  $S_2 = \{p_4, p_7, p_{10}, p_{11}\}$ ,  $S_3 = \{p_4, p_6, p_9, p_{10}, p_{11}\}$ ; 由定义8, 确定出相应的补集,  $\Omega = \{[S_1], [S_2], [S_3]\}$ , 其中 $[S_1] = \{p_2, p_7\}$ ,  $[S_2] = \{p_3, p_8\}$ ,  $[S_3] = \{p_2, p_3, p_7, p_8\}$ . 然后, 对 $ES_1$ ,  $M_0(ES_1) = 3$ 和 $ES_2$ ,  $M_0(ES_2) = 3$ 分别添加CP-CT对, 见第3节所述的对 $S_1$ 和 $S_2$ 添加CP-CT对的过程. 算法1得到了拓展网系统( $N'$ ,  $M'$ ).

第2阶段, 基于定理3, 算法1对 $DS_1$ ,  $M_0(DS_1) = 4$ 在( $N'$ ,  $M'$ )中的可控性进行鉴别. 通过Lindo<sup>[14]</sup>编程求解IPP, 得到了 $M'([DS_1]) = 6$ . 而 $M_0(DS_1) = 4$ ,  $M_0(DS_1) < M'([DS_1])$ , 所以对 $DS_1$ 也添加CP-CT对, 与3节所述的 $S_3$ 添加CP-CT对的过程相同. 因此, 得到了具有MRN的活性受控网系统( $N^*$ ,  $M^*$ ), 如图2所示. 算法1对图1所示的S<sup>3</sup>PR网两段式死锁控制过程见表1. 其中: DLS为死锁状态; BS为坏状态; DS为危险状态; LS为活状态.

表1 图1中算法1对S<sup>3</sup>PR网的两段式死锁控制过程  
Table 1 A two-stage deadlock control process using Algorithm 1 for a marked S<sup>3</sup>PR shown in Fig. 1

Petri网状态	DLS和BS的编号	DS和LS的编号
原网( $N_0$ , $M_0$ )	5	42
拓展网( $N'$ , $M'$ )	1	46
活性受控网( $N^*$ , $M^*$ )	0	47

显然, 对于图1所示的S<sup>3</sup>PR网死锁问题处理, 本文提出的DCP所添加的CP-CT对, 与文献[10]所添加的CP-CT对是相同的. 在Windows XP操作系统, 2.8 GHz Intel(R) CPU和512 M内存的条件下, 二者的性能比较见表2.

表2 本文提出的DCP与文献[10]中DCP的比较  
Table 2 Comparison of the proposed DCP with the DCP in [10]

评判标准	本文的DCP	DCP <sup>[10]</sup>
添加CP的数目/个	3	3
添加CT的数目/个	3	3
输入\输出控制弧的数目/对	16.5	16.5
可达状态数目/个	47	47
R	100%	100%
执行时间/s	1*(≤ 2); 2*(≤ 1)	≤ 3

R是活性受控网( $N^*$ ,  $M^*$ )的可达数与原网( $N_0$ ,  $M_0$ )最大可达数之比. 1\*(≤ 2), 2\*(≤ 1)分别表示本文提出的DCP在第1阶段对 $ES_1$ 和 $ES_2$ 直接施控和第2阶段对 $DS_1$ 鉴别\施控所消耗的时间为≤ 2 s和≤ 1 s. 但该 $DS_1$ 不满足可控性, 是需要施控的.

**算例2** 图3所示的是一个存在死锁的ES<sup>3</sup>PR网( $N_0, M_0$ )<sup>[3,5,8]</sup>, 其中:  $P_A = \{p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_9, p_{10}, p_{11}\}$ ,  $P^0 = \{p_1, p_8\}$ ,  $P_R = \{p_{12}, p_{13}, p_{14}, p_{15}, p_{16}\}$ ,  $|P| = |P_A| + |P^0| + |P_R| = 16$ ,  $|T| = 12$ ,  $t_1$ 和 $t_{12}$ 是源变迁,  $t_5$ 和 $t_9$ 是汇变迁。它存在两个加工工序进程 $P1$ 和 $P2$ ( $j = 1, 2$ ). 其最大许可行为数目NMPB为194.

