第 34 卷第 2 期
2017 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 34 No. 2
Feb. 2017

DOI: 10.7641/CTA.2017.60198

海洋柔性立管输出反馈边界控制

赵志甲[1], 刘 屿[1,2†], 郭 芳[1], 吴忻生[1], 邬依林[3]

(1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640; 2. 广州市南沙华工研究院, 广东 广州 511458;

3. 广东第二师范学院 计算机科学系, 广东 广州 510310)

摘要: 针对耦合内流动力学的海洋柔性立管系统, 为了提高其振动控制品质, 结合Lyapunov直接法和高增益观测器理论设计了输出反馈边界控制和干扰观测器, 用以抑制结构振动偏移量和减弱外部环境干扰载荷的影响. 其后, 证明了闭环系统解的存在性、唯一性和收敛性及闭环状态的一致有界性. 此外, 本文的控制设计和稳定性分析是基于立管的原始无穷维动力学进行的, 因此关于模型截断法产生的控制溢出问题将不会产生. 最后仿真结果验证了本文所提出的输出反馈边界控制器能有效抑制柔性立管的振动.

关键词: 海洋立管; 内流动力学; 边界控制; 输出反馈控制; 适定性

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Boundary output feedback control for a flexible marine riser

ZHAO Zhi-jia[1], LIU Yu[1,2†], GUO Fang[1], WU Xin-sheng[1], WU Yi-lin[3]

(1. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;
2. Nansha Research Institute of South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 511458, China;
3. Department of Computer Science, Guangdong University of Education, Guangzhou Guangdong 510310, China)

Abstract: For improving the vibration control performance of a marine riser including the dynamics of internal fluid, an output feedback boundary control with disturbance observer is designed to suppress the riser's vibration displacement and mitigate the effects of the external environment disturbance by integrating Lyapunov's direct method and high-gain observers. With the proposed output feedback boundary control, the existence, uniqueness and convergence of the solution for the closed-loop riser system and the boundedness of all closed-loop signals are proven. In addition, the control design and stability analysis are carried out on the basis of the original infinite dimensional model without any discretisation or simplification of the dynamics in the time and space, thus the control spillover problem associated with the traditional truncated model-based methods will not arise. In the end, simulation results indicate that the proposed output feedback boundary control can effectively regulate the flexible riser's vibration despite the existence of system states obtained inaccurately.

Key words: marine risers; internal fluid dynamics; boundary control; output feedback control; wellposedness

1 引言(Introduction)

海洋柔性立管被广泛地应用于深海油气田开发工程, 柔性立管在内流(管内流体)、洋流等内外载荷共同作用下将产生复杂的振动现象, 而振动势必将加速立管疲劳, 缩短其使用寿命, 甚至可能致使立管破损, 并带来不可逆转的严重环境污染. 因此, 为了确保柔性立管的生产安全和延长其使用寿命, 亟需对柔性立管的振动进行主动控制研究.

从数学角度来讲, 海洋柔性立管可认为是一类具有无穷维特征的分布参数系统, 因此直接对其进行控制设计很难[1–5], 传统控制方法大多通过忽略高频模态将无限维偏微分模型线性化, 然后再基于该有限维常微分模型进行控制设计, 而这类方法可能带来控制溢出稳定性等问题[6–7]. 近年来国内外许多学者直接基于立管无限维偏微分方程模型, 研究了其振动主动控制的多种边界控制策略[8–17], 取得较好控制效果, 并避免了控制溢出和计算无限维增益矩阵等问题. 然而, 在目前国内外关于柔性立管的振动主动控制研究中, 除了笔者前期研究成果[8–11]外, 其他研究成果均未考虑立管的内流, 即都忽略了内流对立管动力学的

收稿日期: 2016−04−06; 录用日期: 2016−11−23.
†通信作者. E-mail: auylau@scut.edu.cn; Tel.: +86 20-87114489.
本文责任编委: 姚鹏飞.
国家自然科学基金项目(61203060), 广东省科技计划项目(2016A010106007, 2015B010101003, 2015B090901049, 2014A090906010, 2014A090906009), 2017年华南理工大学中央高校基本科研业务费项目, 国家留学基金委项目([2016]3192)资助.
Supported by National Natural Science Foundation of China (61203060), Science and Technology Planning Project of Guangdong Province(2016A010106007, 2015B010101003, 2015B090901049, 2014A090906010, 2014A090906009), 2017 Fundamental Research Funds for Central Universities of SCUT, and by China Scholarship Council ([2016]3192).

影响, 而实际生产中存在的内流将势必影响所设计边界控制算法的可靠性、有效性和可实施性; 同时, 笔者前期研究成果[8–11]虽然研究了内流动力学和设计了边界控制算法, 但并未给出立管控制系统的适定性证明, 因此解的存在性和唯一性难以明确体现.

此外, 在目前国内外现有研究成果[8–17]中, 作者均假定所设计边界控制器中的系统状态量都可由传感器测得或由差分方法计算获得, 然而在实际测量中, 来自传感器的噪声是不可避免的, 那么对控制器中那些不能由传感器直接测得而是通过差分方法获得的系统状态量(简称不可测系统状态量), 其差分计算过程将进一步放大噪音误差, 这也将影响所设计边界控制算法的可实施性和主动控制性能.

为了解决上述问题, 本文将考虑内流动力学, 并直接基于耦合内流动力学的柔性立管系统无限维偏微分方程模型, 综合Lyapunov直接法和高增益观测器理论, 设计输出反馈边界控制算法对柔性立管的振动偏移量进行抑制, 其中所设计的高增益观测器用于对不可测系统状态量进行估计, 避免因差分计算而带来的噪音放大等问题, 从而提高所设计控制系统的控制品质. 此外, 还设计了干扰观测器以实现对外部环境干扰载荷的处理. 其后, 对柔性立管闭环控制系统的适定性和一致有界稳定性进行了严格数学证明. 最后, 通过与文献[8]研究结果的对比, 进一步验证了本文所提出输出反馈边界控制器的有效性和凸显该控制器的优势.

2 问题描述(Problem statement)

注 1 本文作如下定义: $(\cdot)(x)=(\cdot)$, $(\cdot)(x,t)=(\cdot)$, $(\cdot)'=\dfrac{\partial(\cdot)}{\partial x}$, $\dot{(\cdot)}=\dfrac{\partial(\cdot)}{\partial t}$.

2.1 立管动力学模型(Dynamical model of riser)

图1所示为一类典型柔性立管系统, 其中: L为立管长度, $U(t)$为控制器(方向向右), $w(x,t)$(即w)为立管振动偏移量, $f(x,t)$(即f)为时变洋流载荷, t和x分别为时间和空间变量.

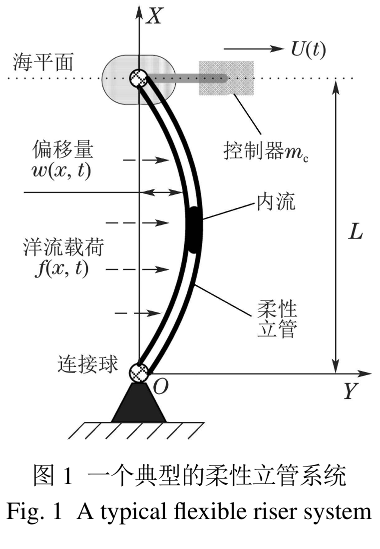


图 1 一个典型的柔性立管系统
Fig. 1 A typical flexible riser system

在本文研究中, 柔性立管系统的动力学模型将直接引用笔者前期研究成果[8], 由文献[8]中式(9)得立管控制系统状态方程为

$$f=(m_{\mathrm{r}}+2m_{\mathrm{f}})\ddot{w}+EIw''''-Tw''+c\dot{w}+2m_{\mathrm{f}}\dot{V}_iw'+4m_{\mathrm{f}}V_i\dot{w}'+2m_{\mathrm{f}}V_i^2w'', \tag{1}$$

$\forall(x,t)\in(0,L)\times[0,+\infty)$, m_{f}和m_{r}分别为内流和立管的单位质量, T,c和EI分别为立管的张力、阻尼系数和弯曲刚度, V_i(即$V_i(t)$)为内流流速.

由文献[8]中式(10)得立管系统的边界条件为

$$\begin{cases}w''(0,t)=w''(L,t)=w(0,t)=0,\\ U(t)=(T-m_{\mathrm{f}}V_i^2)w'(L,t)+m_{\mathrm{c}}\ddot{w}(L,t)-\\ \qquad EIw'''(L,t)-m_{\mathrm{f}}V_i\dot{w}(L,t)-d,\end{cases} \tag{2}$$

$\forall t\in[0,+\infty)$, m_{c}为控制器质量, d(即$d(t)$)为外部边界干扰.

由文献[8]中式(11)得立管系统的初始条件为

$$w(x,0)=\dot{w}(x,0)=0. \tag{3}$$

由文献[8]中式(12)得时变洋流$f(x,t)$为

$$f=\frac{1}{2}\rho_{\mathrm{s}}C_{\mathrm{D}}V_{\mathrm{s}}^2D+A_{\mathrm{D}}\cos(4\pi f_{\mathrm{v}}t+\beta), \tag{4}$$

其中: ρ_{s}为海水密度, D为立管外径, C_{D}(即$C_{\mathrm{D}}(x,t)$)和V_{s}(即$V_{\mathrm{s}}(x,t)$)分别为阻力系数和洋流流速, A_{D}为阻力振荡幅值, $f_{\mathrm{v}}=S_{\mathrm{t}}V_{\mathrm{s}}/D$为涡旋脱落频率, 其中: S_{t}为斯特劳哈尔数, β为相位角.

2.2 预备知识(Preliminaries)

引理 1[18] 设$\varpi_1(x,t),\varpi_2(x,t)\in\mathbb{R}$, $\varrho>0$, 其中$(x,t)\in[0,L]\times[0,+\infty)$, 则有下列性质:

$$\begin{cases}\varpi_1\varpi_2\leqslant|\varpi_1\varpi_2|\leqslant\varpi_1^2+\varpi_2^2,\ \forall\varpi_1,\varpi_2\in\mathbb{R},\\ |\varpi_1\varpi_2|=|(\dfrac{1}{\sqrt{\varrho}}\varpi_1)(\sqrt{\varrho}\varpi_2)|\leqslant\dfrac{1}{\varrho}\varpi_1^2+\varrho\varpi_2^2.\end{cases} \tag{5}$$

引理 2[18] $\varpi(x,t)\in\mathbb{R}$为定义在$(x,t)\in[0,L]\times[0,+\infty)$的函数, 并满足边界条件$\varpi(0,t)=0$, $\forall t\in[0,+\infty)$, 则有如下性质:

$$\begin{cases}\displaystyle\int_0^L\varpi^2\mathrm{d}x\leqslant L^2\int_0^L(\varpi')^2\mathrm{d}x,\\ \displaystyle\varpi^2\leqslant L\int_0^L(\varpi')^2\mathrm{d}x,\ \forall x\in[0,L].\end{cases} \tag{6}$$

引理 3[17] 对任意$\varpi=[\varpi_1,\cdots,\varpi_i,\cdots,\varpi_n]^{\mathrm{T}}$, $\varpi_i\in\mathbb{C}^1[0,L]$, $i=1,\cdots,n$, 则有如下性质成立:

$$\begin{cases}\displaystyle\int_0^L\varpi\cdot\varpi\mathrm{d}x\leqslant2L\varpi(0)\cdot\varpi(0)+4L^2\int_0^L\varpi'\cdot\varpi'\mathrm{d}x,\\ \displaystyle\int_0^L\varpi\cdot\varpi\mathrm{d}x\leqslant2L\varpi(L)\cdot\varpi(L)+4L^2\int_0^L\varpi'\cdot\varpi'\mathrm{d}x,\\ \displaystyle\max_{x\in[0,L]}(\varpi\cdot\varpi)\leqslant\\ \displaystyle\varpi(0)\cdot\varpi(0)+2\sqrt{\int_0^L\varpi\cdot\varpi\mathrm{d}x}\times\sqrt{\int_0^L\varpi'\cdot\varpi'\mathrm{d}x},\\ \displaystyle\max_{x\in[0,L]}(\varpi\cdot\varpi)\leqslant\\ \displaystyle\varpi(L)\cdot\varpi(L)+2\sqrt{\int_0^L\varpi\cdot\varpi\mathrm{d}x}\times\sqrt{\int_0^L\varpi'\cdot\varpi'\mathrm{d}x}.\end{cases} \tag{7}$$

假设 1 假定存在常数$b_1, b_2, d_1, d_2, f_m \in \mathbb{R}^+$, 使得

$$\begin{aligned}&0 < V_i(t) \leqslant b_1,\ |\dot{V}_i(t)| \leqslant b_2,\ |d(t)| \leqslant d_1,\\ &|\dot{d}(t)| \leqslant d_2,\ \forall t \in [0, +\infty),\\ &|f(x,t)| \leqslant f_m,\ \forall (x,t) \in (0,L) \times [0,+\infty).\end{aligned}$$

3 控制设计(Control design)

在立管系统状态量不可直接测得的情况下, 本文控制目标是设计输出反馈控制用以实现对耦合内流动力学柔性立管的振动抑制.

3.1 输出反馈边界控制(Output feedback boundary control)

在国内外关于立管振动边界主动控制成果[8–17]中, 其边界控制器中所涉及的不可测状态量均由差分方法计算得到, 如从文献[8]中注3可知, 其边界控制中状态量$\dot{w}(L,t), \dot{w}'(L,t)$和$\dot{w}'''(L,t)$分别由对$w(L,t)$, $w'(L,t)$和$w'''(L,t)$应用后向差分计算得到. 在实际工程中, 在由测量获得状态量$w(L,t), w'(L,t)$和$w'''(L,t)$过程中, 来自测量传感器的噪声是不可能完全避免的. 然而, 当再由这些已测量状态量采用差分方法获得不可测状态量时, 测量噪音的影响将被极大放大, 从而影响所设计边界控制器在实际工程应用的有效性和可实施性. 因此, 为解决上述问题, 本节将设计高增益状态观测器用以估计不可测量系统状态量$\dot{w}(L,t), \dot{w}'(L,t)$和$\dot{w}'''(L,t)$.

引理 4[19] 假设一个系统的输出$y(t)$和它的n阶微分都是有界的并满足$|y^{(k)}| < Y_k (Y_k > 0)$, 考虑如下线性系统:

$$\begin{cases}\epsilon\dot{\pi}_i = \pi_{i+1},\ i = 1,\cdots,n-1,\\ \epsilon\dot{\pi}_n = -\bar{\lambda}_1\pi_n - \bar{\lambda}_2\pi_{n-1} - \cdots - \bar{\lambda}_{n-1}\pi_2 -\\ \qquad \pi_1 + x_1(t),\end{cases} \tag{8}$$

其中: $\epsilon > 0$, 且参数$\bar{\lambda}_1 - \bar{\lambda}_{n-1}$的选取满足多项式

$$s^n + \bar{\lambda}_1 s^{n-1} + \cdots + \bar{\lambda}_{n-1}s + 1$$

是Hurwitz的. 则有下列性质成立:

$$\begin{aligned}\xi_m = \frac{\pi_m}{\epsilon^{m-1}} - x_1^{(m-1)} = -\epsilon\psi^{(m)},\\ m = 1,\cdots,n-1,\end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$\psi = \pi_n + \bar{\lambda}_1\pi_{n-1} + \cdots + \bar{\lambda}_{n-1}\pi_1,$$

$\psi^{(m)}$表示ψ的m阶微分. 另外, 存在常数T_0和h_m, 对于$\forall t > T_0$, 满足$|\xi_m| \leqslant \epsilon h_m,\ m = 1,2,3,\cdots,n$.