算法1应用于该ES<sup>3</sup>PR网, 其对ES施控和对DS鉴别\施控的两段式过程表述如下:

第1阶段, 算法1同样求解出2个ES和1个DS,  $\Pi_{ES} = \{S_1, S_2\}$ ,  $\Pi_{DS} = \{S_3\}$ , 其中:  $S_1 = \{p_5, p_6, p_{11}, p_{14}, p_{15}\}$ ,  $S_2 = \{p_7, p_{10}, p_{15}, p_{16}\}$ ,  $S_3 = \{p_7, p_{11}, p_{14}, p_{15}, p_{16}\}$ ; 由定义8, 确定出相应的补集,  $\Omega = \{[S_1], [S_2], [S_3]\}$ , 其中:  $[S_1] = \{p_4, p_{10}\}$ ,  $[S_2] = \{p_5, p_6, p_9\}$ ,  $[S_3] = \{p_4, p_5, p_6, p_9, p_{10}\}$ . 然后, 对  $ES_1, M_0(ES_1) = 3$  和  $ES_2, M_0(ES_2) = 2$  分别添加CP-CT对. 基于第3节式(1)-(6)所述的CP和CT添加方式, 算法1对 $ES_1$ 和

$ES_2$ 添加CP-CT对的实施过程见表3, 所以得到了拓展网系统( $N', M'$ ).

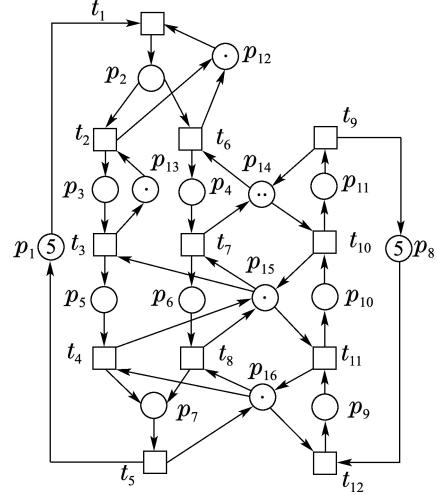


图3 一个存在死锁的ES<sup>3</sup>PR网

Fig. 3 An ES<sup>3</sup>PR with deadlocks

表3 算法1对图3中的 $ES_1$ 和 $ES_2$ 添加CP-CT对的实施过程

Table 3 The addition of CPs and CTs to two elementary siphons in Fig. 3 using Algorithm 1

$ES_i$	$p_{ES_i} \in \cdot(V_{ES_i}) \cap P1(P2)$	$p_1^0(p_2^0)$	$r_{ES_i}$	$\cdot t_{ES_i}$	$t_{ES_i}^*$	$\cdot V_{ES_i}$	$V_{ES_i}^*$
$ES_1$	$\{p_4\}^*, (\{p_{10}\})$	$\{p_1\}^*, (\{p_8\})$	$\{p_{14}\}^*, \{p_{15}\}$	$\{3V_{ES_1}, p_4\}$	$\{2V_{ES_1}, p_1, p_{14}\}$	$\{t_6, t_{11}, 2t_{ES_1}\}$	$\{t_7, t_{10}, 3t_{ES_1}\}$
$ES_2$	$\{p_5\}, \{p_6\}, (\{p_9\})^*$	$\{p_1\}, (\{p_8\})^*$	$\{p_{15}\}, \{p_{16}\}^*$	$\{2V_{ES_2}, p_9\}$	$\{V_{ES_2}, p_8, p_{16}\}$	$\{t_3, t_7, t_{12}, t_{ES_2}\}$	$\{t_4, t_8, t_{11}, 2t_{ES_2}\}$

\*表示选定的加工工序进程 $P1(P2)$ 和相关工序库所、加工工序进程 $P1(P2)$ 和相关资源库所;  $M_0(V_{ES_1}) = M_0(V_{ES_2}) = 0$ .

第2阶段, 基于定理3, 算法1对 $DS_1, M_0(DS_1) = 4$ 在( $N', M'$ )中的可控性进行鉴别. 通过Lindo<sup>[14]</sup>编程求解IPP, 得到了 $M'([DS_1]) = 3$ . 而 $M_0(DS_1) = 4$ ,  $M_0(DS_1) > M'([DS_1])$ , 所以无需对 $DS_1$ 添加CP-CT对. 因此, 拓展网系统( $N', M'$ )就是活性受控网系统( $N^*, M^*$ ), 最大可达数为250. 算法1对图3所示的ES<sup>3</sup>PR网两段式死锁控制过程见表4. 其中: DLS为死锁状态; BS为坏状态; DS为危险状态; LS为活状态.