从引理4可得, $\frac{\pi_{m+1}}{\epsilon^m}$收敛于$x_1^{(m)}$($x_1^{(m)}$是$x_1$的$m$阶微分), 即当$x_1$和$x_1^{(m)}$有界时, 由于高增益$\frac{1}{\epsilon}$, 使得$\xi^{(m)}$收敛于零. 因此, 选取$\frac{\pi_{m+1}}{\epsilon^m}$作为观测器用来估计输出信号高达$n$阶微分.

本文中笔者考虑柔性立管系统的观测器阶数$n = 3$. 定义$x_1(t) = w(L,t)$和$x_2(t) = \dot{w}(L,t)$, 并设计不可测状态量$x_2(t)$的估计为

$$\hat{x}_2 = \frac{\pi_2}{\epsilon}, \tag{10}$$

其中定义π_2动力学为

$$\begin{cases}\epsilon\dot{\pi}_1 = \pi_2,\\ \epsilon\dot{\pi}_2 = -\bar{\lambda}_1\pi_2 - \pi_1 + x_1.\end{cases} \tag{11}$$

采用上述同样方法, 可定义

$$\begin{aligned}&g_1(t) = w'(L,t),\ g_2(t) = \dot{w}'(L,t),\\ &\tilde{g}_2(t) = \hat{g}_2(t) - g_2(t),\\ &z_1(t) = w'''(L,t),\ z_2(t) = \dot{w}'''(L,t),\\ &\tilde{z}_2(t) = \hat{z}_2(t) - z_2(t),\ \tilde{x}_2(t) = \hat{x}_2(t) - x_2(t).\end{aligned}$$

柔性立管系统模型如式(1)–(3)所述, 为使该系统稳定, 本文提出如下输出反馈控制律:

$$\begin{aligned}U(t) = &-EIz_1 - m_{\mathrm{f}}V_i\hat{x}_2 - m_{\mathrm{f}}V_i^2 g_1 +\\ &Tg_1 - k_1 m_{\mathrm{c}}\hat{g}_2 + k_2 m_{\mathrm{c}}\hat{z}_2 -\\ &k(\hat{x}_2 + k_1 g_1 - k_2 z_1) - \hat{d},\end{aligned} \tag{12}$$

其中: $k, k_1, k_2 > 0$为控制增益, $\hat{d}(t)$为外部边界扰动的估计值.

设计边界干扰观测器为

$$\dot{\hat{d}} = (\hat{x}_2 + k_1 g_1 - k_2 z_1) - \sigma\hat{d}, \tag{13}$$

其中$\sigma > 0$.

边界扰动误差$\tilde{d}(t)$可定义为

$$\tilde{d} = d - \hat{d}. \tag{14}$$

对式(14)求导, 并代入式(13)可得

$$\dot{\tilde{d}} = \dot{d} + \sigma\hat{d} - (\hat{x}_2 + k_1 g_1 - k_2 z_1). \tag{15}$$

若选取Lyapunov函数为

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t), \tag{16}$$

其中:

$$\begin{cases}V_1(t) = \dfrac{\gamma k_2 m_{\mathrm{r}}}{2}\displaystyle\int_0^L \dot{w}^2\mathrm{d}x + \dfrac{\gamma k_2 T}{2}\displaystyle\int_0^L (w')^2\mathrm{d}x +\\ \qquad \gamma k_2 m_{\mathrm{f}}\displaystyle\int_0^L (\dot{w} + V_i w')^2\mathrm{d}x +\\ \qquad \dfrac{\gamma k_2 EI}{2}\displaystyle\int_0^L (w'')^2\mathrm{d}x,\\ V_2(t) = \dfrac{m_{\mathrm{c}}}{2}(x_2 + k_1 g_1 - k_2 z_1)^2,\\ V_3(t) = \dfrac{1}{2}\tilde{d}^2,\\ V_4(t) = \lambda(m_{\mathrm{r}} + 2m_{\mathrm{f}})\displaystyle\int_0^L xw'\dot{w}\mathrm{d}x +\\ \qquad \gamma k_2 m_{\mathrm{r}}\displaystyle\int_0^L V_i w'\dot{w}\mathrm{d}x,\end{cases} \tag{17}$$

其中$\gamma,\lambda>0$.

引理 5 由式(16)给定的Lyapunov函数具有如下上下界:

$$0\leqslant \vartheta_1[V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)]\leqslant V(t)\leqslant \vartheta_2[V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)],\tag{18}$$

其中$\vartheta_1,\vartheta_2>0$.

证 由式(17)第4项可得

$$|V_4(t)|\leqslant \frac{\gamma k_2 m_{\rm r}V_i+\lambda L(m_{\rm r}+2m_{\rm f})}{2}\cdot \int_0^L[(w')^2+\dot w^2]{\rm d}x\leqslant \kappa V_1(t),\tag{19}$$

其中$\kappa=\dfrac{\max[\gamma k_2 m_{\rm r}V_i+\lambda L(m_{\rm r}+2m_{\rm f})]}{\min(\gamma k_2 m_{\rm r},\gamma k_2 T)}$.

式(19)可重写为

$$-\kappa V_1(t)\leqslant V_4(t)\leqslant \kappa V_1(t).\tag{20}$$

选取适当γ和λ, 可得

$$\begin{cases}\kappa_1=1-\kappa>0,\\ \kappa_2=1+\kappa>1.\end{cases}\tag{21}$$

结合式(20)和式(21)可得

$$0<\kappa_1 V_1(t)\leqslant V_1(t)+V_4(t)\leqslant \kappa_2 V_1(t).\tag{22}$$

根据式(16)和式(22), 进一步有

$$0\leqslant \vartheta_1[V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)]\leqslant V(t)\leqslant \vartheta_2[V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)],\tag{23}$$

其中$\vartheta_1=\min(\kappa_1,1)>0$和$\vartheta_2=\min(\kappa_2,1)>0$.

证毕.

引理 6 式(16)给定的Lyapunov函数对时间导数具有如下上界:

$$\dot V(t)\leqslant -\vartheta V(t)+\varepsilon,\tag{24}$$

其中$\vartheta,\varepsilon>0$.

证 对$V(t)$求导, 可得

$$\dot V(t)=\dot V_1(t)+\dot V_2(t)+\dot V_3(t)+\dot V_4(t).\tag{25}$$

对式(17)的第1项两边求导, 将式(1)代入, 并应用不等式(5), 可得

$$\begin{aligned}&\dot V_1(t)\leqslant\\ &\frac{\gamma EI}{2}(x_2+k_1g_1-k_2z_1)^2-\frac{\gamma EIk_2^2}{2}z_1^2-\\ &\frac{\gamma EIk_1^2}{2}g_1^2-(\frac{\gamma EI}{2}+\gamma k_2 m_{\rm f}V_i)x_2^2+\\ &\gamma[k_2(T+2m_{\rm f}V_i^2)-EIk_1]g_1x_2+\\ &\gamma EIk_1k_2g_1z_1+\frac{\gamma k_2}{2\delta_1}\int_0^L f^2{\rm d}x-\\ &2\gamma k_2 m_{\rm f}V_i\int_0^L[2V_i\dot w w''-\dot V_i(w')^2-\\ &\ddot w w']{\rm d}x-\gamma k_2(c-\frac{\delta_1}{2})\int_0^L\dot w^2{\rm d}x,\end{aligned}\tag{26}$$

其中$\delta_1>0$.

对式(17)的第2项两边求导, 并代入控制律式(12)得

$$\begin{aligned}&\dot V_2(t)=\\ &-k(x_2+k_1g_1-k_2z_1)^2+\\ &(x_2+k_1g_1-k_2z_1)\times\\ &(\tilde d-k\tilde x_2-k_1m_{\rm c}\tilde g_2+k_2m_{\rm c}\tilde z_2).\end{aligned}\tag{27}$$

对式(17)的第3项两边求导, 然后将式(15)代入并运用不等式(5), 有

$$\begin{aligned}\dot V_3(t)\leqslant&-(x_2+k_1g_1-k_2z_1)\tilde d+\delta_2\dot d^2-\\ &(\frac{\sigma}{2}-\frac{1}{\delta_2})\tilde d^2-\tilde x_2\tilde d+\frac{\sigma}{2}d^2,\end{aligned}\tag{28}$$

其中$\delta_2>0$.

对式(17)的第4项两边求导, 将式(1)代入, 并应用不等式(5), 可得

$$\begin{aligned}\dot V_4(t)\leqslant&\frac{\gamma k_2 m_{\rm r}V_i+\lambda L(m_{\rm r}+2m_{\rm f})}{2}x_2^2-\\ &\frac{(\gamma k_2V_i+\lambda L)(2m_{\rm f}V_i^2-T)}{2}g_1^2-\\ &EI(\gamma k_2V_i+\lambda L)g_1z_1-\\ &4m_{\rm f}V_i(\gamma k_2V_i+\lambda L)g_1x_2-\\ &[\frac{\lambda T-\lambda L(c\delta_5+\delta_4)-\gamma k_2\delta_3V_i}{2}-\\ &2\lambda m_{\rm f}(L|\dot V_i|+V_i^2)]\int_0^L(w')^2{\rm d}x+\\ &(\frac{\gamma k_2V_i}{2\delta_3}+\frac{\lambda L}{2\delta_4})\int_0^L f^2{\rm d}x-\\ &\lambda m_{\rm f}\int_0^L(\dot w+V_iw')^2{\rm d}x-\\ &\lambda(\frac{m_{\rm r}}{2}-\frac{2m_{\rm f}LV_i}{\delta_6}-\frac{cL}{2\delta_5})\int_0^L\dot w^2{\rm d}x-\\ &\lambda(\frac{3EI}{2}-2m_{\rm f}V_i\delta_6L)\int_0^L(w'')^2{\rm d}x+\\ &2\gamma k_2m_{\rm f}V_i\int_0^L[2V_i\dot w w''-\dot V_i(w')^2-\\ &\ddot w w']{\rm d}x-(\gamma k_2cV_i-\gamma k_2m_{\rm r}\dot V_i-\\ &6\lambda m_{\rm f}V_i)\int_0^L w'\dot w{\rm d}x,\end{aligned}\tag{29}$$

其中$\delta_3,\delta_4,\delta_5,\delta_6>0$.

将式(26)–(29)代入式(25), 并结合不等式(5)有

$$\dot{V}(t) \leqslant -[\frac{\gamma EI - \gamma k_2 V_i(m_r - 2m_f) - \lambda L(m_r + 2m_f)}{2} - \frac{|\gamma k_2(T + 2m_f V_i^2) - \gamma k_1 EI - 4m_f V_i(\gamma k_2 V_i + \lambda L)|}{2\delta_8}]x_2^2 - [\frac{\gamma k_1^2 EI}{2} - \frac{(\gamma k_2 V_i + \lambda L)(T - 2m_f V_i^2)}{2} - \frac{\delta_7 EI|\gamma k_1 k_2 - \gamma k_2 V_i - \lambda L|}{2} - \frac{\delta_8|\gamma k_2(T + 2m_f V_i^2) - \gamma EI k_1 - 4m_f V_i(\gamma k_2 V_i + \lambda L)|}{2}]g_1^2 - (\frac{EIk_2^2}{2} - \frac{EI|\lambda L + \gamma k_2 V_i - \gamma k_1 k_2|}{2\delta_7})z_1^2 - (k - \frac{\gamma EI}{2} - \frac{k}{\delta_{10}} - \frac{k_1 m_c}{\delta_{11}} - \frac{k_2 m_c}{\delta_{12}}) \times (x_2 + k_1 g_1 - k_2 z_1)^2 - [\frac{\gamma k_2(2c - \delta_1) + \lambda m_r}{2} - \lambda L(\frac{c}{2\delta_5} + \frac{2m_f V_i}{\delta_6}) - \frac{\delta_9|\gamma k_2(cV_i - m_r\dot{V}_i) - 6\lambda m_f V_i|}{2}]\int_0^L \dot{w}^2 \mathrm{d}x - \lambda m_f \int_0^L (\dot{w} + V_i w')^2 \mathrm{d}x - [\frac{\lambda T - \lambda L(c\delta_5 + \delta_4) - \gamma k_2 \delta_3 V_i}{2} - 2\lambda m_f(V_i^2 + L|\dot{V}_i|) - \frac{|\gamma k_2(cV_i - m_r\dot{V}_i) - 6\lambda m_f V_i|}{2\delta_9}] \times \int_0^L (w')^2 \mathrm{d}x - \lambda(\frac{3EI}{2} - 2m_f V_i \delta_6 L)\int_0^L (w'')^2 \mathrm{d}x + \delta_2 \dot{d}^2 - (\frac{\sigma}{2} - \frac{1}{\delta_2} - \frac{1}{\delta_{13}})\tilde{d}^2 + (k\delta_{10} + \delta_{13})\tilde{x}_2^2 + k_1 m_c \delta_{11}\tilde{g}_2^2 + k_2 m_c \delta_{12}\tilde{z}_2^2 + \frac{\sigma}{2}d^2 + (\frac{\gamma k_2}{2\delta_1} + \frac{\gamma k_2 V_i}{2\delta_3} + \frac{\lambda L}{2\delta_4})\int_0^L f^2 \mathrm{d}x, \tag{30}$$

其中$\delta_7 \sim \delta_{13} > 0$.

选择适当参数值$k, k_1, k_2, \gamma, \lambda, \sigma, \delta_1 \sim \delta_{13}$满足如下条件:

$$\vartheta_3 = \min(\frac{2\tau_4}{m_r}, \frac{\tau_5}{T}, \frac{2\tau_6}{m_f}, \frac{2\tau_7}{EI}, \frac{2\tau_8}{m_c}, 2\tau_9),$$

$$\tau_1 = \frac{\gamma EI - \gamma k_2 m_r V_i - \lambda L(m_r + 2m_f)}{2} + \gamma k_2 m_f V_i - \frac{1}{2\delta_8}|\gamma k_2(T + 2m_f V_i^2) - \gamma k_1 EI - 4m_f V_i(\gamma k_2 V_i + \lambda L)| > 0,$$

$$\tau_2 = \frac{\gamma EI k_1^2}{2} - \gamma k_2(\frac{TV_i}{2} - m_f V_i^3) - \lambda L(\frac{T}{2} - m_f V_i^2) - \frac{\delta_7}{2}EI|\gamma k_1 k_2 - \gamma k_2 V_i - \lambda L| - \frac{\delta_8}{2}|\gamma k_2(T + 2m_f V_i^2) - \gamma EI k_1 - 4m_f V_i(\gamma k_2 V_i + \lambda L)| > 0,$$

$$\tau_3 = \frac{1}{2}EI(k_2^2 - \frac{1}{\delta_7}|\gamma k_1 k_2 - \gamma k_2 V_i - \lambda L|) > 0,$$

$$\tau_4 = \gamma k_2(c - \frac{\delta_1}{2}) + \frac{\lambda m_r}{2} - \lambda L(\frac{c}{2\delta_5} + \frac{2m_f V_i}{\delta_6}) - \frac{\delta_9|\gamma k_2(cV_i - m_r\dot{V}_i) - 6\lambda m_f V_i|}{2} > 0,$$