表4 图3中算法1对ES<sup>3</sup>PR网的两段式死锁控制过程  
Table 4 A two-stage deadlock control process using Algorithm 1 for a marked ES<sup>3</sup>PR shown in Fig. 3

Petri网状态	DLS和BS的编号	DS和LS的编号
原网( $N_0, M_0$ )	56	194
拓展网( $N', M'$ )	0	250
活性受控网( $N^*, M^*$ )	0	250

对于上述的ES<sup>3</sup>PR网的死锁问题, 文献[2-3]和文献[8]也分别提出相应的死锁控制策略加以解决. 本文提出的DCP与它们的性能比较见表5.

此外, 对于图2所示的ES<sup>3</sup>PR网死锁问题处理, 本文提出的DCP与文献[10]中的DCP, 在Windows XP操作系统, 2.8 GHz Intel(R) CPU和512 M内存的条件下, 二者的性能比较见表6, 其中: 1\*( $\leq 2$ )和2\*( $\leq 1$ )分别

表示本文提出的DCP在第1阶段对 $ES_1$ 和 $ES_2$ 直接施控和第2阶段对 $DS_1$ 鉴别\施控所消耗的时间为 $\leq 2$  s 和 $\leq 1$  s. 但该 $DS_1$ 满足可控性, 是无需施控的.

表5 本文提出的DCP与文献[2-3, 8]中DCP的比较

Table 5 Comparison of the proposed DCP with those DCPs in [2-3, 8]

评判标准	本文的DCP	DCP <sup>[2]</sup>	DCP <sup>[3]</sup>	DCP <sup>[8]</sup>
添加CP的数目/个	2	3	4	3
添加CT的数目/个	2	0	0	0
可达状态数目/个	250	49	156	194
$R$	100%	19.6%	62.4%	77.6%
执行时间/s	$\leq 2$	$\leq 1$	$\leq 2$	$\leq 2$
内存使用/M	1.48	1.09	1.23	1.36

表6 本文提出的DCP与文献[10]中DCP的比较

Table 6 Comparison of the proposed DCP with DCP in [10]

评判标准	本文的DCP	DCP <sup>[10]</sup>
添加CP的数目/个	2	3
添加CT的数目/个	2	3
输入\输出控制弧的数目/对	11	16.5
可达状态数目/个	250	250
$R$	100%	100%
执行时间/s	1*( $\leq 2$ ); 2*( $\leq 1$ )	$\leq 4$

## 6 讨论与结论(Discussions and conclusions)

文献[1]指出,计算复杂性,行为许可性和结构复杂性是基于Petri网设计DCP时必须加以思考的3个因素. Li和Zhou<sup>[9]</sup>首先提出的基本信标概念,促进了基于NSAM所设计的活性受控Petri网系统结构的化简;但是这些基于NSAM的DCP往往在计算复杂性、行为许可性方面存在不同程度的不足<sup>[2-3,5,7-9]</sup>.而基于RGAM的DCP尽管获取了最大许可行为的活性受控Petri网系统,也承受着计算负荷大,获取的活性受控Petri网系统结构较复杂的问题.对于存在死锁的普通Petri网,基于完全信标枚举法,在求解出所有SMS后,Chao<sup>[10]</sup>首次提出了对它们添加CP-CT对的方式,而不同于目前文献中的仅添加CP方式,使得SMS受控,得到了最大可达数的活性受控Petri网,即其许可行为数目与存在死锁的原网所有可达状态数目是相同的(最大可达数高于最大许可行为数目).但是,所有SMS都添加CP-CT对的方式,也导致了计算负荷大和活性受控Petri网系统结构复杂的问题.

受到基本信标<sup>[9]</sup>和添加CP-CT对方式<sup>[10]</sup>的启发,针对普通Petri网典型子类-S<sup>3</sup>PR和ES<sup>3</sup>PR的死锁问题,本文提出了可实现最大可达数的两段式DCP.第1阶段,该策略首先求解原网( $N_0, M_0$ )的基本信标和从属信标,对每个ES添加CP-CT对,获得拓展网系统( $N', M'$ ).对于添加CP-CT对所涉及的加工工序进程 $P_j$ 的选择,明确了依照加工工序进程序号的均衡选择方式.第2阶段,通过求解定理3中的IPP,来测试原网中DS的可控性.若所有DS满足可控条件,则直接得到活性受控网系统( $N^*, M^*$ );反之,对不满足可控条件的那部分DS再添加控制库所和变迁,从而也得到( $N^*, M^*$ ).这样,与文献[10]相比,尽可能地减少了所添加CP-CT对的数量,起到了简化( $N^*, M^*$ )结构的作用.此外,该DCP通过理论分析和关于S<sup>3</sup>PR网和ES<sup>3</sup>PR网的算例验证,表明了其正确性和有效性.