$$\tau_5 = \lambda(\frac{T}{2} - \frac{L\delta_4 + Lc\delta_5}{2} - 2m_f L|\dot{V}_i| - 2m_f V_i^2) - \frac{\gamma k_2 \delta_3 V_i}{2} - \frac{|\gamma k_2(cV_i - m_r\dot{V}_i) - 6\lambda m_f V_i|}{2\delta_9} > 0,$$

$$\tau_6 = \lambda m_f > 0,$$

$$\tau_7 = \lambda(\frac{3}{2}EI - 2m_f V_i \delta_6 L) > 0,$$

$$\tau_8 = k - \frac{\gamma EI}{2} - \frac{k}{\delta_{10}} - \frac{k_1 m_c}{\delta_{11}} - \frac{k_2 m_c}{\delta_{12}} > 0,$$

$$\tau_9 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{\delta_2} - \frac{1}{\delta_{13}} > 0,$$

$$\varepsilon = (\frac{\gamma k_2}{2\delta_1} + \frac{\gamma k_2 b_1}{2\delta_3} + \frac{\lambda L}{2\delta_4})Lf_m^2 + (k\delta_{10} + \delta_{13})\tilde{x}_2^2 + \frac{\sigma}{2}d_1^2 + \delta_2 d_2^2 + k_1 m_c \delta_{11}\tilde{g}_2^2 + k_2 m_c \delta_{12}\tilde{z}_2^2 < +\infty.$$

由不等式(23)和(30)可得

$$\dot{V}(t) \leqslant -\vartheta_3[V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)] + \varepsilon \leqslant -\vartheta V(t) + \varepsilon, \tag{31}$$

其中$\vartheta = \vartheta_3/\vartheta_2$.

证毕.

3.2 适定问题(Well-posed problem)

在本小节, 将首先证明闭环柔性立管系统解的存在性和唯一性, 其后再分析其解的收敛性.

3.2.1 解的存在性(The existence of the solution)

定义 $H^2(0, L)$为Hilbert空间, 将基于 Sobolev空间对闭环解的存在性和唯一性进行证明:

$$V_S = \{w | w \in H^2(0, L),\ w(0, t) = 0\}, \tag{32}$$

且范数$\|w\|_{V_S} = \|w''\|_2$, 则有

$$W_S=\{w|w\in V_S\cap H^4(0,L),\\ w''(0,t)=0,\ w''(L,t)=0\},\qquad(33)$$

且范数 $\|w\|_{W_S}=\|w''\|_2+\|w''''\|_2$, 其中 $\|\cdot\|_p$ 为 L^p 范数.

对式(1)两边关于 $\phi\in V_S$ 求内积, 并求积分得

$$(m_{\rm r}+2m_{\rm f})\int_0^L\ddot{w}\phi{\rm d}x+EI\int_0^L w''''\phi{\rm d}x-\\ T\int_0^L w''\phi{\rm d}x+2m_{\rm f}\dot{V}_i\int_0^L w'\phi{\rm d}x+\\ 4m_{\rm f}V_i\dot{V}_i\int_0^L\dot{w}'\phi{\rm d}x+c\int_0^L\dot{w}\phi{\rm d}x+\\ 2m_{\rm f}V_i^2\int_0^L w''\phi{\rm d}x-\int_0^L f\phi{\rm d}x=0.\qquad(34)$$

应用Galerkin近似法, 则存在 $w\in W_S$, $\forall\phi\in V_S$ 使得式(34)成立. 定义 ϕ_j 为 W_S 一个完备正交系的元素, 其中 $\{w(x,t_0),\dot{w}(x,t_0)\}\in{\rm span}\{\phi_1,\phi_2\}$. 对每一个 $n\in\mathbb{N}$, $W_{Sn}={\rm span}\{\phi_1,\phi_2,\cdots,\phi_n\}$, 可构造一个函数 $w_n(x,t)=\sum\limits_{j=1}^n l_j(t)\phi_j$ 使得对任一 $\phi\in W_{Sn}$ 都满足如下闭环系统:

$$(m_{\rm r}+2m_{\rm f})\int_0^L\ddot{w}_n\phi_n{\rm d}x+EI\int_0^L w_n''''\phi_n{\rm d}x-\\ T\int_0^L w_n''\phi_n{\rm d}x+2m_{\rm f}\dot{V}_i\int_0^L w_n'\phi_n{\rm d}x+\\ 4m_{\rm f}V_i\dot{V}_i\int_0^L\dot{w}_n'\phi_n{\rm d}x+c\int_0^L\dot{w}_n\phi_n{\rm d}x+\\ 2m_{\rm f}V_i^2\int_0^L w_n''\phi_n{\rm d}x-\int_0^L f_n\phi_n{\rm d}x=0.\qquad(35)$$

引理 7 $\int_0^L\dot{w}_n^2{\rm d}x$ 和 $\int_0^L(w_n'')^2{\rm d}x$ 具有上界.

证 考虑如下Lyapunov候选函数:

$$V_n(t)=V_{1n}(t)+V_{2n}(t)+V_{3n}(t)+V_{4n}(t),\qquad(36)$$

其中

$$\begin{cases}V_{1n}(t)=\dfrac{\gamma k_2m_{\rm r}}{2}\displaystyle\int_0^L\dot{w}_n^2{\rm d}x+\dfrac{\gamma k_2T}{2}\int_0^L(w_n')^2{\rm d}x+\\ \qquad\gamma k_2m_{\rm f}\displaystyle\int_0^L(\dot{w}_n+V_iw_n')^2{\rm d}x+\\ \qquad\dfrac{\gamma k_2EI}{2}\displaystyle\int_0^L(w_n'')^2{\rm d}x,\\ V_{2n}(t)=\dfrac{m_{\rm c}}{2}[x_{2n}(t)+k_1g_{1n}(t)-k_2z_{1n}(t)]^2,\\ V_{3n}(t)=\dfrac{1}{2}\tilde{d}_n^2,\\ V_{4n}(t)=\lambda(m_{\rm r}+2m_{\rm f})\displaystyle\int_0^L xw_n'\dot{w}_n{\rm d}x+\\ \qquad\gamma k_2m_{\rm r}V_i\displaystyle\int_0^L w_n'\dot{w}_n{\rm d}x.\end{cases}\qquad(37)$$

根据第2.1小节的分析, 直接可得

$$\dot{V}_n(t)\leqslant-\vartheta V_n(t)+\varepsilon.\qquad(38)$$

式(38)乘以 ${\rm e}^{\vartheta t}$ 并积分可得

$$V_n(t)\leqslant[V_n(t_0)-\frac{\varepsilon}{\vartheta}]{\rm e}^{-\vartheta(t-t_0)}+\frac{\varepsilon}{\vartheta}.\qquad(39)$$

上式表明存在一正常数 M_1, 满足如下条件:

$$\int_0^L\dot{w}_n^2{\rm d}x+\int_0^L(w_n'')^2{\rm d}x\leqslant M_1,\\ \forall t\in[0,T_0],\ n\in\mathbb{N}.\qquad(40)$$

引理 8 $\int_0^L\ddot{w}_n^2(x,t_0){\rm d}x$ 在 L^2 范数下具有上界.

证 将 $t=t_0$ 和 $\phi_n=\ddot{w}_n(x,t_0)$ 代入式(35)可得

$$(m_{\rm r}+2m_{\rm f})\int_0^L\ddot{w}_n^2(x,t_0){\rm d}x+\\ EI\int_0^L w_n''''(x,t_0)\ddot{w}_n(x,t_0){\rm d}x-\\ T\int_0^L w_n''(x,t_0)\ddot{w}_n(x,t_0){\rm d}x+\\ 2m_{\rm f}\dot{V}_i(t_0)\int_0^L w_n'(x,t_0)\ddot{w}_n(x,t_0){\rm d}x+\\ 4m_{\rm f}V_i(t_0)\dot{V}_i(t_0)\int_0^L\dot{w}_n'(x,t_0)\ddot{w}_n(x,t_0){\rm d}x+\\ 2m_{\rm f}V_i^2(t_0)\int_0^L w_n''(x,t_0)\ddot{w}_n(x,t_0){\rm d}x+\\ c\int_0^L\dot{w}_n(x,t_0)\ddot{w}_n(x,t_0){\rm d}x-\\ \int_0^L f_n(x,t_0)\ddot{w}_n(x,t_0){\rm d}x=0.\qquad(41)$$

由式(41)计算可得

$$(m_{\rm r}+2m_{\rm f}-7\mu_0)\int_0^L\ddot{w}_n^2(x,t_0){\rm d}x\leqslant\\ \frac{EI^2}{\mu_0}\int_0^L[w_n''''(x,t_0)]^2{\rm d}x+\frac{T^2}{\mu_0}\int_0^L[w_n''(x,t_0)]^2{\rm d}x+\\ \frac{4m_{\rm f}^2\dot{V}_i^2(t_0)}{\mu_0}\int_0^L[w_n'(x,t_0)]^2{\rm d}x+\\ \frac{16m_{\rm f}^2V_i^2(t_0)\dot{V}_i^2(t_0)}{\mu_0}\int_0^L[\dot{w}_n'(x,t_0)]^2{\rm d}x+\\ \frac{4m_{\rm f}^2V_i^2(t_0)}{\mu_0}\int_0^L[w_n''(x,t_0)]^2{\rm d}x+\\ \frac{c^2}{\mu_0}\int_0^L[\dot{w}_n(x,t_0)]^2{\rm d}x+\frac{1}{\mu_0}\int_0^L f_n^2(x,t_0),\qquad(42)$$

其中 $\mu_0>0$.

由于 $\int_0^L\dot{w}_n^2{\rm d}x$ 和 $\int_0^L(w_n'')^2{\rm d}x$ 是有界的, 若选取足够光滑的初值 $w(x,t_0)$ 和 $\dot{w}(x,t_0)$, 从式(42)可得

$$\int_0^L\ddot{w}_n^2(x,t_0){\rm d}x\leqslant M_2,\ \forall t_0\in[0,T_0],\ n\in\mathbb{N},\qquad(43)$$

其中 $M_2>0$ 且 $0<\mu_0<(m_{\rm r}+2m_{\rm f})/7$.

证毕.

引理 9 $\int_0^L\ddot{w}_n^2{\rm d}x$ 和 $\int_0^L(\dot{w}_n'')^2{\rm d}x$ 在 L^2 范数下具有上界.

证　定义$\xi < T_0 - t$, 对任意$t, \xi > 0$. 分别把$t = t + \xi$和$t = t$代入式(35)并对其作差, 再把

$$\phi_n = \dot{w}_n(x, t+\xi) - \dot{w}_n(x, t)$$

代入, 应用引理1–3有

$$\begin{aligned}&\frac{EI}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^L \{[w_n''(x,t+\xi) - w_n''(x,t)]^2\}\mathrm{d}x + \\ &\frac{m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f}}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^L [\dot{w}_n(x,t+\xi) - \dot{w}_n(x,t)]^2\mathrm{d}x \leqslant \\ &M_{31}\int_0^L \{[w_n''(x,t+\xi) - w_n''(x,t)]^2\}\mathrm{d}x + \\ &M_{32}\int_0^L [\dot{w}_n(x,t+\xi) - \dot{w}_n(x,t)]^2\mathrm{d}x, \end{aligned} \tag{44}$$

其中$M_{31}, M_{32} > 0$.

由上式可得

$$\begin{aligned}&\dot{\varPhi}_n(t,\xi) \leqslant M_{33}\varPhi_n(t,\xi) \Rightarrow \\ &\varPhi_n(t,\xi) \leqslant \varPhi_n(t_0,\xi)\mathrm{e}^{M_{33}(t-t_0)},\end{aligned} \tag{45}$$

其中M_{33}和$\varPhi_n$分别为

$$\begin{cases} M_{33} = \max(\dfrac{M_{31}}{EI}, \dfrac{M_{32}}{m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f}}), \\ \varPhi_n(t,\xi) = \\ EI\displaystyle\int_0^L \{[w_n''(x,t+\xi) - w_n''(x,t)]^2\}\mathrm{d}x + \\ (m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f})\displaystyle\int_0^L [\dot{w}_n(x,t+\xi) - \dot{w}_n(x,t)]^2\mathrm{d}x. \end{cases} \tag{46}$$

式(45)两边除以ξ^2并取极限$\xi \to 0$有

$$\begin{aligned}&(m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f})\int_0^L \ddot{w}_n^2(x,t)\mathrm{d}x + \\ &EI\int_0^L (\dot{w}_n'')^2(x,t)\mathrm{d}x \leqslant \\ &\{(m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f})\int_0^L \ddot{w}_n^2(x,t_0)\mathrm{d}x + \\ &EI\int_0^L (\dot{w}_n'')^2(x,t_0)\mathrm{d}x\}\mathrm{e}^{M_{33}(t-t_0)}.\end{aligned} \tag{47}$$

选取足够光滑的初值$w(x,t_0)$和$\dot{w}(x,t_0)$可得$\int_0^L (\dot{w}_n'')^2(x,t_0)\mathrm{d}x$是有界的. 结合引理8和上面的分析, 可得

$$\begin{aligned}&(m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f})\int_0^L \ddot{w}_n^2(x,t)\mathrm{d}x + \\ &EI\int_0^L (\dot{w}_n'')^2(x,t)\mathrm{d}x \leqslant M_3,\end{aligned} \tag{48}$$

其中$M_3 > 0$.

结合引理7–9并应用Lions-Aubin理论可得系统(35)是有限的, 因此系统(35)存在全局解.

证毕.

3.2.2　解的唯一性(The uniqueness of the solution)

定义w和$\bar{w}$为闭环柔性立管系统的两个不同解. 令$z = w - \bar{w}$, 则有

$$z(x,0) = \dot{z}(x,0) = 0.$$

由式(34)得

$$\begin{aligned}&(m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f})\int_0^L \ddot{z}\phi\mathrm{d}x + EI\int_0^L z''''\phi\mathrm{d}x - \\ &T\int_0^L z''\phi\mathrm{d}x + 2m_\mathrm{f}\dot{V}_i\int_0^L z'\phi\mathrm{d}x + \\ &4m_\mathrm{f}V_i\dot{V}_i\int_0^L \dot{z}'\phi\mathrm{d}x + c\int_0^L \dot{z}\phi\mathrm{d}x - \\ &\int_0^L [f(\cdot)|_w - f(\cdot)|_{\bar{w}}]\phi\mathrm{d}x + \\ &2m_\mathrm{f}V_i^2\int_0^L z''\phi\mathrm{d}x = 0.\end{aligned} \tag{49}$$

把$\phi = \dot{z}$代入式(49), 应用与引理9同样的方法得:

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[(m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f})\int_0^L \dot{z}^2\mathrm{d}x + EI\int_0^L (z'')^2\mathrm{d}x] \leqslant \\ &M_4[(m_\mathrm{r}+2m_\mathrm{f})\int_0^L \dot{z}^2\mathrm{d}x + EI\int_0^L (z'')^2\mathrm{d}x],\end{aligned} \tag{50}$$

其中$M_4 > 0$.

由于

$$z(x,0) = \dot{z}(x,0) = 0,$$

应用Gronwall引理, 可得$z = 0$, 即

$$w = \bar{w},\ \forall (x,t) \in [0,L]\times[0,+\infty).$$

由上面分析可得系统(35)的解存在唯一性.