尽管本文提出的两段式DCP采取了对ES施控和对DS鉴别\施控方式,其计算复杂度是NP-hard;且理论上而言,计算负荷也大.但是,相关的DCP设计、验算等是能够以off-line方式在实践中来执行的,无需实际FMS付出相应的运行时间代价的;此外,得到的活性受控网系统( $N^*, M^*$ )可达数与未受控的原网( $N_0, M_0$ )是相同的.实质上,该两段式DCP属于死锁检测与恢复策略与DPP的结合和延伸,兼备DPP和死锁检测与恢复策略的部分特性.这些都对设计DCP时,有一定的借鉴作用.通过修改、完善该DCP,将其应用到建模能力更强、复杂性更高的一般Petri网,是下一步的拟开展的研究方向及其内容.

## 参考文献(References):

- [1] LI Z W, ZHOU M C. Deadlock resolution in automated manufacturing systems [M] //A Novel Petri Net Approach. London, UK: Springer, 2009.

- [2] EZPELETA J, COLOM J M, MARTINEZ J. A petri net based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, 11(2): 173 – 184.
- [3] HUANG Y S, JENG M D, XIE X L, et al. Siphon-based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2006, 36(6): 1248 – 1256.
- [4] CHEN Y F, LI Z W. Design of a maximally permissive liveness-enforcing supervisor with compressed supervisory structure for flexible manufacturing systems [J]. *Automatica*, 2011, 47(5): 1028 – 1034.
- [5] LI S Y, LI Z W. Solving siphons with the minimal cardinality in Petri nets and its applications to deadlock control [J]. *International Journal of Production Research*, 2012, 50(22): 6203 – 6218.
- [6] UZAM M, ZHOU M C. An improved iterative synthesis method for liveness enforcing supervisors of flexible manufacturing systems [J]. *International Journal of Production Research*, 2006, 44(10): 1987 – 2030.
- [7] LI Shaoyong, AN Aimin, CAI Ying, et al. A deadlock control policy for a subclass of Petri nets G-system [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(11): 1429 – 1436.  
(李绍勇, 安爱民, 蔡颖, 等. Petri网的子类G-system网的死锁控制策略 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(11): 1429 – 1436.)
- [8] LI S Y, AN A M, WU H M, et al. Policy to cope with deadlocks and livelocks for flexible manufacturing systems using the max'-controlled new smart siphons [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2014, 8(16): 1607 – 1616.
- [9] LI Z W, ZHOU M C. Elementary siphons of Petri nets and their application to deadlock prevention in flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2004, 34(1): 38 – 51.
- [10] CHAO D Y. A new optimal policy for a well-known S<sup>3</sup>PR [J]. *International Journal of Production Research*, 2012, 50(22): 1 – 13.
- [11] CHEN Y F, LI Z W, ZHOU M C. Behaviorally optimal and structurally simple liveness-enforcing supervisors of flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2012, 42(3): 615 – 629.
- [12] HUANG B, ZHOU M C, ZHANG G X. Synthesis of Petri net supervisors for FMS via redundant constraint elimination [J]. *Automatica*, 2015, 61(6): 156 – 163.
- [13] INA: Integrated Net Analyzer, a tool package for analysis of Petri nets [EB/OL]. Version 2.2. <http://www.informatik.hu-berlin.de/stark/ina.html>, 2002.
- [14] Lindo Systems Inc.. Premier optimization modeling tools [EB/OL]. <http://www.lindo.com/>, 2009.

## 作者简介:

**李绍勇** (1966-),男,博士,教授,主要从事离散事件系统监控的应用研究,E-mail: lishaoyong99@163.com;

**肖兴达** (1966-),男,硕士,副教授,主要从事工业过程建模分析与优化控制的研究,E-mail: xiaoxingda@126.com;

**蔡颖** (1979-),女,硕士,讲师,主要研究内容为热工参数的自动检测与控制,E-mail: blue9801@163.com;

**厚彩琴** (1973-),女,硕士,讲师,主要研究内容为自动控制系统的小设计与应用,E-mail: AHL8XCM@lut.cn;

**韩喜莲** (1978-),女,硕士,讲师,主要研究内容为建筑设备测控技术,E-mail: Hanxl@lut.cn;

**马兵善** (1984-),男,硕士,讲师,主要研究内容为建筑设备测控技术,E-mail: jhjys@lut.cn.