3.2.3　解的收敛性(The convergence of the solution)

定理 1　由式(1)–(3)所描述的柔性立管系统, 基于所设计输出反馈控制器式(12)和假设1, 若系统初始条件是有界的, 则闭环立管系统状态量$w(x,t)$是一致有界的.

证　式(24)乘以$\mathrm{e}^{\vartheta t}$可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}(t)\mathrm{e}^{\vartheta t} \leqslant -\vartheta V(t)\mathrm{e}^{\vartheta t} + \varepsilon\mathrm{e}^{\vartheta t} \Rightarrow \\ &\frac{\partial[V(t)\mathrm{e}^{\vartheta t}]}{\partial t} \leqslant \varepsilon\mathrm{e}^{\vartheta t}.\end{aligned} \tag{51}$$

对上式积分得

$$V(t) \leqslant [V(0) - \frac{\varepsilon}{\vartheta}]\mathrm{e}^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \leqslant V(0)\mathrm{e}^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta}, \tag{52}$$

则由上式表明$V(t)$是有界的.

由不等式(6)、等式(17)和不等式(18)可得

$$\begin{aligned}&\frac{\gamma k_2 T}{2L}w^2 \leqslant \\ &\frac{\gamma k_2 T}{2}\int_0^L (w')^2\mathrm{d}x \leqslant V_1(t) \leqslant \\ &V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) \leqslant \frac{1}{\vartheta_1}V(t).\end{aligned} \tag{53}$$

由不等式(53)得

$$|w(x,t)| \leqslant \sqrt{\frac{2L}{\gamma k_2 T \vartheta_1}[V(0)\mathrm{e}^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta}]} \leqslant \sqrt{\frac{2L}{\gamma k_2 T \vartheta_1}[V(0) + \frac{\varepsilon}{\vartheta}]}, \tag{54}$$

$\forall (x,t) \in [0,L] \times [0,+\infty)$.

当$t \to \infty$时, 则进一步可得

$$\lim_{t\to\infty} |w(x,t)| \leqslant \lim_{t\to\infty} \sqrt{\frac{2L}{\gamma k_2 T \vartheta_1}[V(0)\mathrm{e}^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta}]} = \sqrt{\frac{2L\varepsilon}{\gamma k_2 T \vartheta_1 \vartheta}}, \tag{55}$$

$\forall x \in [0,L]$. 证毕.

4 数值仿真(Numerical simulations)

对由式(1)–(3)所描述的柔性立管系统, 为验证所设计控制器(12)的性能, 本节将采用有限差分法[20–24]在MATLAB中进行数值仿真. 表1为柔性立管系统的详细参数.

表 1 柔性立管系统参数

Table 1 Parameters of the flexible riser system

参数	参数值	参数	参数值	参数	参数值
D	0.45 m	f_{v}	2.625	EI	$1.5 \times 10^7\ \mathrm{Nm^2}$
m_{c}	960 kg	S_{t}	0.2	T	$8.11 \times 10^7\ \mathrm{N}$
m_{f}	100 kg/m	C_{D}	1.361	A	9.279×10^3
L	1000 m	c	$5\ \mathrm{Ns/m^2}$	ρ_{s}	$1024\ \mathrm{kg/m^3}$
m_{r}	350 kg/m	β	0		

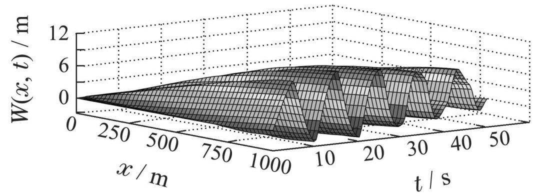
内流流速$V_i(t)$和边界干扰$d(t)$分别为

$$\begin{cases} V_i(t) = 0.5 + 0.2\cos(0.867t), \\ d(t) = [3 + 0.8\sin(0.7t) + 0.8\sin(0.5t) + 0.8\sin(0.9t)] \times 10^5. \end{cases} \tag{56}$$

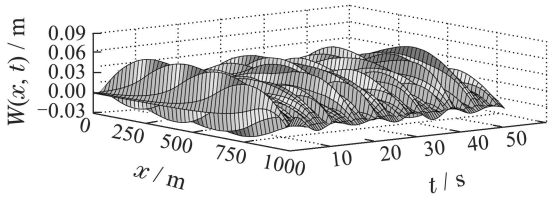
选择控制器(12)控制增益

$$k = 1 \times 10^7,\ k_1 = 5.407,$$
$$k_2 = 1,\ \sigma = 0.1,$$

对耦合内流动力学的柔性立管在海流和外部环境干扰共同作用下的振动进行数值仿真, 仿真结果如图2–6所示. 图2给出了立管三维振动偏移量图, 立管顶端($x = 1000\ \mathrm{m}$)和中部($x = 500\ \mathrm{m}$)振动偏移的二维响应则显示在图3中, 图4描绘了控制作用下立管顶端($x = 1000\ \mathrm{m}$) 和中部($x = 500\ \mathrm{m}$)的振动偏移量放大图, 图5描绘了外部环境干扰观测器的跟踪图, 图6为输出反馈边界控制输入.



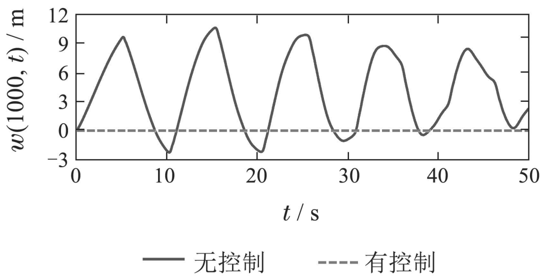
(a) 无控制



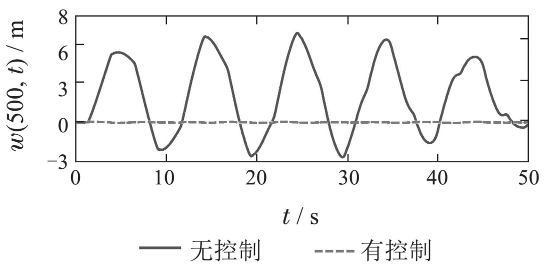
(b) 有控制

图 2 立管三维偏移量

Fig. 2 3D displacement of the riser



(a) $x = 1000\ \mathrm{m}$



(b) $x = 500\ \mathrm{m}$

图 3 立管二维偏移量

Fig. 3 2D displacement of the riser

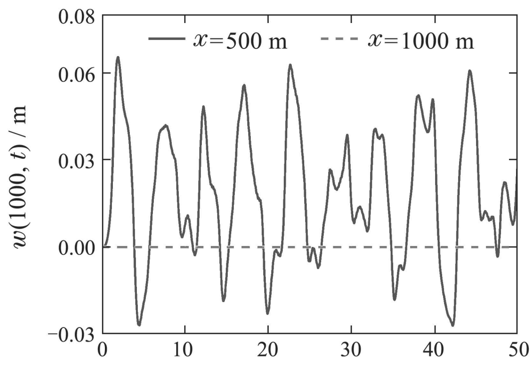


图 4 控制作用下立管的偏移量

Fig. 4 Displacement of the riser with control

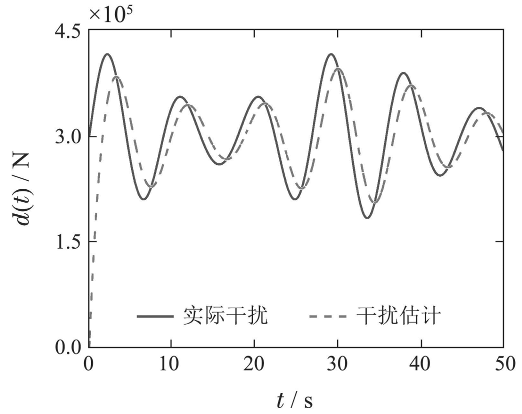


图 5 外部环境干扰跟踪

Fig. 5 Tracking of external environment disturbance

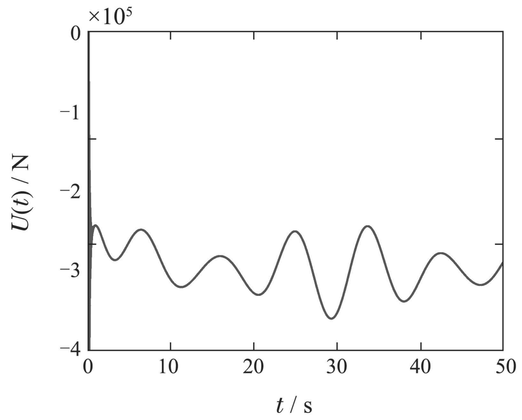


图 6 输出反馈边界控制输入

Fig. 6 Output feedback boundary control input

由仿真结果图2–4可知, 当所设计输出反馈边界控制(12)作用于立管系统后, 立管振动都得到显著地抑制, 其中最大振动偏移量减少了近133倍, 表明本文所设计控制器(12)能十分有效抑制立管的振动; 仿真结果图5表明, 设计的干扰观测器对外部环境干扰具有很好的跟踪能力; 由仿真结果图6可得, 输出反馈控制器的输出在 $-4\times10^5\,\mathrm{N}\sim-2\times10^5\,\mathrm{N}$ 范围内变化, 而负值表明控制力尤其是用于抵消外部环境干扰的作用. 本文输出反馈边界控制作用下立管偏移量(即图2)变化范围为$-0.03\,\mathrm{m}\sim0.09\,\mathrm{m}$, 而文献[8]中控制作用下立管偏移量(即图3) 变化范围为$-0.25\,\mathrm{m}\sim0.75\,\mathrm{m}$. 相比之下, 本文的控制效果要优于文献[8]中的控制效果. 总之, 本文所提的输出反馈边界控制器能在系统状态获取不精确的情况下较好地抑制立管的振动.

5 结论(Conclusions)

本文报道了耦合内流动力学的海洋柔性立管的边界控制问题. 首先, 结合Lyapunov综合法、边界控制技术和高增益观测器, 在立管顶端设计了输出反馈控制和干扰观测器用以抑制立管的振动并跟踪外部环境干扰. 其后, 对闭环控制系统的适定性和一致有界稳定性进行了证明. 本文的控制设计及稳定性分析都是基于立管无穷维模型进行的, 因此控制溢出将不会产生. 最后对本文设计的输出反馈边界控制器进行了数值模拟, 验证了其有效性.

参考文献(References):

[1] WU H, WANG J, LI H. Fuzzy boundary control design for a class of nonlinear parabolic distributed parameter systems [J]. *IEEE/ASME Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, 22(3): 642 – 652.

[2] WU H, WANG J, LI H. Design of distributed H_∞ fuzzy controllers with constraint for nonlinear hyperbolic PDE systems [J]. *Automatica*, 2012, 48(10): 2535 – 2543.

[3] GUO B. Riesz basis property and exponential stability of controlled Euler-Bernoulli beam equations with variable coefficients [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2002, 40(6): 1905 – 1923.

[4] ZHANG L, LIU J. Adaptive boundary control for flexible two-link manipulator based on partial differential equation dynamic model [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2013, 7(1): 43 – 51.

[5] WANG J, REN B, KRSTIC M. Stabilization and Gevrey regularity of a Schrodinger equation in boundary feedback with a heat equation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(1): 179 – 185.

[6] CHRISTOFIDES P D, ARMAOU A. Global stabilization of the Kuramoto-Sivashinsky equation via distributed output feedback control [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 39(4): 283 – 294.

[7] VANDEGRIFT M W, LEWIS F L, ZHU S Q. Flexible-link robot arm control by a feedback linearization/singular perturbation approach [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1994, 11(7): 591 – 603.

[8] GAO Hongxia, ZHAO Zhijia, WU Xinsheng, et al. Robust boundary control for flexible fluid-transporting marine riser based on internal fluid dynamics [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 785 – 791.
(高红霞, 赵志甲, 吴忻生, 等. 基于内流动力学的海洋输油柔性立管鲁棒边界控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(6): 785 – 791.)

[9] WU Yilin, LIU Yu, WU Xinsheng. Adaptive boundary control of a flexible riser coupled with time-varying internal fluid [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(5): 618 – 624.
(邬依林, 刘屿, 吴忻生. 基于时变内流的柔性立管自适应边界控制 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(5): 618 – 624.)

[10] LIU Y, HUANG H W, GAO H X, et al. Modeling and boundary control of a flexible marine riser coupled with internal fluid dynamics [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2013, 11(2): 316 – 323.

[11] WU Xinsheng, LI Linye, LIU Yu, et al. Modeling and boundary control of a marine riser [J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2012, 40(8): 32 – 38.
(吴忻生, 李林野, 刘屿, 等. 海洋输油立管建模及其边界控制 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2012, 40(8): 32 – 38.)

[12] GE S S, HE W, HOW B V, et al. Boundary control of a coupled nonlinear flexible marine riser [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(5): 1080 – 1091.

[13] HE W, GE S S, HOW B V, et al. Robust adaptive boundary control of a flexible marine riser with vessel dynamics [J]. *Automatica*, 2011, 47(4): 722 – 732.

[14] HOW B V E, GE S S, CHOO Y S. Active control of flexible marine risers [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 320(4/5): 758 – 776.

[15] DO K D, PAN J. Boundary control of transverse motion of marine risers with actuator dynamics [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 318(4/5): 768 – 791.

[16] DO K D, PAN J. Boundary control of three-dimensional inextensible marine risers [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(3/4/5): 299 – 321.

[17] NGUYEN T L, DO K D, PAN J. Boundary control of two-dimensional marine risers with bending couplings [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(16): 3605 – 3622.

[18] QUEIROZ M S, DAWSON D M, NAGARKATTI S P, et al. *Lyapunov Based Control of Mechanical Systems* [M]. Boston: Birkhauser, 2000.

[19] BEHTASH S. Robust output tracking for nonlinear system [J]. *International Journal of Control*, 1990, 51(6): 1381 – 1407.

[20] HE W, ZHANG S, GE S S. Adaptive control of a flexible crane system with the boundary output constraint [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(8): 4126 – 4133.

[21] HE W, GE S S. Vibration control of a flexible beam with output constraint [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(8): 5023 – 5030.

[22] HE W, ZHANG S, GE S S. Robust adaptive control of a thruster assisted position mooring system [J]. *Automatica*, 2014, 50(7): 1843 – 1851.

[23] HE W, SUN C, GE S S. Top tension control of a flexible marine riser by using integral-barrier Lyapunov function [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(2): 497 – 505.

[24] HE W, GE S S. Vibration control of a nonuniform wind turbine tower via disturbance observer [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(1): 237 – 244.

作者简介:

赵志甲 (1985–), 男, 博士研究生, 研究方向为柔性结构系统、无穷维系统控制等, E-mail: zhao.zhijia@mail.scut.edu.cn;

刘 屿 (1977–), 男, 副研究员, 研究方向为分布参数系统控制、智能控制, E-mail: auylau@scut.edu.cn;

郭 芳 (1992–), 女, 博士研究生, 主要研究方向为分布式参数系统控制, E-mail: maguo040201@mail.scut.edu.cn;

吴忻生 (1961–), 男, 副教授, 主要研究方向为智能检测与智能控制、自动化技术和智能系统的研究及其工程应用以及电子产品开发, E-mail: auxswu@scut.edu.cn;

邬依林 (1970–), 男, 教授, 主要研究方向为分布式参数系统非线性控制、网络控制等, E-mail: lyw@gdei.edu.cn.